

П.С. Шаповалов

УО «Гомельский государственный технический университет
имени П.О. Сухого», Гомель, Беларусь

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ГАУССОВЫХ ПУЧКОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ КРИСТАЛЛАХ

При обработке и передаче информации одновременно распространяется несколько мощных лазерных пучков, способных инициировать нелинейные эффекты. Результаты их изучения описаны в ряде работ (см., например, [1-4] и цитированную там литературу), в которых акцентированы различные аспекты взаимодействия световых пучков с кристаллами. Так, в статье [1, с. 97] исследовалось взаимодействие двух соосных ортогонально поляризованных гауссовых пучков света в кубически нелинейной среде. Рассматриваемая там задача сведена вариационным методом к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, анализ которых произведен численно. В работе [2, с. 549] изучалось взаимодействие параллельных световых пучков. При этом для соосных пучков выполнено аналитическое исследование, но проблема сведена к задаче о распространении одинаковых пучков, что не представляется интересным, так как в данном случае не наблюдаются новые явления по сравнению с распространением одиночного пучка. В настоящей работе исследуется взаимодействие двух взаимно некогерентных гауссовых пучков света разной мощности, распространяющихся в нелинейной среде, которой свойственна квадратичная неоднородность.

При описании взаимодействия световых пучков будем исходить из системы нелинейных параболических уравнений [2], записанных в цилиндрической системе координат (r, φ, z) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} - 2ik_1 \frac{\partial U_1}{\partial z} - k_1^2 \alpha (x^2 + y^2) U_1 + k_1^2 \beta (|U_1|^2 + 2|U_2|^2) U_1 &= 0, \\ \frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} - 2ik_2 \frac{\partial U_2}{\partial z} - k_2^2 \alpha (x^2 + y^2) U_2 + k_2^2 \beta (|U_2|^2 + 2|U_1|^2) U_2 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь для j -го пучка ($j=1, 2$) U_j – комплексная амплитуда электромагнитного поля на частоте ω_j ; $k_j = \sqrt{\varepsilon_j} \omega_j$ – волновое число; ε_j, α и β – соответственно линейная диэлектрическая проницаемость, коэффициент квадратичной неоднородности и коэффициент нелинейности среды. Система уравнений (1) описывает взаимодействие лазерных

пучков в диапазоне частот, в котором временная дисперсия среды пренебрежимо мала.

Решение системы уравнений (1) проведем вариационным методом [3, с. 87], [4, с. 115] в классе круговых гауссовых функций [5, с. 27]:

$$U_i = \sqrt{I_i} \exp \left\{ -P_i - iQ_i - \frac{x^2}{w_{xi}^2} - \frac{y^2}{w_{yi}^2} - \frac{ik_i x^2}{2R_{xi}} - \frac{ik_i y^2}{2R_{yi}} \right\}, \quad (3)$$

где $i=1, 2$; I_i – интенсивность света на оси i -го пучка; w_{xi}, w_{yi} – полуоси эллипса, ограничивающего световое пятно, R_{xi}, R_{yi} – радиусы кривизны фазовой поверхности.

Подставим (3) в (2) и проинтегрируем полученные при этом выражения по координатам x и y . Воспользовавшись далее условием экстремальности функционала, т.е. приравнявая нулю его вариацию ($\delta J=0$), получим систему двенадцати обыкновенных дифференциальных уравнений относительно параметров обоих пучков. Из этой системы можно выделить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую параметры пучков:

$$\begin{aligned} w_{x1}^3 \frac{\partial^2 w_{x1}}{\partial z^2} &= \frac{4}{k_1^2} - 4\mu_1 \frac{w_{x1}}{w_{y1}} - \alpha w_{x1}^4 - \frac{32\mu_2 w_{x1}^4}{\sqrt{(w_{x1}^2 + w_{x2}^2)^3 (w_{y1}^2 + w_{y2}^2)}}, \\ w_{y1}^3 \frac{\partial^2 w_{y1}}{\partial z^2} &= \frac{4}{k_1^2} - 4\mu_1 \frac{w_{y1}}{w_{x1}} - \alpha w_{y1}^4 - \frac{32\mu_2 w_{y1}^4}{\sqrt{(w_{x1}^2 + w_{x2}^2) (w_{y1}^2 + w_{y2}^2)^3}}, \\ w_{x2}^3 \frac{\partial^2 w_{x2}}{\partial z^2} &= \frac{4}{k_2^2} - 4\mu_2 \frac{w_{x2}}{w_{y2}} - \alpha w_{x2}^4 - \frac{32\mu_1 w_{x2}^4}{\sqrt{(w_{x1}^2 + w_{x2}^2)^3 (w_{y1}^2 + w_{y2}^2)}}, \\ w_{y2}^3 \frac{\partial^2 w_{y2}}{\partial z^2} &= \frac{4}{k_2^2} - 4\mu_2 \frac{w_{y2}}{w_{x2}} - \alpha w_{y2}^4 - \frac{32\mu_1 w_{y2}^4}{\sqrt{(w_{x1}^2 + w_{x2}^2) (w_{y1}^2 + w_{y2}^2)^3}}, \\ \frac{dw_{x1}}{dz} &= \frac{w_{x1}}{R_{x1}}, \quad \frac{dw_{y1}}{dz} = \frac{w_{y1}}{R_{y1}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\mu_i = \beta w_{xi0} w_{yi0} I_i / 8$ – эффективная мощность первого ($i=1$) и второго ($i=2$) пучка; w_{xi0}, w_{yi0} – длины полуосей светового пятна эллиптического пучка на входной границе нелинейной среды $z=0$.

Умножая первое и второе уравнения системы (4) на μ_1 , а третье и четвертое уравнения – на μ_2 , дифференцируя полученные выражения по z и складывая результаты выполнения этой операции, получим соотношение

$$\frac{d^3 A}{dz^3} + 4\alpha \frac{dA}{dz} = 0, \quad (5)$$

$$A = \mu_1(w_{x1}^2 + w_{y1}^2) + \mu_2(w_{x2}^2 + w_{y2}^2).$$

Общее решение уравнения (5) в случае однородной среды ($\alpha = 0$) имеет вид

$$\mu_1(w_{x1}^2 + w_{y1}^2) + \mu_2(w_{x2}^2 + w_{y2}^2) = C_2 z^2 + C_1 z + C_0. \quad (6)$$

Для квадратично неоднородной среды ($\alpha \neq 0$) общее решение получим в виде

$$\mu_1(w_{x1}^2 + w_{y1}^2) + \mu_2(w_{x2}^2 + w_{y2}^2) = S_2 \sin(2\sqrt{\alpha}z) + S_1 \cos(2\sqrt{\alpha}z) + S_0. \quad (7)$$

Постоянные интегрирования $C_2, C_1, C_0, S_2, S_1, S_0$ находим, учитывая граничные условия при $z = 0$ в системе уравнений (4).

В результате численного решения системы уравнений (4) показано, что поведение взаимодействующих пучков в нелинейной среде достаточно сложно. Размер взаимодействующих пучков может одновременно или возрастать, или уменьшаться. Как следует из формул (6) и (7), при распространении в нелинейной среде двух эллиптических гауссовых пучков величина $2w_{эф}^2 = \mu_1(w_{x1}^2 + w_{y1}^2) + \mu_2(w_{x2}^2 + w_{y2}^2)$ изменяется: в однородной среде по параболическому закону; в квадратично неоднородной среде – по гармоническому закону, аналогичному закону изменения радиуса светового пятна кругового пучка, распространяющегося в такой среде. Следовательно, при распространении двух эллиптических пучков в среде с кубической нелинейностью им можно поставить в соответствие эффективный круговой пучок. Размеры полуосей эллипсов, ограничивающих поперечные сечения пучков (световых пятен), будут осциллировать вблизи эффективного значения $w_{эф}$.

По типу изменения величины $w_{эф}$ в однородной среде можно выделить три режима распространения взаимодействующих пучков – в зависимости от величины B , вычисляемой по формуле

$$B = \frac{\mu_1}{k_1^2} \left(\frac{1}{w_{x10}^2} + \frac{1}{w_{y10}^2} \right) + \frac{\mu_2}{k_2^2} \left(\frac{1}{w_{x20}^2} + \frac{1}{w_{y20}^2} \right) - \frac{2\mu_1^2}{w_{x10} w_{yx10}} - \frac{2\mu_2^2}{w_{x20} w_{yx20}} - \frac{16\mu_1\mu_2}{\sqrt{(w_{x10}^2 + w_{x20}^2)(w_{y10}^2 + w_{y20}^2)}}.$$

При $B > 0$ эффективный размер пучков $w_{эф}$ увеличивается с ростом продольной координаты z . Если $B = 0$, реализуется квазиволноводный режим распространения, т.е. эффективный размер $w_{эф}$ не изменяется при изменении z , а размеры полуосей эллипса светового пятна перио-

дически осциллируют. При $B < 0$ происходит схлопывание пучков в точку.

В неоднородной среде по типу изменения величины $w_{эф}$ можно выделить не три – как в однородной среде, а четыре режима распространения пучков.

В однородной среде интенсивность волноводного режима равна критической мощности схлопывания пучка, поэтому, в зависимости от мощности, существуют три режима распространения. В неоднородной среде мощность волноводного режима распространения $w_{эф} = const$ меньше критической мощности схлопывания пучка. Поэтому в неоднородной среде, в зависимости от мощности, существуют четыре режима распространения.

При сравнении результатов численных расчетов установлено, что при большом различии мощностей или поперечных размеров пучков влияние их друг на друга при распространении в нелинейной среде незначительно. При близких значениях мощности пучков и их поперечных размеров нелинейное взаимодействие пучков существенно влияет на их геометрию и его необходимо учитывать при расчете оптических устройств.

Литература

1. Lopes Lago, E. Copropagation of two waves of different frequencies and arbitrary initial polarization states in an isotropic Kerr medium / E. Lopes Lago, R. de Fuente. // Phys. Rev. A. –1999. –Vol.60, № 1. – P.549–558.

2. Berge Luc., Coalescence and instability of copropagating nonlinear waves / Luc. Berge // Phys. Rev. E. –1998. –Vol.58, № 5. –P. 6606–6625.

3. Bang, O. Fusion, collapse, and stationary bound states of incoherently coupled waves in bulk cubic media / O. Bang, L. Berge // Phys. Rev. E. – Vol.59, № 4. – P. 4600–4613.

4. Гончаренко, А. М. К теории взаимодействия ортогонально поляризованных световых пучков в нелинейных средах / А. М. Гончаренко, П. С. Шаповалов // Доклады НАНБ. – 2003. – Т. 22, № 2. – С. 323–325.

5. Гончаренко, А. М. Гауссовы пучки света / Гончаренко А. М. // Наука и техника. – Минск, 1977. – 140 с.