МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ

В. Д. Васильев, А. М. Назюта

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель Л. Г. Бычкова

Переходные процессы в нелинейных электрических цепях описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений, точное аналитическое решение которых возможно только для узкого круга задач. В более сложных случаях практически единственным методом является метод математического моделирования переходных процессов – численного интегрирования системы нелинейных дифференциальных уравнений. Переходные процессы в нелинейных цепях могут существенно отличаться от переходных процессов в аналогичных по структуре линейных цепях. Нелинейность характеристики какого-либо элемента цепи может привести или только к количественному изменению переходного процесса или к его качественным изменениям. В первом случае на некоторых отрезках времени скорость переходного процесса увеличивается, а на других отрезках времени – замедляется. Во втором случае в цепи возникают качественно новые явления, принципиально невозможные в линейных цепях, например, незатухающие автоколебания.

Целью данной работы является расчет переходных процессов в нелинейных цепях методом математического моделирования, сравнение данных расчета с данными, полученными в эксперименте, и обоснование применимости этого метода при решении нелинейных задач.

При математическом моделировании переходных процессов в нелинейных цепях используются дифференциальные параметры нелинейных элементов, которые должны быть представлены в аналитической форме.

$$u_L = \frac{d\psi}{dt}\frac{di}{di} = \frac{d\psi}{di}\frac{di}{dt} = L_\partial \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

Это, в свою очередь, требует аппроксимации нелинейной характеристики. В данной работе в качестве нелинейного элемента выбрана реальная индуктивность с известной вебер-амперной характеристикой, заданной графически. Наиболее точной оказалась аппроксимация гиперболическим синусом:

$$i = \alpha sh(\beta\psi). \quad (2)$$

Коэффициенты α и β рассчитаны методом выбранных точек и имеют значения 0,011 *А* и 728,215 *В*б, соответственно.

На рис. 1 для сравнения представлены графики аппроксимации (сплошная линия) и вебер-амперной характеристики (пунктирная линия). Кривые имеют хорошее совпадение.

Рассчитаем дифференциальную индуктивность катушки:

$$L_\partial(i) = \frac{d\psi}{di} = \frac{1}{\alpha\beta\sqrt{1+\left(\frac{i}{\alpha}\right)^2}}. \quad (3)$$

График дифференциальной индуктивности приведен на рис. 2.

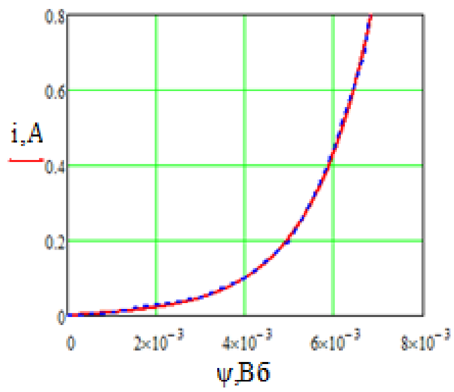

Рис. 1. Графики аппроксимации и вебер-амперной характеристики

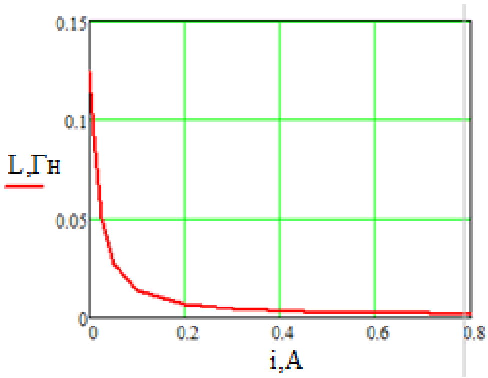

Рис. 2. График дифференциальной индуктивности

Формирование системы расчетных уравнений. Метод переменных состояния основан на решении системы дифференциальных уравнений первого порядка, приведенных к форме Коши относительно производных для величин, называемых переменными состояния. Количество переменных состояния, а следовательно, и число уравнений системы должно быть равно порядку дифференциального уравнения, которым описывается рассчитываемая схема, т. е. количеству независимых накопителей энергии n.

В сложной цепи формирование уравнений состояния является достаточно трудоемкой задачей. Необходимо записать полную систему уравнений по законам Кирхгофа и путем подстановок привести к форме Коши. Существует и использована в нашей работе методика составления уравнений состояния на основе принципа наложения. Суть метода состоит в разделении исходной цепи на две подсхемы: первая содержит элементы, запасающие энергию, вторая – линейные резистивные элементы. Следующий этап рассматриваемой методики заключается в замене на основании теоремы о компенсации емкостей источниками напряжения, катушек индуктивности – источниками тока. Полученная схема рассчитывается методом наложения. В каждой подсхеме при этом подходе остаются только резистивные линейные элементы, что и позволяет в нелинейной цепи применить метод наложения. Покажем это на конкретном примере. На рис. 3 представлена схема цепи. Найдем напряжение на индуктивности u_L и ток в емкости i_C.

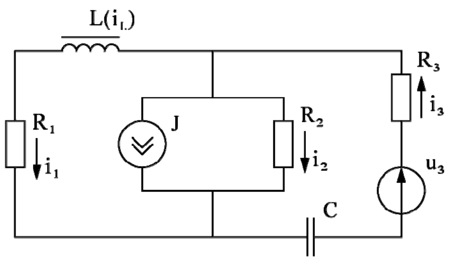

Рис. 3. Исходная цепь

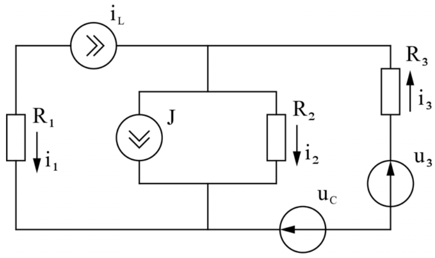

Рис. 4. Цепь после преобразования

Заменим емкость источником напряжения, а индуктивности – источником тока (рис. 4).

Далее на основе метода наложения составляем частные схемы для каждого источника и запишем итоговые суммарные значения для тока i_3 и напряжения u_L.

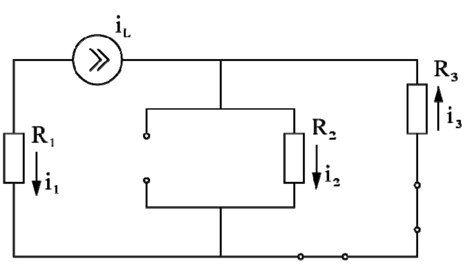

Рис. 5. Первая подсхема

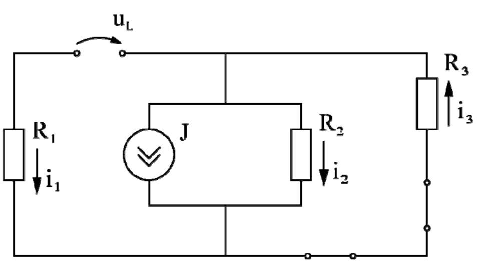

Рис. 6. Вторая подсхема

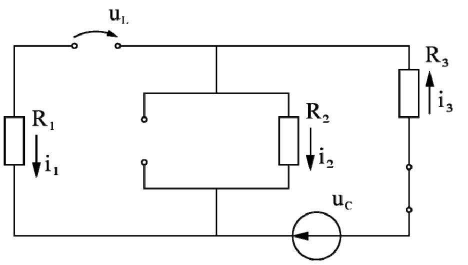

Рис. 7. Третья подсхема

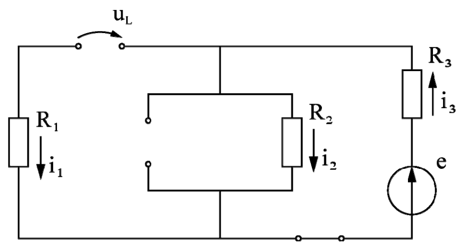

Рис. 8. Четвертая подсхема

$$i_3 = i_3^{'} + i_3^{''} + i_3^{'''} + i_3^{''''} = -i_L \frac{R_2}{R_2 + R_3} + J \frac{R_2}{R_2 + R_3} - u_C \frac{1}{R_2 + R_3} + e \frac{1}{R_2 + R_3}; \qquad (4)$$

$$u_L = u_L^{'} + u_L^{''} + u_L^{'''} + u_L^{''''} = i_L \left(R_1 + \frac{R_2}{R_2 + R_3} \right) - J \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} - u_C \frac{1}{R_2 + R_3} - e \frac{R_3}{R_2 + R_3}. \qquad (5)$$

Затем формируем дифференциальную систему уравнений. Так как $i_3 = C \frac{du_C}{dt}$, а $u_L = L_д \frac{di}{dt}$, то расчетная система уравнений принимает вид:

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{-i_L \frac{R_2}{R_2 + R_3} + J \frac{R_2}{R_2 + R_3} - u_C \frac{1}{R_2 + R_3} + e \frac{1}{R_2 + R_3}}{C}; \qquad (6)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{-i_L \frac{R_2}{R_2 + R_3} + J \frac{R_2}{R_2 + R_3} - u_C \frac{1}{R_2 + R_3} + e \frac{1}{R_2 + R_3}}{L_д}. \qquad (7)$$

Заключение. 1. При математическом моделировании переходных процессов в нелинейных цепях используются дифференциальные параметры нелинейных элементов, которые должны быть представлены в аналитической форме. Это, в свою очередь, требует аппроксимации нелинейной характеристики. Наиболее точной оказалась аппроксимация гиперболическим синусом. 2. Рассмотрен удобный способ уравнений состояния в сложных нелинейных цепях. Работа внедрена в учебный процесс в качестве учебно-исследовательской.

Литература

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М. : Высш. шк., 1996.
2. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. – 1989.