

УДК 539.12

БИСПИНОРЫ ДИРАКА В Z-ПРЕДСТАВЛЕНИИ

В. Ю. Гавриш, В. П. Караханов

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Введение. Вычисление матричных элементов процессов распада или рассеяния с участием частиц полуцелого $\left(\frac{1}{2}\hbar, \frac{3}{2}\hbar\right)$ спинов [1] является основной задачей фи-

зики высоких энергий при расчете наблюдаемых стандартной модели. Так, к примеру, процессы распада псевдоскалярных мезонов в лептонную пару дают возможность оценить значения углов матрицы Коббибо-Кабаяши [2], распады векторных промежуточных бозонов – значения углов Вайнберга [3], [4] и т. д. Из вышеуказанного следует, что расчет подобных процессов является важной задачей теоретической физики и физики элементарных частиц.

В данной работе авторами обсуждается вопрос о явном виде биспиноров Дирака, которые описывают состояния частиц полуцелых спинов. Известно, что такие конструкции являются решением уравнения Дирака, в которое входят матрицы Дирака. В общем случае данные матрицы могут быть выбраны в различных видах [4] в зависимости от изучаемых процессов и поляризации начальных и конечных частиц.

Работа носит методический характер: в разделе 1 авторы кратко обсуждают уравнение Дирака, решением которого и являются искомые биспиноры, в разделе 2 приведен явный вид биспиноров в стандартном представлении. Для краткости во всей работе использована система $\hbar = c = 1$ [2].

1. Релятивистское уравнение частиц полуцелого спина. Известно [1]–[4], что уравнение частицы полуцелого спина массы m импульса \vec{p} :

$$(\hat{p} - m)u_\lambda(\vec{p}, m) = 0, \quad (1)$$

в случае фермиона и

$$(\hat{p} + m)v_\lambda(\vec{p}, m) = 0, \quad (2)$$

в случае антифермиона. Отметим, здесь и далее нами используется обозначение:

$$\hat{p} = p_0\gamma^0 - \vec{p}\vec{\gamma}; \quad p_0 = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}, \quad (3)$$

а $\lambda = \pm \frac{1}{2}$ – спиральность частицы [2], [3]. Используя стандартное представление матриц Дирака [2] из (1), нетрудно получить:

$$u_\lambda(\vec{p}, m) = \sqrt{p^0 + m} \begin{pmatrix} \chi^\lambda \\ \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{p^0 + m} \chi^\lambda \end{pmatrix} \quad (4)$$

для частицы и

$$v_\lambda(\vec{p}, m) = -2\lambda\gamma^5 u_{-\lambda}(\vec{p}, m), \quad (5)$$

для античастицы (отметим, что явный вид матриц γ и γ^5 по соображениям краткости не приводится).

2. Явный вид биспиноров Дирака. Дальнейшие выкладки будем осуществлять с учетом явного вида спиноров χ^λ . Отметим, что в любом из представлений, основным требованием для таких конструкций является:

$$\sum_\lambda \chi^{*\lambda} \chi^\lambda = I, \quad (6)$$

которое называют условием нормировки.

В данной работе будем использовать спиноры в z -представлении: в таком случае χ^λ запишутся в виде

$$\chi^{1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \chi^{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Используя (4) и (7) для частицы, получим следующий явный вид спиноров Дирака:

$$u_{\lambda=1/2}(\vec{p}, m) = \begin{pmatrix} \sqrt{p^0 + m} \\ 0 \\ \frac{p_z}{\sqrt{p^0 + m}} \\ \frac{p_x + ip_y}{\sqrt{p^0 + m}} \end{pmatrix}; \quad (8)$$

$$u_{\lambda=-1/2}(\vec{p}, m) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{p^0 + m} \\ \frac{p_x - ip_y}{\sqrt{p^0 + m}} \\ \frac{-p_z}{\sqrt{p^0 + m}} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Явный вид биспиноров (5) получают аналогично, поэтому здесь он не приводится.

Заключение. Работа посвящена получению выражений для биспиноров Дирака в случае стандартного представления матриц Дирака: в ходе работы авторы, основываясь на известных уравнениях частиц полусцелого спина, определили явный вид биспиноров в z -представлении.

Полученные результаты будут использованы авторами для расчета наблюдаемых величин различных процессов распадов псевдоскалярных и векторных частиц.

Литература

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 2006. – Т. IV. Квантовая электродинамика.
2. Биленький, С. М. Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия / С. М. Биленький. – М. : Энерго-атомиздат, 1990. – 327 с.
3. Хелзен, Ф. Лептоны и кварки: введение в физику частиц / Ф. Хелзен, А. Мартин. – М. : Мир, 1987. – 456 с.
4. Borodulin, V. I. CORE: COmpendium of RELations: Version 2.1 / V. I. Borodulin, R. N. Rogalyov, S. R. Slabospitsky // CORE. – Mode of access: <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/9507456v1>. – Date of access: 10.10.2018.