усилия прокатки и пересчета этой величины через P_1, P_2 и P_3. Погрешность не превышает 11 %.

Для определения температуры в зоне деформации от действия пропускаемого электротока получена зависимость:

$$T = \frac{I^2 t\left(\rho_0\left(\sqrt{\sigma_m / p} - 1\right)\left(1 - T / T_{\text{ПЛ}}\right) + 2\rho_{\text{СР}} l / s\right)}{4m\gamma cs\sqrt{at}},$$

где I – сила тока; t – время взаимодействия; ρ_0 – удельное электросопротивление материала; p – давление в очаге деформации; σ_m – предел текучести материала; $T_{\text{ПЛ}}$ – температура плавления материала; l – длина дуги контакта с валком; S – площадь контакта материала с валком; γc – энтальпия материала; $\rho_{\text{СР}}$ – среднее удельное электросопротивление материала; a – коэффициент температуропроводности.

Полученные зависимости позволяют проектировать и интенсифицировать процесс нанесения износостойких защитных и других порошковых покрытий с помощью прокатки порошка и металлической основы.

Литература

1. Бобарикин, Ю. Л. Технология нанесения порошковых покрытий на стальную полосу / Ю. Л. Бобарикин и [др.] // Кузнечно-штамповочное производство. – 2003. – № 16. – С. 30–33.
2. Селивончик, Н. В. Анализ условия достижения адгезии между слоями биметалла при плакировании прокаткой / Н. В. Селивончик, Ю. Л. Бобарикин // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2003. – № 1. – С. 29–38.
3. Бобарикин, Ю. Л. Теоретическое определение контактных напряжений при плакировании полос порошковыми материалами / Ю. Л. Бобарикин, Н. И. Стрикель, А. М. Урбанович // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого – 2000. – № 2. – С. 15–24.

УДК 519.87(075.32)

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ДИСКРЕТНЫМ И НЕПРЕРЫВНЫМ В ЭВОЛЮЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Л. Л. Великович

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Со времен Галилея описание физического явления считается достоверным, если его факторы выражены числовыми величинами.

Академик А. А. Самарский

Общие понятия. Примеры

С самого начала существования человечества каждый конкретный индивид пытался построить в своей голове правильную картину окружающей действительности, используя для этого необходимые схематизации происходящего. Этот процесс теперь принято называть моделированием. И, конечно, математика при этом всегда играла не последнюю роль. Так, по-видимому, и возник натуральный ряд чисел –

главный фундамент всей математики.

Сам процесс моделирования можно представить в виде следующей схемы (из авторского опыта): УСМ – универсальная схема моделирования (рис. 1) (на примере процесса познания в физике) [1], [2].

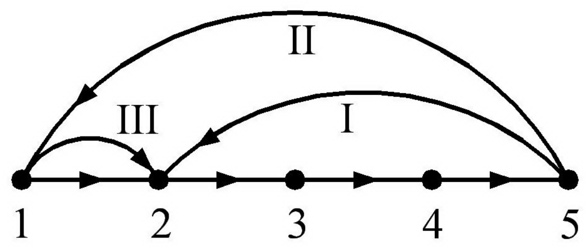

Рис. 1. Универсальная система моделирования:
1 – реальная физическая ситуация; *2* – модельная физическая ситуация;
3 – математическая модель; *4* – математическая информация; *5* – физическая интерпретация (информация); *I* – проверка на модельную адекватность;
II – проверка на реальную адекватность; *III* – преобразование модели
(в случае необходимости)

Для дальнейшего исследования нам потребуются следующие понятия.

Определение 1. Под **системой** понимается совокупность компонентов, взаимодействие которых порождает новые (интегративные, системные) качества, не присущие образующим. Существенными характеристиками системы являются ее системные качества, состав (структура), т. е. набор специфических частей, динамическая структура и характер взаимодействия с внешними условиями. Система и ее среда показаны на рис. 2.

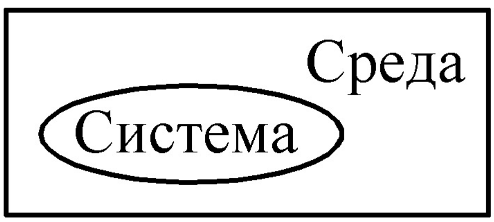

Рис. 2. Неразлучная пара: система и ее среда

Примечание. Система – первый шаг на пути моделирования. Действительно, если в некотором объекте (явлении, процессе) нам удается вычленить составляющие системы, то дальнейшее исследование будет легче формализовать.

Определение 2. **Модель** – система со своей структурой и функцией, отражающая структуру и функцию оригинала (академик Н. М. Амосов).

Возможные подходы к моделированию:

1. Метод подобия – исторически первый и до сих пор достаточно востребованный способ моделирования (см., например, [3]). Но существует опасность: уменьшение масштаба может исказить явление («эффект карлика»).

2. Метод аналогий основан на том, что разные физические явления могут характеризоваться одними и теми же количественными взаимосвязями.

Пример 1. Аналогия между характеристиками флюидов и понятиями, принятыми в электротехнике приведена в [4, с.13].

В таблице представлены наименования величин и их размерности.

Таблица

Величины и их размерности

Наименование величины	**Размерность**	**Наименование величины**	**Размерность**
Давление p	кгс/см^2	Напряжение E	В
Добыча/закачка q	см^3/с	Сила тока	А
Объем флюидов (запасы) V_c	см^3	Емкость электрическая C_E	мкФ
Проводимость	$\frac{\text{Д}\cdot\text{см}}{\text{сП}}$	Электрическая проводимость	Ом
Истинное время процесса t	с	Время моделирования t	с

Диалектика дискретного и непрерывного в моделировании

Начнем с примеров.

Пример 2. Множество натуральных чисел $N = \{1, 2, 3, \ldots\}$ – это яркий пример дискретного объекта, ибо возле каждого из его элементов можно описать круг, внутри которого не будет других элементов из N.

Пример 3. Множество точек отрезка [0; 1] является непрерывным объектом.

Примечание. В теории вероятности (ТВ) случайную величину (СВ) X называют *дискретной* (ДСВ), если ее возможные значения являются изолированными точками числовой прямой, и *непрерывной*, если ее значения сплошь (без выколотых точек) заполняют некоторый интервал (a; b) числовой прямой.

Теперь совершим путешествие во времени. В определенный момент своего развития человеку потребовалось научиться перемещаться в пространстве быстрее (и дальше), чем позволяли физические возможности отдельного индивида. Сначала он начал использовать мускульную силу различных животных. Но и здесь были очевидные ограничения по скорости. Пришлось изобретать… колесо, и помчалось, покатилось: телега, велосипед, мотоцикл, машина, самолет, ракета…, а на воде – лодка, парусник, пароход и т. д. И на каждом из этих этапов использовались свои математическое обеспечение и способы моделирования.

Кратко перечислим участвующие математические дисциплины:

а) арифметика и алгебра (дискретные объекты);

б) теория чисел (дискретные объекты);

в) геометрия: элементарная, аналитическая, дифференциальная, интегральная, начертательная, проективная, топология и т. д. (комбинации дискретных и непрерывных объектов);

г) исчисление конечных разностей (дискретные объекты);

д) дифференциальное и интегральное исчисление (непрерывные объекты);

е) обыкновенные дифференциальные уравнения (непрерывные объекты);

ж) уравнения математической физики (непрерывные объекты);

з) вариационное исчисление (непрерывные объекты).

И все это уже было сделано к началу XIX в.

Не пытаясь объять необъятное, достаточно вспомнить, сколько нового появилось в математическом моделировании благодаря научно-технической революции XX в. и компьютерам. И в итоге дискретное взяло верх над непрерывным (например, современное стремление к оцифровке всего существующего). Сбылось пророчество великого Пифагора: «Число управляет миром!».

Как уже было отмечено, дискретное превалирует над непрерывным, но их взаимодействие, диалектика не может не восхищать. Приведем два поучительных примера.

Пример 4. В интегральном признаке сходимости числовых рядов с положительными членами n-й член ряда заменяют на функцию $f(x)$, где x – непрерывная переменная, принимающая свои значения на луче $[1; +\infty)$ числовой прямой, а сам ряд – на несобственный интеграл $\int_1^\infty f(x)dx$.

Пример 5. При вычислении массы отрезка $[a; b]$ с плотностью $\rho = \rho(x)$, где $x \in [a; b]$, данный отрезок разбивается на конечное число частей n: $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_{k-1} < x_k < < \ldots < x_{n-1} < x_n = b$ (т. е. нарушается непрерывность исходного объекта). В каждом из отрезков $[x_{k-1}; x_k]$ выбирается произвольная точка p_k, вычисляются значения $\rho(p_k)$ в выбранных точках. Находятся массы элементарных отрезков $\rho(p_k)\Delta x_k = \Delta m_k$. Затем эти массы суммируются, чтобы получить соответствующую интегральную сумму $\sum_{k=1}^{n} \rho(p_k)\Delta x_k$. И все рассмотренные операции, очевидно, носят дискретный характер. Чтобы получить точное выражение для массы отрезка, приходится от дискретного объекта (интегральной суммы) переходить к непрерывному объекту – определенному интегралу $\int_a^b \rho(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{k=1}^{n} \rho(p_k) \cdot \Delta x_k$ $(\lambda = \max_{1 \le k \le n} \Delta x_k)$, при этом $n \to +\infty$.

Примечание (интересная диалектика). Отрезок $[a; b]$ – непрерывный объект; его дробление на элементарные части $[x_{k-1}; x_k]$ позволяет приближенно выразить массу $[a; b]$ через дискретный объект под названием «интегральная сумма», а от нее с помощью операции предельного перехода мы опять возвращаемся к непрерывному объекту: интегралу $\int_a^b \rho(x)dx$.

Заключительные замечания

Таким образом, сформулируем следующие выводы:

1. Системный подход в математике – это аксиоматическое построение теории. Чтобы охарактеризовать понятие «вектор», сначала даем определение векторного (линейного) пространства, а затем формируем, что каждый элемент этого пространства и есть вектор. Аналогично поступаем, если хотим дать корректное определение комплексного числа, а именно: с помощью системы аксиом определяем множество объектов и операций над ними, а потом выводим, что каждый элемент этого множества и есть комплексное число.

2. Этапы математического моделирования приведены в [2, с. 342–343].

3. Численные методы дают огромное количество ситуаций перехода от непрерывных объектов к дискретным (метод сеток, метод конечных элементов и т. д.).

4. Любая техническая система – ответ на некоторую человеческую потребность (см. историю колеса).

5. Прорывом в теории изобретения технических систем был ТРИЗ (автор Г. С. Альтшуллер, 1948 г. и др.). Его современное ответвление представил Д. Бойд в [5].

Литература

1. Великович, Л. Л. Физика и математика в техническом университете: проблемы взаимодействия и применения в процессе преподавания // Физическое образование: современное состояние и перспективы : материалы Республ. науч.-метод. семинара, посвящ. 65-летию физ.-мат. фак. МГУ им. А. А. Кулешова, Могилев, 16 окт. 2014 г. − С. 9–12.
2. Великович, Л. Л. О некоторых аспектах математического моделирования сложных систем / Л. Л. Великович // Современные проблемы машиноведения : материалы XII Междунар. науч.-техн. конф. (науч. чтения, посвящ. П. О. Сухому), Гомель, 22–23 нояб. 2018 г. / М-во образования Респ. Беларусь, Гомел. гос. техн. ун-т им. П. О. Сухого, Фил. ПАО «Компания «Сухой» ОКБ «Сухого» ; под общ. ред. А. А. Бойко. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2018. – С. 341–343.
3. Иванов, И. Е. Методы подобия физических процессов : учеб. пособие / И. Е. Иванов, В. Е. Ерещенко. – М. : МАДИ, 2015. – 144 с.
4. Кричлоу, Генри Б. Современная разработка нефтяных месторождений – проблемы моделирования : пер. с англ. / Генри Б. Кричлоу. – М. : Недра, 1979. – 303 с.
5. Бойд, Д. Творчество в рамках / Д. Бойд, Д. Голденберг : пер. с англ. И. В. Гродель. – Минск : Попурри, 2014. – 336 с. : ил.

УДК 539.12

ПОСТРОЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ ИНТЕГРАЛОВ МЕЛЛИНА–БАРНСА НА ОСНОВЕ КОНТУРОВ СТАЦИОНАРНОЙ ФАЗЫ

В. И. Лашкевич, О. П. Соловцова

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Интегралы Меллина–Барнса (МБ) [1] – семейство интегралов в комплексной плоскости, подынтегральное выражение которых определяется произведением гамма-функций, широко используются в физике и технике (см., например, работу [2]), и в последние годы достигнут значительный прогресс в численных оценках этих интегралов [3], [4]. Отметим, что в литературе обсуждается расчет интегралов МБ с точностью до 10^{-12} и выше и высокая точность востребована также в математической физике и экспериментальной математике. На первый взгляд, наилучшая эффективность при численной оценке интегралов МБ достигается на контуре стационарной фазы, где осцилляции подынтегральной функции отсутствуют. Однако решение соответствующего дифференциального уравнения для контура стационарной фазы и его последующее применение при численном интегрировании могут потребовать больших компьютерных затрат и даже вообще быть невыполнены. Первая попытка построить эффективную аппроксимацию для контура стационарной фазы с использованием разложения подынтегральной функции в ряд в окрестности седловой точки была сделана Косовером [5] применительно к вычислениям партонных функций распределений (соответствующий контур далее обозначается как C_K).