МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ПРОЦЕССА $e^+e^- \to \gamma\gamma$

К. Д. Поляков

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель В. Ю. Гавриш

Введение. Расчет наблюдаемых процессов стандартной модели является центральной задачей теоретической физики и физики высоких энергий. Вычисление наблюдаемых подобных процессов дает возможность определить с высокой точностью не только параметры стандартной модели, но и продолжить поиск эффектов новой физики.

В данной работе авторы, используя лагранжиан квантовой электродинамики, определяют явный вид матричного элемента процесса $e^+e^- \to \gamma\gamma$ (аннигиляция пары электрон-позитрон).

1. Лагранжиан квантовой электродинамики. Известно [1], что лагранжиан свободного поля частиц полуцелого спина (условно электронпозитронного) определяется выражением

$$L^e = \overline{\psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x), \tag{1}$$

где $\psi(x)$ – волновая функция частицы массы m, а γ^μ – матрицы Дирака. Отметим, что явный вид матриц в различных представлениях определятся с помощью матриц Паули и в силу громоздких записей здесь приводится не будет.

Используя свободный лагранжиан электромагнитного поля [2]:

$$L^\gamma = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \tag{2}$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x)$ – тензор напряженности электромагнитного поля, получаем полный лагранжиан невзаимодействующих фермионов с фотонами:

$$L_0 = L^e + L^\gamma = \overline{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \tag{3}$$

Стандартная процедура локальных калибровочных преобразований:

$$\begin{cases} \psi'(x) = e^{i\lambda(x)}\psi(x); \\ A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \dfrac{1}{e}\partial_\mu\lambda(x), \end{cases} \tag{4}$$

выражения (3) приводит к лагранжиану электронфотонного взаимодействия:

$$L_{int} = -e\ \overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)A_\mu, \tag{5}$$

где $\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)$ – электромагнитный ток перехода, а e – константа взаимодействия (в рассматриваемом случае заряд электрона позитрона).

2. Диаграммы Фейнмана процесса $e^+e^- \to \gamma\gamma$. Изучаемому процессу соответствуют диаграммы Фейнмана, показанные на рис. 1, *а*, *б*.

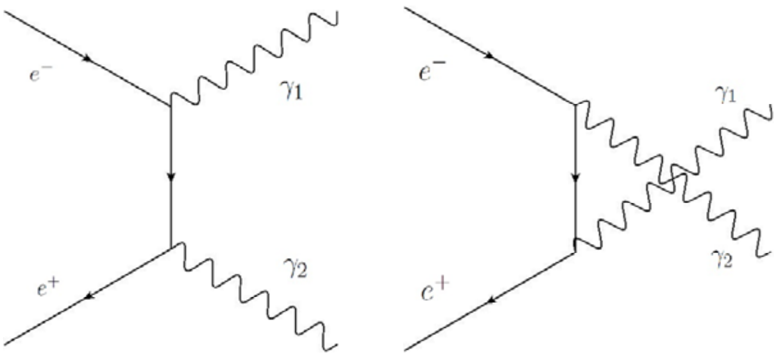

Рис. 1. Диаграммы Фейнмана процесса $e^+e^- \to \gamma\gamma$

Отметим, что указанные диаграммы получены с помощью теоремы Вика из выражения

$$e^2\ N[\overline{\psi}(x_1)\gamma^\mu\psi(x_1)\overline{\psi}(x_2)\gamma^\nu\psi(x_2)] \tag{6}$$

путем расчета сверток с векторами начального и конечного состояний в борновском приближении (данные вычисления здесь приводится не будут).

3. Матричные элементы процесса $e^+e^- \to \gamma\gamma$. Используя правила Фейнмана [3] и рис. 1, *а*, *б*, запишем матричные элементы изучаемого процесса: первой диаграмме соответствует матричный элемент:

$$M^{(1)}_{\nu',\nu}(\lambda_1,\lambda_2) = e^2\ \overline{\upsilon}_{\nu'}(\vec{p}_2,m_e)\left(\varepsilon^*(\lambda_2)\gamma\right)\frac{\hat{p}_1 - \hat{k}_1 + m_e}{\left(p_1 - k_1\right)^2 - m_e^2}\left(\varepsilon^*(\lambda_1)\gamma\right)u_\nu(\vec{p}_1,m_e), \tag{7}$$

где $\varepsilon(\lambda)$ – 4-вектор поляризации фотонов, явный вид которого в спиральном базисе определяется выражением

$$\varepsilon(\lambda_1) = \left\{0, \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}}, -i\frac{\lambda_1}{\sqrt{2}}, -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}\right\};\quad \varepsilon(\lambda_2) = \left\{0, \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}}, i\frac{\lambda_2}{\sqrt{2}}, -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}\right\}; \tag{8}$$

$\lambda_{1,2} = \pm 1$, а $\theta -$ угол вылета фотонов в системе центра масс. Здесь и далее $u_\nu(\vec{p},m)/\upsilon_\nu(\vec{p},m)$ – биспиноры Дирака частицы/античастицы m с импульсом $\vec{p}$. Для второй диаграммы, соответственно, матричный элемент запишется в виде

$$M^{(2)}_{\nu',\nu}(\lambda_1,\lambda_2) = e^2\,\bar{\upsilon}_{\nu'}(\vec{p}_2,m_e)\left(\varepsilon^*(\lambda_1)\gamma\right)\frac{\hat{p}_1-\hat{k}_2+m_e}{\left(p_1-k_2\right)^2-m_e^2}\left(\varepsilon^*(\lambda_2)\gamma\right)u_\nu(\vec{p}_1,m_e). \tag{9}$$

Суммируя (7) и (8), получаем:

$$M_{\nu',\nu}(\lambda_1,\lambda_2) = M^{(1)}_{\nu',\nu}(\lambda_1,\lambda_2) + M^{(2)}_{\nu',\nu}(\lambda_1,\lambda_2) = e^2\,\bar{\upsilon}_{\nu'}(\vec{p}_2,m_e)\times$$

$$\times\left(\left(\varepsilon^*(\lambda_2)\gamma\right)\frac{\hat{p}_1-\hat{k}_1+m_e}{\left(p_1-k_1\right)^2-m_e^2}\left(\varepsilon^*(\lambda_1)\gamma\right)+\left(\varepsilon^*(\lambda_1)\gamma\right)\frac{\hat{p}_1-\hat{k}_2+m_e}{\left(p_1-k_2\right)^2-m_e^2}\left(\varepsilon^*(\lambda_2)\gamma\right)\right)u_\nu(\vec{p}_1,m_e). \tag{10}$$

Выражение (3.4) перед стандартной процедурой возведения в квадрат целесообразно упростить. Для этого воспользуемся уравнениями:

$$(\hat{p}-m_e)u_\nu(\vec{p},m_e)=0,\;\;(\hat{p}+m_e)\upsilon_\nu(\vec{p},m_e)=0 \tag{11}$$

для биспиронов Дирака. Используя соотношение [4]:

$$\gamma^\mu\gamma^\nu+\gamma^\nu\gamma^\mu=2g^{\mu\nu}, \tag{12}$$

после некоторых преобразований:

$$\left(\hat{p}_1-\hat{k}_1+m_e\right)\left(\varepsilon^*(\lambda_1)\gamma\right)u_\nu(\vec{p}_1,m_e)=\left(2\left(\varepsilon^*(\lambda_1)p_1\right)-\hat{k}_1\left(\varepsilon^*(\lambda_1)\gamma\right)\right)u_\nu(\vec{p}_1,m_e);$$

$$\left(\hat{p}_1-\hat{k}_2+m_e\right)\left(\varepsilon^*(\lambda_2)\gamma\right)u_\nu(\vec{p}_1,m_e)=\left(2\left(\varepsilon^*(\lambda_2)p_1\right)-\hat{k}_2\left(\varepsilon^*(\lambda_2)\gamma\right)\right)u_\nu(\vec{p}_1,m_e), \tag{13}$$

из (10) с учетом (13) окончательно получаем:

$$M_{\nu',\nu}(\lambda_1,\lambda_2)=M^{(1)}_{\nu',\nu}(\lambda_1,\lambda_2)+M^{(2)}_{\nu',\nu}(\lambda_1,\lambda_2)=$$

$$=e^2\,\bar{\upsilon}_{\nu'}(\vec{p}_2,m_e)\left(\varepsilon^*(\lambda_2)\gamma\right)\frac{2\left(\varepsilon^*(\lambda_1)p_1\right)-\hat{k}_1\left(\varepsilon^*(\lambda_1)\gamma\right)}{\left(p_1-k_1\right)^2-m_e^2}u_\nu(\vec{p}_1,m_e)+$$

$$+e^2\bar{\upsilon}_{\nu'}(\vec{p}_2,m_e)\left(\varepsilon^*(\lambda_1)\gamma\right)\frac{2\left(\varepsilon^*(\lambda_2)p_1\right)-\hat{k}_2\left(\varepsilon^*(\lambda_2)\gamma\right)}{\left(p_1-k_2\right)^2-m_e^2}u_\nu(\vec{p}_1,m_e). \tag{14}$$

Дальнейший расчет наблюдаемых процесса $e^+e^-\to\gamma\gamma$ связан с выбором системы отсчета и возведении (14) в квадрат с последующим суммированием по поляризациям фотонов и усреднением по спиновым состояниям фермионов. Данные выкладки в силу громоздкости здесь приводиться не будут.

Заключение. В ходе работы авторы, используя лагранжиан квантовой электродинамики, получают матричные элементы процесса аннигиляции электронпозитронной пары. Полученные в ходе работы результаты могут быть использованы для расчета наблюдаемых указанного процесса.

Литература

1. Биленький, С. М. Введение в диаграммы фенймана и физику электрослабого взаимодействия / М. С. Биленький. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 327 с.
2. Окунь, Л. Б. Лептоны и кварки / Л. Б. Окунь. – И-во URSS, 2015. – 352 с.
3. Borodulin, V. I. CORE: COmpendium of RElations: Version 3.1 / V. I. Borodulin, R. N. Rogalev, S. R. Slabospitsky // arxiv:hep-ph/1702.08246–2017. – Режим доступа: https://arxiv.org/pdf/1702.08246.pdf.
4. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Квантовая электродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Физматлит, 2006. – 720 с.