

**РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО  
СОСТОЯНИЯ СЭНДВИЧ-ПАНЕЛИ ИЗ ОРТОТРОПНЫХ  
РАЗНОСОПРОТИВЛЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ  
КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ БОЛЬШИХ ПРОГИБОВ**

К.С.Курочка, Е.В.Комракова

*Гомельский государственный технический университет  
имени П.О.Сухого, Беларусь*

Сэндвич-панели состоящие из прочных и жестких внешних слоев, низкопрочного и легкого внутреннего слоя все чаще заменяют другие типы конструктивных элементов, так как для них характерны высокая прочность и жесткость. Их популярность обусловлена небольшим весом и легкостью монтажа. Кроме того, трехслойные конструктивные элементы обеспечивают хорошие тепло- и звукоизолирующие свойства, а также обладают высокой вибростойкостью и технологичностью.

В ряде случаев составные части этих конструктивных элементов подвергаются значительным внешним нагрузкам, которые приводят к большим прогибам сэндвич-панелей. Кроме того, сэндвич-панели обладают следующими специфическими особенностями – резко выраженной анизотропией их механических характеристик, ослабленным сопротивлением поперечным деформациям, существенным различием механических и теплофизических характеристик слоев. Эти факторы имеют принципиальное значение, как отмечается в [1], при расчете полей перемещений и температур.

Рассматриваемая физическая модель описывается следующим квазигармоническим уравнением[2]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( u_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( u_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( u_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \left( F - \mu \frac{\partial \phi}{\partial t} - \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) \quad (1)$$

где  $\phi$  – неизвестная однозначная в рассматриваемой области функция,  $F$  – функция, задающая внешнюю нагрузку  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  – функции перемещения относительно координат,  $\mu$  – коэффициент внутреннего трения,  $\rho$  – плотность материала.

Уравнение (1) в окончательной форме определяющих уравнений можно записать в матричном виде:

$$[K]\{\delta\} + [C] \frac{\partial \{\delta\}}{\partial t} + [M] \frac{\partial^2 \{\delta\}}{\partial t^2} + \{F\} = 0, \quad (2)$$

где  $[C]$  – матрица демпфирования,  $[M]$  – матрица масс,  $\{\delta\}$  – вектор узловых перемещений,  $\{F\}$  – вектор нагрузки.

Предполагалось, что толщина наружных слоев одинакова и равна  $t$  и намного меньше общей толщины пластины  $H$ , тогда деформации верхнего и нижнего слоя при больших прогибах будут равны

$$\varepsilon_x^{\varepsilon(H)} = \frac{\partial u^{\varepsilon(H)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \quad \varepsilon_y^{\varepsilon(H)} = \frac{\partial v^{\varepsilon(H)}}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2;$$

$$\gamma_{xy}^{\varepsilon(H)} = \frac{\partial u^{\varepsilon(H)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{\varepsilon(H)}}{\partial x} \quad (3)$$

где  $u^{\varepsilon}$ ,  $v^{\varepsilon}$  – перемещение точек верхнего слоя,  $u^H$ ,  $v^H$  – перемещение точек нижнего слоя.

Для вычислений прогибов сэндвич-панели использовался алгоритм, основанный на методике последовательных нагружений на основе двухшагового метода последовательных возмущений параметров[3]:

- при малых прогибах используется метод упругих решений Ильюшина (где производится учет лишь физической нелинейности);
- при больших прогибах используется методика возмущений параметров с учетом как физической нелинейности, так и геометрической нелинейности. Под большими прогибами понимались прогибы сравнимые по величине с толщиной сэндвич-панели.

Объектом численного исследования являлась трехслойная сэндвич-панель (рисунок 1) нагружаемая распределенными по верхнему слою механическими воздействиями.

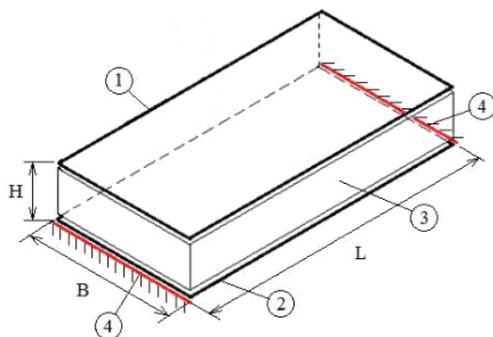


Рисунок 1 – Схема нагружения сэндвич-панели: 1 - верхний металлический слой; 2 - нижний металлический слой; 3 - внутренний слой; 4 - места закрепления

Для упрощения расчета, ввиду симметричности рассматриваемой панели, расчет производился для 1/4 части панели. На отсекаемых частях расчетной модели были заданы условия зеркальной симметрии.

При разработке вычислительного алгоритма принимались справедливыми следующие предположения[4]:

- нормальное, к срединной плоскости, перемещение  $u$  (т.е. прогиб пластины) не зависит от координаты  $z$ ;
- нормаль к срединной плоскости после деформации поворачивается на угол  $\varphi_1$  относительно оси  $x$ , и на угол  $\varphi_2$  относительно оси  $y$ ;
- при расчете характеристик напряженного состояния не учитываем наличие нормальных напряжений  $\sigma_z$ .

Расчет проводился на основе метода конечных элементов [1]. Прикладная программа для определения напряженно-деформированного состояния сэндвич-панелей при больших приложенных нагрузках реализована на языке высокого уровня C#.

При проведении расчетов предполагалась, что ширина панели  $B = 8$  дм, а длина панели  $L$  могла быть либо 8 либо 16 дм. Материал верхнего и нижнего слоя сэндвич-панели – отоженные листы АМГ6 (химический состав по ГОСТ 4784-97) толщиной 2 мм, материал внутреннего слоя – стеклопластик Т-10/УПЭ22-27 (изготавливается из ткани Т-10 и связующего УПЭ 22-27 толщиной либо 60, либо 100 мм. Стеклопластик представлял собой ортотропный материал. К верхнему слою панели прикладывалась нагрузка в виде равномерно распределённого давления 400 кПа (или 600 кПа)

В результате проведенных численных исследований получены характеристики напряженно-деформированного состояния, а именно распределение деформаций и механических напряжений для разных точек сэндвич-панели.

Проводились расчеты как с учетом ортотропности свойств стеклопластика – модель 1, так без учета этих свойств (т.е. при усредненных модулях упругости и коэффициента Пуассона) – модель 2.

Анализируя данные по деформациям можно сделать вывод о достаточно существенном влиянии явления разнсопротивляемости на величины прогибов сэндвич-панели. В частности, разница в результатах по максимальным прогибам для моделей 1 и 2 составляет величину – 11 %. Если же мы будем анализировать получаемые данные по напряжениям, то можно сделать вывод о том, что разница между напряжениями, полученными при учете и без учета явления разнсопротивляемости, весьма ощутима. Так, разница получаемых данных для моделей 1 и 2 по максимальным напряжениям составляет – 22 %.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что учет влияния напряженно-деформированного состояния на работу материала является необходимым, так как позволяет получить более точные результаты.

### **Литература:**

- 1 Сегерлинд Л. Дж. Применение метода конечных элементов. – М: Мир, 1979 – 392 с.
2. Зенкевич, О.С. Метод конечных элементов в технике / О.С. Зенкевич – учебник: МОСКВА, «МИР», 1975 – 541 с.
3. Петров В.В., Кривошеин И.В. Методы расчета конструкций из нелинейно-деформируемого материала: учеб. пособие. М.: Изд-во АСВ, 2009 – 208 с.
4. Трещев А.А., Матченко Н.М. Теория деформирования разнородных противляющихся материалов. Тонкие пластины и оболочки. М.; Тула: РААСН; ТулГУ, 2005 – 186 с.