

Белорусский ордена Трудового Красного Знамени  
государственный университет имени В. И. Ленина

На правах рукописи

**КРАВЧЕНКО Ольга Алексеевна**

УДК 539.3

**ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ  
И НАПРЯЖЕНИЙ В КОМПОНЕНТАХ ВОЛОКНИСТОГО  
КОМПОЗИТА НЕРЕГУЛЯРНОЙ СТРУКТУРЫ**

**01.02.04—механика деформируемого  
твердого тела**

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

**диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

Минск 1989

Работа выполнена в Гомельском политехническом институте

Научный руководитель – доктор технических наук,  
профессор СТАВРОВ В.П.

Официальные оппоненты – доктор физико-математических  
наук, профессор ЧИГАРЕВ А.В.  
кандидат физико-математических  
наук, старший научный сотрудник  
ВАСИЛЕВИЧ Д.В.

Ведущая организация – Институт механики сплошных сред  
УИИ АН СССР

Защита состоится 19 мая 1989 года в 10.00 на заседании  
специализированного совета К 056.03.10 в Белорусском ордена  
Трудового Красного Знамени государственном университете  
имени В.И. Ленина / 220080, Минск, Ленинский просп., 4,  
главный корпус, к.206 /.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белгос-  
университета им. В.И.Ленина.

Автореферат разослан "10" апреля 1989 г.

1 / УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ  
доцент



А.А.КУЛЕШОВ

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. К конструкционным материалам, обещающим подлинный прорыв в машиностроении, относятся композиты. Применение волокнистых композитов в высоконагружаемых ответственных конструкциях побудило к интенсивным исследованиям структуры и свойств этого класса материалов, к разработке методов прогнозирования свойств и расчета конструкций на прочность. Проблема зависимости механического поведения композитных материалов от их структуры постоянно была в центре внимания исследователей.

Структурный подход в механике композитных материалов является наиболее плодотворным при разработке теории разрушения, прогнозирования прочности конструкций в условиях эксплуатации. Напряжения и деформации в компонентах зависят не только от их свойств и макроскопического напряженного состояния композита, но и от структуры материала, имеющей стохастический характер. Однако известные решения задач механики композитов, в том числе в статистической постановке, не позволили установить закономерности распределения напряжений и деформаций в компонентах с учетом нерегулярной микроструктуры реальных материалов. Не выяснено в полной мере влияние разброса диаметров и случайного расположения волокон на упругие характеристики волокнистых композитов, на параметры и законы распределения деформаций и напряжений в компонентах при различных напряженных состояниях композита в целом. Установление указанных закономерностей углубляет познание особенностей механического поведения композитов, расширяет возможности целенаправленного управления их структурой и свойствами, обеспечивает более точный учет структурных особенностей при оценке работоспособности конструкции из композитов в условиях эксплуатации.

Цель работы является установление влияния разброса диаметров и расположения волокон в однонаправленном волокнистом композите и макроскопического напряженного состояния композита на распределение напряжений и деформаций в компонентах.

В соответствии с поставленной целью сформулированы задачи исследования:

- обобщить метод решения статистических задач теории упругости композитных сред в реализациях на случай произвольного

макроскопического напряженного состояния волокнистого композита. Разработать алгоритм статистического моделирования на ЭВМ напряженного и деформированного состояния волокнистого композита нерегулярной структуры, построения законов распределения напряжений и деформаций в компонентах при произвольном макроскопическом напряженном состоянии;

- исследовать алгоритмы построения на ЭВМ реализаций случайной структуры волокнистого композита, оценить адекватность статистических моделей;

- изучить закономерности влияния разброса диаметров и расположения волокон на эффективные постоянные упругости волокнистого композита и на распределение напряжений и деформаций в компонентах в зависимости от макроскопического напряженного состояния композита;

- построить законы распределения главных напряжений и деформаций в компонентах волокнистого композита и оценить уровень микрповреждений при различных напряженных состояниях.

Научная новизна работы. В диссертационной работе получены новые научные результаты, выносимые на защиту, а именно:

- метод и алгоритм моделирования на ЭВМ напряженного и деформированного состояния компонентов волокнистого композита произвольной (нерегулярной и периодической) структуры при произвольном макроскопическом напряженном состоянии;

- метод и результаты оценки условий адекватности модельной структуры волокнистого композита;

- закономерности влияния разброса диаметров и расположения волокон в композитах на эффективные модули упругости;

- впервые установленные закономерности влияния микроструктуры волокнистого композита и макроскопического напряженного состояния на вид функций и параметры распределения напряжений и деформаций в компонентах;

- результаты оценки по законам распределения главных деформаций и напряжений в связующем уровне начальной микрповрежденности и особенностей разрушения однонаправленных композитов при различных напряженных состояниях.

Практическая ценность. Результаты работы могут быть использованы при прогнозировании упругих свойств, микрповрежденности и прочности композитных материалов, при создании новых композитов с заданными свойствами.

Апробация работы. Основные положения диссертации докладывались на V Республиканской научно-технической конференции "Применение композиционных материалов на основе полимеров в народном хозяйстве" (Гомель, 1980); V Республиканской конференции математиков Белоруссии (Гродно, 1980); научном семинаре по расчету и проектированию конструкций из композитных материалов в ИВТУ им. Баумана (Москва, 1980); третьей конференции молодых ученых и специалистов по механике композитных материалов (Рига, 1981); научно-технической конференции "Новые методы расчетов на прочность, надежность и долговечность конструкций" (Свердловск, 1979); зональной конференции "Автоматизация технологического проектирования" (Пенза, 1985); VII научно-технической конференции "Физика и механика композиционных материалов на основе полимеров" (Гомель, 1979); научных конференциях Гомельского государственного университета и Гомельского политехнического института (Гомель, 1980-1988).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 печатных работ.

Объем и структура работы. Общий объем диссертации 138 страниц, в том числе III страницы машинописного текста, 29 рисунков, 20 таблиц. Диссертация состоит из введения, трех глав, объединяющих 9 параграфов, заключения. Библиографический список включает 133 наименования.

В первой главе диссертации изложен метод расчета напряжений и деформаций в компонентах волокнистого композита при произвольном напряженном состоянии путем решения статистической задачи теории упругости однонаправленной композитной среды в реализациях.

Дано описание статистической модели структуры однонаправленного волокнистого композита, моделируемого системой параллельных стержней (волокон), имеющих случайный диаметр и расположенных случайным образом. Предполагается, что промежутки между волокнами сплошь заполнены связующим, причем в ненагруженном состоянии напряжения в компонентах отсутствуют и обеспечивается идеальная связь между волокнами и связующим. Случайные поля структуры и свойств считаются статистически однородными и эргодическими по отношению к моментным функциям первого, вто-

рого и более высоких порядков.

Разработаны алгоритмы построения реализаций стохастических моделей однонаправленных волокнистых композитов при заданном нормальном законе распределения диаметров и объемной доле волокон  $\rho = 0,4 \dots 0,7$ , типичной для стеклопластиков и других волокнистых композитов. Модель стохастической структуры волокнистого композита представляет собой поле непересекающихся кругов, случайным образом расположенных на плоскости. Показана низкая точность оценки репрезентативности стохастических моделей структуры волокнистых композитов по моментным функциям. Введены более надежные статистические критерии и проведен анализ репрезентативности модельных полей структуры. На основе асимптотических свойств распределения площади модельного поля, занятой волокнами, установлены границы изменений объемной доли волокон  $\bar{\rho}$  в модели в зависимости от коэффициента вариации радиусов волокон  $V_r$  и числа волокон  $N$  в реализации в виде:

$$\bar{\rho} = \rho \pm \frac{z_q (\sqrt{2N} + N) V_r^2}{NP},$$

где  $z_q$  - квантиль нормального распределения, соответствующая заданному уровню значимости  $q$ .

Введен статистический критерий выбора случайным образом числа точек (реализаций) на модельном поле структуры, при котором обеспечивается статистическая независимость значений параметров, характеризующих структуру и свойства композита. Установлена связь репрезентативного объема выборки с основными параметрами поля структуры - с числом, средними значениями и разбросом диаметров волокон, их долей в композите. Путем расчета и анализа реализаций, построенных на ЭВМ, показано, что удовлетворение установленных условий гарантирует репрезентативность реализаций модельной структуры и извлекаемых из них случайным образом выборок.

Дано представление в реализациях решения статистической задачи теории упругости волокнистой композитной среды по методу функций Грина.

Уравнения статистической теории упругости для рассматриваемой среды имеют вид:

$$\nabla \cdot \sigma = 0; \quad \varepsilon = \text{def } \chi; \quad \sigma = \theta \cdot \varepsilon, \quad (I)$$

где  $\sigma, \varepsilon, \chi, \theta$  - напряжения, деформации; перемещения и модули упругости композита, отнесенные к элементам структуры;  $\nabla$  - дифференциальный оператор Гамильтона;  $def$  - оператор деформации; точки означают свертывание тензоров.

Решение системы (I) по методу функций Грина при детерминированных перемещениях границ композитного тела в целом приводит к следующему выражению для деформаций через тензорный функционал  $\varphi$ , зависящий от структуры и свойств среды:

$$\varepsilon = \varphi \cdot e + e; \quad \varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i; \quad (2)$$

$$\varphi_1(x) = def \int_V G(x, x') \cdot (\nabla \cdot \theta^0)' dV';$$

$$\varphi_i(x) = def \int_V G(x, x') \cdot (\nabla \cdot \theta^0 \cdot \varphi_{i-1})' dV' \quad (i=2, 3, \dots)$$

Здесь  $G(x, x')$  - тензор Грина;  $\theta^0 = \theta - C$  - флуктуации модулей упругости;  $C = \langle \theta \rangle$  - средние (математические ожидания) модули упругости; интегрирование осуществляется по области  $V$ , занимаемой композитной средой.

Система уравнений (I) и ее представление в форме (2) записаны для случайных полей, заданных на множестве реализаций случайного поля структуры. Значения величин, входящих в эти уравнения, для каждой реализации детерминированные. Реализация  $\theta(x)$  для некоторой реализации случайного поля структуры имеет вид:

$$R(x) = \sum_{s=1}^{\infty} R^{(s)} h^{(s)}(x), \quad (3)$$

где  $R^{(s)}$  - значение  $\theta^0$  для элемента структуры с номером  $s$ ;  $h^{(s)}(x)$  - индикаторная функция подмножества точек этого элемента.

Каждой реализации поля структуры и поля  $\theta^0(x)$  соответствует реализация функционала  $\varphi(x)$ , заданного формулами (2), а именно:

$$F_1(x) = def \int_V G(x, x') \cdot (\nabla \cdot R)' dV'; \quad (4)$$

$$F_2(x) = def \int_V G(x, x') \cdot (\nabla \cdot R \cdot F_1)' dV' \text{ и т.д.}$$

Для волокнистого композита, состоящего из двух компонентов - арматуры (волокон) и связующего, флуктуация модулей упругости принимает два значения:

$$\theta^0(x) = \begin{cases} (1-p)C^0, & \text{если } M(x) \in S^1; \\ -pC^0, & \text{если } M(x) \in S^2, \end{cases}$$

где  $S^1, S^2$  - подмножества точек арматуры и связующего;  $(1-p)C^0$

-PC\* - значения  $R(X)$  в формуле (3) в зависимости от того, принадлежит ли точка  $M(X)$  арматуре или связующему.

Поскольку в случае однонаправленных волокнистых композитов случайные поля структуры и свойств не зависят от координаты, отсчитываемой в направлении оси армирования, то интегрирование в (4) сводится к интегрированию по площадям в трансверсальной плоскости, а с учетом преобразований интегралов по формулам Остроградского-Гаусса - к интегрированию по контурам (окружностям), ограничивающим сечения элементов структуры в этой плоскости. Выражение для реализации тензорного функционала  $\Phi(X)$ , определяющего влияние структуры композита на напряженное и деформированное состояние, получено в виде:

$$F_{ijmn}(X) = \begin{cases} F_{ijmn}^I(X), & M(X) \in S^I; \\ F_{ijmn}^II(X), & M(X) \in S^{II}, \end{cases}$$

где

$$F_{ijmn}^I(X) = \frac{1}{2} ((I_{ij\alpha\alpha} + I_{ji\alpha\alpha})(1-P) - \sum_{k=1}^{\infty} (I_{ij\alpha\alpha}^{(k)} + I_{ji\alpha\alpha}^{(k)})) C_{\alpha\beta\gamma\delta}^+;$$

$$F_{ijmn}^{II}(X) = \frac{1}{2} ((I_{ij\alpha\alpha} + I_{ji\alpha\alpha})(-P) - \sum_{k=1}^{\infty} (I_{ij\alpha\alpha}^{(k)} + I_{ji\alpha\alpha}^{(k)})) C_{\alpha\beta\gamma\delta}^-; \quad (5)$$

$$I_{ijmn}^{(k)}(X) = \int_{L_k^I} \frac{\partial G_{im}(X, X')}{\partial x_j} n_n^{(k)} \alpha L_k^I;$$

$G_{im}(X, X')$  - компоненты тензора Грина;  $L_k^I$  - контуры окружностей, ограничивающих участки, занятые арматурой (круги с номерами  $K = 1, 2, \dots$ );  $n_n^{(k)}$  - косинусы углов между внешней нормалью к контуру  $L_k^I$  и осью  $x_i$  ( $i = 1, 2$ ); величины  $I_{ijmn}$  выражаются через средние значения постоянных Ламе.

Вычислены значения всех интегралов  $I_{ijmn}^{(k)}$ , входящих в состав тензорного функционала  $\Phi(X)$  и зависящих от упругих свойств компонентов и взаимного расположения элементов структуры. Знание всех составляющих тензора  $I_{ijmn}^{(k)}$  необходимо для расчета напряжений и деформаций в компонентах при произвольном напряженном состоянии композита.

Разработан алгоритм и составлены программы расчета на ЭВМ напряжений и деформаций в компонентах однонаправленного композита при произвольном напряженном состоянии, а также анализа параметров и закона распределения путем исследования выборки зна-



чений, полученных случайным образом в точках статистической модели.

При заданном напряженном и деформированном состоянии композитного материала, при котором возникает средние ( $\mu$  в условиях эргодичности макроскопические) напряжения  $\rho_{ij}$  и деформации  $\epsilon_{ij}$  реализации случайных деформаций в произвольной точке находятся с учетом (I) в виде:

$$\epsilon_{ij}(X) = \epsilon_{ij} + \varphi_{ijkl} e_{kl}$$

где средние деформации  $\epsilon_{ij}$  связаны со средними напряжениями законом Гука:  $\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \rho_{kl}$ . ( $S_{ijkl}$  - компоненты тензора эффективных (макроскопических) податливостей).

Вычисление по деформациям реализаций напряжений в заданной точке  $M(X)$  сводится к применению закона Гука для арматуры или связующего в зависимости от того, принадлежит ли точка  $M(X)$  компоненту I или II. При расчетах оба компонента предполагались изотропными. По значениям составляющих тензоров напряжений и деформаций ( $\sigma_{ij}^x, \sigma_{ij}^y, \epsilon_{ij}^x, \epsilon_{ij}^y$ ) в компонентах вычислялись главные напряжения и деформации.

Как для составляющих тензоров, так и для главных значений напряжений и деформаций в каждом из компонентов строились гистограммы распределения соответствующих случайных величин, вычислены числовые характеристики распределений - средние значения, средние квадратические отклонения, коэффициенты асимметрии и эксцесса. По критерию  $\chi^2$  проверялась гипотеза о нормальном законе распределения. Программы, реализующие алгоритм расчета напряжений и деформаций в компонентах однонаправленного композита, написаны на языке ФОРТРАН. Расчеты проведены на ЕС ЭВМ.

Во второй главе приводятся результаты расчета напряжений и деформаций в компонентах волокнистого композита при различных типах микроструктуры и макроскопических напряженных состояниях, дается оценка точности метода и адекватности применяемой модели, исследуется влияние структурных факторов на макроскопические модули упругости композита.

В частности, дана оценка размеров области влияния элементов структуры на напряженное и деформированное состояние в точке путем анализа точности вычисления функционалов  $F_{ijkl}$ , зависящих от структуры композита. Согласно определению,  $F_{ijkl}$  - реализации случайного функционала  $\varphi_{ijkl}(X)$ , математическое ожидание которого равно нулю. Проверка данного свойства позволяет

оценить точность расчета значений  $F_{ijmn}$ , с одной стороны, и убедиться в корректности решения в реализациях, с другой. С этой целью для ряда модельных структур рассчитывались значения  $F_{ijmn}$  путем последовательного добавления слагаемых в порядке увеличения расстояния от точки  $M(X)$  до центра очередного круга; отклонение получаемой суммы от нуля характеризует погрешность при расчете  $F_{ijmn}$ . Расчеты показывают, что при  $P = 0,5$  и заданной погрешности приближения не более 0,5% необходимо учитывать влияние примерно 100 кругов; радиус области, в которой лежат круги, составляет  $(25-30)\bar{r}_*$  ( $\bar{r}_*$  - средний радиус волокна). Полученные размеры области взаимодействия элементов структуры при деформировании почти на два порядка больше размеров области, в которой наблюдается значимая статистическая зависимость (в частности, корреляция) значений случайного поля  $\lambda(X)$ , задающего структуру.

Оценка точности метода и адекватности моделей проведена также путем сравнения результатов расчета эффективных постоянных упругости однонаправленного стеклопластика, значений напряжений и деформаций в композите с регулярной укладкой волокон, параметров распределения деформаций в композите с нерегулярной структурой, с результатами, полученными при расчете по другим методам и с экспериментальными данными. Во всех случаях получено удовлетворительное соответствие результатов.

С целью оценки влияния микроструктуры - расположения и разброса диаметров волокон и их объемного содержания, а также свойств связующего на эффективные постоянные упругости однонаправленного стеклопластика производились расчеты макроскопических модулей упругости для модельных реализаций различных вариантов микроструктуры согласно формуле:

$$C_{ijmn}^0 = C_{ijmn} + \frac{C_{ij\alpha\beta}^*}{N} \left[ (1-P) \sum_{M(X) \in S^I} F_{\alpha\beta mn}^I + (-P) \sum_{M(X) \in S^II} F_{\alpha\beta mn}^{II} \right],$$

где  $C_{ijmn}^* = C_{ijmn}^I - C_{ijmn}^{II}$ ;  $C_{ijmn}^I$ ,  $C_{ijmn}^{II}$  - составляющие тензоров модулей упругости арматуры и связующего;  $C_{ijmn} = \langle \theta_{ijmn} \rangle$  - составляющие тензора средних модулей упругости;  $F_{ijmn}^I$ ,  $F_{ijmn}^{II}$  - составляющие тензорных функционалов, определяемые по формулам (5).

По значениям  $C_{ijmn}$  найдены значения технических постоянных:  $E_t^0$  - модуля упругости в трансверсальной плоскости;

$E_3^0$  – модуля упругости в направлении армирования;  $G_{13}^0$  – модуля сдвига в плоскости армирования;  $\nu_{13}^0$  – коэффициента Пуассона, характеризующего сокращение в трансверсальной плоскости при растяжении в направлении армирования;  $\nu_{12}^0$  – коэффициента Пуассона в трансверсальной плоскости. Расчеты, целью которых было исследование влияния микроструктуры на эффективные постоянные упругости, производились при следующих значениях постоянных упругости компонентов, типичных для стеклянных волокон и связующего стеклопластиков:

$$E^I = 70 \text{ ГПа}; \nu^I = 0,2; E^II = 3 \text{ ГПа}; \nu^II = 0,35.$$

Объемное содержание волокон варьировалось в диапазоне от 0,4 до 0,7, также типичном для стеклопластиков конструкционного назначения, коэффициент вариации диаметров волокон – от 0 до 50%. Для выявления роли укладки волокон наряду с реализациями случайной структуры задавались реализации с регулярной – квадратной и гексагональной укладкой волокон. Рассматривался также вариант со случайным расположением волокон при наличии гарантированной прослойки связующего. Установлено, что расположение волокон (кроме случая регулярной квадратной укладки), наличие гарантированной прослойки связующего и разброс диаметров волокон (при отсутствии масштабного эффекта их упругих свойств) не оказывает существенного влияния на эффективные постоянные упругости.

Расчеты при варьируемых значениях постоянных упругости компонентов показали, что вывод о независимости эффективных постоянных упругости от разброса диаметров и расположения волокон остается в силе.

В третьей главе анализируются параметры и законы распределения напряжений и деформаций в компонентах, приводятся результаты их применения к оценке микроповрежденности элементов структуры при нагружении и особенностей разрушения однонаправленных волокнистых композитов.

Сравнивались результаты расчета средних деформаций и напряжений в компонентах однонаправленного стеклопластика в моментных функциях и путем решения статистической задачи в реализациях с целью установления связи между результатами расчета данных параметров состояния по двум методам и выявления закономерностей влияния на них структуры материала. Впервые рассчитаны также средние квадратические отклонения, коэффициенты

вариаии, асимметрии и эксцесса деформаций и напряжений в компонентах. Рассмотрены, в частности, случаи одноосного растяжения однонаправленного стеклопластика вдоль волокон и одноосного растяжения-сжатия в трансверсальной плоскости. Для оценки влияния микроструктуры исследованы различные варианты укладки волокон в трансверсальной плоскости, варьировались объемное содержание волокон, упругие постоянные волокон и связующего, коэффициент вариации диаметров волокон.

При указанных выше напряженных состояниях и типах микроструктуры впервые найдены законы распределения деформаций и напряжений в компонентах волокнистого композита. Исследовалось влияние объемного содержания, разброса диаметров и расположения волокон на вид закона распределения деформаций и напряжений в компонентах. Это влияние оказалось невелико.

Во всех рассмотренных случаях по критерию  $\chi^2$ , а также путем оценки значимости коэффициентов асимметрии и эксцесса проверялась принимаемая обычно и обоснованная рядом авторов гипотеза о нормальном законе распределения деформаций и напряжений в компонентах. При растяжении вдоль волокон для нормальных и касательных напряжений в трансверсальной плоскости, а также для линейных и скруточных деформаций обоих компонентов может быть принят нормальный закон распределения при любом из рассмотренных вариантов случайной структуры. При растяжении в трансверсальной плоскости гипотеза о нормальном распределении деформаций и напряжений в связующем не может быть принята.

Распределение продольных деформаций и напряжений в связующем при растяжении однонаправленного композита в трансверсальной плоскости имеет положительную асимметрию, а распределения поперечных деформаций и напряжений — отрицательную асимметрию. Объемное содержание, разброс диаметров и расположение волокон не оказывает существенного влияния на вид закона распределения деформаций и напряжений в компонентах.

Проанализировано влияние макроскопического напряженного состояния на распределения деформаций и напряжений в компонентах волокнистого композита различной структуры. Всего рассмотрено II случаев нагружения для каждого из описанных выше вариантов модельной структуры. Средние значения деформаций и напряжений в компонентах волокнистого композита определяются свойствами и объемным содержанием компонентов, но не зависят от

разброса диаметров и расположения волокон при произвольном макроскопическом напряженном состоянии. Их значения, вычисленные в результате решения задачи в реализациях, совпадают со значениями, найденными в моментных функциях.

При изменении знака нагрузки характер распределения и дисперсии деформаций и напряжений в компонентах сохраняется, но изменяются знаки средних и главных значений, то есть происходит инверсия распределений. Поэтому параметры распределения напряжений и деформаций на уровне микроструктуры при некоторых эквивалентных в макроскопическом (феноменологическом) аспекте напряженных состояниях композита могут быть существенно различающимися. Обнаружено также, что гипотеза о нормальном законе распределения чаще не подтверждается при несимметричном относительно оси армирования нагружении. Вид макроскопического напряженного состояния влияет, таким образом, на вид законов распределения деформаций и напряжений в компонентах.

С целью иллюстрации возможностей практического использования разработанного метода и полученных результатов приводятся приложения их к оценке уровня микроповрежденности элементов структуры и условий разрушения волокнистых композитов при различных напряженных состояниях. При этом использовались как простейшие критерии разрушения на микроуровне, основанные на известных распределениях главных деформаций и напряжений в компонентах, в частности, критерии наибольших деформаций и наибольших растягивающих напряжений, так и более сложные, основанные на введении и других инвариантов.

Имея закон распределения главных деформаций, заданный, например, гистограммой, полученной в результате решения задачи в реализациях, можно найти значение  $\rho_1^*$ , при котором уровень микроповрежденности достигает заданного значения  $Q^*$ . Проведены расчеты разрушающих напряжений, соответствующих уровню микроповрежденности  $Q^* = 0,1$ . Получено удовлетворительное согласие с известными экспериментальными данными для некоторых стеклопластиков. Исследована зависимость уровня микроповрежденности от структуры материала, свойств связующего и вида напряженного состояния, сделана попытка на основе установленных закономерностей объяснить влиянием микроструктуры некоторых эффектов, наблюдаемых в экспериментах.

Показано, в частности, что разрушение однонаправленных волокнистых композитов при сжатии вдоль волокон путем рассло-

ения обусловлено отклонениями направлений волокон от направления приложения сжимающей нагрузки. Дано объяснение экспериментально обнаруженной зависимости прочности при сдвиге в плоскости волокон от способа приложения нагрузки.

По найденным в работе законам распределения главных деформаций и напряжений в компонентах построены поверхности равных уровней микроповрежденности для однонаправленного стеклопластика нерегулярной структуры при  $P = 0,5$ . Вычислены материальные константы уравнения поверхности микроповрежденности в форме, предложенной Гольденблатом и Копновым:

$$R_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta}^* + (R_{\alpha\beta\gamma\delta} \rho_{\alpha\beta}^* \rho_{\gamma\delta}^*)^{\frac{1}{2}} = 1;$$

где  $R_{ij}$ ,  $R_{ijklmn}$  - коэффициенты уравнения, представляющие собой составляющие тензоров начальной микроповрежденности;  $\rho_{ij}^*$  - составляющие тензора макроскопического напряжения, при которых  $Q = Q_*$  или  $Q = Q^*$ .  $Q_*$  - нижний уровень микроповрежденности,  $Q^*$  - предельный уровень микроповрежденности.

Показана зависимость микроповрежденностей от структуры волокнистого композита, свойств связующего и вида напряженного состояния.

#### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Метод решения статистических задач теории упругости композитных сред в реализациях обобщен на случай произвольного макроскопического напряженного состояния однонаправленного волокнистого композита нерегулярной структуры. Получены выражения всех интегралов, входящих в состав тензорного функционала, определяющего зависимость параметров состояния элементов структуры от их взаимного расположения и упругих свойств.

2. Разработаны алгоритмы построения на ЭВМ представительных реализаций стохастических моделей однонаправленных волокнистых композитов, с помощью статистических критериев установлены условия репрезентативности модельных полей структуры и объемов случайной выборки.

3. На основе решения статистической задачи теории упругости в реализациях и методов построения реализаций случайных полей структуры, разработаны алгоритм и программы моделирования на ЭВМ напряженного и деформированного состояния элементов структуры при произвольном напряженном состоянии композита.

Показана адекватность примененных статистических моделей и точность метода решения задачи в реализациях применительно к расчету эффективных постоянных упругости композита и параметров напряженно-деформированного состояния компонентов.

4. Впервые выполнены расчеты эффективных постоянных упругости однонаправленного волокнистого композита с учетом разброса диаметров волокон и их случайного расположения в трансверсальных сечениях. Установлено, что влияние на эффективные постоянные упругости композита расположения волокон (в том числе неупорядоченности, наличия гарантированных прослоек связующего), а также разброса их диаметров несущественно.

5. Найден закон распределения деформаций и напряжений в компонентах волокнистого композита, впервые исследована их зависимость от микроструктуры материала, свойств компонентов и вида макроскопического напряженного состояния, показано, что средние значения параметров напряженного и деформированного состояния компонентов не зависят от расположения и разброса диаметров волокон. Дисперсии деформаций и напряжений в компонентах существенно зависят от упорядоченности в расположении волокон и напряженного состояния композита. Макроскопическое напряженное состояние влияет и на вид закона распределения деформаций и напряжений в компонентах (как в осях, связанных со структурой, так и в главных осях этих тензоров). Изменение знака нагрузки приводит к инверсии закона распределения. При несимметричном относительно оси армирования нагружении нормальный закон не всегда подтверждается.

6. На основе анализа распределения главных деформаций и напряжений в связующем при различных напряженных состояниях дано объяснение наблюдаемых в экспериментах особенностей разрушения однонаправленных композитных материалов — различного сопротивления растяжению и сжатию в трансверсальной плоскости, разрушения путем расслоения при сжатии вдоль волокон, зависимости прочности при сдвиге в плоскости волокон от способа приложения нагрузки. Рассчитаны разрушающие напряжения, их значения удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

7. В пространстве микроскопических напряжений построена поверхность нижнего уровня микроповрежденности, показана зависимость микроповреждений от микроструктуры материала, свойств связующего и вида напряженного состояния композита.

8. Установленные закономерности распределения деформаций

и напряжений в компонентах, влияние микроструктуры, свойств компонентов на свойства и микроповрежденность материала при сложных напряженных состояниях могут использоваться в задачах синтеза волоконистых композитов, при прогнозировании их поведения в условиях эксплуатации.

Основные положения диссертации и полученные в ней результаты опубликованы в следующих работах автора:

1. Кравченко О.А. О распределении деформации и напряжений в элементах однонаправленного композитного материала //Третья конференция молодых ученых и специалистов по механике композитных материалов: Тез. докл. - Рига, 1981. - С. 58-60.

2. Ставров В.П., Кравченко О.А. Закономерности распределения деформаций и напряжений в компонентах однонаправленного стеклопластика //Теоретическая и прикладная механика. - Мн., 1982. - Вып. 9. - С. 82-91.

3. Ставров В.П., Титенок В.И., Соловьева О.А. Прогнозирование свойств стеклопластиков с учетом технологических дефектов // Армированные полимерные материалы, их свойства и области применения. - Л.: ЛДНТП, 1974. - С. 80-82.

4. Ставров В.П., Цветкова А.А., Соловьева О.А. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния цилиндрических анизотропных неоднородных тел //У республиканская конференция математиков Белоруссии: Тез докл. - Гродно, 1980. - С. 171-172.

5. Ставров В.П., Соловьева О.А. О влиянии разброса диаметров и случайного расположения волокон на упругие свойства однонаправленного стеклопластика и напряженное состояние компонентов //Известия вузов. Машиностроение. - 1980. - №7. - С. 157.

6. Соловьева О.А., Цветкова А.А. Влияние неоднородностей микро- и микроструктуры на распределение напряжений в композитном материале //Применение композитных материалов на основе полимеров в народном хозяйстве: Тез. докл. науч.-техн. конф. Гомель, 23-24 сент. 1980. - Мн.: 1980. - С. 103-104.

7. Кравченко О.А. Моделирование на ЭВМ процесса управления структурой композитного материала //Автоматизация технологического проектирования: Тез. докл. к зональной конф. Пенза, 22-23 марта 1985. - Пенза, 1985. - С. 36-37.



8. Кравченко О.А. Метод расчета напряжений и деформаций в компонентах однонаправленного волокнистого композита при произвольном напряженном состоянии /Гомельский политехн.ин-т.- Гомель, 1988. - 30 с. - Деп. в ВИНИТИ 25.01.89, №604-В89.

*Ско*

---

АЗ 50201 Сдано в набор и подписано к печати 27.03.89.  
Формат 60×84<sup>1/16</sup>. Печ. л. 1. Тираж 100. Заказ 898.

---

Фабрика «Подспечать» Госкомиздата БССР, Гомель, Советская, 1.