

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Сельскохозяйственные машины»

## **НАДЕЖНОСТЬ МАШИН**

### **ПРАКТИКУМ**

**по одноименной дисциплине  
для студентов специальности 1-36 12 01  
«Проектирование и производство  
сельскохозяйственной техники»  
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2020

УДК 62-192(075.8)  
ББК 34.414я73  
Н17

*Рекомендовано научно-методическим советом  
механико-технологического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого  
(протокол № 5 от 03.05.2019 г.)*

Составители: *В. Б. Попов, А. В. Голопятин*

Рецензент: гл. конструктор по УССМ НТЦК ОАО «Гомсельмаш» *О. В. Рехлицкий*

Н17 **Надежность машин** : практикум по одной дисциплине для студентов специальности 1-36 12 01 «Проектирование и производство сельскохозяйственной техники» днев. и заоч. форм обучения / В. П. Попов, А. В. Голопятин. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2020. – 61 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Представлены задачи по дисциплине «Надежность машин».  
Для студентов специальности 1-36 12 01 «Проектирование и производство сельскохозяйственной техники» дневной и заочной форм обучения.

УДК 62-192(075.8)  
ББК 34.414я73

© Учреждение образования «Гомельский  
государственный технический университет  
имени П. О. Сухого», 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ.....	4
2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.....	10
2.1. Определение вероятности появления случайной величины.....	10
2.2. Определение вероятности безотказной работы объекта при случайной нагрузке и случайном ее допустимом уровне в пакете MathCAD.....	16
3. ПОКАЗАТЕЛИ БЕЗОТКАЗНОСТИ МАШИН.....	17
3.1. Определения показателей безотказности невосстанавливаемых объектов в пакете MathCAD.....	17
3.2. Определение вероятности безотказной работы при случайной нагрузке с фиксированным допустимым уровнем в пакете MathCAD.....	20
3.3. Двумерная модель внезапного отказа. Определения показателей безотказности металл-полимерной силовой системы.....	21
3.4. Определение вероятности безотказной работы объекта при постепенном отказе.....	29
4. ПОКАЗАТЕЛИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ И РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ МАШИН.....	30
4.1. Определение показателей долговечности объектов.....	30
4.2. Определение показателей ремонтпригодности объектов.....	31
5. ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ О ПОКАЗАТЕЛЯХ НАДЕЖНОСТИ.....	35
6. РАСЧЁТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ.....	46
ЛИТЕРАТУРА.....	61

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

1.1. Допустим, интенсивность отказов объекта описывается степенной функцией вида (рисунок 1.1)

$$\lambda(t) = \alpha \beta^{-\alpha} t^{\alpha-1}. \quad (1.1)$$

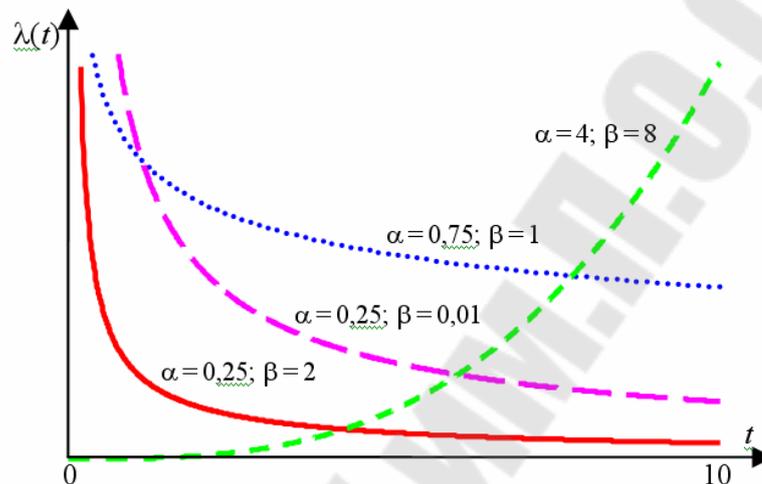


Рис. 1.1. Интенсивность отказов, описываемая степенной функцией

Тогда, в соответствии с основной формулой надежности

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t) dt\right)$$

и выражением

$$\lambda(t) = \frac{1}{P(\xi > t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{P(t)},$$

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} dx\right) = \exp\left(-\frac{\alpha}{\beta^\alpha} \frac{t^\alpha}{\alpha}\right) = \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right), \quad (1.2)$$

$$f(t) = \lambda(t)P(t) = \frac{\alpha t^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right). \quad (1.3)$$

Таким образом, при условии

$$\lambda(t) = \alpha \beta^{-\alpha} t^{\alpha-1},$$

наработка объекта до отказа подчиняется распределению Вейбулла.

**Период нормальной эксплуатации.** В течение этого периода, когда уровень накопленных износных повреждений еще не настолько высок, чтобы вызвать ухудшение выходных качественных параметров

объекта, интенсивность отказов обычно имеет стабильно низкое значение, уровень которого определяется особенностями вида объекта, его исходным качеством, режимами и условиями эксплуатации. Обычно на этом периоде эксплуатации наблюдается несколько характерных для объекта видов внезапных отказов (поломки мелкогабаритного инструмента технологических систем обработки материалов резанием, поломки деталей предохранительных устройств и т. п.), которые в совокупности определяют уровень интенсивности отказов на этом участке. Функция интенсивности отказов объектов вследствие внезапных отказов представлена на рисунке 1.2 кривой  $\lambda_2(t)$ .

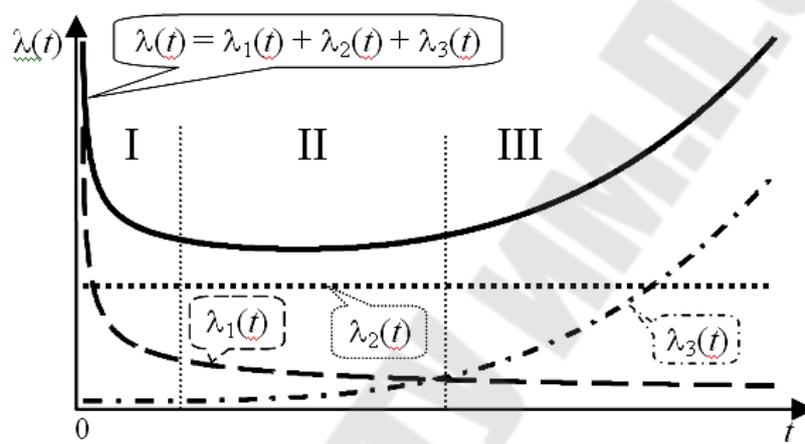


Рис. 1.2. Зависимость интенсивности отказов технических объектов от наработки:

I – период приработки; II – период нормальной эксплуатации;  
III – период старения

1.2. В частном случае, при  $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$  (рис. 1.3) в соответствии с

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t) dt\right)$$

наработка объекта до отказа подчиняется экспоненциальному закону распределения, который широко используется для моделирования внезапных отказов элементов и систем.

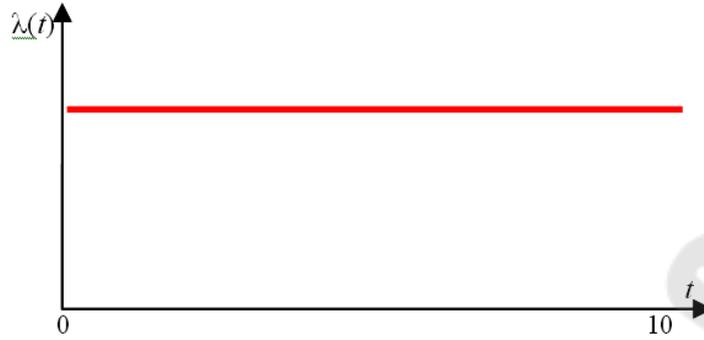


Рис. 1.3. Постоянная интенсивность отказов

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right) = \exp\left(-\int_0^t \lambda dt\right) = e^{-\lambda t}; \quad (1.4)$$

$$F(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad (1.5)$$

$$f(t) = \lambda(t)P(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (1.6)$$

**Заключительный период эксплуатации (период старения).**

В течение этого периода эксплуатации происходит прогрессивное ухудшение выходных параметров объекта, вызванное накопленными износными и деградиационными повреждениями, что вызывает монотонное возрастание интенсивности отказов. Функция интенсивности отказов объектов вследствие износных отказов представлена на рис. 1.2 кривой  $\lambda_3(t)$ .

**Пример 1.3.** Пусть интенсивность отказов может быть описана линейно возрастающей функцией вида (рисунок 1.4)

$$\lambda(t) = ct. \quad (1.7)$$

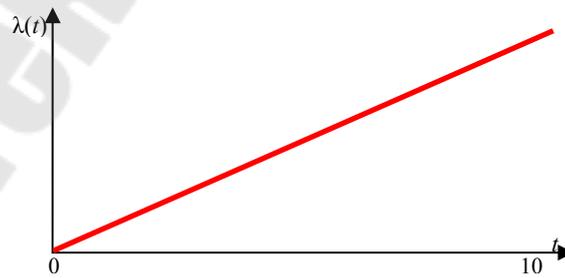


Рис. 1.4. Линейно возрастающая интенсивность отказов

Тогда, в соответствии с основной формулой надежности

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right)$$

и выражением

$$\lambda(t) = \frac{1}{P(\xi > t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{P(t)},$$

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t c t dt\right) = \exp\left(-\frac{c t^2}{2}\right), \quad (1.8)$$

$$f(t) = \lambda(t)P(t) = c t \cdot \exp\left(-\frac{c t^2}{2}\right). \quad (1.9)$$

Таким образом, при условии (1.7), наработка объекта до отказа имеет распределение Рэля (где  $c = \beta^{-2}$ ).

Типичная кривая функции интенсивности отказов  $\lambda(t)$  организационных систем и программного обеспечения ЭВМ приведена на рис. 1.5.



Рис. 1.5. Функция интенсивности отказов организационных систем и программного обеспечения ЭВМ:  
I – период приработки; II – нормальной эксплуатации

В табл. 1.1 представлены сведения об интенсивности отказов некоторых объектов.

Таблица 1.1

### Интенсивности отказов некоторых объектов

Объект / система	Интенсивность отказов, 1/ч
Зубчатые передачи цилиндрические одноступенчатые	$1,2 \cdot 10^{-3}$
То же червячные	$2,0 \cdot 10^{-3}$
» цилиндрические коробок передач	$6,8 \cdot 10^{-3}$
Валы трансмиссий	$3,2 \cdot 10^{-7}$
1000 км нефтепровода	$4,6 \cdot 10^{-5}$
Пассажирский самолет	$10^{-4}$
Станционное электронное оборудование ADM-16/1, используемое в волоконно-оптических системах связи	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Лазер 1550 мкм волоконно-оптических систем связи	$2 \cdot 10^{-5}$
Изоляция 1 км кабеля	$1,5 \cdot 10^{-6}$
Жилы 1 км кабеля	$0,8 \cdot 10^{-6}$

Важной характеристикой обслуживаемых объектов является **остаточная наработка до отказа**  $\xi_\tau$  – наработка объекта от момента контроля технического состояния  $\tau$  до момента отказа  $\xi$  (рис. 1.6):

$$\xi = \tau + \xi_\tau \quad (\text{при условии } \{\xi > \tau\}). \quad (1.10)$$

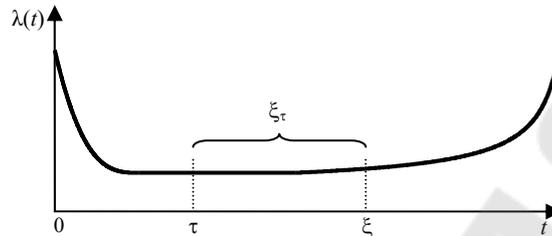


Рис. 1.6. Интерпретация остаточной наработки объекта до отказа

**Вероятность безотказной работы объекта, определяемая по его остаточной наработке**, отсчитываемой с момента контроля технического состояния объекта  $\tau$ ,

$$P_\tau(t) = P(\xi_\tau > t | \xi > \tau) = P(\xi > \tau + t | \xi > \tau), \quad (1.11)$$

где условие  $\{\xi > \tau\}$  указывает на то, что в момент контроля  $\tau$  объект находился в работоспособном состоянии.

В соответствии с выражениями

$$P(t, t + \Delta t) = P(\xi > t + \Delta t | \xi > t) = \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)} = \frac{\int_{t+\Delta t}^{\infty} f(x) dx}{\int_t^{\infty} f(x) dx}, \quad (1.12)$$

где  $P(t + \Delta t)$  – вероятность безотказной работы объекта на интервале наработки  $(0, t + \Delta t)$ ;  $P(t)$  – вероятность безотказной работы объекта на интервале наработки  $(0, t)$ ,

и

$$\lambda(t) = \frac{1}{P(\xi > t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{P(t)},$$

получаем

$$P_\tau(t) = P(\xi > \tau + t | \xi > \tau) = \frac{P(\tau + t)}{P(\tau)} = \exp\left(-\int_0^{\tau+t} \lambda(z) dz\right) / \exp\left(-\int_0^{\tau} \lambda(z) dz\right) = \exp\left(-\int_{\tau}^{\tau+t} \lambda(z) dz\right), \quad (1.13)$$

из чего следует, что вероятность безотказной работы объекта, определяемая по его остаточной наработке, не зависит от интенсивности от-

казов объекта на интервале  $(0, \tau)$ , т. е. до момента контроля технического состояния объекта.

**Функция плотности распределения остаточной наработки до отказа**  $f_\tau(t)$  (случайной величины  $\xi_\tau$ ) определяется в соответствии с

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{d(1 - P(t))}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}$$

выражением

$$\begin{aligned} f_\tau(t) &= -\frac{dP_\tau(t)}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[ \frac{P(\tau + t)}{P(\tau)} \right] = -\frac{1}{P(\tau)} \frac{dP(\tau + t)}{dt} = \left. \frac{dP(u)}{du} \right|_{u = \tau + t} = (1.14) \\ &= -\frac{1}{P(\tau)} \frac{dP(u)}{du} = \frac{f(u)}{P(\tau)} = \frac{f(\tau + t)}{P(\tau)}, \end{aligned}$$

где  $f$  – функция плотности распределения наработки объекта до отказа.

**Средняя остаточная наработка до отказа** – математическое ожидание величины  $\xi_\tau$

$$M[\xi_\tau] = \int_0^\infty t f_\tau(t) dt = \int_0^\infty t \frac{f(\tau + t)}{P(\tau)} dt = \frac{1}{P(\tau)} \int_0^\infty t f(\tau + t) dt. \quad (1.15)$$

**Установленная наработка до отказа**  $t_y$  – наработка объекта, в течение которой отказ объекта считается невозможным событием. Данный показатель предполагает, что  $f(t) = 0$  при  $t < t_y$  (рисунок 1.7).

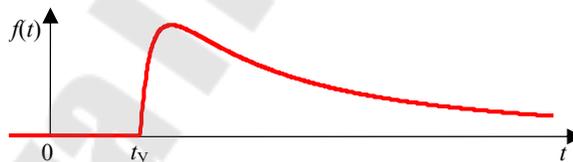


Рис. 1.7. К определению понятия установленной наработки до отказа

Для оценки безотказности высоконадежных объектов, подверженных параметрическим отказам, когда основные показатели малоинформативны (например, вероятность безотказной работы  $P(t) \approx 1$ ), может использоваться **запас надежности** объекта  $K_H$ :

$$K_H = \frac{X_{\max}}{X_{\text{ex}}}, \quad (1.16)$$

где  $X_{\max}$  – максимально допустимое значение выходного параметра  $X$  объекта (например, износа), соответствующее наступлению отказа;  $X_{\text{ex}}$  – наибольшее эксплуатационное значение выходного параметра  $X$  по всей совокупности объектов рассматриваемого типа.

На интервале наработки  $(0, t_y)$  запас надежности объекта  $K_n > 1$ ; при наработке  $t \geq t_y$  (см. рисунок 1.7) запас надежности объекта считается исчерпанным ( $K_n \leq 1$ ), а отказы физически возможны.

## 2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

### 2.1. Определение вероятности появления случайной величины

Опытная вероятность появления случайного события  $A$  определяется по формуле

$$P(A) = \frac{m}{N}, \quad (2.1)$$

где  $P(A)$  – опытная вероятность появления случайного события  $A$ ;

$m$  – опытное число благоприятных случаев появления случайного события  $A$ ;

$N$  – общее количество опытов или повторностей информации или число наблюдаемых машин.

#### Закон сложения вероятностей независимых событий

В том случае, если интересующее событие  $A$  объединяет группу или сумму событий  $A_1, A_2, A_3$  и т. д., то вероятность появления этого события  $A$  или вероятность суммы событий  $A_1 + A_2 + A_3$  и т. д. равно сумме вероятностей этих событий

$$P(A_1 + A_2 + A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3). \quad (2.2)$$

#### Закон умножения вероятностей независимых событий

Вероятность совместного проявления двух и более независимых событий  $A, B$  и т.д. в полной группе событий равно произведению вероятностей этих событий

$$P(A, B) = P(A) \cdot P(B). \quad (2.3)$$

#### Закон умножения вероятностей зависимых событий

Вероятность совместного появления двух и более зависимых событий  $A, B$  и т.д. в полной группе событий равна произведению вероятности появления первого события на условную вероятность второго события:

$$P(A, B) = P(A) \cdot P(B|A). \quad (2.4)$$

### Задание 1

Были проведены испытания  $N$  тракторов. При этом установлено, что у  $m_1$  тракторов эксплуатационные отказы появились в интервале наработок  $A_1 = 100 \dots 200$  моточасов, у  $m_2$  – в интервале  $A_2 = 200 \dots 300$  моточасов, у  $m_3$  – в интервале  $A_3 = 300 \dots 400$  моточасов, у  $m_4$  – в интервале  $A_4 = 400 \dots 500$  моточасов и, наконец, у  $m_5$  – в интервале  $A_5 = 500 \dots 600$  моточасов.

Требуется определить, чему равна опытная вероятность появления эксплуатационного отказа в каждом интервале наработки трактора. Вариант задания – табл. 2.1.

Таблица 2.1

**Исходные данные**

Вариант	$N$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_5$
1	21	2	3	5	10	1
2	25	3	4	7	8	3
3	30	4	5	9	8	4
4	35	5	6	10	9	5
5	40	6	5	11	12	6
6	19	4	4	6	5	0
7	22	3	4	4	4	7
8	23	4	3	5	6	5
9	32	2	5	9	13	3
10	37	1	8	10	14	4
11	36	3	5	7	16	5
12	27	5	6	9	6	1
13	28	4	7	8	7	2
14	26	3	6	7	8	3

**Пример выполнения задания 1**

Исходные данные:

$N = 20$  шт;  $m_1 = 3$  шт;  $m_2 = 5$  шт;  $m_3 = 7$  шт;  $m_4 = 3$  шт;  $m_5 = 2$  шт.

Решение

Пользуясь формулой (2.1) определим вероятность появления эксплуатационного отказа в каждом интервале наработок тракторов:

$$P(A_1) = \frac{3}{20} = 0,15 \text{ или } 15 \%; \quad P(A_2) = \frac{5}{20} = 0,25 \text{ или } 25 \%;$$

$$P(A_3) = \frac{7}{20} = 0,35 \text{ или } 35 \%; \quad P(A_4) = \frac{3}{20} = 0,15 \text{ или } 15 \%;$$

$$P(A_5) = \frac{2}{20} = 0,1 \text{ или } 10 \%.$$

## Задание 2

Требуется определить, какой процент тракторов в условиях предыдущего задания (табл. 2.1) будет иметь отказы в интервале их средней наработки от 200 до 500 моточасов.

### *Пример выполнения задания 2*

Исходные данные:

$$N = 20 \text{ шт}; m_2 = 5 \text{ шт}; m_3 = 7 \text{ шт}; m_4 = 3 \text{ шт}.$$

### Решение

Событие  $A$  – количество отказов тракторов в интервале наработок от 200 до 500 моточасов определяет три события:

$A_2$  – количество отказов в интервале от 200 до 300 моточасов;

$A_3$  – количество отказов в интервале от 300 до 400 моточасов;

$A_4$  – количество отказов в интервале от 400 до 500 моточасов.

Следовательно, ожидаемое количество отказов в интервале параметров от 200 до 500 моточасов определим по закону сложения вероятностей независимых событий (3.2)

$$P(A) = P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) = \frac{5}{20} + \frac{7}{20} + \frac{3}{20} = 0,75.$$

Т. е. 75 % тракторов будут иметь отказы в интервале их наработки от 200 до 500 моточасов.

## Задание 3

В двух колхозах работают по  $N$  тракторов одной марки, эксплуатационные отказы которых распределены по закону, приведенному в задании 1. Необходимо определить вероятности совместного проявления отказа у трактора  $A$  из первого колхоза и у трактора  $B$  из второго колхоза в интервале их наработок  $A_3 = 300..400$  моточасов.

### *Пример выполнения задания 3*

Исходные данные:

$$N = 20 \text{ шт}; m_3 = 7 \text{ шт}.$$

### Решение

Эти два события не связаны между собой, т.к. вероятность появления одного из них не зависит от того, произошло или не произошло второе событие. Поэтому применяется уравнение (3.3)

$$P(A(A_3); B(A_3)) = P(A(A_3)) \cdot P(B(A_3)) = \frac{7}{20} \cdot \frac{7}{20} = 0,1225.$$

#### Задание 4

По данным табл. 2.1 определить вероятность совместного появления отказов у тракторов  $A$  и  $B$ , работающих в одном колхозе, при их средней наработке  $A_3 = 300..400$  моточасов.

#### *Пример выполнения задания 4*

Исходные данные:

$N = 20$  шт;  $m_3 = 7$  шт.

#### Решение

Эти два события связаны между собой, т.к. вероятность появления одного из них зависит от того, произошло или нет второе событие (появление отказа у трактора  $B$ ). Поэтому вероятность появления одного из них зависит от того, произошло или нет второе событие (появление отказа у трактора  $B$ ). Поэтому вероятность совместного появления отказов у тракторов  $A$  и  $B$  определяется по закону умножения вероятностей зависимых событий (2.4)

$$P(A(A_3); B(A_3)) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{7}{20} \cdot \frac{6}{19} = 0,112.$$

#### Задание 5

Из условий по табл. 2.1 определить полную группу событий всех возможных вариантов совместного появления отказов у тракторов  $A$  и  $B$ , работающих в разных колхозах и при их разных наработках.

#### *Пример выполнения задания 5*

Исходные данные:

$N = 20$  шт;  $m_1 = 3$  шт;  $m_2 = 5$  шт;  $m_3 = 7$  шт;  $m_4 = 3$  шт;  $m_5 = 2$  шт.

#### Решение

1. Определим количество событий в полной группе: трактор  $A$  отказал в интервале наработок  $A_1 = 100..200$  моточасов, а трактор  $B$  соответственно  $A_1 = 100..200$ ,  $A_2 = 200..300$ ,  $A_3 = 300..400$ ,  $A_4 = 400..500$  и  $A_5 = 500..600$  моточасов, всего 5 событий. Аналогично по 5 событий произойдет при отказе трактора  $A$  в интервале  $A_2 = 200..300$ ,  $A_3 = 300..400$ ,  $A_4 = 400..500$  и  $A_5 = 500..600$  моточасов. Таким образом, полная группа событий состоит из 25 отдельных событий;

2. Определим вероятность всех событий в полной группе (события несвязанные):

$$\sum_1^{25} P(A, B) = \frac{3}{20} \cdot \frac{3}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{5}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{7}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{3}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{20} + \frac{5}{20} \cdot \frac{3}{20} + \frac{5}{20} \times$$

$$\times \frac{5}{20} + \frac{5}{20} \cdot \frac{7}{20} + \frac{5}{20} \cdot \frac{3}{20} + \frac{5}{20} \cdot \frac{2}{20} + \frac{7}{20} \cdot \frac{3}{20} + \frac{7}{20} \cdot \frac{5}{20} + \frac{7}{20} \cdot \frac{7}{20} + \frac{7}{20} \cdot \frac{3}{20} +$$

$$+ \frac{7}{20} \cdot \frac{2}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{3}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{5}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{7}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{3}{20} + \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{20} + \frac{2}{20} \cdot \frac{3}{20} +$$

$$+ \frac{2}{20} \cdot \frac{5}{20} + \frac{2}{20} \cdot \frac{7}{20} + \frac{2}{20} \cdot \frac{3}{20} + \frac{2}{20} \cdot \frac{2}{20} = 1.$$

### Задание 6

Для условий задания 1 (табл. 2.1) ( $N$  тракторов работают в одном хозяйстве) определить полную группу событий всех возможных вариантов совместного появления отказов у тракторов  $A$  и  $B$  при всех возможных вариантах их наработок.

#### Пример выполнения задания 6

Исходные данные:

$N = 20$  шт;  $m_1 = 3$  шт;  $m_2 = 5$  шт;  $m_3 = 7$  шт;  $m_4 = 3$  шт;  $m_5 = 2$  шт.

#### Решение

1. Определим количество событий в полной группе рассуждая так же, как в предыдущем задании, определяем, что число событий полной группы равно 25.

2. Определим вероятность всех событий в полной группе (события связанные):

$$\sum_1^{25} P(A, B) = \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{7}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{3}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{3}{19} + \frac{5}{20} \times$$

$$\times \frac{4}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{7}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{3}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{2}{19} + \frac{7}{20} \cdot \frac{3}{19} + \frac{7}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{7}{20} \cdot \frac{6}{19} + \frac{7}{20} \cdot \frac{3}{19} +$$

$$+ \frac{7}{20} \cdot \frac{2}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{3}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{7}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{19} +$$

$$+ \frac{2}{20} \cdot \frac{3}{19} + \frac{2}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{2}{20} \cdot \frac{7}{19} + \frac{2}{20} \cdot \frac{3}{19} + \frac{2}{20} \cdot \frac{1}{19} = 1.$$

### Задание 7

На складе готовой продукции ремонтного предприятия имеется  $N$  двигателей, из которых  $m_1$  отремонтированных и  $m_2$  новых (из обменного фонда) (табл. 2.2). Заказчик получает со склада 2 двигате-

ля. В этом случае полную группу событий образуют следующие четыре события:

- 1) оба двигателя новые;
- 2) оба двигателя отремонтированные;
- 3) первый двигатель отремонтированный, второй – новый;
- 4) первый двигатель новый, второй – отремонтированный.

Требуется определить:

- а) Вероятность того, что оба двигателя окажутся новыми.
- б) Вероятность того, что хотя бы один двигатель из двух окажется новым. События связанные

Таблица 2.2

**Исходные данные**

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$N$	22	24	26	28	30	32	31	29	27	25	23	21	20	19
$m_1$	19	20	21	22	24	28	27	24	21	20	20	18	16	16
$m_2$	3	4	5	6	6	4	4	5	6	5	3	3	4	3

**Пример выполнения задания 7**

Исходные данные

$$N = 25; m_1 = 20; m_2 = 5.$$

Решение

Для решения воспользуемся уравнением связанных событий

$$P(D_n, D_n) = P(D_n) \cdot P(D_n | D_n) = \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} = 0,0333.$$

Условиям задачи соответствует 1, 3 и 4-ое события. Вероятность появления каждого события определяется по закону умножения зависимых событий, а вероятность получения хотя бы одного нового двигателя по закону сложения вероятностей трёх этих событий

$$\begin{aligned}
 P(D_n \text{ из } 2 D) &= P(D_n, D_n) + P(D_p, D_n) + P(D_n, D_p) = P(D_n) \cdot P(D_n | D_n) + \\
 &+ P(D_p) \cdot P(D_n | D_p) + P(D_n) \cdot P(D_p | D_n) = \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} + \frac{20}{25} \cdot \frac{5}{24} + \frac{5}{25} \cdot \frac{20}{24} = \\
 &= \frac{220}{600} = 0,367.
 \end{aligned}$$

Решение этого задания может быть упрощено применением противоположных событий. В данном случае противоположным событием является получение двух отремонтированных двигателей. Вероятность такого события определяется по уравнению

$$P(D_p, D_p) = P(D_p) \cdot P(D_p | D_p) = \frac{20}{25} \cdot \frac{19}{24} = \frac{380}{600} \approx 0,63.$$

Вероятность получения хотя бы одного нового двигателя из двух определяется по уравнению

$$P(D_{\text{из 2 D}}) = 1 - P(D_p, D_p) = 1 - 0,63 = 0,37.$$

Правильность решения этого примера может быть проверена по сумме вероятностей полной группы событий, которая должна быть равна единице.

$$P = \frac{220}{600} + \frac{380}{600} = \frac{380}{380} = 1.$$

## 2.2. Определение вероятности безотказной работы объекта при случайной нагрузке и случайном ее допустимом уровне в пакете MathCAD\*

**Пример.** Определим вероятность безотказной работы оси мобильной машины, предполагая, что нагрузка на ось подчиняется гамма-распределению с математическим ожиданием 20 МПа и стандартным отклонением 6 МПа, а предел прочности оси мобильной машины подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием 40 МПа и стандартным отклонением 5 МПа.

Задание математических ожиданий и стандартных отклонений величины нагрузки ( $M_n$ ,  $\sigma_n$ ), а также предела прочности оси мобильной машины ( $M_p$ ,  $\sigma_p$ )

$M_n := 20$                        $\sigma_n := 6$                        $M_p := 40$                        $\sigma_p := 5$

Определение параметров  $\alpha$  и  $\beta$  функции гамма-распределения величины нагрузки решением системы уравнений

$\alpha := 20$                        $\beta := 1$

Given

$M_n = \alpha \cdot \beta$

$\sigma_n = \sqrt{\alpha} \cdot \beta$

$\text{Find}(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} 11.111111 \\ 1.8 \end{pmatrix}$

Система уравнений решена, параметры  $\alpha$  и  $\beta$  определены

$\alpha := 11.11111$                        $\beta := 1.8$

Задание функции плотности гамма-распределения величины нагрузки

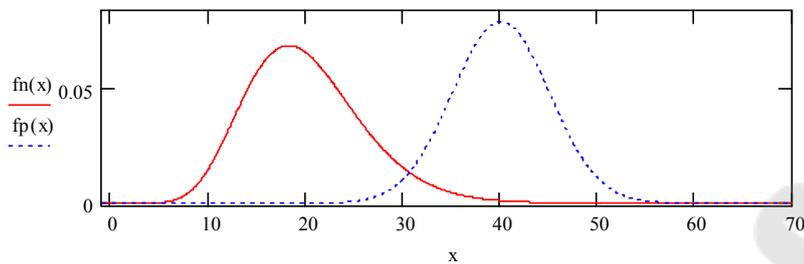
$$\text{fn}(x) := \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha, 0)} \cdot \exp\left(\frac{-x}{\beta}\right) & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Задание функции плотности нормального распределения предела прочности

\* Копия экрана с вычислениями в пакете компьютерной математики MathCAD в практикуме помещена в рамку.

$$f_p(x) := \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp \left[ \frac{-(x - M_p)^2}{2 \cdot \sigma^2} \right]$$

Иллюстрация функции плотности распределения нагрузки  $f_n(x)$  и предела прочности  $f_p(x)$



Определение вероятности безотказной работы оси мобильной машины

$$R := \int_0^{1000} f_n(x) \cdot \left( \int_x^{1000} f_p(y) dy \right) dx$$

$R = 0.990466$

Вывод: вероятность безотказной работы оси мобильной машины составляет 0,990466.

### 3. ПОКАЗАТЕЛИ БЕЗОТКАЗНОСТИ МАШИН

#### 3.1. Определения показателей безотказности невосстанавливаемых объектов в пакете MathCAD\*

**Пример.** Предполагая, что время наработки до отказа кривошипно-шатунного механизма поршневой машины подчиняется распределению Вейбулла с параметрами  $\alpha = 1,5$  и  $\beta = 2500$  ч, определить следующие показатели безотказности функционирования объекта:

- 1) построить график функции плотности распределения наработки объекта до отказа;
- 2) вероятность безотказной работы в течение наработки 2000 ч;
- 3) вероятность безотказной работы объекта в интервале наработки от 1000 до 3000 ч;
- 4) среднюю наработку до отказа  $\bar{t}$ ;
- 5) гамма-процентную наработку до отказа  $t_\gamma$  для  $\gamma = 95\%$ ;
- 6) определить и построить график функции интенсивности отказов  $\lambda(t)$ ;
- 7) вероятность безотказной работы объекта, определяемую по его остаточной наработке (интересующая наработка – 1000 ч, момент технического осмотра – 2000 ч);

\* Копия экрана с вычислениями в пакете компьютерной математики MathCAD в практикуме помещена в рамку.

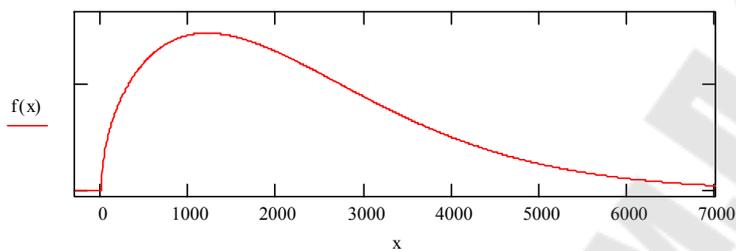
8) среднюю остаточную наработку до отказа (момент технического осмотра – 2000 ч).

Задание функции плотности распределения времени наработки объекта до отказа (в соответствии с распределением Вейбулла)

$$\beta := 2500 \quad \alpha := 1.5$$

$$f(x) := \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta^\alpha} \cdot x^{\alpha-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right] & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

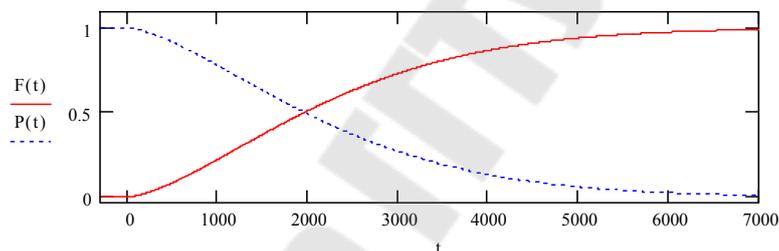
Иллюстрация функции плотности распределения наработки объекта до отказа, ч



Определение и иллюстрация зависимости вероятности отказа  $F(t)$  и вероятности безотказной работы  $P(t)$  объекта от наработки  $t$

$$F(t) := \int_0^t f(x) dx$$

$$P(t) := 1 - F(t)$$



Вероятность безотказной работы объекта в течение 2000 ч

$$P(2000) = 0.4889265$$

Вероятность безотказной работы объекта в интервале наработки от 1000 до 3000 ч

$$PP := \frac{P(3000)}{P(1000)}$$

$$PP = 0.345918$$

Средняя наработка объекта до отказа, ч

$$T := \int_0^{9990000} x \cdot f(x) dx$$

$$T = 2.256863 \times 10^3$$

Определение гамма-процентной наработки, ч ( $\gamma = 0,95$ )

$$t_\gamma := 2000$$

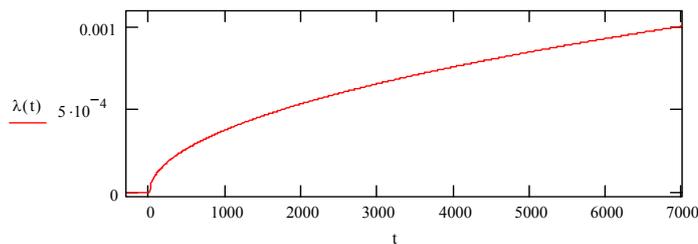
Given

$$F(t_\gamma) = 1 - 0.95$$

$$\text{Find}(t_\gamma) = 345.125226$$

Определение и иллюстрация функции интенсивности отказов

$$\lambda(t) := \frac{f(t)}{P(t)}$$



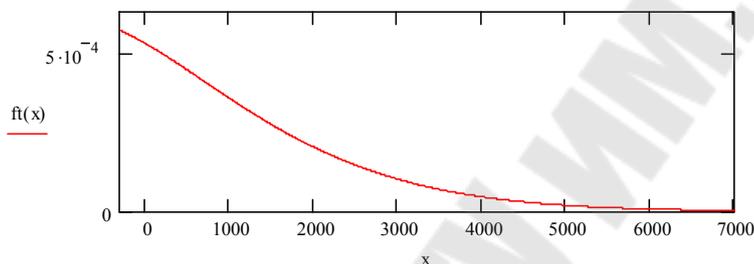
Вероятность безотказной работы объекта, определяемая по остаточной наработке

$$P_t := \frac{P(2000 + 1000)}{P(2000)}$$

$$P_t = 0.549365$$

Определение функции плотности распределения остаточной наработки до отказа

$$f_t(x) := \frac{f(2000 + x)}{P(2000)}$$



Определение средней остаточной наработки до отказа

$$T_t := \int_0^{9900000} x \cdot f_t(x) dx$$

$$T_t = 1.474072 \times 10^3$$

Вывод:

- вероятность безотказной работы объекта в течение наработки 2000 ч равна 0,4889265;
- вероятность безотказной работы объекта в интервале наработки от 1000 до 3000 ч составляет 0,345918;
- средняя наработка объекта до отказа – 2256,863 ч;
- гамма-процентная наработка до отказа для  $\gamma = 95\%$  составляет 345,125226 ч;
- вероятность безотказной работы объекта, определяемая по остаточной наработке 1000 ч (с момента технического осмотра – 2000 ч), составляет 0,549365;
- средняя остаточная наработка до отказа (с момента технического осмотра 2000 ч) равна 1474,072 ч.

### 3.2. Определение вероятности безотказной работы при случайной нагрузке с фиксированным допустимым уровнем в пакете MathCAD\*

**Пример.** Определить вероятность безотказной работы пальца гусеницы трактора, если предполагается, что нагрузка, прикладываемая к пальцу, подчиняется логнормальному распределению с математическим ожиданием 20 МПа и стандартным отклонением 10 МПа, а предел прочности пальца составляет 40 МПа.

Задание математического ожидания  $M_n$  и стандартного отклонения  $\sigma_n$  величины нагрузки, а также предела прочности  $\sigma_p$  пальца

$$M_n := 20 \quad \sigma_n := 10 \quad \sigma_p := 40$$

Определение параметров  $\mu$  и  $\sigma$  функции логнормального распределения величины нагрузки решением системы уравнений

$$\mu := 20 \quad \sigma := 1$$

Given

$$M_n = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \quad \sigma_n = \sqrt{\exp(2 \cdot \mu + \sigma^2) \cdot (\exp(\sigma^2) - 1)}$$

$$\text{Find}(\mu, \sigma) = \begin{pmatrix} 2.88416 \\ 0.472381 \end{pmatrix}$$

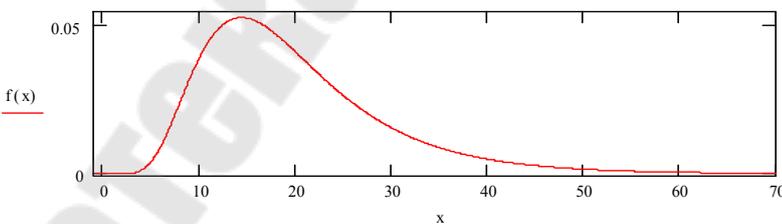
Система уравнений решена, параметры  $\mu$  и  $\sigma$  определены

$$\mu := 2.88416 \quad \sigma := 0.472381$$

Задание функции плотности логнормального распределения величины нагрузки

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{\sigma \cdot x \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left[\frac{-(\ln(x) - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right] & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Иллюстрация функции плотности распределения величины нагрузки



Определение вероятности безотказной работы пальца

$$R := \int_0^{\sigma_p} f(x) \, dx \quad R = 0.955766$$

**Вывод:** вероятность безотказной работы пальца гусеницы трактора составляет 0,955766.

\* Копия экрана с вычислениями в пакете компьютерной математики MathCAD в практикуме помещена в рамку.

### 3.3. Двумерная модель внезапного отказа. Определения показателей безотказности металл-полимерной силовой системы

**Случай независимых воздействий. Пример** построения модели и определения показателей безотказности простейшей металл-полимерной силовой системы типа вал – подшипник скольжения. Требуется определить вероятность отказа системы при совместном действии нормального и фрикционного напряжений. Величины действующих напряжений  $X$  и  $Y$  детерминированы и известны. Значения предела выносливости вала  $\sigma_{-1}$ , выполненного из нормализованной стали 45, заданы функцией распределения Вейбулла в виде

$$F_{\sigma_{-1}}(X) = P(\sigma_{-1} \leq X) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\eta_{\sigma} \left(\frac{X - \sigma_{-1\min}}{\sigma_w}\right)^{m_V}\right), & X > \sigma_{-1\min}, \\ 0, & X \leq \sigma_{-1\min}, \end{cases} \quad (3.1)$$

где  $\eta_{\sigma}$  – коэффициент, учитывающий форму тела и схему его циклического деформирования (0,016);  $\sigma_{-1\min}$  – минимальное значение предела выносливости вала (150 МПа);  $\sigma_w$  – параметр напряжений Вейбулла (160 МПа);  $m_V$  – параметр механической неоднородности стали (16,4). Данная функция имеет смысл вероятности отказа вала по критерию сопротивления механической усталости при напряжении  $X$ .

Значения предела фрикционной усталости контртела  $\tau_f$  (вкладыша подшипника скольжения), выполненного из полимера ВКВ-30Н, заданы функцией распределения Фреше в виде

$$F_{\tau_f}(Y) = P(\tau_f \leq Y) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\eta_{\tau} \left(\frac{\tau_{ff}^{(1)} \Delta T}{\tau_d - Y}\right)^{m_S}\right), & Y < \tau_d, \\ 1, & Y \geq \tau_d, \end{cases} \quad (3.2)$$

где  $\eta_{\tau}$  – коэффициент, учитывающий форму контртела и схему его контактного взаимодействия с телом в процессе трения, принимает значение (0,12);  $\tau_{ff}^{(1)}$  – единичное термофлуктуационное напряжение (0,21 МПа);  $\Delta T$  – приращение температуры при заданном термодинамическом состоянии полимера (40 °С);  $\tau_d$  – верхняя граница предельных напряжений (49,5 МПа);  $m_S$  – параметр механической неоднородности полимера (4,6). Данная функция имеет смысл вероятности отказа полимерного контртела по критерию сопротивления фрикционной усталости при напряжении  $Y$ .

Отказ рассматриваемой силовой системы (вал – подшипник) происходит при разрушении хотя бы одного элемента, поэтому веро-

ятность безотказной работы будем определять как вероятность совместного выполнения двух событий:

- $\{X < \sigma_{-1}\}$  – действующее значение нормального напряжения  $X$  на вал меньше предела выносливости вала  $\sigma_{-1}$ ;
- $\{Y < \tau_f\}$  – действующее значение фрикционного напряжения  $Y$  меньше предела фрикционной усталости контртела  $\tau_f$ , т. е.

$$R = P(\{X < \sigma_{-1}\} \cap \{Y < \tau_f\}) . \quad (3.3)$$

Предполагая, что воздействия нормального и фрикционного напряжений независимы и влекут разрушение соответствующего элемента,

$$\begin{aligned} R &= P(\{X < \sigma_{-1}\} \cap \{Y < \tau_f\}) = P(X < \sigma_{-1}) P(Y < \tau_f) = \\ &= [1 - P(\sigma_{-1} \leq X)][1 - P(\tau_f \leq Y)] = [1 - F(X)][1 - F(Y)] . \end{aligned} \quad (3.4)$$

Расчеты показателей безотказности металл-полимерной силовой системы выполнены в пакете MathCAD\*.

Задание функции распределения предела выносливости вала выражением (3.1)

$$mv := 16.4 \quad \sigma_w := 160 \quad \sigma_{min} := 150 \quad \eta\sigma := 0.016$$

$$F1(X) := \begin{cases} 1 - \exp\left[-\eta\sigma \cdot \left(\frac{X - \sigma_{min}}{\sigma_w}\right)^{mv}\right] & \text{if } X > \sigma_{min} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Определение плотности распределения предела выносливости вала и иллюстрация вероятности безотказной работы вала при воздействии нормального напряжения в 320 МПа (см. площадь криволинейной трапеции справа от прямой  $X = 320$ )

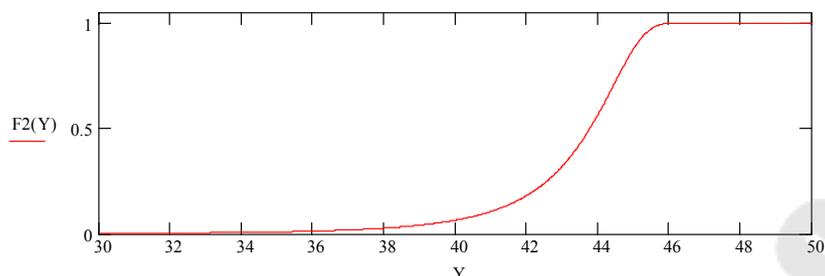
$$f1(X) := \frac{d}{dX} F1(X)$$

Задание функции распределения предела фрикционной усталости контртела выражением (3.2)

\* Копия экрана с вычислениями в пакете компьютерной математики MathCAD в практикуме помещена в рамку.

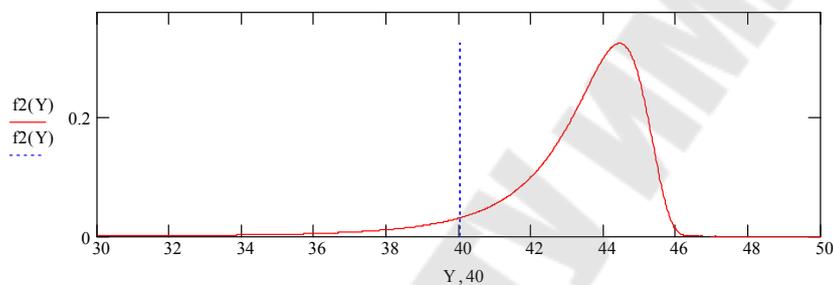
$$\eta\tau := 0.12 \quad \tau d := 49.5 \quad ms := 4.6 \quad \Delta T := 40 \quad \tau_{tf} := 0.21$$

$$F2(Y) := \begin{cases} 1 - \left[ \exp \left[ -\eta\tau \cdot \left( \frac{\tau_{tf} \cdot \Delta T}{\tau d - Y} \right)^{ms} \right] \right] & \text{if } Y < \tau d \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Определение плотности распределения предела фрикционной усталости контртела и иллюстрация вероятности безотказной работы контртела при фрикционном напряжении в 40 МПа (см. площадь криволинейной трапеции справа от прямой  $Y = 40$ )

$$f2(Y) := \frac{d}{dY} F2(Y)$$



Определение вероятности безотказной работы (R) силовой системы, как вероятности безотказной работы по каждому из двух воздействий X и Y в соответствии с выражением (3.4)

$$R(X, Y) := (1 - F1(X)) \cdot (1 - F2(Y))$$

Вероятность безотказной работы (R) силовой системы для некоторых значений воздействий X и Y

$$R(300, 28) = 0.992883 \quad R(240, 32) = 0.995906$$

$$R(300, 35) = 0.984824 \quad R(300, 32) = 0.990393$$

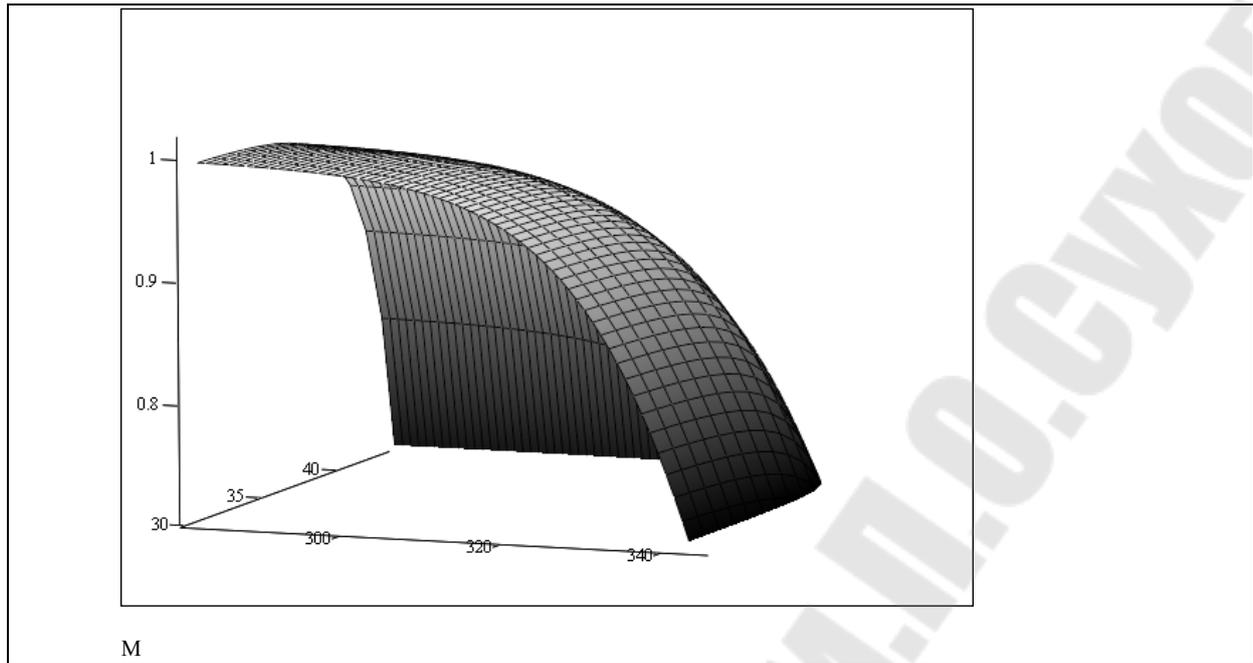
$$R(300, 38) = 0.966723 \quad R(320, 32) = 0.953759$$

$$R(300, 42) = 0.812483 \quad R(330, 32) = 0.891799$$

$$R(300, 44) = 0.428558 \quad R(340, 32) = 0.761788$$

Графическая интерпретация вероятности безотказной работы R силовой системы

$$i := 200..380 \quad j := 28..60 \quad M_{i,j} := R(i,j)$$



**Два случая зависимых воздействий.** Предполагая, что воздействия нормального и фрикционного напряжений в примере, рассматриваемом в предыдущем подпункте, зависимы, вероятность безотказной работы силовой системы будет определяться выражением

$$R = P(\{Y < \tau_f\} \cap \{X < \sigma_{-1}\}) = P(Y < \tau_f) P(X < \sigma_{-1} | Y < \tau_f) = [1 - P(\tau_f \leq Y)] [1 - P(\sigma_{-1} \leq X | Y < \tau_f)] = [1 - F_{\tau_f}(Y)] [1 - F_{\sigma_{-1}}(X | Y < \tau_f)]. \quad (3.5)$$

Известно, что математическое ожидание предела выносливости вала  $\sigma_{-1}$ , подчиняющегося распределению Вейбулла, в (3.1) прямо пропорционально параметру напряжений Вейбулла  $\sigma_w$ , т. е.

$$M[\sigma_{-1}] = \text{const} \cdot \sigma_w. \quad (3.6)$$

Примем допущение о том, что математическое ожидание предела выносливости вала  $\sigma_{-1}$  зависит также от величины приложенного фрикционного напряжения  $Y$  следующим образом:

$$M[\sigma_{-1}] = \text{const} \cdot \sigma_w = \text{const} (160 - 0,5 Y). \quad (3.7)$$

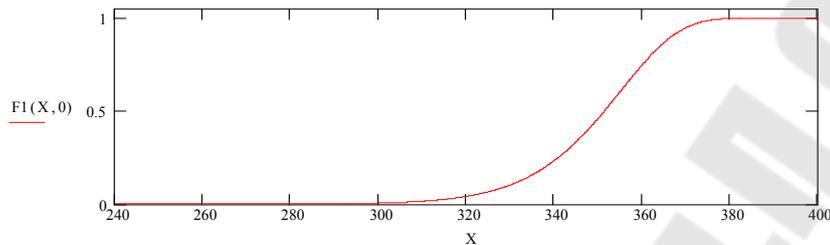
Тогда условная функция распределения предела выносливости вала  $\sigma_{-1}$

$$F_{\sigma_{-1}}(X | Y < \tau_f) = P(\sigma_{-1} \leq X | Y < \tau_f) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\eta_\sigma \left(\frac{X - \sigma_{-1 \min}}{160 - 0,5 Y}\right)^{m_v}\right), & X > \sigma_{-1 \min}; \\ 0, & X \leq \sigma_{-1 \min}. \end{cases} \quad (3.8)$$

Определение других функций и значения количественных параметров аналогичны случаю независимых воздействий. Расчеты показателей безотказности металл-полимерной силовой системы выполнены в пакете MathCAD\*.

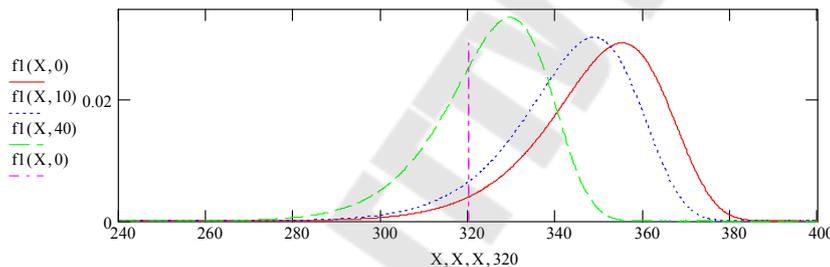
Задание функции распределения предела выносливости вала выражением (3.1)

$$\begin{aligned}
 &mv := 16.4 \quad \sigma_{\min} := 150 \quad \eta\sigma := 0.016 \\
 &F1(X, Y) := \begin{cases} 1 - \exp\left[-\eta\sigma \cdot \left(\frac{X - \sigma_{\min}}{160 - 0.5 \cdot Y}\right)^{mv}\right] & \text{if } X > \sigma_{\min} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}
 \end{aligned}$$



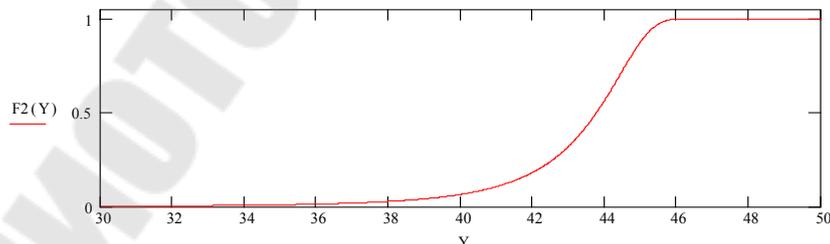
Определение плотности распределения предела выносливости вала и иллюстрация вероятности безотказной работы вала при воздействии нормального напряжения в 320 МПа (см. площадь криволинейной трапеции справа от прямой X = 320)

$$f1(X, Y) := \frac{d}{dX} F1(X, Y)$$



Задание функции распределения предела фрикционной усталости контртела выражением (3.2)

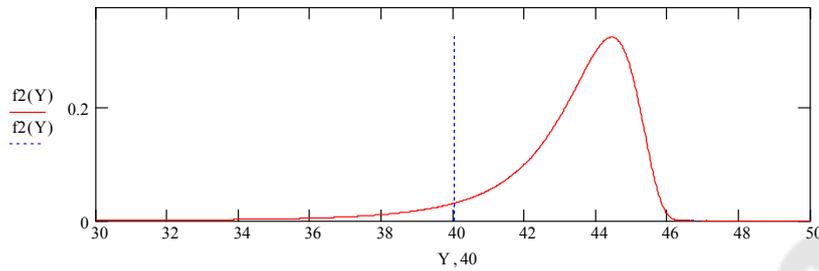
$$\begin{aligned}
 &\eta\tau := 0.12 \quad \tau_d := 49.5 \quad ms := 4.6 \quad \Delta T := 40 \quad \tau_{tf} := 0.21 \\
 &F2(Y) := \begin{cases} 1 - \left[ \exp\left[-\eta\tau \cdot \left(\frac{\tau_{tf} \cdot \Delta T}{\tau_d - Y}\right)^{ms}\right] \right] & \text{if } Y < \tau_d \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}
 \end{aligned}$$



Определение плотности распределения предела фрикционной усталости контртела и иллюстрация вероятности безотказной работы контртела при фрикционном напряжении в 40 МПа (см. площадь криволинейной трапеции справа от прямой Y = 40)

\* Копия экрана с вычислениями в пакете компьютерной математики MathCAD в практикуме помещена в рамку.

$$f_2(Y) := \frac{d}{dY} F_2(Y)$$



Определение вероятности безотказной работы ( $R$ ) силовой системы, как вероятности безотказной работы по каждому из двух воздействий  $X$  и  $Y$  в соответствии с выражением (3.4)

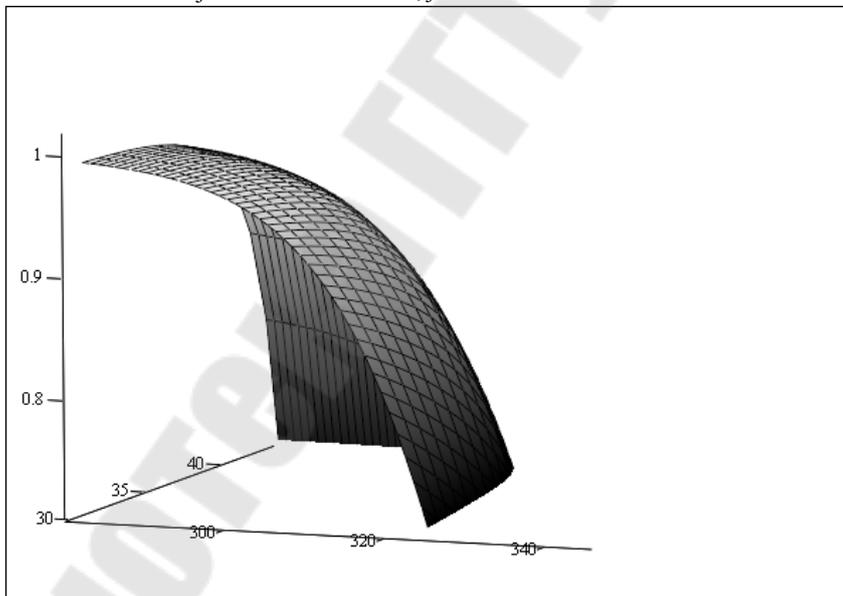
$$R(X, Y) := (1 - F_1(X, Y)) \cdot (1 - F_2(Y))$$

Вероятность безотказной работы ( $R$ ) силовой системы для некоторых значений воздействий  $X$  и  $Y$

$R(300, 28) = 0.973833$	$R(240, 32) = 0.9959$
$R(300, 35) = 0.954233$	$R(300, 32) = 0.965265$
$R(300, 38) = 0.93013$	$R(320, 32) = 0.780742$
$R(300, 42) = 0.772672$	$R(330, 32) = 0.534937$
$R(300, 44) = 0.40471$	$R(340, 32) = 0.220345$

Графическая интерпретация вероятности безотказной работы  $R$  силовой системы

$$i := 200..380 \quad j := 28..60 \quad M_{i,j} := R(i, j)$$



**Второй случай зависимых воздействий.** Предполагается, что условная функция распределения предела выносливости вала в (3.5) такова, что вероятность безотказной работы силовой системы определяется выражением

$$R = [1 - F_{\sigma_{-1}}(X)][1 - F_{\tau_f}(Y)]\Psi(X, Y), \quad (3.9)$$

где  $\Psi(X, Y)$  – функция взаимосвязи нормального и фрикционного напряжений, определяемая выражением

$$\Psi(X, Y) = 1 - \frac{Y}{X} \frac{M[\sigma_{-1}]}{M[\tau_f]} \exp\left(-\frac{Y}{X} \frac{M[\sigma_{-1}]}{M[\tau_f]}\right). \quad (3.10)$$

Определение других функций и значения количественных параметров аналогичны предыдущему примеру. Расчеты показателей безотказности металл-полимерной силовой системы выполнены в пакете MathCAD\*.

Задание функции распределения предела выносливости вала выражением (3.1)

$$mv := 16.4 \quad \sigma_w := 160 \quad \sigma_{min} := 150 \quad \eta\sigma := 0.016$$

$$F1(X) := \begin{cases} \left[ 1 - \exp\left[-\eta\sigma \cdot \left(\frac{X - \sigma_{min}}{\sigma_w}\right)^{mv}\right] \right] & \text{if } X > \sigma_{min} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Функция распределения предела фрикционной усталости контртела (3.2)

$$\eta\tau := 0.12 \quad \tau_d := 49.5 \quad ms := 4.6 \quad \Delta T := 40 \quad \tau_{tf} := 0.21$$

$$F2(Y) := \begin{cases} \left[ 1 - \exp\left[-\eta\tau \cdot \left(\frac{\tau_{tf} \cdot \Delta T}{\tau_d - Y}\right)^{ms}\right] \right] & \text{if } Y < \tau_d \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Определение математического ожидания предела выносливости вала

$$M1 := \int_0^{\infty} (1 - F1(X)) dX \quad M1 = 349.356111$$

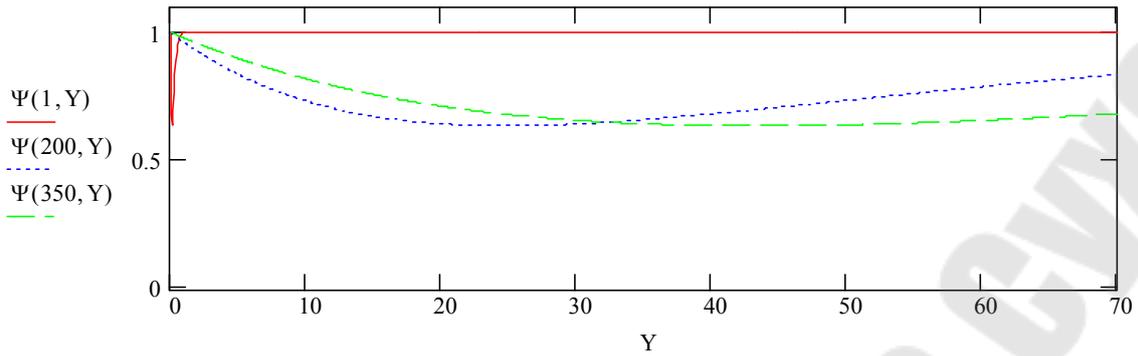
Математическое ожидание предела фрикционной усталости контртела

$$M2 := \int_0^{\infty} (1 - F2(Y)) dY \quad M2 = 43.22594$$

Определение и иллюстрация функции взаимосвязи нормального и фрикционного напряжений

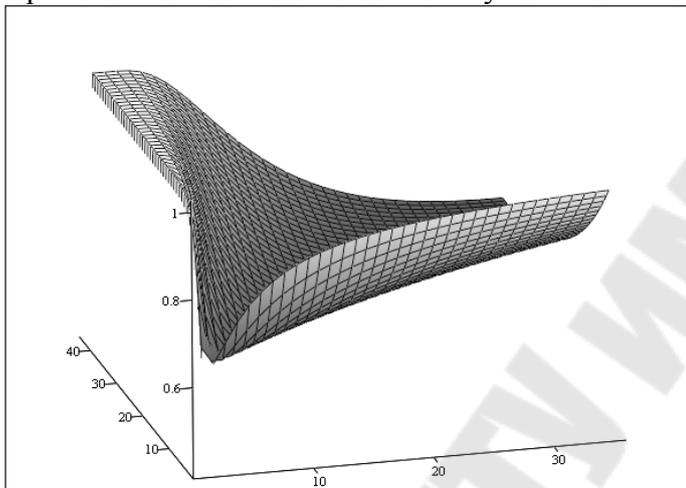
$$\Psi(X, Y) := 1 - \frac{Y}{X} \cdot \frac{M1}{M2} \cdot \exp\left(-\frac{Y}{X} \cdot \frac{M1}{M2}\right)$$

\* Копия экрана с вычислениями в пакете компьютерной математики MathCAD в практикуме помещена в рамку.



$i := 1..35 \quad j := 1..45 \quad M_{i,j} := \Psi(i \cdot 10, j)$

Примечание: масштаб по оси 0-X уменьшен в 10 раз



Определение вероятности безотказной работы ( $R$ ) силовой системы, как вероятности безотказной работы по каждому из двух воздействий  $X$  и  $Y$  в соответствии с выражением (3.4)

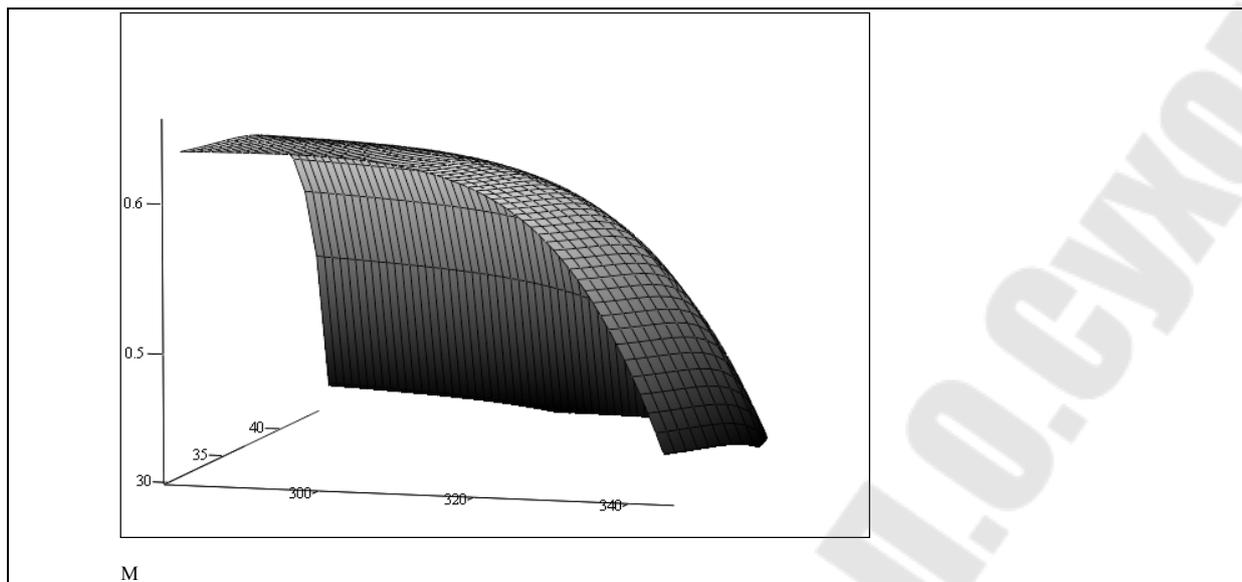
$$R(X, Y) := (1 - F1(X)) \cdot (1 - F2(Y)) \cdot \Psi(X, Y)$$

Вероятность безотказной работы ( $R$ ) силовой системы для некоторых значений воздействий  $X$  и  $Y$

$R(300, 28) = 0.640627$	$R(240, 32) = 0.630581$
$R(300, 35) = 0.623141$	$R(300, 32) = 0.629848$
$R(300, 38) = 0.611184$	$R(320, 32) = 0.610232$
$R(300, 42) = 0.515955$	$R(330, 32) = 0.572599$
$R(300, 44) = 0.273296$	$R(340, 32) = 0.490972$

Графическая интерпретация вероятности безотказной работы  $R$  силовой системы

$i := 279..350 \quad j := 29..45 \quad M_{i,j} := R(i, j)$



### 3.4. Определение вероятности безотказной работы объекта при постепенном отказе

**Пример** определения вероятности безотказной работы подшипникового узла конвейера в течение наработки  $t$  (моточас), который подвержен износу (постепенному отказу). Начальное значение выходного параметра (т. е. износа рабочей поверхности) составляет  $X(0) = 0$  мм, максимально допустимый износ составляет  $x_{\max} = 1$  мм.

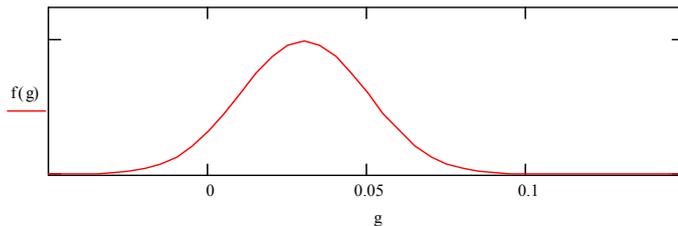
Значение выходного параметра объекта [износа  $X(t)$ ] является линейной функцией времени, а скорость изменения выходного параметра подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием  $\mu_G = 0,03$  мм/моточас и стандартным отклонением  $\sigma_G = 0,02$  мм/моточас. Необходимые вычисления выполнены в пакете MathCAD\*.

$X_{\max} := 1.0$	$\mu_g := 0.030$	$\sigma_g := 0.020$	$g := -0.1, -0.095.. 0.20$
$T_{me} := \frac{X_{\max}}{\mu_g}$	$V_g := \frac{\sigma_g}{\mu_g}$	$V_g = 0.666667$	$T_{me} = 33.333333$

Функция плотности распределения скорости изменения выходного параметра (износа) подшипникового узла конвейера и ее иллюстрация

$$f(g) := \frac{1}{\sigma_g \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp \left[ \frac{-(g - \mu_g)^2}{2 \cdot \sigma_g^2} \right]$$

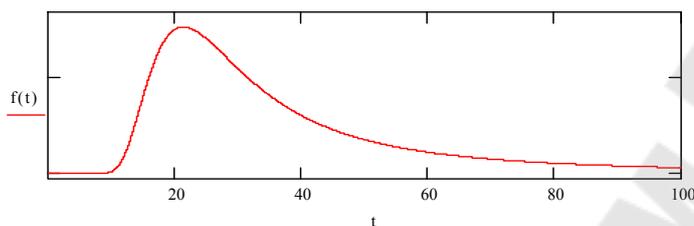
\* Копия экрана с вычислениями в пакете компьютерной математики MathCAD в практикуме помещена в рамку.



Функция плотности распределения времени наработки подшипникового узла до отказа и ее иллюстрация

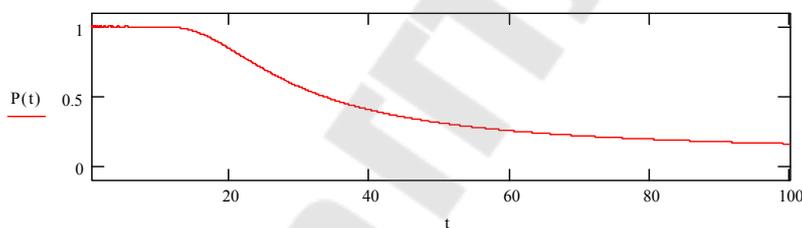
$$t := 0.0001, 0.01 \dots 100.0$$

$$f(t) := \frac{Tme}{Vg \cdot t^2 \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left[\frac{-(Tme - t)^2}{2 \cdot Vg^2 \cdot t^2}\right]$$



Вероятность безотказной работы подшипникового узла конвейера в течение наработки  $t$ , ч, и ее иллюстрация

$$P(t) := \frac{1}{2} + \int_0^{Tme-t} \frac{Vgt}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \exp\left[\frac{-(x)^2}{2}\right] dx \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}}$$



Вывод: вероятность безотказной работы подшипникового узла конвейера в течение следующих значений наработки составляет:

$$P(t = 10 \text{ моточасов}) = 0,999767;$$

$$P(t = 20 \text{ моточасов}) = 0,841345;$$

$$P(t = 40 \text{ моточасов}) = 0,401294.$$

## 4. ПОКАЗАТЕЛИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ И РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ МАШИН

### 4.1. Определение показателей долговечности объектов\*

**Пример.** Предполагая, что ресурс полимерных уплотнительных элементов гидроустройства подчиняется гамма-распределению с па-

\* Копия экрана с вычислениями в пакете компьютерной математики MathCAD в практикуме помещена в рамку.

параметрами  $\alpha = 2$  и  $\beta = 2500$  моточасов, а срок службы – логнормальному распределению с параметрами  $\mu = 9$  и  $\sigma = 2$ , определить следующие показатели долговечности объекта:

- 1) график функции плотности  $\underline{\underline{}}$  распределения ресурса объекта;
- 2) средний ресурс объекта  $\underline{\underline{t}}_p$ ;
- 3) гамма-процентный ресурс объекта  $t_{\text{py}}$  для  $\gamma = 90\%$ ;
- 4) гамма-процентный ресурс объекта  $t_{\text{py}}$  для  $\gamma = 95\%$ ;
- 5) график функции плотности распределения срока службы объекта;
- 6) гамма-процентный срок службы объекта  $t_{\text{c}\gamma}$  для  $\gamma = 95\%$ ;
- 7) средний срок службы объекта  $\underline{\underline{t}}_c$ .

Задание функции плотности распределения ресурса объекта (в соответствии с гамма-распределением)

$$\beta := 1500 \qquad \alpha := 2$$

$$fp(x) := \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha, 0)} \cdot \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Иллюстрация функции плотности распределения ресурса объекта

Средний ресурс объекта, моточас,

$$T_p := \int_0^{9990000} x \cdot fp(x) dx$$

$$T_p = 3 \times 10^3$$

Определение гамма-процентного ресурса, моточас ( $\gamma = 0,9$ ),

$$tp_{\gamma_9} := 3000$$

Given

$$\int_0^{tp_{\gamma_9}} fp(x) dx = 1 - 0.9$$

$$\text{Find}(tp_{\gamma_9}) = 797.717025$$

Определение гамма-процентного ресурса, моточас ( $\gamma = 0,95$ ),

$$tp_{\gamma_{95}} := 3000$$

Given

$$\int_0^{tp_{\gamma_{95}}} fp(x) dx = 1 - 0.95$$

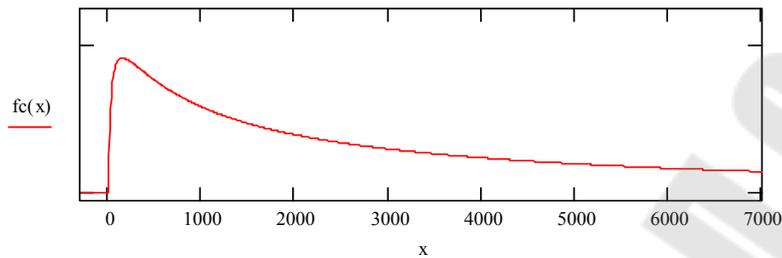
$$\text{Find}(tp_{\gamma_{95}}) = 533.041274$$

Задание функции плотности распределения срока службы объекта (в соответствии с логнормальным распределением)

$$\mu := 9 \quad \sigma := 2$$

$$f_c(x) := \begin{cases} \frac{1}{\sigma \cdot x \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right] & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Иллюстрация функции плотности распределения срока службы объекта



Средний срок службы объекта, ч,

$$T_c := \int_0^{9990000} x \cdot f_c(x) dx$$

$$T_c = 5.630843 \times 10^4$$

Определение гамма-процентного срока службы, ч ( $\gamma = 0,95$ ),

$$tc_\gamma := 3000$$

Given

$$\int_0^{tc_\gamma} f_c(x) dx = 1 - 0.9$$

$$\text{Find}(tc_\gamma) = 624.466426$$

Вывод:

- средний ресурс объекта  $\bar{t}_p = 3$  тыс. моточасов;
- 90-гамма-процентный ресурс объекта  $t_{p\gamma}$  составляет 797,72 моточасов;
- 95-гамма-процентный ресурс объекта  $t_{p\gamma}$  составляет 533,04 моточасов;
- средний срок службы объекта  $\bar{t}_c = 56,31$  тыс. ч;
- 95-гамма-процентный срок службы объекта  $t_{c\gamma}$  составляет 624,47 ч.

Таблица 4.1

**Заданные в ТУ значения показателей долговечности и безотказности колесных тракторов «Беларус»**

Класс трактора	Средний срок службы, лет	Средняя наработка до отказа, моточас
0,6	10	300
1,4	10	500–700
2,0	10	600
3,0	10	550
5,0	12–15	750

Таблица 4.2

**Показатели долговечности некоторых объектов**

Объект	90-гамма-процентный ресурс
Подшипники качения бытовых приборов	0,5–4,0 тыс. ч
То же автомобилей	1–10 тыс. ч
» шахтных насосов	100 тыс. ч
Зубчатые передачи турбогенераторов	100 тыс. ч
Автомобиль МАЗ-200 (выпуска 1964 г.)	120 тыс. км пробега
Современный МАЗ-5440	800 тыс. км пробега
Трактор «Беларус» МТЗ-5 (выпуска 1957 г.)	2 тыс. моточасов
Трактор МТЗ-80 (выпуска 1974 г.)	9 тыс. моточасов
<i>Рекомендация стандарта ASAE</i>	
Гусеничный трактор	16 тыс. моточасов
Прицепной зерноуборочный комбайн	2 тыс. моточасов
Самоходный зерноуборочный комбайн	3 тыс. моточасов
Картофелеуборочный комбайн	2,5 тыс. моточасов
<i>95-гамма-процентный ресурс</i>	
Самолет	40 тыс. летных ч
Грузовой и магистральный тепловоз	1,8 млн км пробега
<i>90-гамма-процентный срок службы</i>	
Судовые механизмы	20 лет

#### 4.2. Определение показателей ремонтпригодности объектов\*

**Пример.** Предполагая, что время восстановления работоспособности гидросистемы комбайна подчиняется распределению Рэлея с параметром  $\beta = 5$  ч, определить следующие показатели ремонтпригодности объекта:

- 1) график функции плотности распределения времени восстановления работоспособности гидросистемы;
- 2) среднее время восстановления  $t_B$ ;
- 3) вероятность восстановления в течение 8 ч,  $P_B(8)$ ;

\* Копия экрана с вычислениями в пакете компьютерной математики MathCAD в практикуме помещена в рамку.

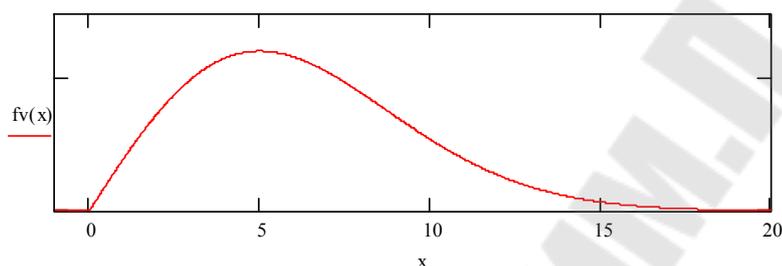
- 4) гамма-процентное время восстановления  $t_{\text{в}\gamma}$  для  $\gamma = 95\%$ ;  
 5) график функции интенсивности восстановления гидросистемы  $\mu(t)$ .

Задание функции плотности распределения времени восстановления работоспособности гидросистемы (в соответствии распределением Рэлея)

$$\beta := 5$$

$$f_v(x) := \begin{cases} \frac{x}{\beta^2} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2 \cdot \beta^2}\right) & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Иллюстрация функции плотности распределения времени восстановления работоспособности гидросистемы



Среднее время восстановления работоспособности, ч,

$$T_v := \int_0^{1000} x \cdot f_v(x) dx \quad T_v = 6.266571$$

Вероятность восстановления работоспособности гидросистемы в течение 8 ч

$$P_v(t) := \int_0^t f_v(x) dx \quad P_v(8) = 0.721963$$

Определение гамма-процентного времени восстановления работоспособности, ч ( $\gamma = 0,95$ )

$$t_{v\gamma} := 5$$

Given

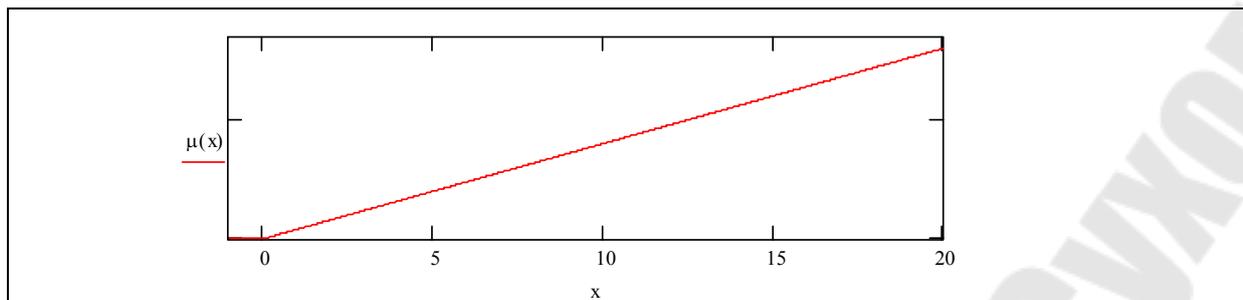
$$\int_0^{t_{v\gamma}} f_v(x) dx = 0.95$$

$$\text{Find}(t_{v\gamma}) = 12.238755$$

Определение функции интенсивности восстановления работоспособности гидросистемы

$$\mu(x) := \begin{cases} \frac{f_v(x)}{1 - P_v(x)} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Иллюстрация функции интенсивности восстановления работоспособности гидросистемы



Вывод:

- среднее время восстановления работоспособности гидросистемы комбайна  $\bar{t}_в = 6,27$  ч;
- вероятность восстановления гидросистемы в течение 8 ч составляет 0,722;
- 95-гамма-процентное время восстановления  $t_{в\gamma}$  составляет 12,24 ч, т. е. с вероятностью 0,95 время восстановления гидросистемы комбайна не превысит 12,24 ч.

## 5. ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ О ПОКАЗАТЕЛЯХ НАДЕЖНОСТИ

Существует несколько методов обработки информации. Некоторые из них (например, метод максимального правдоподобия) сложны, трудоемки, нуждаются в применении электронно-вычислительной техники. Использование таких методов в хозяйствах и на ремонтных предприятиях для обработки информации о надежности тракторов и сельскохозяйственных машин не только затруднено, но и нецелесообразно, так как их точность превышает точность входной информации. Рекомендуемые ниже методы обработки информации просты и надежны. Их могут применять инженеры сельскохозяйственного производства без использования электронно-вычислительных машин.

После составления сводной таблицы информации в порядке возрастания показателя надежности (таблица 5.1) её обрабатывают в такой последовательности:

- Построение статистического ряда исходной информации и определение величины смещения начала рассеивания  $t_{см}$ .
- Определение среднего значения  $\bar{t}$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma$  показателя надежности (ПН).
- Проверка информации на выпадающие точки.
- Построение гистограммы, полигона и кривой наклонных опытных вероятностей показателя надежности.
- Определения коэффициента вариации  $V$ .

- Выбор теоретического закона распределения (ТЗР), определение его параметров и графическое построение интегральной  $F(t)$  и дифференциальной  $f(t)$  функций.
- Проверка совпадения опытных и теоретических законов распределения ПН по критериям согласия.
- Определение доверительных границ рассеивания одиночных и средних значений показателя надежности и возможных наибольших ошибок переноса.

### Задание

Выполнить обработку информационных данных о показателях надёжности на основании экспериментальной информации о доремонтных ресурсах двигателей по варианту.

### Пример выполнения задания

Таблица 5.1

#### Информация о доремонтных ресурсах двигателя по варианту

№ двигателя	Доремонтный ресурс (моточас)	№ двигателя	Доремонтный ресурс (моточас)	№ двигателя	Доремонтный ресурс (моточас)
1	1450	24	3280	47	4610
2	1510	25	3320	48	4640
3	1560	26	3380	49	4790
4	1670	27	3420	50	4820
5	1680	28	3480	51	4940
6	1750	29	3510	52	4980
7	2010	30	3570	53	5030
8	2140	31	3600	54	5110
9	2290	32	3670	55	5200
10	2350	33	3780	56	5460
11	2410	34	3920	57	5580
12	2550	35	4020	58	5620
13	2690	36	4170	59	5750
14	2720	37	4210	60	6180
15	2880	38	4230	61	6280
16	2900	39	4250	62	6410
17	3040	40	4300	63	6680
18	3070	41	4360	64	6740
19	3100	42	4390	65	6820
20	3150	43	4460	66	7180
21	3180	44	4480	67	7350
22	3210	45	4530	68	7490
23	3250	46	4570	69	7870

1. Построение статистического ряда исходной информации и определение величины смещения начала рассеивания.

1.1. Количество интервалов статистического ряда  $n$  определяем из уравнения:

$$n = \sqrt{N}.$$

Полученный результат округляем в сторону увеличения до ближайшего целого числа. Количество интервалов не должно выходить за пределы  $n = 6 \dots 20$ .

$$n = \sqrt{70} \approx 9 \text{ интервалов.}$$

1.2. Величину одного интервала  $A$  определяем из уравнения:

$$A = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{n},$$

где  $t_{\max}$  и  $t_{\min}$  – соответственно наибольшее и наименьшее значения показателей надежности в сводной таблице данных.

$$t_{\max} = T_{dp70} = 8000 \text{ мото-ч,} \quad t_{\min} = T_{dp1} = 1450 \text{ мото-ч.}$$

$$A = \frac{8000 - 1450}{9} \approx 728 \text{ мото-ч.}$$

1.3. Определяем границы каждого интервала в единицах показателя надежности по формулам

$$t_{iH} = t_{(i-1)B},$$

$$t_{iB} = t_{iH} + A,$$

где  $t_{iH}$  и  $t_{iB}$  – нижняя и верхняя граница интервала соответственно.

За начало первого интервала  $t_{1H}$  следует принимать наименьшее значение показателя надёжности (ПН).

Для первого интервала  $t_{1H} = T_{dp1} = 1450$  мото-ч;

$$t_{1B} = t_{1H} + A = 1450 + 728 = 2178 \text{ мото-ч.}$$

Для второго интервала  $t_{2H} = t_{1B} = 2178$  мото-ч;

$$t_{2B} = t_{2H} + A = 2178 + 728 = 2906 \text{ мото-ч.}$$

Для третьего интервала  $t_{3H} = t_{2B} = 2906$  мото-ч;

$$t_{3B} = t_{3H} + A = 2906 + 728 = 3634 \text{ мото-ч.}$$

Для четвертого интервала  $t_{4H} = t_{3B} = 3634$  мото-ч;

$$t_{4B} = t_{4H} + A = 3634 + 728 = 4362 \text{ мото-ч.}$$

Для пятого интервала  $t_{5H} = t_{4B} = 4362$  мото-ч;

$$t_{5B} = t_{5H} + A = 4362 + 728 = 5090 \text{ мото-ч.}$$

Для шестого интервала  $t_{6н} = t_{5в} = 5090$  мото-ч;  
 $t_{6в} = t_{6н} + A = 5090 + 728 = 5818$  мото-ч.

Для седьмого интервала  $t_{7н} = t_{6в} = 5818$  мото-ч;  
 $t_{7в} = t_{7н} + A = 5818 + 728 = 6546$  мото-ч.

Для восьмого интервала  $t_{8н} = t_{7в} = 6546$  мото-ч;  
 $t_{8в} = t_{8н} + A = 6546 + 728 = 7274$  мото-ч.

Для девятого интервала  $t_{9н} = t_{8в} = 7274$  мото-ч;  
 $t_{9в} = t_{9н} + A = 7274 + 728 = 8002$  мото-ч.

1.4. Определяем количество случаев (частота  $m$ ) в каждом интервале. Если точка информации попадает на границу между интервалами, то в предыдущий и в последующий интервалы вносят по 0,5 точки.

Для первого интервала  $m_1 = 8$ .

Для второго интервала  $m_2 = 8$ .

Для третьего интервала  $m_3 = 15$ .

Для четвертого интервала  $m_4 = 10$ .

Для пятого интервала  $m_5 = 12$ .

Для шестого интервала  $m_6 = 6$ .

Для седьмого интервала  $m_7 = 3$ .

Для восьмого интервала  $m_8 = 4$ .

Для девятого интервала  $m_9 = 4$ .

1.5. Определяем опытную вероятность появления показателя надежности в каждом интервале

$$P_i = m_i / N$$

Для первого интервала  $P_1 = 8 / 70 = 0,114$ .

Для второго интервала  $P_2 = 8 / 70 = 0,114$ .

Для третьего интервала  $P_3 = 15 / 70 = 0,214$ .

Для четвертого интервала  $P_4 = 10 / 70 = 0,143$ .

Для пятого интервала  $P_5 = 12 / 70 = 0,171$ .

Для шестого интервала  $P_6 = 6 / 70 = 0,086$ .

Для седьмого интервала  $P_7 = 3 / 70 = 0,043$ .

Для восьмого интервала  $P_8 = 4 / 70 = 0,057$ .

Для девятого интервала  $P_9 = 4 / 70 = 0,057$ .

1.6. Определяем накопленную (интегральную) опытную вероятность  $\sum P_i$ .

$$\sum P_i = P_i + \sum P_{i-1}$$

Для первого интервала  $\sum P_1 = 0,114$ .

Для второго интервала	$\sum P_2 = 0,114 + 0,114 = 0,228.$
Для третьего интервала	$\sum P_3 = 0,214 + 0,228 = 0,442.$
Для четвертого интервала	$\sum P_4 = 0,143 + 0,442 = 0,585.$
Для пятого интервала	$\sum P_5 = 0,171 + 0,585 = 0,756.$
Для шестого интервала	$\sum P_6 = 0,086 + 0,756 = 0,842.$
Для седьмого интервала	$\sum P_7 = 0,043 + 0,842 = 0,885.$
Для восьмого интервала	$\sum P_8 = 0,057 + 0,885 = 0,942.$
Для девятого интервала	$\sum P_9 = 0,057 + 0,942 = 0,999.$

1.7. Определяем смещение начала рассеивания показателя надежности.

При определении величины смещения начала рассеивания  $t_{см}$  используем практические рекомендации:

- при наличии статистического ряда информации ( $N > 25$ ) величина смещения  $t_{см}$  равна:

$$t_{см} = t_{1н} - 0,5A,$$

где  $t_{1н}$  – значение начала первого интервала;

$A$  – величина одного интервала.

$$t_{см} = 1450 - 0,5 \cdot 728 = 1086.$$

2. Определение среднего значения и среднего квадратического отклонения показателя надежности.

2.1. Среднее значение является важной характеристикой показателя надежности. Зная средние значения, планируют работу машины, составляют заявку на запасные части, определяют объем ремонтных работ и т. д.

Среднее значение показателя надежности  $\bar{t}$  определяем по уравнению:

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^n t_{ic} \cdot P_i,$$

где  $n$  – количество интервалов в статистическом ряду;

$t_{ic}$  – значение середины  $i$ -го интервала;

$P_i$  – опытная вероятность  $i$ -го интервала.

Определим значения середины каждого интервала:

$$t_{ic} = \frac{t_{ih} + t_{ie}}{2}.$$

$$\begin{aligned}
 t_{1c} &= \frac{1450 + 2178}{2} = 1814; & t_{2c} &= \frac{2178 + 2906}{2} = 2542; \\
 t_{3c} &= \frac{2906 + 3634}{2} = 3270; & t_{4c} &= \frac{3634 + 4362}{2} = 3998; \\
 t_{5c} &= \frac{4362 + 5090}{2} = 4726; & t_{6c} &= \frac{5090 + 5818}{2} = 5454; \\
 t_{7c} &= \frac{5818 + 6546}{2} = 6182; & t_{8c} &= \frac{6546 + 7274}{2} = 6910; \\
 & & t_{9c} &= \frac{7274 + 8002}{2} = 7638.
 \end{aligned}$$

Среднее значение показателя

$$\bar{t} = \sum_1^9 1814 \cdot 0,114 + 2542 \cdot 0,114 + \dots + 6910 \cdot 0,057 + 7638 \cdot 0,057 = 4144$$

2.2. При определении среднего значения величин  $\bar{q}$ , обратных основным показателям надежности  $\bar{t}$ , воспользуемся средними гармоническими значениями, определяемыми по уравнению:

$$\bar{q} = \frac{1}{\bar{t}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N t_i}$$

$$\bar{q} = \frac{1}{4144} = 2,4 \cdot 10^{-4}.$$

2.3. Среднее квадратическое отклонение определим по уравнению:

$$\sigma = \sqrt{\sum_1^N (t_i - \bar{t})^2 \cdot P_i}$$

$$\sigma = \sqrt{(1814 - 4144)^2 \cdot 0,114 + \dots + (7638 - 4144)^2 \cdot 0,057} = 1612 \text{ мото-ч.}$$

3. Проверка информации на выпадающие точки.

3.1. Грубую проверку информации проводим по правилу  $\bar{t} \pm 3\sigma$ , т. е. полученное расчетным путем среднее значение показателя надежности последовательно уменьшаем и увеличиваем на  $3\sigma$ . Если крайние точки информации не выходят за пределы  $\bar{t} \pm 3\sigma$ , все точки информации действительны.

$4144 - 3 \cdot 1612 = -692$  мото-ч (нижняя граница)

$4144 + 3 \cdot 1612 = 8980$  мото-ч (верхняя граница).

Наименьший доремонтный ресурс двигателя  $T_{dp1}=1450$  мото-ч. Следовательно, эта точка информации действительна и должна быть учтена при дальнейших расчетах ( $1450 > -692$ ).

Наибольший ресурс двигателя  $T_{dp70} = 8000$  также не выходит за верхнюю границу достоверности ( $8000 > 8979$  мото-ч). Поэтому она тоже должна учитываться в дальнейших расчетах.

3.2. Проверим смежные точки информации по критерию  $\lambda$  (критерий Ирвина).

Фактическое значение критерия  $\lambda_{on}$  определим по уравнению:

$$\lambda_{on} = \frac{1}{\sigma} \cdot (t_i - t_{i-1}),$$

где  $t_i$  и  $t_{i-1}$  – смежные точки информации.

$\lambda_{on}$  для крайних точек информации:

- для наименьшей точки информации ( $T_{dp1} = 1450$  мото-ч)

$$\lambda_{on} = \frac{1}{\sigma} (T_{dp1} - T_{dp2}) = \frac{1510 - 1450}{1612} \approx 0,37;$$

- для наибольшей точки информации ( $T_{dp70} = 8000$  мото-ч)

$$\lambda_{on} = \frac{1}{\sigma} (T_{dp70} - T_{dp69}) = \frac{8000 - 7870}{1612} \approx 0,08.$$

Сравним опытные и теоретические (см. табл. П.1) критерии при  $N = 70$ :

- первая точка информации  $T_{dp1}=1450$  мото-ч является достоверной точкой ( $\lambda_{on} = 0,37 < \lambda = 1,1$ ) и её следует учитывать при дальнейших расчетах;
- последняя точка информации  $T_{dp70}=8000$  мото-ч является достоверной точкой ( $\lambda_{on} = 0,08 < \lambda = 1,1$ ), и её следует учитывать в дальнейших расчетах.

Если проверка исключает точки информации, то необходимо вновь перестроить статистический ряд и пересчитать среднее значение и среднее квадратическое отклонение показателя надежности.

Приведем уточненный статистический ряд распределения доремонтного ресурса двигателя в табл. 5.2.

Таблица 5.2

## Уточненный статический ряд распределения

Интервал, мото-ч	$m_i$	$P_i$	$\sum P_i$
1450-2178	8	0,114	0,114
2178-2906	8	0,114	0,228
2906-3634	15	0,214	0,442
3634-4362	10	0,143	0,585
4362-5090	12	0,171	0,756
5090-5818	6	0,086	0,842
5818-6546	3	0,043	0,885
6546-7274	4	0,057	0,942
7274-8002	4	0,057	0,999

4. Построение гистограммы, полигона и кривой накопленных опытных вероятностей показателя надежности.

Составленный по данным исходной информации уточненный статистический ряд (табл. 5.2) дает полную характеристику опытного распределения показателя надежности.

По данным статистического ряда можно строим гистограмму, полигон и кривую накопленных опытных вероятностей (рис. 5.1). По оси абсцисс откладываем в масштабе значение показателя надежности  $t$ , а по оси ординат – опытную вероятность  $P_i$  (у гистограммы и полигона) и накопленную опытную вероятность  $\sum P_i$  (у кривой накопленных вероятностей).

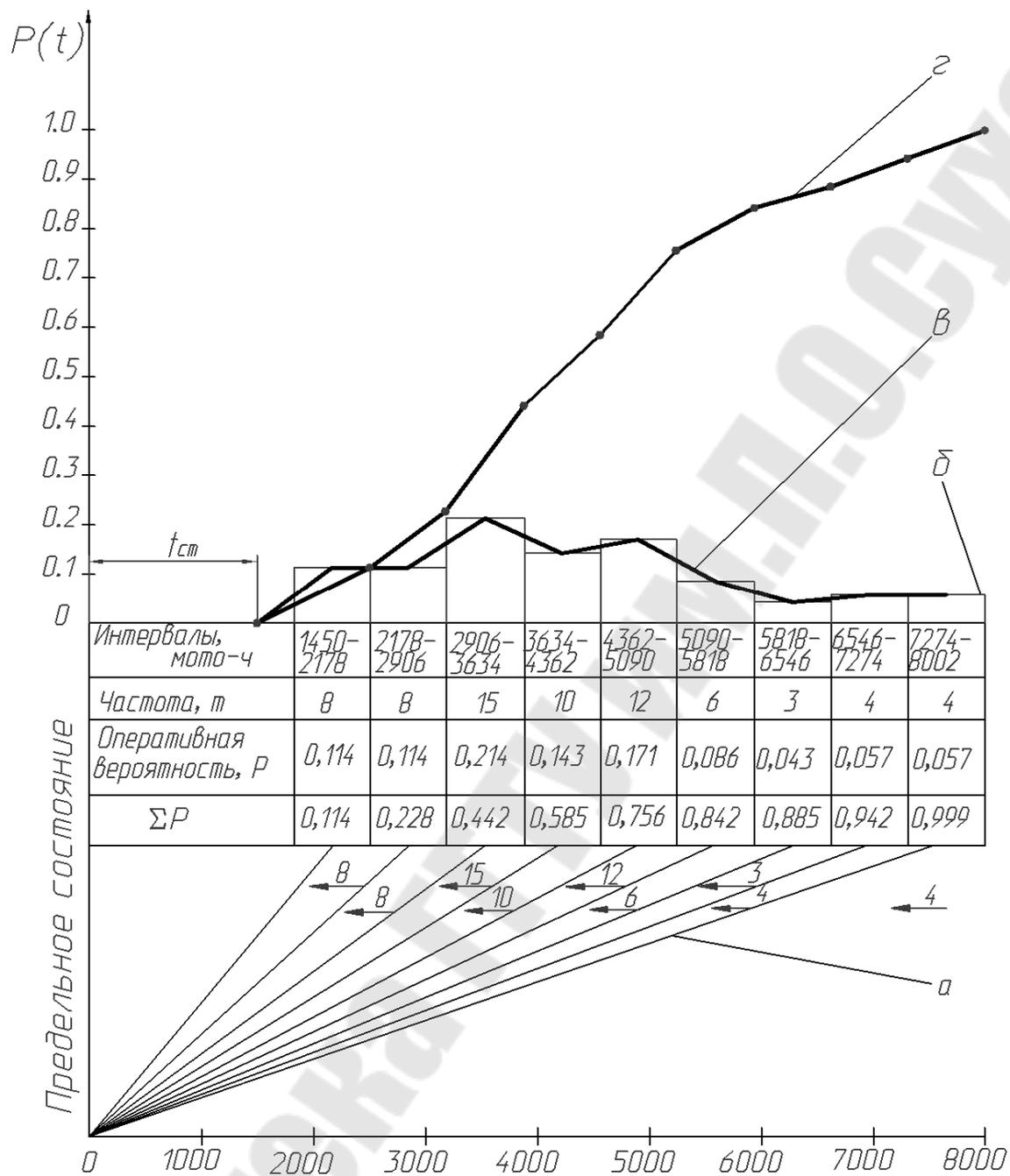


Рис. 5.1. Схема обработки информации о показателях надежности:  
*a* – распределение первичной информации; *b* – гистограмма распределения; *в* – полигон распределения; *г* – кривая накопленных вероятностей

5. Определим значение коэффициента вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{t} - t_{cm}}$$

где  $\bar{t} = 4144$  мото-ч;  $\sigma = 1612$  мото-ч;  $t_{см} = 1086$ .

$$\nu = \frac{1612}{4144 - 1086} = 0,527.$$

6. Определяем параметры закона распределения Вейбулла

6.1. По коэффициенту вариации из таблицы П.2. приложения практического руководства выбираем коэффициенты:

$$b = 2; \quad K_b = 0,886; \quad C_b = 0,463.$$

6.2. Параметр  $a$  находим по уравнению:

$$a = \frac{\sigma}{C_b} = \frac{1612}{0,463} = 3482 \text{ мото-ч.}$$

Таблица 5.3

**Исходные данные**

Вариант 1							Вариант 2						
1340	2500	3440	3920	4200	4790	5680	1490	3080	3650	4110	4600	5590	6640
1350	2740	3480	3960	4220	4800	5840	1520	3120	3710	4180	4750	5620	6720
1420	2950	3520	4650	4280	4820	5980	1640	3140	3750	4240	4760	5780	6980
1550	3080	3550	3790	4320	4890	6030	1710	3160	3790	4280	4890	5840	6990
1760	3190	3590	3820	4370	4930	6170	2180	3230	3810	4350	4930	5910	7210
2050	3250	3630	3960	4420	5060	6240	2390	3300	3840	4420	4950	5960	7390
2160	3260	3650	4080	4490	5120	6420	2430	3360	3880	4440	4990	6010	7550
2210	3300	3770	4120	4540	5200	6940	2660	3410	3950	4470	5300	6290	7960
2300	3350	3860	4140	4680	5360	7020	2890	3450	4050	4500	5420	6320	8010
2450	3360	3890	4180	4750	5470	7140	3060	3540	4080	4560	5450	6590	8100
Вариант 3							Вариант 4						
1500	3200	3580	4000	4300	4600	5210	1550	2570	3320	4040	4780	5140	6290
1870	3210	3610	4000	4350	4710	5350	1610	2640	3350	4100	4790	5290	6460
2010	3210	3620	4100	4370	4730	5400	1780	2790	3440	4150	4820	5480	6540
2010	3260	3700	410	4380	4820	5670	1790	2850	3450	4220	4840	5510	7190
2720	3300	3790	410	4420	4850	5790	1880	2900	3510	4330	4860	5740	7500
2900	3300	3810	4180	4470	4910	5840	1920	3060	3560	4380	4870	5830	7680
3020	3300	3900	4210	4470	4930	5900	2100	3110	3680	4450	4930	6010	7800
3060	3420	3920	4230	4490	4990	5950	2210	3190	3770	4510	4940	6080	8000
3060	3460	3940	4260	4490	4990	5970	2340	3240	3810	4680	5010	6120	8210
3180	3480	3970	4300	4570	5100	7800	2450	3310	3940	4700	5080	6160	8300

Продолжение табл. 5.3

Вариант 5							Вариант 6						
1600	2360	3280	3880	4460	5020	6220	1580	2640	3380	3920	4340	4950	6120
1680	2450	3320	3910	4480	5080	6340	1630	2780	3410	3980	4370	5020	6240
1750	2560	3380	3970	4510	5120	6450	1740	2900	3450	4020	4420	5120	6350
1840	2620	3400	4020	4580	5240	6620	1850	2960	3540	4080	4490	5230	6480
1920	3040	3480	4180	4590	5310	6810	1910	3100	3660	4110	4530	5340	6510
2020	3080	3510	4190	4600	5380	6950	2030	3140	3720	4160	4540	5410	6700
2160	3140	3690	4220	4670	5420	7240	2150	3160	3760	4200	4610	5560	7100
2170	3160	3710	4290	4710	5680	7360	2220	3220	3780	4250	4700	5700	7320
2230	3200	3770	4360	4800	5810	7800	2410	3250	3820	4290	4770	5790	7420
2300	3260	3810	4400	4940	5990	8050	2560	3300	3840	4300	4820	5840	7900
Вариант 7							Вариант 8						
1540	2500	3400	3950	4360	4800	5690	1520	3100	3440	3800	4300	4820	5560
1600	2750	3460	4040	4440	4890	5740	1650	3160	3480	3850	4360	4890	5680
1740	3080	3500	4060	4460	4920	5890	1720	3210	3520	3860	4380	4920	5900
1750	3090	3550	4100	4550	4980	6020	1800	3230	3550	3900	4490	4960	5960
1860	3150	3600	4110	4560	5010	6090	2040	3240	3590	3990	4510	5010	6020
2000	3190	3680	4160	4600	5100	6320	2050	3280	3620	4000	4590	5100	6240
2040	3240	3720	4220	4650	5190	6540	2300	3310	3690	4060	4640	5120	6350
2100	3290	3800	4240	4670	5230	7100	2410	3350	3710	4100	4680	5230	6500
2250	3340	3860	4290	4720	5340	7260	3050	3400	3750	4180	4710	5340	7000
2360	3370	3900	4310	4730	5600	7800	3060	3420	3760	4230	4730	5460	7240
Вариант 9							Вариант 10						
1510	2860	3380	3720	4310	4790	5920	1540	2530	3320	4110	4500	5100	6260
1620	2980	3410	3780	4360	4860	6080	1560	3000	3450	4120	4510	5160	6380
1740	3000	3470	3810	4420	4890	6150	1650	3050	3560	4150	4540	5240	6470
1800	3180	3490	3950	4430	4950	6250	1740	3060	3640	4160	4560	5380	6700
1940	3200	3520	4060	4460	5030	6320	1750	3110	3780	4200	4690	5450	6840
2100	3220	3580	4080	4510	5140	6450	2060	3160	3850	4260	4730	5670	6920
2220	3250	3610	4120	4520	5260	6780	2140	3190	3910	4310	4800	5800	7320
2330	3290	3640	4150	4560	5340	7200	2200	3200	3950	4350	4850	5900	7450
2560	3300	3700	4210	4610	5490	7340	2320	3220	4060	4360	4890	6120	7500
2640	3340	3710	4280	4720	5670	7540	2440	3250	4100	4420	4930	6180	8120

Вариант 11							Вариант 12						
1590	2610	3310	3760	4260	4710	5680	1450	2450	3220	3540	4170	4720	5520
1650	2800	3350	3820	4270	4800	5810	1560	2560	3250	3550	4230	4790	5610
1790	2860	3390	3900	4340	4860	5920	1620	2660	3260	3660	4280	4860	5800
1850	2900	3440	3920	4350	4910	6100	1780	2710	3320	3780	4340	4920	6100
2100	3020	3480	4040	4380	4960	6150	1840	2830	3340	3800	4360	5030	6120
2260	3090	3510	4080	4410	5100	6230	1860	2980	3360	3910	4420	5160	6320
2340	3100	3550	4120	4490	5210	6500	1950	3050	3380	4000	4480	5190	6450
2410	3160	3580	4130	4560	5360	7120	2100	3110	3460	4080	4520	5230	7200
2450	3220	3620	4190	4600	5410	7240	2250	3120	3480	4110	4540	5290	7240
2560	3290	3650	4200	4640	5570	7680	2330	3180	3510	4150	4660	5340	8100
Вариант 13							Вариант 14						
1610	2600	3250	3600	4190	4580	5480	1710	3000	3400	4060	4500	5020	6350
1630	2670	3280	3650	4220	4620	5610	1830	3070	3450	4100	4520	5130	6480
1780	2750	3320	3690	4230	4690	5740	1980	3120	3520	4150	4630	5260	6570
2100	3040	3340	3760	4280	4730	5820	2100	3140	3540	4160	4690	5460	6720
2130	3060	3390	3820	4310	4800	6110	2230	3160	3620	4220	4710	5510	6850
2240	3110	3410	3930	4330	4860	6240	2340	3210	3710	4230	4730	5640	7340
2320	3160	3420	4010	4370	4970	6320	2520	3250	3720	4310	4870	5780	7450
2410	3190	3490	4050	4420	5020	6450	2610	3300	3800	4350	4890	5910	7800
2500	3200	3520	4100	4460	5260	7200	2800	3340	3820	4400	4960	6120	8210
2560	3210	3550	4160	4500	5340	7350	2960	3370	3950	4460	5000	6240	8300

## 6. РАСЧЁТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЁЖНОСТИ ПРИ ПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

При наличии полной информации расчёт показателей надёжности можно приводить как аналитическим, так и графическим методом на основе дифференциальной или интегральной функции выбранного теоретического закона распределения (закон нормального распределения ЗНР или закон распределения Вейбулла ЗРВ). К преимуществам графического метода расчета относится возможность наложения кривых этих функций соответственно на полигон и кривую накопленных опытных вероятностей и на этой основе визуального определения наиболее совпадающего с опытной информацией теоретического закона распределения, которым и следует пользоваться при дальнейших расчётах показателей надёжности.

Известно, что применительно к отказам дифференциальная и интегральная функция характеризует количество потерявших работоспособность машин или их элементов, или, что практически одно и то же, необходимое количество ремонтных воздействий (устранение эксплуатационных отказов и проведение ремонтов).

По дифференциальной функции  $f(t)$  удобно определять количество отказов и соответственно количество ремонтных воздействий в любом интервале наработок, а по интегральной функции – суммарное их количество от начала наблюдения за машинами до заданной наработки  $t$ .

При наличии статистического ряда (в случае закона нормального распределения) точки дифференциальной кривой определяют по уравнениям (6.1) и (6.2) и по таблице 6.2.

$$f(t_{ic}) = \frac{A}{\sigma} \cdot f_0 \cdot \left( \frac{t_{ic} - \bar{t}}{\sigma} \right); \quad (6.1)$$

$$f_0(-t) = f_0(+t), \quad (6.2)$$

где  $t_{ic}$  – среднее значение показателя надёжности в заданном интервале  $A$  (или значение середины интервала статистического ряда).

$A$  – величина заданного интервала значений показателя надёжности (или величина интервала статистического ряда).

Значения интегральной функции  $F(t)$  определяют по уравнениям (6.3) и (6.4) и данным таблицы 6.3.

$$F(t_{ie}) = F_0 \left( \frac{t_{ie} - \bar{t}}{\sigma} \right), \quad (6.3)$$

где  $t_{ie}$  – заданное значение показателя надёжности (или верхняя граница  $i$ -го интервала статистического ряда).

Из уравнения (6.3) следует, что

$$F_0(-t) = 1 - F_0(t). \quad (6.4)$$

Результаты расчёта позволяют заключить, что дифференциальная функция  $f(t_{ic})$  в  $i$ -ом интервале статистического ряда равна разности интегральных функций в конце и начале этого же интервала:

$$f(t_{ic}) = F(t_{ie}) - F(t_{in}), \quad (6.5)$$

где  $t_{ic}$ ,  $t_{ie}$  и  $t_{in}$  – значения показателя надёжности соответственно в середине, в конце и начале  $i$ -го интервала.

При законе распределения Вейбулла интегральную функцию  $F(t)$  определяют по таблице 6.4. Вход в таблицу осуществляется по значению параметра  $b$ , указанному в верхней строке таблицы, и по величине отношения

$$\frac{t_{i\bar{v}} - t_{cm}}{a},$$

где  $t_{cm}$  – смещение начала рассеивания;  
 $a$  – параметр Вейбулла.

### Задание

Рассчитать показатели надежности при полной информации на основе обработки данных, взятых из раздела 5 по вариантам (табл. 5.3).

### Пример выполнения задания

1. Определяем точки дифференциальной кривой по уравнениям (6.1) и (6.2) и по таблице 6.2, используя данные первой практической работы ( $\bar{t} = 4144$  мото-ч,  $\sigma = 1612$  мото-ч).

#### 1.1. Первый интервал (1450–2178)

абсцисса – значение показателя надёжности в середине первого интервала  $t_{1c} = 1814$  мото-ч;

ордината – значение дифференциальной функции (6.1) и (6.2)

$$f(t_{1c}) = \frac{728}{1612} \cdot f_0\left(\frac{1814 - 4144}{1612}\right) = 0,452 \cdot f_0(-1,44) = 0,452 \cdot f_0(1,44)$$

По таблице 6.2 приложения находим  $f_0(1,44) = 0,14$ , тогда  
 $f(t_{1c}) = 0,452 \cdot 0,14 = 0,063$ .

Следовательно, в первом интервале выйдет из строя (ресурсный отказ) и потребует ремонта 6,3 % двигателей.

#### 1.2. Второй интервал (2178–2906)

абсцисса  $t_{2c} = 2542$  мото-ч;

$$\text{ордината } f(t_{2c}) = \frac{728}{1612} \cdot f_0\left(\frac{2542 - 4144}{1612}\right) = 0,108,$$

т. е. для 10,8 % двигателей в этом интервале наработок потребуется ремонт.

#### 1.3. Третий интервал (2906–3634)

абсцисса  $t_{3c} = 3270$  мото-ч;

$$\text{ордината } f(t_{3c}) = \frac{728}{1612} \cdot f_0\left(\frac{3270 - 4144}{1612}\right) = 0,16,$$

т.е. для 16% двигателей в этом интервале наработок потребуется ремонт.

#### 1.4. Четвертый интервал (3634–4362)

абсцисса  $t_{4c} = 3998$  мото-ч;

$$\text{ордината } f(t_{4c}) = \frac{728}{1612} \cdot f_0\left(\frac{3998 - 4144}{1612}\right) = 0,18,$$

т. е. для 18 % двигателей в этом интервале наработок потребуется ремонт.

1.5. Пятый интервал (4362–5090)

абсцисса  $t_{5c} = 4726$  мото-ч;

$$\text{ордината } f(t_{5c}) = \frac{728}{1612} \cdot f_0\left(\frac{4726 - 4144}{1612}\right) = 0,167,$$

т. е. для 16,7 % двигателей в этом интервале наработок потребуется ремонт.

1.6. Шестой интервал (5090-5818)

абсцисса  $t_{6c} = 5454$  мото-ч;

$$\text{ордината } f(t_{6c}) = \frac{728}{1612} \cdot f_0\left(\frac{5454 - 4144}{1612}\right) = 0,13,$$

т. е. для 13 % двигателей в этом интервале наработок потребуется ремонт.

1.7. Седьмой интервал (5818–6546)

абсцисса  $t_{7c} = 6182$  мото-ч;

$$\text{ордината } f(t_{7c}) = \frac{728}{1612} \cdot f_0\left(\frac{6182 - 4144}{1612}\right) = 0,08,$$

т. е. для 8 % двигателей в этом интервале наработок потребуется ремонт.

1.8. Восьмой интервал (6546–7274)

абсцисса  $t_{8c} = 6910$  мото-ч;

$$\text{ордината } f(t_{8c}) = \frac{728}{1612} \cdot f_0\left(\frac{6910 - 4144}{1612}\right) = 0,04,$$

т. е. для 4 % двигателей в этом интервале наработок потребуется ремонт.

1.9. Девятый интервал (7274–8002)

абсцисса  $t_{9c} = 7638$  мото-ч;

$$\text{ордината } f(t_{9c}) = \frac{728}{1612} \cdot f_0\left(\frac{7638 - 4144}{1612}\right) = 0,018,$$

т. е. для 1,8 % двигателей в этом интервале наработок потребуется ремонт.

2. Определяем точки интегральной кривой по уравнениям (6.3) и (6.4) и по табл. 6.3.

2.1. Первый интервал (0–2178)

абсцисса 1-ой точки интегральной кривой  $t_{1e} = 2178$  мото-ч;

$$\text{ордината } F(t_{1e}) = F_0\left(\frac{2178 - 4144}{1612}\right) = F_0(-1,22) = 1 - F_0(1,22)$$

По таблице 6.3 приложения  $F_0(1,22) = 0,89$ .

$$F(t_{1e}) = 1 - 0,89 = 0,11.$$

Следовательно, в интервале наработок от 0 до 2178 мото-ч выйдет из строя около 11% двигателей.

2.2. Второй интервал (0–2906)

абсцисса  $t_{2e} = 2906$  мото-ч

$$\text{ордината } F(t_{2e}) = F_0\left(\frac{2906 - 4144}{1612}\right) = F_0(-0,768) = 1 - F_0(0,768) = 0,22$$

т. е. 22 % двигателей потребуется ремонт к наработке 2906 мото-ч.

2.3. Третий интервал (0–3634)

абсцисса  $t_{3e} = 3634$  мото-ч

$$\text{ордината } F(t_{3e}) = F_0\left(\frac{3634 - 4144}{1612}\right) = F_0(-0,32) = 1 - F_0(0,32) = 0,37$$

т. е. 37 % двигателей потребуется ремонт к наработке 3634 мото-ч.

2.4. Четвертый интервал (0–4362)

абсцисса  $t_{4e} = 4362$  мото-ч

$$\text{ордината } F(t_{4e}) = F_0\left(\frac{4362 - 4144}{1612}\right) = F_0(0,13) = 0,55,$$

т.е. 55% двигателей потребуется ремонт к наработке 4362 мото-ч.

2.5. Пятый интервал (0–5090)

абсцисса  $t_{5e} = 5090$  мото-ч

$$\text{ордината } F(t_{5e}) = F_0\left(\frac{5090 - 4144}{1612}\right) = F_0(0,59) = 0,72$$

т. е. 72 % двигателей потребуется ремонт к наработке 5090 мото-ч

2.6. Шестой интервал (0–5818)

абсцисса  $t_{6e} = 5818$  мото-ч

$$\text{ордината } F(t_{6e}) = F_0\left(\frac{5818 - 4144}{1612}\right) = F_0(1,04) = 0,85$$

т. е. 85 % двигателей потребуется ремонт к наработке 5818 мото-ч

### 2.7. Седьмой интервал (0–6546)

абсцисса  $t_{7e} = 6546$  мото-ч

$$\text{ордината } F(t_{7e}) = F_0\left(\frac{6546 - 4144}{1612}\right) = F_0(1,49) = 0,93$$

т. е. 93 % двигателей потребуется ремонт к наработке 6456 мото-ч

### 2.8. Восьмой интервал (0–7274)

абсцисса  $t_{8e} = 7274$  мото-ч

$$\text{ордината } F(t_{8e}) = F_0\left(\frac{7274 - 4144}{1612}\right) = F_0(1,94) = 0,97$$

т. е. 97 % двигателей потребуется ремонт к наработке 7274 мото-ч

### 2.9. Девятый интервал (0–8002)

абсцисса  $t_{9e} = 8002$  мото-ч

$$\text{ордината } F(t_{9e}) = F_0\left(\frac{8002 - 4144}{1612}\right) = F_0(2,39) = 0,99$$

т. е. 99 % двигателей потребуется ремонт к наработке 8002 мото-ч

3. Определим число вышедших из строя двигателей в каждом интервале наработок, если для выравнивания опытной информации используется закон распределения Вейбулла ( $V = 0,527$ ;  $b = 2$ ;  $a = 3482$  мото-ч;  $t_{cm} = 1086$  мото-ч).

3.1. Для конца первого интервала статистического ряда:

$$\frac{t_{1e} - t_{cm}}{a} = \frac{2178 - 1086}{3482} = 0,3.$$

По таблице 6.4 приложения  $F(t_{1e}) = 0,09$ , т.е. для 9% двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 0 до 2178 мото-ч.

3.2. Для конца второго интервала статистического ряда:

$$\frac{t_{2e} - t_{cm}}{a} = \frac{2906 - 1086}{3482} = 0,5.$$

По таблице 6.4 приложения  $F(t_{2e}) = 0,22$  или для 22 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 0 до 2906 мото-ч.

3.3. Для конца третьего интервала статистического ряда:

$$\frac{t_{3e} - t_{cm}}{a} = \frac{3634 - 1086}{3482} = 0,7.$$

$$F(t_{3e}) = 0,39$$

или для 39 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 0 до 3634 мото-ч.

3.4. Для конца четвертого интервала статистического ряда:

$$\frac{t_{46} - t_{см}}{a} = \frac{4362 - 1086}{3482} = 0,9.$$
$$F(t_{46}) = 0,56$$

или для 56 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 0 до 4362 мото-ч.

3.5. Для конца пятого интервала статистического ряда:

$$\frac{t_{56} - t_{см}}{a} = \frac{5090 - 1086}{3482} = 1,1.$$
$$F(t_{56}) = 0,7$$

или для 70 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 0 до 5090 мото-ч.

3.6. Для конца шестого интервала статистического ряда:

$$\frac{t_{66} - t_{см}}{a} = \frac{5818 - 1086}{3482} = 1,4.$$
$$F(t_{66}) = 0,86$$

или для 86 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 0 до 5818 мото-ч.

3.7. Для конца седьмого интервала статистического ряда:

$$\frac{t_{76} - t_{см}}{a} = \frac{6546 - 1086}{3482} = 1,6.$$
$$F(t_{76}) = 0,94$$

или для 94 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 0 до 6546 мото-ч.

3.8. Для конца восьмого интервала статистического ряда:

$$\frac{t_{86} - t_{см}}{a} = \frac{7274 - 1086}{3482} = 1,8.$$
$$F(t_{86}) = 0,97$$

или для 97 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 0 до 7274 мото-ч.

3.9. Для конца девятого интервала статистического ряда:

$$\frac{t_{96} - t_{см}}{a} = \frac{8002 - 1086}{3482} = 2,0.$$
$$F(t_{96}) = 0,98$$

или для 98 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 0 до 8002 мото-ч.

4. Пользуясь уравнением (6.5) определим значение дифференциальной функции для ЗРВ  $f(t_{ic})$ .

4.1. Первый интервал (1450–2178)

$$f(t_{1c}) = 0,09 - 0,0 = 0,09,$$

т. е. 9 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 1450 до 2178 мото-ч.

4.2. Второй интервал (2178–2906)

$$f(t_{2c}) = 0,22 - 0,09 = 0,13,$$

т. е. 13 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 2178 до 2906 мото-ч.

4.3. Третий интервал (2906–3634)

$$f(t_{3c}) = 0,39 - 0,22 = 0,17,$$

т. е. 17 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 2906 до 3634 мото-ч.

4.4. Четвертый интервал (3634–4362)

$$f(t_{4c}) = 0,56 - 0,39 = 0,17,$$

т. е. 17 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 3634 до 4362 мото-ч.

4.5. Пятый интервал (4362–5090)

$$f(t_{5c}) = 0,7 - 0,56 = 0,14,$$

т. е. 14 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 4362 до 5090 мото-ч.

4.6. Шестой интервал (5090–5818)

$$f(t_{6c}) = 0,86 - 0,7 = 0,16,$$

т. е. 16 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 5090 до 5818 мото-ч.

4.7. Седьмой интервал (5818–6546)

$$f(t_{7c}) = 0,94 - 0,86 = 0,08,$$

т. е. 8 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 5818 до 6546 мото-ч.

4.8. Восьмой интервал (6546–7274)

$$f(t_{8c}) = 0,97 - 0,94 = 0,03,$$

т. е. 3 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 6546 до 7274 мото-ч.

4.9. Девятый интервал (7274–8002)

$$f(t_{9c}) = 0,98 - 0,97 = 0,01,$$

т. е. 1 % двигателей потребуется ремонт в интервале наработок от 7274 до 8002 мото-ч.

5. Результаты расчёта интегральных и дифференциальных функций ЗНР и ЗРВ приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

**Сводная таблица опытных и теоретических распределений доремонтных ресурсов двигателей**

Интервал, мото-ч	Опытная вероятность	Дифференциальная функция		$\sum P_i$	Интегральная функция	
		ЗНР	ЗРВ		ЗНР	ЗРВ
1450-2178	0,114	0,063	0,09	0,114	0,11	0,09
2178-2906	0,114	0,108	0,13	0,228	0,22	0,22
2906-3634	0,214	0,16	0,17	0,442	0,37	0,39
3634-4362	0,143	0,18	0,17	0,585	0,55	0,56
4362-5090	0,171	0,167	0,14	0,756	0,72	0,7
5090-5818	0,086	0,13	0,16	0,842	0,85	0,86
5818-6546	0,043	0,08	0,08	0,885	0,93	0,94
6546-7274	0,057	0,04	0,03	0,942	0,97	0,97
7274-8002	0,057	0,018	0,01	0,999	0,99	0,98

6. По данным табл. 6.1 строим кривые дифференциальной  $f(t)$  и интегральной  $F(t)$  функций ЗНР и ЗРВ, наложенные на полигон (рис. 2.1) и кривую накопленных опытных вероятностей (рис. 6.2).

7. Анализ данных табл. 6.1 и графиков (рис. 6.1 и 6.2) позволяет сделать рекомендации, имеющие практическое значение:

- Опытная информация отклоняется от теоретических функций и нуждается в выравнивании при помощи теоретического закона распределения.
- В интервале значений коэффициента вариации от 0,3 до 0,5 функции закона нормального распределения и закона распределения Вейбулла незначительно отличаются одна от другой, поэтому визуально трудно выбрать закон распределения для выравнивания опытной информации. В таких случаях рекомендуется выбирать теоретический закон распределения по критерию согласия.
- Интегральную кривую закона нормального распределения при достаточной повторности информации  $N$  можно построить по десяти точкам.

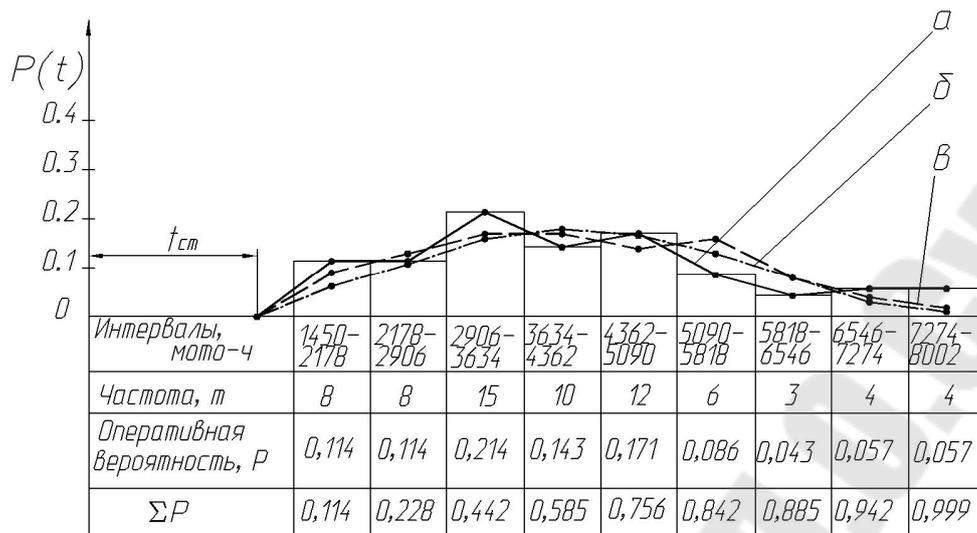


Рис. 6.1. Диаграмма дифференциальных  $f(t)$  кривых функций ЗНР и ЗРВ, наложенных на полигон распределения:  $a$  – полигон распределения;  $b$  – дифференциальная кривая закона нормального распределения;  $v$  – дифференциальная кривая закона распределения Вейбулла

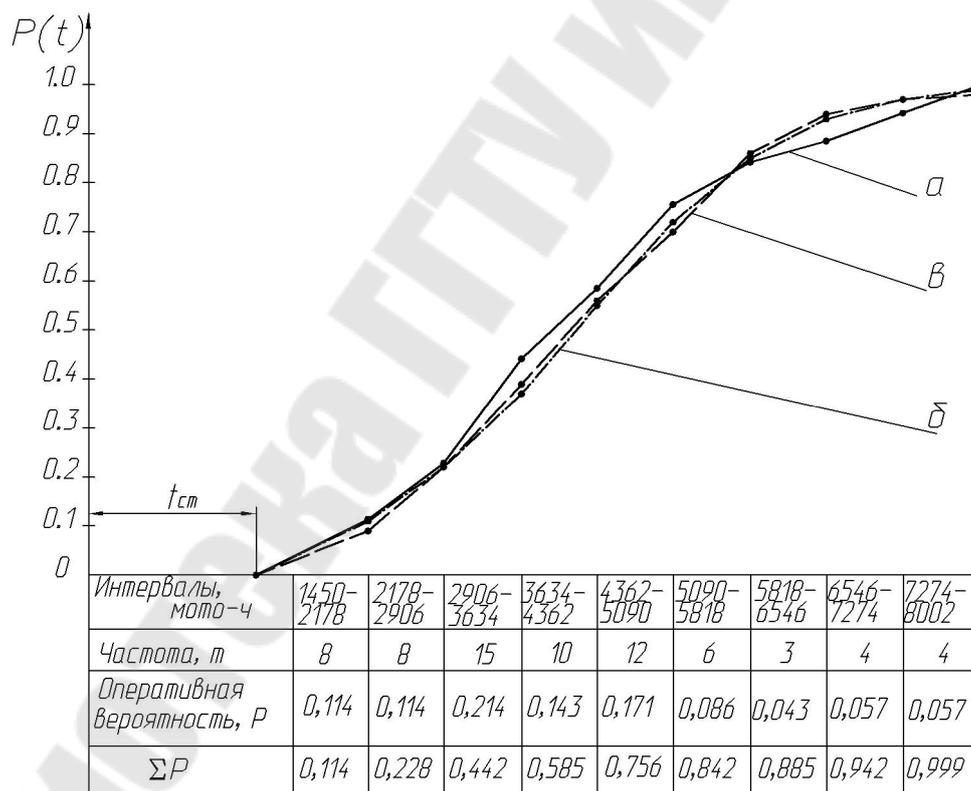


Рис. 6.2. Диаграмма интегральных  $F(t)$  кривых функций ЗНР и ЗРВ, наложенных на кривую накопленных опытных вероятностей:  $a$  – кривая накопленных опытных вероятностей;  $b$  – интегральная кривая закона нормального распределения;  $v$  – интегральная кривая закона распределения Вейбулла

Таблица 6.2

**Дифференциальная функция (функция плотности вероятности) закона нормального распределения (ЗНР)**

$f_0\left(\frac{t_{ic} - \bar{t}}{\sigma}\right)$	Сотые доли									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
0,1	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,39	0,39	0,39	0,39
0,2	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,39	0,38	0,38
0,3	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38	0,37	0,37	0,37	0,37
0,4	0,37	0,37	0,37	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,35
0,5	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34
0,6	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,32	0,32	0,32	0,32	0,31
0,7	0,31	0,31	0,31	0,31	0,30	0,30	0,30	0,30	0,29	0,29
0,8	0,29	0,29	0,29	0,29	0,28	0,28	0,28	0,27	0,27	0,27
0,9	0,27	0,26	0,26	0,26	0,26	0,25	0,25	0,25	0,25	0,24
1,0	0,24	0,24	0,24	0,24	0,23	0,23	0,23	0,23	0,22	0,22
1,1	0,22	0,22	0,21	0,21	0,21	0,21	0,20	0,20	0,20	0,20
1,2	0,19	0,19	0,19	0,19	0,19	0,18	0,18	0,18	0,18	0,17
1,3	0,17	0,17	0,17	0,17	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,15
1,4	0,15	0,15	0,15	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,13	0,13
1,5	0,13	0,13	0,13	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11
1,6	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
1,7	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,08	0,08	0,08
1,8	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
1,9	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
2,0	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
2,1	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
2,2	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
2,3	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02
2,4	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
2,5	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01
2,6	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
2,8	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
3,0	0,00	0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Таблица 6.3

## Интегральная функция закона нормального распределения (ЗНР)

$F_0\left(\frac{t_{is} - \bar{t}}{\sigma}\right)$	Сотые доли									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,50	0,50	0,51	0,51	0,52	0,52	0,52	0,53	0,53	0,54
0,1	0,54	0,54	0,55	0,55	0,56	0,56	0,56	0,57	0,57	0,58
0,2	0,58	0,58	0,59	0,59	0,60	0,60	0,60	0,61	0,61	0,61
0,3	0,62	0,62	0,63	0,63	0,63	0,64	0,64	0,64	0,65	0,65
0,4	0,66	0,66	0,66	0,67	0,67	0,67	0,68	0,68	0,68	0,69
0,5	0,69	0,70	0,70	0,71	0,71	0,71	0,71	0,72	0,72	0,72
0,6	0,73	0,73	0,73	0,74	0,74	0,74	0,75	0,75	0,75	0,75
0,7	0,76	0,76	0,76	0,77	0,77	0,77	0,78	0,78	0,78	0,79
0,8	0,79	0,79	0,79	0,80	0,80	0,80	0,81	0,81	0,81	0,81
0,9	0,82	0,82	0,82	0,82	0,83	0,83	0,83	0,83	0,84	0,84
1,0	0,84	0,84	0,85	0,85	0,85	0,85	0,86	0,86	0,86	0,86
1,1	0,86	0,87	0,87	0,87	0,87	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
1,2	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,90	0,90	0,90	0,90
1,3	0,90	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,92	0,92	0,92
1,4	0,92	0,92	0,92	0,92	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93
1,5	0,93	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94
1,6	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,96
1,7	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
1,8	0,96	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97
1,9	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98
2,0	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
2,1	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99
2,2	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
2,3	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
2,4	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
2,5	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Таблица 6.4

Интегральная функция (функция распределения)  $F(t_{iB} - t_{CM})$  закона распределения Вейбулла (ЗВР)

$\frac{t_{iB} - t_{CM}}{a}$	Параметр $b$							
	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
0,1	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03
0,2	0,21	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	0,09	0,07
0,3	0,29	0,26	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,14
0,4	0,35	0,33	0,31	0,28	0,26	0,24	0,22	0,21
0,5	0,41	0,39	0,37	0,35	0,33	0,32	0,30	0,28
0,6	0,47	0,45	0,43	0,42	0,40	0,39	0,37	0,36
0,7	0,52	0,50	0,49	0,48	0,47	0,46	0,44	0,43
0,8	0,56	0,55	0,54	0,54	0,53	0,52	0,51	0,50
0,9	0,60	0,59	0,59	0,59	0,58	0,58	0,57	0,57
1,0	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
1,1	0,66	0,67	0,67	0,67	0,68	0,68	0,68	0,69
1,2	0,69	0,70	0,71	0,71	0,72	0,73	0,73	0,74
1,3	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,76	0,77	0,78
1,4	0,74	0,75	0,77	0,78	0,79	0,80	0,81	0,82
1,5	0,76	0,78	0,79	0,80	0,82	0,83	0,84	0,85
1,6	0,78	0,80	0,81	0,83	0,84	0,86	0,87	0,88
1,7	0,80	0,82	0,83	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90
1,8	0,82	0,84	0,85	0,87	0,88	0,90	0,91	0,92
1,9	0,83	0,85	0,87	0,89	0,90	0,91	0,93	0,94
2,0	0,85	0,87	0,88	0,90	0,92	0,93	0,94	0,95
2,1	0,86	0,88	0,90	0,91	0,93	0,94	0,95	0,96
2,2	0,87	0,89	0,91	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97
2,3	0,88	0,90	0,92	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98
2,4	0,89	0,91	0,93	0,94	0,96	0,97	0,98	0,98
2,5	0,90	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
2,6	0,91	0,93	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99
2,7	0,91	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99
2,8	0,92	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99
2,9	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	1,00
3,0	0,93	0,95	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00
3,5	0,95	0,96	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00
4,0	0,97	0,98	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Продолжение таблицы 6.4

$\frac{t_{is} - t_{cm}}{a}$	Параметр $b$							
	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
0,1	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00
0,2	0,06	0,05	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02
0,3	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05
0,4	0,19	0,18	0,16	0,15	0,14	0,12	0,11	0,10
0,5	0,27	0,25	0,24	0,22	0,21	0,20	0,18	0,17
0,6	0,34	0,33	0,32	0,30	0,29	0,23	0,27	0,25
0,7	0,43	0,41	0,40	0,39	0,38	0,37	0,36	0,35
0,8	0,50	0,49	0,48	0,47	0,46	0,43	0,45	0,44
0,9	0,57	0,56	0,56	0,56	0,55	0,55	0,54	0,54
1,0	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
1,1	0,69	0,70	0,70	0,70	0,71	0,71	0,71	0,72
1,2	0,74	0,75	0,76	0,76	0,77	0,78	0,78	0,79
1,3	0,79	0,80	0,81	0,82	0,82	0,83	0,84	0,85
1,4	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88	0,89	0,89
1,5	0,86	0,87	0,89	0,90	0,90	0,91	0,92	0,93
1,6	0,89	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,95
1,7	0,92	0,93	0,94	0,94	0,95	0,96	0,97	0,97
1,8	0,93	0,94	0,95	0,97	0,97	0,97	0,98	0,98
1,9	0,95	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99
2,0	0,96	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99
2,1	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00
2,2	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00
2,3	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,4	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,5	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,6	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
4,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Окончание таблицы 6.4

$\frac{t_{ис} - t_{см}}{a}$	Параметр $b$							
	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2
0,1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,2	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
0,3	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02
0,4	0,10	0,09	0,08	0,07	0,07	0,06	0,06	0,05
0,5	0,16	0,015	0,14	0,13	0,13	0,12	0,11	0,10
0,6	0,24	0,23	0,22	0,21	0,20	0,19	0,19	0,18
0,7	0,34	0,33	0,32	0,31	0,30	0,29	0,28	0,27
0,8	0,44	0,43	0,42	0,41	0,41	0,40	0,39	0,39
0,9	0,54	0,53	0,53	0,53	0,52	0,52	0,51	0,51
1,0	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
1,1	0,72	0,72	0,73	0,73	0,73	0,74	0,74	0,74
1,2	0,79	0,80	0,81	0,81	0,82	0,82	0,83	0,84
1,3	0,85	0,86	0,87	0,88	0,88	0,89	0,90	0,90
1,4	0,90	0,91	0,92	0,92	0,93	0,94	0,94	0,95
1,5	0,94	0,95	0,95	0,96	0,96	0,97	0,97	0,97
1,6	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99
1,7	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00
1,8	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00
1,9	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$\frac{t_{ис} - t_{см}}{a}$	Параметр $b$							
	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0
0,1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,3	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01
0,4	0,05	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03
0,5	0,10	0,09	0,09	0,08	0,07	0,07	0,06	0,06
0,6	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14	0,13	0,13	0,12
0,7	0,27	0,26	0,25	0,24	0,23	0,23	0,22	0,21
0,8	0,38	0,37	0,37	0,36	0,35	0,35	0,34	0,34
0,9	0,51	0,50	0,50	0,50	0,49	0,49	0,48	0,48
1,0	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
1,1	0,75	0,75	0,75	0,76	0,76	0,76	0,77	0,77
1,2	0,84	0,84	0,85	0,85	0,86	0,865	0,87	0,87
1,3	0,91	0,91	0,92	0,92	0,93	0,93	0,94	0,94
1,4	0,95	0,96	0,96	0,97	0,97	0,97	0,98	0,98
1,5	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
1,6	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,7	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,8	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1,9	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

## Литература

1. Основы надежности сельскохозяйственной техники. Л. С. Ермолов [и др.] – М. : Колос, 1982.
2. Проников, А. С. Надежность машин. / А. С. Проников. – М. : Машиностроение, 1978.
3. Колесников, К. С. Технологические основы обеспечения качества машин./ К. С. Колесников. – М. : Машиностроение, 1990.
4. Жарский, И. М. Технологические методы обеспечения надежности деталей машин / И. М. Жарский – Минск : Выш. шк., 2005.
5. Шевченко, Д. Н Основы теории надежности : учеб.-метод. пособие для студ. техн. спец. / Д. Н. Шевченко ; под ред. Л. А. Сосновского ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2010. – 250 с.
6. Ермолов, Л. С. Повышение надежности сельскохозяйственной техники (Основы теории и практики) / Л. С. Ермолов. – М. : Колос, 1979.
7. Проников, А. С. Надежность машин / А. С. Проников. – М. : Машиностроение, 1978.
8. Кряжков, В. М. Основы надежности сельскохозяйственной техники / В. М. Кряжков, Л. С. Ермолов. – М. : Колос, 1982.

# **НАДЕЖНОСТЬ МАШИН**

**Практикум  
по одноименной дисциплине  
для студентов специальности 1-36 12 01  
«Проектирование и производство  
сельскохозяйственной техники»  
дневной и заочной форм обучения**

**Составители: Попов Виктор Борисович  
Голопятин Александр Владимирович**

Подписано к размещению в электронную библиотеку  
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного  
учебно-методического документа 30.10.20.

Рег. № 76Е.

<http://www.gstu.by>