МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ СТРУКТУРЫ ПОТРЕБЛЕНИЯ ТОПЛИВНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕСУРСОВ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

А. М. Панфилов

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель С. Л. Авакян

Новизна результатов исследования заключается в том, что на основе системного подхода к организации промышленного производства сформирована матрица взаимосвязи между факторами энергоэффективности для дальнейшего построения корреляционно-регрессионных моделей прогнозирования энергопотребления предприятия.

Задача корреляционного анализа – это определение тесноты и направления связи между изучаемыми величинами. В ходе регрессионного анализа определяется аналитическое выражение связи зависимой случайной величины Y (результативный признак) с независимыми случайными величинами X_1, X_2, $\ldots X_m$ (факторами). При помощи регрессионного анализа возможно решение задачи прогнозирования и потребления топливно-энергетических ресурсов (ТЭР). Прогнозные значения вычисляются путем подстановки в уравнение регрессии параметров значений объясняющих переменных.

Режимы потребления ТЭР для каждого предприятия представляют собой функцию большого количества переменных, значения которых изменяются в широких диапазонах, поэтому для построения моделей режимов потребления ТЭР целесообразно использовать расчетно-статистические модели.

Наиболее предпочтительной моделью для решения поставленных задач является аддитивная модель вида

$$Y = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot x_i + b, \tag{1}$$

где Y – результативный признак модели; x_i – факторный признак модели; a_i – коэффициент регрессии при i-м признаке; n – количество факторов, включенных в модель; b – свободный член уравнения.

Коэффициент регрессии при этом отражает степень влияния фактора на величину потребления энергоресурса предприятия. Свободный член уравнения включает в себя расход энергоресурса, не зависящий ни от одного из факторов.

Введем в уравнение (1) показатели энергоэффективности, тогда базовая модель, описывающая техническую систему как потребителя ТЭР, примет вид

$$W = W_{\text{уд.техн}} \cdot \Pi + W_{\text{усл.пост}}, \tag{2}$$

где $W_{\text{уд.техн}}$ – технологическая составляющая удельного расхода электроэнергии на выпуск продукции, ТЭР/ед.прод; $W_{\text{усл.пост}}$ – условно-постоянная составляющая расхода электроэнергии на выпуск продукции, не зависящая от объемов производства продукции (затраты электроэнергии на освещение, вентиляцию, вспомогательные производственные нужды), ТЭР/период; П – объем выпуска продукции за период, ед. продукции/период.

Разработка и анализ расчетно-статистических моделей режимов электропотребления производится на основе методов математической статистики, включая регрессионный и корреляционный анализ. Одним из основных способов получения линейных регрессионных уравнений является метод наименьших квадратов (МНК).

Алгоритм построения регрессионной модели по данному методу представляет собой следующий порядок действий. Пусть имеется некоторая выборка экспериментальных данных объемом m опытов, содержащая независимые переменные x_1, x_2, ..., x_k и зависимую переменную (отклик) y. В общем случае зависимых переменных может быть несколько и, как отмечалось ранее, их выбор часто зависит от целей исследования, наличия информации и организации системы учета на предприятии.

Для рассматриваемого случая уравнение (1) можно записать в виде

$$y = b_0 + b_1 \cdot z_1 + b_2 \cdot z_2 + \cdots + b_k \cdot z_k, \tag{3}$$

где каждая из переменных z называемая в дальнейшем фактором, представляет собой функциональную зависимость произвольного вида от независимых переменных:

$$z_i = z_i(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{4}$$

Параметр k определяет количество факторов в эмпирическом уравнении.

Задача определения коэффициентов уравнения регрессии по МНК сводится практически к определению минимума функции многих переменных: требуется выбрать b_0, b_1,..., b_k так, чтобы сумма квадратов отклонений, рассчитанных по уравнению (3), и экспериментальных значений функции отклика была минимальной:

$$\varPhi = \sum_{j=1}^{m} (y_i - f(z, b_0, b_1, ..., b_k))^2 \rightarrow \min, \tag{5}$$

где j – номер эксперимента из общей выборки.

Если функция (5) дифференцируема, то необходимым условием минимума функции Φ (b_0, b_1, ..., b_k) является выполнение равенств:

$$\frac{\partial \varPhi}{\partial b_0} = 0; \quad \frac{\partial \varPhi}{\partial b_1} = 0; \quad \frac{\partial \varPhi}{\partial b_k} = 0. \tag{6}$$

При линейном характере зависимости (3) система уравнений (6) принимает вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_0} = \frac{\partial (\sum\limits_{i=1}^{m} (y_i - (b_0 + b_1 \cdot z_{1i} + ... + b_k \cdot z_{ki}))^2)}{\partial b_0} = 2 \cdot \sum_{i=1}^{m} (y_i - (b_0 + b_1 \cdot z_{1i} + ... + b_k \cdot z_{ki}))1 = 0;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_1} = \frac{\partial (\sum\limits_{i=1}^{m} (y_i - (b_0 + b_1 \cdot z_{1i} + ... + b_k \cdot z_{ki}))^2)}{\partial b_1} = 2 \cdot \sum_{i=1}^{m} (y_i - (b_0 + b_1 \cdot z_{1i} + ... + b_k \cdot z_{ki}))z_{1i} = 0;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_k} = \frac{\partial (\sum\limits_{i=1}^{m} (y_i - (b_0 + b_1 \cdot z_{1i} + ... + b_k \cdot z_{ki}))^2)}{\partial b_k} = 2 \cdot \sum_{i=1}^{m} (y_i - (b_0 + b_1 \cdot z_{1i} + ... + b_k \cdot z_{ki}))z_{ki} = 0.$$

Раскрыв скобки, и перенеся направо слагаемые, не содержащие неизвестные коэффициенты b_i, $i = 0, \ldots, k$, получим систему линейных алгебраических уравнений:

$$b_0 \cdot m + b_1 \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{1i} + b_2 \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{2i} + ... + b_k \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{ki} = \sum_{i=1}^{m} y_i;$$

$$b_0 \cdot z_{1i} + b_1 \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{1i}{}^2 + b_2 \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{2i} \cdot z_{1i} + ... + b_k \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{ki} \cdot z_{1i} = \sum_{i=1}^{m} y_i \cdot z_{1i};$$

$$b_0 \cdot z_{ij} + b_1 \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{1i} \cdot z_{ij} + b_2 \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{2i} \cdot z_{ij} + ... + b_k \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{ki} \cdot z_{ij} = \sum_{i=1}^{m} y_i \cdot z_{ij};$$

……………………………………………………………………….

$$b_0 \cdot z_{ki} + b_1 \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{1i} \cdot z_{ki} + b_2 \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{2i} \cdot z_{ki} + ... + b_k \cdot \sum_{i=1}^{m} z_{ki}{}^2 = \sum_{i=1}^{m} y_i \cdot z_{ki}. \tag{7}$$

Таким образом, задача оценки неизвестных коэффициентов уравнения линейной регрессии сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов b_i, $i = 0, 1, ..., k$, что может быть выполнено численными методами на ЭВМ.

Результатом моделирования в таком случае будет модель результативного фактора y от воздействующих факторов следующего вида (на рис. 1 приведена зависимость удельного расхода электроэнергии от выпуска продукции).

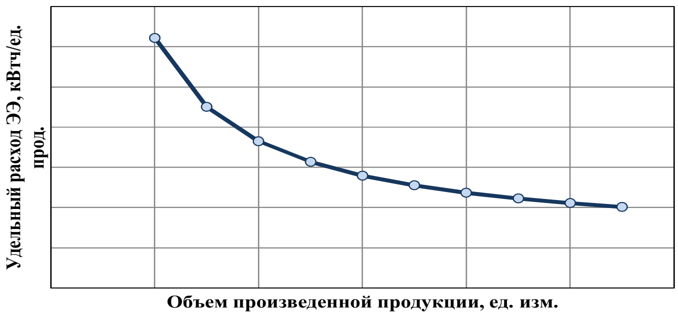

Рис. 1. Зависимость удельного расхода электроэнергии от выпуска продукции

Так как целью построения модели режима потребления ТЭР является прогнозирование расхода энергоресурса, то к качеству полученной модели предъявляются высокие требования. Критериями качества модели служит величина среднеквадратического отклонения погрешности модели.

Для определения среднего абсолютного отклонения необходимо определить величину дисперсии погрешности модели по выражению

$$D_{abs} = \frac{\sum_{i=1}^{m} (y_i - \hat{Y}_i)^2}{m - k - 1}, \tag{8}$$

где $\hat{Y}_i$ – прогнозируемые значения результативного признака при заданных значениях факторных признаков; y_i – фактические значения результативного признака.

Величиной среднего абсолютного отклонения является величина:

$$\sigma = \sqrt{D_{abs}}. \tag{9}$$

Таким образом, на основе методов математической статистики, включая регрессионный и корреляционный анализ, можно разработать расчетно-статистические модели режимов электропотребления ТЭР, которые позволяют производить:

– диагностирование энергоэффективности существующих режимов производства;

– прогнозирование и потребление ТЭР в условиях изменяющейся производственной программы;

– оценить эффективность внедрения энергосберегающих мероприятий на промышленных предприятиях.