



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Автоматизированный электропривод»

В. С. Захаренко, И. В. Дорощенко

МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
по одноименной дисциплине
для студентов специальности 1-53 01 05
«Автоматизированные электроприводы»
дневной формы обучения**

Гомель 2018

УДК 62-83-52:004.94(075.8)
ББК 31.29+32.972я73
3-38

*Рекомендовано научно-методическим советом
факультета автоматизированных и информационных систем
ГГТУ им. П. О. Сухого (протокол № 10 от 24.05.2017 г.)*

Рецензент: зав. каф. «Информационные технологии» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. техн. наук, доц. *К. С. Курочка*

Захаренко, В. С.

3-38 Моделирование в электроприводе : учеб.-метод. пособие по одной дисциплине для студентов специальности 1-53 01 05 «Автоматизированные электроприводы» днев. формы обучения / В. С. Захаренко, И. В. Дорощенко. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2018. – 146 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Изложен теоретический курс дисциплины «Моделирование в электроприводе». Рассмотрены методы численного решения систем дифференциальных уравнений, модели элементов и в целом систем автоматического управления электроприводами. Особое внимание уделено применению современного программного обеспечения для задач моделирования электропривода.

Для студентов специальности 1-53 01 05 «Автоматизированные электроприводы» дневной формы обучения.

УДК 62-83-52:004.94(075.8)
ББК 31.29+32.972я73

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2018

Введение

Целью курса является изучение методов анализа элементов систем управления и, в целом, автоматизированных электроприводов на основе математического моделирования с применением современного программного обеспечения и средств программирования.

Моделирование – процесс изучения свойств объекта путем изучения свойств другого, более удобного для исследования объекта, находящегося в некоторой степени подобия с первым объектом.

Модель – объект, более удобный для изучения, свойства которого в определенной степени соответствуют свойствам реального объекта.

Физическая модель – физический макет моделируемого объекта.

Математическая модель – система уравнений, описывающих взаимосвязь характеристик и параметров объекта и отражающая физические процессы, происходящие в объекте.

В зависимости от того, какого типа модель используется, моделирование может быть физическим или математическим.

Характеристики объекта (например, сопротивление резистора) представляются в математических моделях в виде коэффициентов. Параметры – в виде переменных. Параметры делятся на входные воздействия и внутренние. Входные воздействия характеризуют воздействие на объект извне и подразделяются на управляющие воздействия (те, которые можно тем или иным способом искусственно изменять) и возмущения (искусственно изменять которые нельзя). Внутренние параметры определяются физическими процессами, происходящими в объекте, и зависят от входных воздействий и друг от друга между собой.

В данной дисциплине будет рассматриваться исследование динамических свойств систем автоматического управления электроприводами и их элементов с помощью математического моделирования. Т.о. под моделированием в дальнейшем будем понимать, в основном, расчет динамических характеристик, т.е. зависимостей параметров от времени, с помощью средств математического моделирования. Под моделью будем понимать математическую модель в одной из двух форм представления – система уравнений или структурная схема.

Большинство систем автоматического управления электроприводами описываются смешанными нелинейными системами дифференциальных и алгебраических уравнений высокого порядка. В связи с этим при синтезе систем автоматического управления прибегают к целому ряду упрощений:

1. Пренебрежение некоторыми физическими явлениями.
2. Линеаризация.
3. Понижение расчетного порядка.

В связи с этим, после завершения синтеза системы автоматического управления необходимо проверить соответствие полученных динамических характеристик требованиям при, как можно меньшем количестве упрощений.

1. Математическое моделирование

Математическое моделирование осуществляется на цифровых и аналоговых вычислительных машинах. На аналоговых вычислительных машинах дифференциальные уравнения представляются с помощью операционных усилителей и RC-цепочек, а реле, устройства дискретной автоматики – в натуральном виде. Достоинствами аналоговых вычислительных машин являются:

1. Быстродействие.
2. Наглядность влияния параметров на процессы.

Недостатки:

1. Ограничение на порядок решаемой системы.
2. Низкая точность.
3. Долгая подготовка.

На цифровых вычислительных машинах моделирование осуществляется путем численного решения дифференциальных уравнений. При этом временной интервал разбивается на N равных отрезков, длина которых Δt называется шагом расчета (см. рис. 1.1). Т.о. значение времени на i -ом шаге расчета равно $t_i = \Delta t \cdot i$. Обозначим значения входного воздействия и внутренней переменной модели в момент времени t_i соответственно $x_i = x(t_i)$ и $y_i = y(t_i)$.

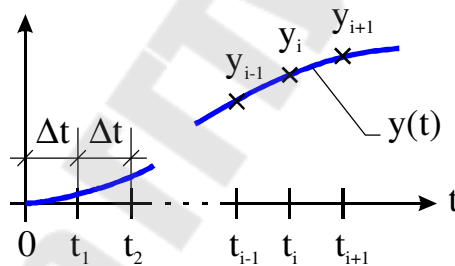


Рис. 1.1.

Для системы из M уравнений необходимо работать с вектором переменных

$$Y_i = (y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_M)_i.$$

Численное решение дифференциальных уравнений заключается в расчете значений переменных на текущем шаге Y_i по значениям переменных модели на других шагах расчета. Фактически производится численное интегрирование функций, соответствующих правым частям дифференциальных уравнений, записанных в форме Коши.

$$\frac{dy_j}{dt} = f_j(t, X, Y);$$
$$y_j(t) = \int_0^t f_j(t, X, Y) \cdot dt.$$

Моделирование на цифровых вычислительных машинах осуществляется в соответствии с одним из двух принципов:

1. По системе уравнений.
2. Структурное моделирование (моделирование по структурной схеме).

При моделировании по системе уравнений на основании системы составляется подпрограмма расчета производных переменных. На основании выбранного численного метода решения дифференциальных уравнений составляется подпрограмма расчета значений переменных на текущем шаге Y_i . Данная подпрограмма вызывает подпрограмму расчета производных. В программе реализуется цикл по шагам расчета, внутри которого рассчитываются значения переменных на текущем шаге путем вызова подпрограммы реализации численного метода и выводится результат расчета (см. рис. 1.2).

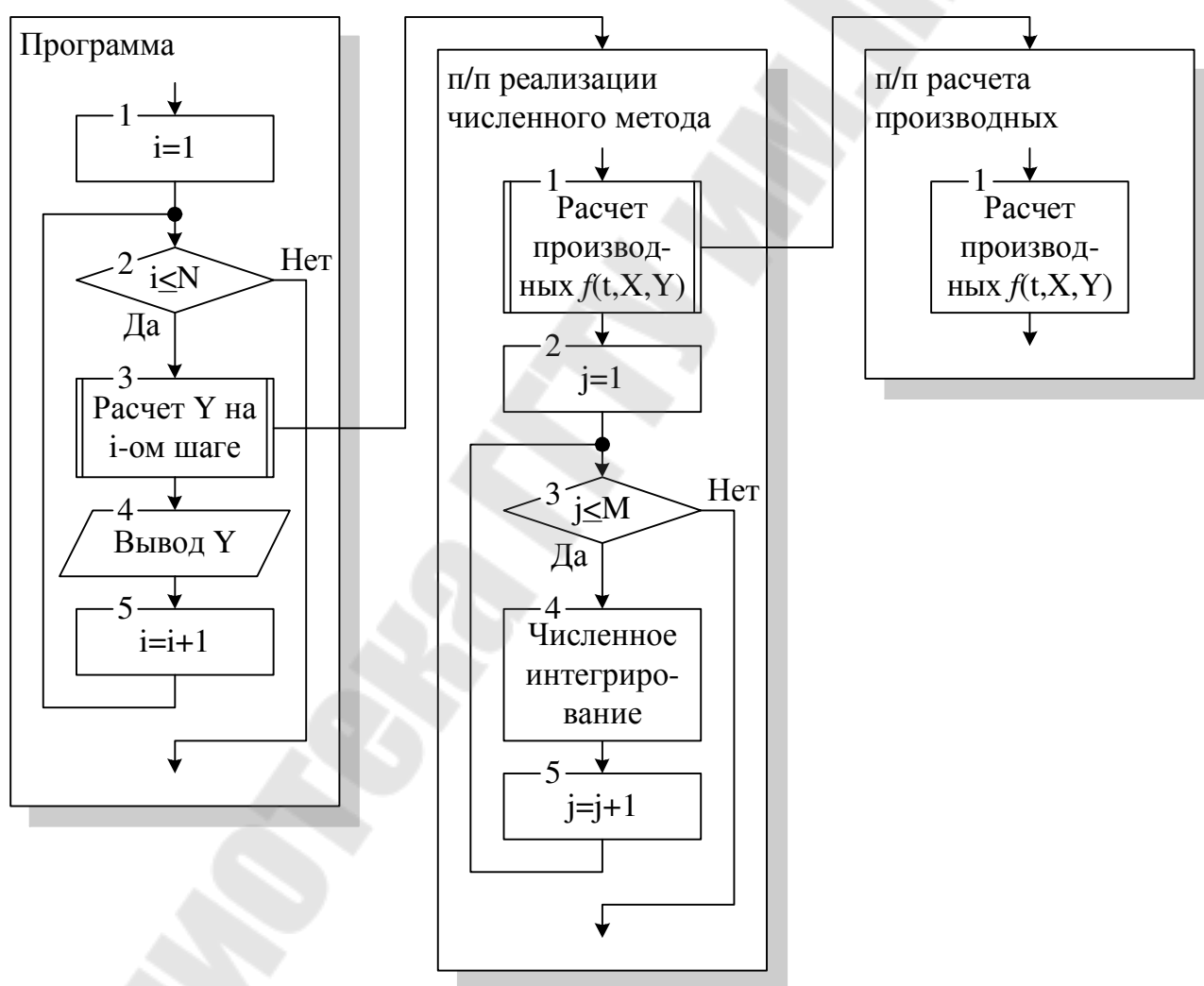


Рис. 1.2. Структура программы при моделировании по системе дифференциальных уравнений.

При структурном моделировании для всех типов звеньев, входящих в состав модели, на основании выбранного численного метода и уравнения, описывающего звено, составляются подпрограммы для определения значения

выходного сигнала звена. По структурной схеме модели составляется подпрограмма расчета значений переменных на текущем шаге Y_i . Эта подпрограмма в порядке следования сигналов в модели вызывает подпрограммы звеньев. Сама программа выполняется аналогично моделированию по системе уравнений (см. рис. 1.3).

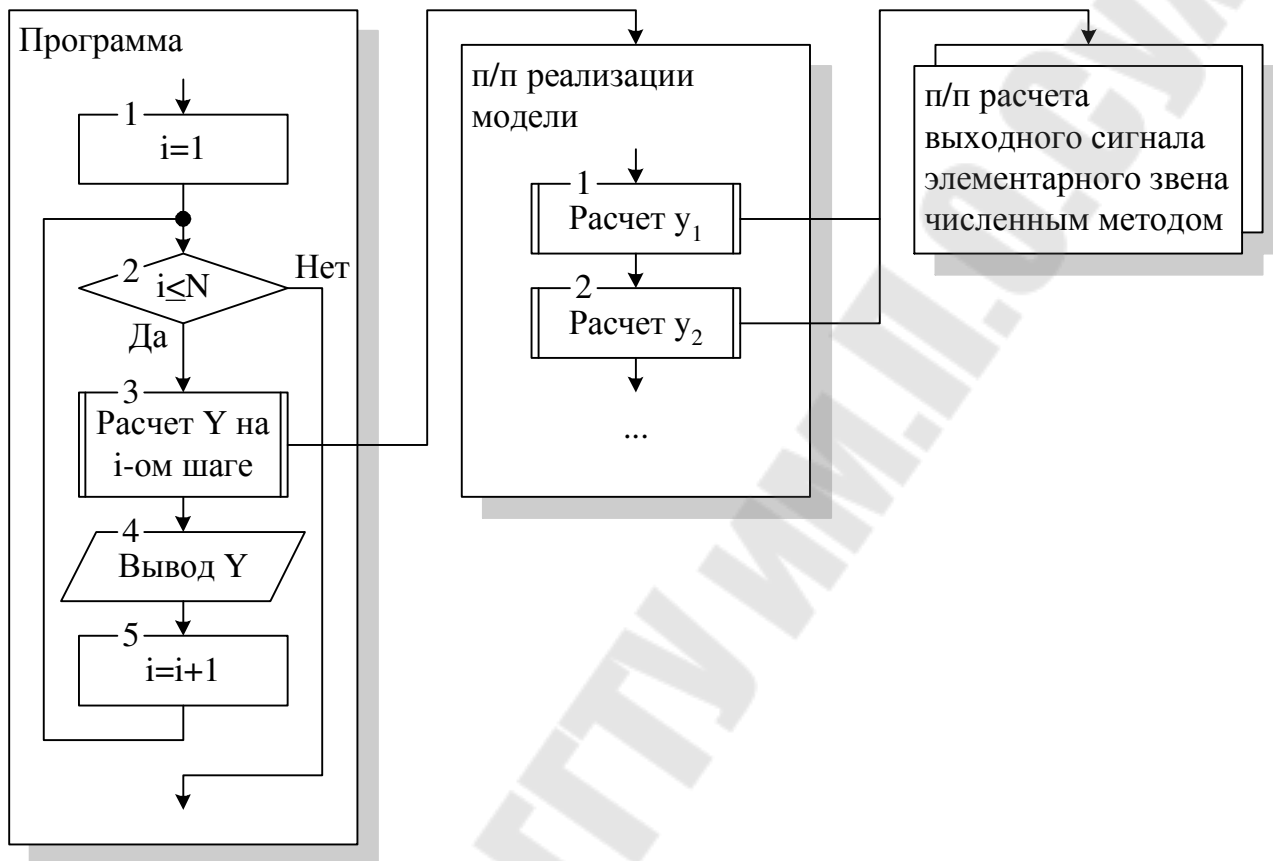


Рис. 1.3. Структура программы при структурном моделировании.

1.1. Классификация математических моделей

Математические модели могут быть представлены в одной из следующих форм:

1. В канонической форме математические модели являются смешанной системой дифференциальных и алгебраических уравнений, полученных непосредственным применением основных законов электромеханики.
2. В неявной форме дифференциальные уравнения отделены от алгебраических путем подстановки алгебраических в дифференциальные. Алгебраические уравнения в данном случае служат для получения промежуточных переменных модели.
3. В форме Коши дифференциальные уравнения отделены от алгебраических и разрешены относительно производных. Т.е. левая часть уравнения содержит только производную сигнала, для которого записано уравнение, а правая часть уравнения не содержит производной этого сигнала.

По наличию нелинейностей модели делятся на:

1. Линейные – модели, у которых все коэффициенты являются константами, отсутствуют произведения переменных и функции \sin , \cos , sign , и др.
2. Кусочно-линейные – имеющие в своем составе звено или несколько, с кусочно-линейной характеристикой.
3. Нелинейные – имеющие в своем составе гладкие (произведение переменных, функции \sin , \cos и др.) и негладкие нелинейности.

По стационарности модели делятся на 2 вида:

1. Стационарные модели – те, у которых коэффициенты не зависят от значения переменных и времени.
2. Нестационарные – имеющие хотя бы один параметр, зависящий от значения какой-либо переменной или времени (исключая нелинейные статические характеристики, т.е. зависимость коэффициента передачи звена от величины его входной переменной).

По жесткости модели делятся на нежесткие и жесткие. Пусть динамический процесс описывается функцией вида

$$a_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + a_2 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} + K + a_N \cdot e^{-\frac{t}{T_N}} = \sum_{i=1}^N a_i \cdot e^{-\frac{t}{T_i}}.$$

Тогда введем понятие коэффициента жесткости, который будет равен отношению максимальной и минимальной постоянных времени экспонент

$$K_{\text{ж}} = \frac{T_{\text{MAX}}}{T_{\text{MIN}}}.$$

Жесткие модели имеют коэффициент жесткости $K_{\text{ж}} \gg 1$.

По жестко-колебательности модели делятся на нежестко-колебательные и жестко-колебательные. Пусть динамический процесс описывается функцией вида

$$a_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) + a_2 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \cdot \sin(\omega_2 \cdot t + \varphi_2) + K + \\ + a_N \cdot e^{-\frac{t}{T_N}} \cdot \sin(\omega_N \cdot t + \varphi_N) = \sum_{i=1}^N a_i \cdot e^{-\frac{t}{T_i}} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T_{K_i}} \cdot t + \varphi_i\right)$$

Тогда введем понятие коэффициента жестко-колебательности, который будет равен максимальному отношению постоянной времени затухания к периоду колебаний

$$K_{\text{жк}} = \max\left(\frac{T}{T_K}\right).$$

Жестко-колебательные модели имеют коэффициент жестко-колебательности $K_{\text{жк}} > 1$.

1.2. Классификация методов численного решения систем дифференциальных уравнений

Численные методы решения систем дифференциальных уравнений основаны на вычислении значений переменных математической модели $Y = \{y_j\}$, $j=1,2,K$, M на шаге расчета i по значениям Y на других шагах расчета по алгоритму, имеющему в общем случае вид

$$Y_i = f(Y_{i-q}, K, Y_{i-1}, K, Y_{i-1+s}).$$

По количеству шагов методы делятся на:

1. Одношаговые. $q=0$, $0 \leq s \leq 1$. Т.е. используются значения переменных модели на предыдущем и текущем шагах расчета.
2. Многошаговые. $q \geq 1$ и (или) $s > 1$. Используются значения переменных на шагах расчета более ранних, чем предыдущий и (или) более поздних, чем текущий. Многошаговые методы делятся на:
 - 2.1. Явные. $s=0$. Т.е. нет предварительного «прогноза».
 - 2.2. Неявные. $s > 0$. Есть предварительный «прогноз» значений Y с помощью какого-либо одношагового метода.

Важным показателем численных методов является порядок точности. Численный метод имеет порядок точности p если значение ошибки расчета $\delta = Y_{\text{ДЕЙСТВ.}} - Y_{\text{РАСЧ.}}$ пропорционально величине Δt^{p+1} .

Также методы характеризуются количеством стадий m , которое равно количеству выполнения вычислений правых частей дифференциальных уравнений (производных).

1.3. Методы численного решения систем дифференциальных уравнений

Метод Эйлера

Основан на разложении искомой функции в ряд Тейлора

$$y(t + \Delta t) - y(t) = \Delta y = \frac{y'(t)}{1!} \cdot \Delta t + \frac{y''(t)}{2!} \cdot \Delta t^2 + \frac{y'''(t)}{3!} \cdot \Delta t^3 + K$$

При этом члены ряда второго порядка и выше отбрасываются. Тогда

$$\begin{aligned} y(t + \Delta t) - y(t) &= y'(t) \cdot \Delta t; \\ y(t + \Delta t) &= y(t) + y'(t) \cdot \Delta t. \end{aligned}$$

Отсюда расчетное соотношение метода

$$Y_i = Y_{i-1} + \Delta t \cdot f_{i-1}, \quad (1.1)$$

где $f_{i-1} = f(t_{i-1}, X(t_{i-1}), Y_{i-1})$.

Данный метод одношаговый. Порядок точности $p=1$. Количество стадий $m=1$.

Усовершенствованный метод Эйлера

$$\begin{aligned}
 Y_i^{(1)} &= Y_{i-1} + \Delta t \cdot f_{i-1}, \\
 Y_i^{(2)} &= Y_{i-1} + \frac{\Delta t}{2} \cdot (f_{i-1} + f_i^{(1)}),
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

где $f_i^{(1)} = f(t_i, X(t_i), Y_i^{(1)})$.

Здесь и далее верхний индекс будет обозначать номер итерации, причем (v) – текущая итерация, (v – 1) – предыдущая.

Метод одношаговый, p = 2, m = 2.

Метод Рунге-Кутты

$$\begin{aligned}
 Y_{i-0,5}^{(1)} &= Y_{i-1} + \frac{\Delta t}{2} \cdot f_{i-1}, \\
 Y_{i-0,5}^{(2)} &= Y_{i-1} + \frac{\Delta t}{2} \cdot f_{i-0,5}^{(1)}, \\
 Y_i^{(1)} &= Y_{i-1} + \Delta t \cdot f_{i-0,5}^{(2)}, \\
 Y_i^{(2)} &= Y_{i-1} + \frac{\Delta t}{6} \cdot (f_{i-1} + 2 \cdot f_{i-0,5}^{(1)} + 2 \cdot f_{i-0,5}^{(2)} + f_i^{(1)}),
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

где

$$f_{i-0,5}^{(1)} = f\left(t_i - \frac{\Delta t}{2}, X\left(t_i - \frac{\Delta t}{2}, Y_{i-0,5}^{(1)}\right)\right), \quad f_{i-0,5}^{(2)} = f\left(t_i - \frac{\Delta t}{2}, X\left(t_i - \frac{\Delta t}{2}, Y_{i-0,5}^{(2)}\right)\right).$$

Метод одношаговый, p = 4, m = 4.

Неявный метод Эйлера

$$Y_i^{(v)} = Y_{i-1} + \Delta t \cdot f_i^{(v-1)}.
 \tag{1.4}$$

Метод одношаговый, p = 1, m ≥ 2.

Метод Адамса-Бэшифорта

$$Y_i = Y_{i-1} + \frac{\Delta t}{2} \cdot (3 \cdot f_{i-1} - f_{i-2}).
 \tag{1.5}$$

Многошаговый, явный, p = 2, m = 1.

Метод Адамса-Мултона

$$\begin{aligned}
 Y_i^{(1)} &= Y_{i-1} + \frac{\Delta t}{24} \cdot (55 \cdot f_{i-1} - 59 \cdot f_{i-2} + 37 \cdot f_{i-3} - 9 \cdot f_{i-4}), \\
 Y_i^{(2)} &= Y_{i-1} + \frac{\Delta t}{24} \cdot (9 \cdot f_i^{(1)} + 19 \cdot f_{i-1} - 5 \cdot f_{i-2} + f_{i-3}),
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

Многошаговый, явный, p = 4, m = 2.

Метод Хэмминга

$$\begin{aligned} Y_i^{(1)} &= Y_{i-4} + \frac{4}{3} \cdot \Delta t \cdot (2 \cdot f_{i-1} - f_{i-2} + 2 \cdot f_{i-3}), \\ Y_i^{(2)} &= Y_i^{(1)} + \frac{112}{121} \cdot (Y_{i-1} - Y_{i-1}^{(1)}), \\ Y_i^{(v)} &= \frac{1}{8} \cdot (9 \cdot Y_{i-1} - Y_{i-3}) + \frac{3}{8} \cdot \Delta t \cdot (f_i^{(v-1)} + 2 \cdot f_{i-1} - f_{i-2}). \end{aligned} \quad (1.7)$$

Многошаговый, явный, $m \geq 3$.

Метод Башарина

$$Y_i^{(v)} = Y_{i-1} + \Delta t \cdot f \left(t_i - \frac{\Delta t}{2}, X \left(t_i - \frac{\Delta t}{2}, \frac{Y_{i-1} + Y_i^{(v-1)}}{2} \right) \right). \quad (1.8)$$

Одношаговый, $p = 2$, $m \geq 2$.

1.4. Численное дифференцирование

Возникают случаи, когда производная какой-либо переменной присутствует в правой части дифференциального уравнения. Тогда можно поступить следующим образом:

1. Если для этой переменной есть дифференциальное уравнение, то можно подставить выражение для ее производной. Например

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = x_1 - y_1 - \frac{dy_4}{dt}, \\ \text{K} \\ \frac{dy_4}{dt} = y_3 - y_4, \\ \text{K} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = x_1 - y_1 - (y_3 - y_4), \\ \text{K} \\ \frac{dy_4}{dt} = y_3 - y_4, \\ \text{K} \end{cases}$$

2. Если возможно, выражение для переменной дифференцируется аналитически и подставляется в уравнение.
3. Если два вышеуказанных приема применить невозможно или неудобно, то применяют численное дифференцирование. Заменяем производную приближенно отношением

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_{i-1} - y_{i-2}}{\Delta t}.$$

1.5. Рекомендации по выбору численных методов

Основные факторы, влияющие на выбор методов:

1. Особенности метода и модели.
2. Точность решения дифференциальных уравнений.
3. Численная устойчивость.
4. Затраты машинного времени.
1. Особенности метода и модели.

При наличии негладких нелинейностей в модели метод Рунге-Кутты неприменим (sign, гистерезис и др.). Он дает хороший результат для моделей с гладкими нелинейностями (перемножение переменных, sin, cos и др.).

Для анализа нелинейных и нестационарных моделей целесообразно применять одношаговые методы.

При структурном моделировании нелинейность и нестационарность модели ограничений по использованию методов не накладывают.

2. Точность.

Точность определяется двумя составляющими: погрешность округления и погрешность аппроксимации.

Для современных языков программирования, имеющих достаточно большую разрядность погрешностью округления можно пренебречь. Эта погрешность связана с тем, что вещественное число, отражающее значение переменной модели в какой-то момент времени, должно иметь бесконечное количество значащих цифр и округляется до количества разрядов, которое предусмотрено в программе для переменной. Эта погрешность накапливается и, следовательно, обратно пропорциональна шагу расчета. Для ее уменьшения необходимо увеличивать шаг расчета, что приводит к увеличению погрешности аппроксимации и может привести к потере численной устойчивости.

Погрешность аппроксимации обусловлена сутью численных методов решения систем дифференциальных уравнений из-за замены бесконечно малых величин dy и dt на конечные разности Δy и Δt . Погрешность аппроксимации пропорциональна Δt^{p+1} . Аналитически определить погрешность методов невозможно. Для приблизительной оценки погрешности применяют приближенную формулу Колатца

$$\delta \approx \frac{y_{\Delta t} - y_{2\Delta t}}{2^p - 1},$$

где: $y_{\Delta t}$ – значение переменной, рассчитанной при шаге Δt ;
 $y_{2\Delta t}$ – значение рассчитанное при удвоенном значении шага расчета.

В большинстве случаев для анализа динамики электроприводов нерационально применять методы высокого порядка точности, т.к. при

составлении моделей используется ряд допущений. Потери точности от допущений и линеаризации превышают в ряде случаев погрешность методов на порядок. Наиболее целесообразно, если нет ограничений по другим критериям, применять методы 2-го порядка точности. Зависимости погрешности от соотношения шага расчета и постоянной времени для нескольких методов приведены на рис. 1.5.

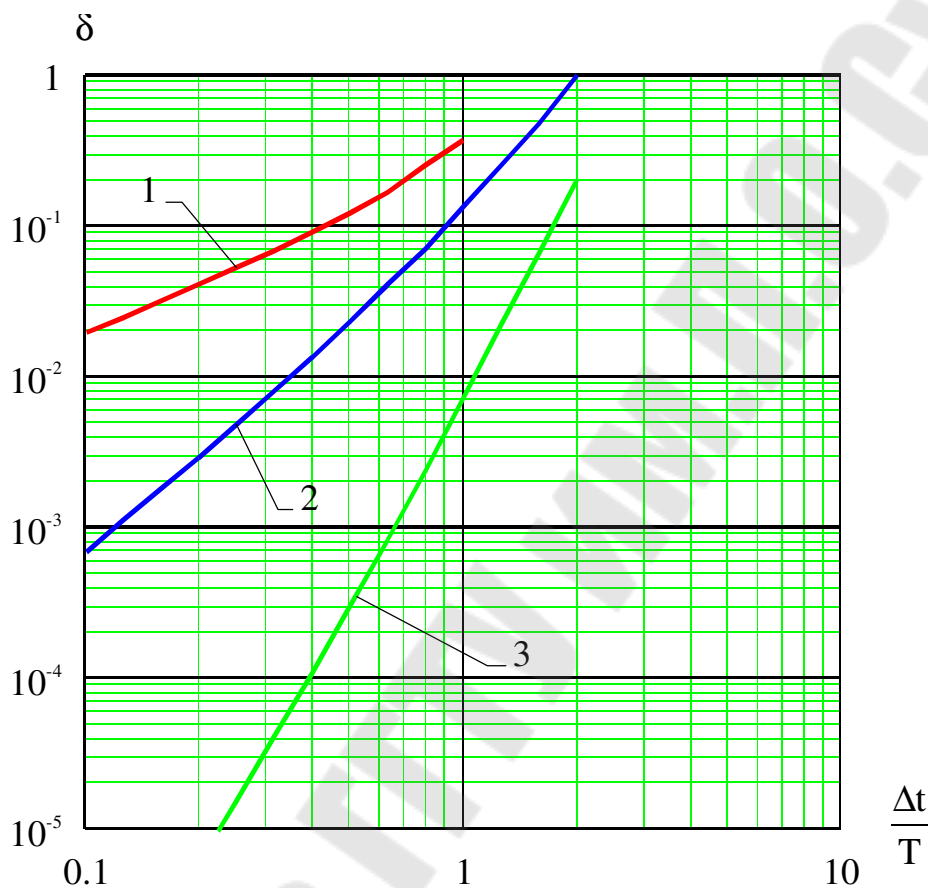


Рис. 1.4. Погрешность для тестовой модели из одного апериодического звена. 1 – метод Эйлера, 2 – усовершенствованный метод Эйлера, 3 – метод Рунге-Кутты.

3. Численная устойчивость.

Для сравнения методов по численной устойчивости рассматривают тестовый пример. Дано дифференциальное уравнение и начальное условие

$$\frac{dy}{dt} = c \cdot y, \quad y(0) = y_0.$$

Решение этого уравнения

$$y(t) = y_0 \cdot e^{ct}.$$

Точное решение устойчиво при $c < 0$, т.е.

$$y(t) = y_0 \cdot e^{-at}, \quad a = -c, \quad a > 0.$$

Рассмотрим приближенные решения тестового уравнения различными численными методами.

Метод Эйлера

$$y_i = y_{i-1} - \Delta t \cdot a \cdot y_{i-1} = y_{i-1} \cdot (1 - a \cdot \Delta t).$$

Данное выражение представляет собой геометрическую прогрессию. Отсюда следует, что $y \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$ в случае, когда $|1 - a \cdot \Delta t| < 1$. Но при $(1 - a \cdot \Delta t) < 0$ значения y шаг от шага будут менять знак. Тогда

$$\begin{aligned} 1 > 1 - a \cdot \Delta t > 0; \\ 0 < a \cdot \Delta t < 1. \end{aligned}$$

Поскольку всегда выполняется условие $a \cdot \Delta t > 0$, то остается $a \cdot \Delta t < 1$. Величина a равна обратной постоянной времени $a = 1/T$. Тогда условие для численной устойчивости метода Эйлера будет

$$\Delta t < T.$$

Зададим начальное условие $y(0) = 1$ и рассмотрим приближенное решение при различном соотношении Δt и T (см. рис. 1.6, табл. 1.2). Для $\frac{\Delta t}{T} = a \cdot \Delta t = 2$:

- на 1-ом шаге расчета $y_1 = y_0 \cdot (1 - a \cdot \Delta t) = 1 \cdot (1 - 2) = -1$.
- на 2-ом шаге расчета $y_2 = y_1 \cdot (1 - a \cdot \Delta t) = -1 \cdot (1 - 2) = 1$ и т.д.

Для $\frac{\Delta t}{T} = a \cdot \Delta t = 1,5$:

- на 1-ом шаге расчета $y_1 = y_0 \cdot (1 - a \cdot \Delta t) = 1 \cdot (1 - 1,5) = -0,5$.
- на 2-ом шаге расчета $y_2 = y_1 \cdot (1 - a \cdot \Delta t) = -0,5 \cdot (1 - 1,5) = 0,25$ и т.д.

Для $\frac{\Delta t}{T} = a \cdot \Delta t = 1$:

- на 1-ом шаге расчета $y_1 = y_0 \cdot (1 - a \cdot \Delta t) = 1 \cdot (1 - 1) = 0$.
- на 2-ом шаге расчета $y_2 = y_1 \cdot (1 - a \cdot \Delta t) = 0 \cdot (1 - 1) = 0$ и т.д.

Для $\frac{\Delta t}{T} = a \cdot \Delta t = 0,5$:

- на 1-ом шаге расчета $y_1 = y_0 \cdot (1 - a \cdot \Delta t) = 1 \cdot (1 - 0,5) = 0,5$.
- на 2-ом шаге расчета $y_2 = y_1 \cdot (1 - a \cdot \Delta t) = 0,5 \cdot (1 - 0,5) = 0,25$ и т.д.

Таблица 1.1.

Решения тестового уравнения при различном значении шага расчета.

| N шага | $\frac{\Delta t}{T}$ | | | |
|--------|----------------------|--------|---|---------|
| | 2 | 1,5 | 1 | 0,5 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | -1 | -0,5 | 0 | 0,25 |
| 2 | 1 | 0,25 | 0 | 0,125 |
| 3 | -1 | -0,125 | 0 | 0,0625 |
| 4 | 1 | 0,0625 | 0 | 0,03125 |

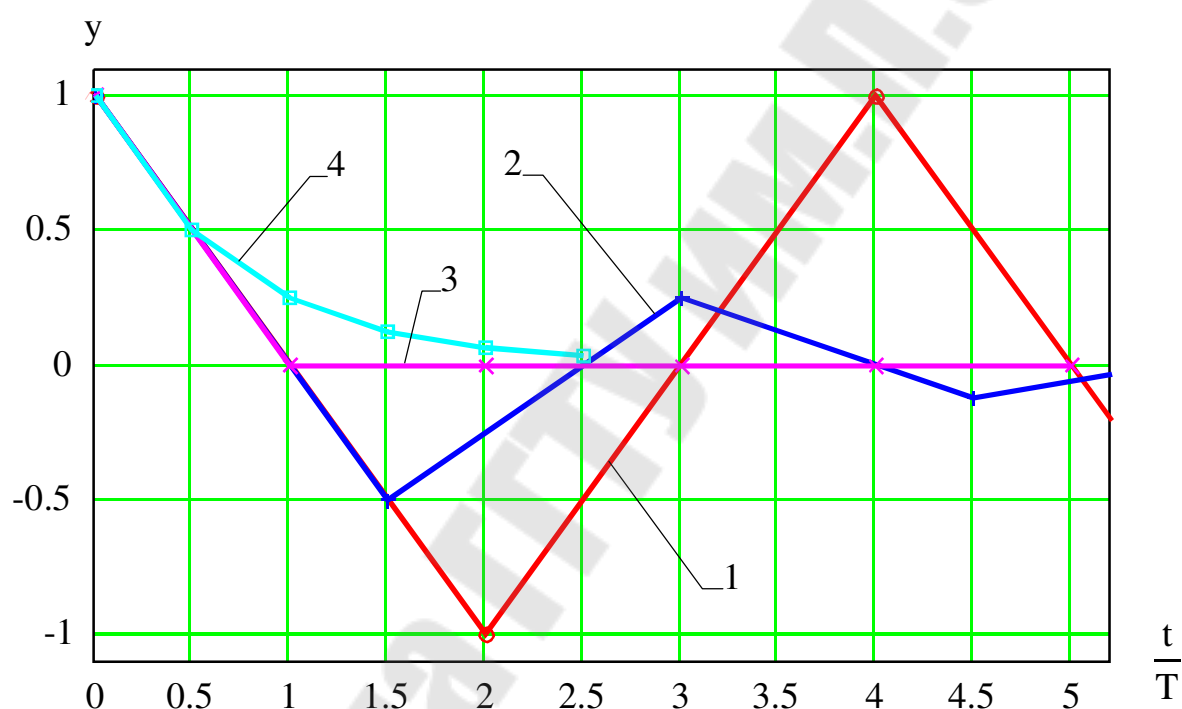


Рис. 1.5. Решение тестового уравнения при различном значении шага расчета.
 $1 - \frac{\Delta t}{T} = 2$; $2 - \frac{\Delta t}{T} = 1,5$; $3 - \frac{\Delta t}{T} = 1$; $4 - \frac{\Delta t}{T} = 0,5$.

Усовершенствованный метод Эйлера

Приняв, что $Y_i^{(1)} \approx Y_i^{(2)} = Y_i$, запишем

$$Y_i = Y_{i-1} + \frac{\Delta t}{2} \cdot (-a \cdot Y_{i-1} - a \cdot Y_i) = Y_{i-1} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot \Delta t}{2}\right) - \frac{a \cdot \Delta t}{2} \cdot Y_i;$$

$$Y_i \cdot \left(1 + \frac{a \cdot \Delta t}{2}\right) = Y_{i-1} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot \Delta t}{2}\right);$$

$$Y_i = Y_{i-1} \cdot \frac{1 - \frac{a \cdot \Delta t}{2}}{1 + \frac{a \cdot \Delta t}{2}} = Y_{i-1} \cdot \frac{2 - a \cdot \Delta t}{2 + a \cdot \Delta t}.$$

Запишем неравенство

$$\begin{aligned} 1 > \frac{2 - a \cdot \Delta t}{2 + a \cdot \Delta t} > 0; \\ 2 + a \cdot \Delta t > 2 - a \cdot \Delta t > 0; \\ -a \cdot \Delta t < a \cdot \Delta t < 2. \end{aligned}$$

Тогда условие численной устойчивости будет следующим

$$\begin{aligned} a \cdot \Delta t < 2; \\ \Delta t < 2 \cdot T. \end{aligned}$$

Метод Башарина

Приняв, что $Y_i^{(v)} \approx Y_i^{(v+1)} = Y_i$, получим выражение, аналогичное усовершенствованному методу Эйлера

$$Y_i = Y_{i-1} + \Delta t \cdot \left(\frac{-a \cdot Y_{i-1} - a \cdot Y_i}{2} \right).$$

Т.о. условие численной устойчивости будет таким же

$$\Delta t < 2 \cdot T.$$

Метод Рунге-Кутты

$$Y_{i-0,5}^{(1)} = Y_{i-1} - \frac{\Delta t}{2} \cdot a \cdot Y_{i-1} = Y_{i-1} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot \Delta t}{2} \right)$$

$$Y_{i-0,5}^{(2)} = Y_{i-1} - \frac{\Delta t}{2} \cdot a \cdot Y_{i-1} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot \Delta t}{2} \right) = Y_{i-1} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot \Delta t}{2} + \frac{a^2 \cdot \Delta t^2}{4} \right)$$

$$Y_i^{(1)} = Y_{i-1} - \Delta t \cdot a \cdot Y_{i-1} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot \Delta t}{2} + \frac{a^2 \cdot \Delta t^2}{4} \right) = Y_{i-1} \cdot \left(1 - a \cdot \Delta t + \frac{a^2 \cdot \Delta t^2}{2} - \frac{a^3 \cdot \Delta t^3}{4} \right)$$

$$Y_i^{(2)} = Y_{i-1} + \frac{\Delta t}{6} \cdot \left(\begin{aligned} & -a \cdot Y_{i-1} - 2 \cdot a \cdot Y_{i-1} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot \Delta t}{2} \right) - \\ & - 2 \cdot a \cdot Y_{i-1} \cdot \left(1 - \frac{a \cdot \Delta t}{2} + \frac{a^2 \cdot \Delta t^2}{4} \right) - \\ & - a \cdot Y_{i-1} \cdot \left(1 - a \cdot \Delta t + \frac{a^2 \cdot \Delta t^2}{2} - \frac{a^3 \cdot \Delta t^3}{4} \right) \end{aligned} \right)$$

$$Y_i = Y_{i-1} + Y_{i-1} \cdot \frac{\Delta t}{6} \cdot \left(-a - 2 \cdot a + a^2 \cdot \Delta t - 2 \cdot a + a^2 \cdot \Delta t - \frac{a^3 \cdot \Delta t^2}{2} - a + a^2 \cdot \Delta t - \right) =$$

$$= Y_{i-1} \cdot \left(1 - a \cdot \Delta t + \frac{a^2 \cdot \Delta t^2}{2} - \frac{a^3 \cdot \Delta t^3}{6} + \frac{a^4 \cdot \Delta t^4}{24} \right)$$

Отсюда неравенство

$$1 > 1 - a \cdot \Delta t + \frac{a^2 \cdot \Delta t^2}{2} - \frac{a^3 \cdot \Delta t^3}{6} + \frac{a^4 \cdot \Delta t^4}{24} > 0,$$

решая которое получим условие для численной устойчивости

$$\Delta t < 2,7853 \cdot T.$$

4. Затраты времени.

Аналитическое вычисление затрат времени невозможно. Сравнение методов можно производить только опытным путем. Затраты времени совместно с численной устойчивостью влияют на выбор метода для жестких моделей. Т.е. при прочих равных условиях следует выбирать наиболее устойчивый метод.

2. Модели элементов систем автоматического управления электроприводами

2.1. Модели регуляторов

Регуляторы выполняются на операционных усилителях. Передаточная функция регулятора равна отношению сопротивлений обратной связи и прямого канала усилителя, записанных в операторной форме.

Например для интегрирующего регулятора, принципиальная схема которого представлена на рис. 2.9,

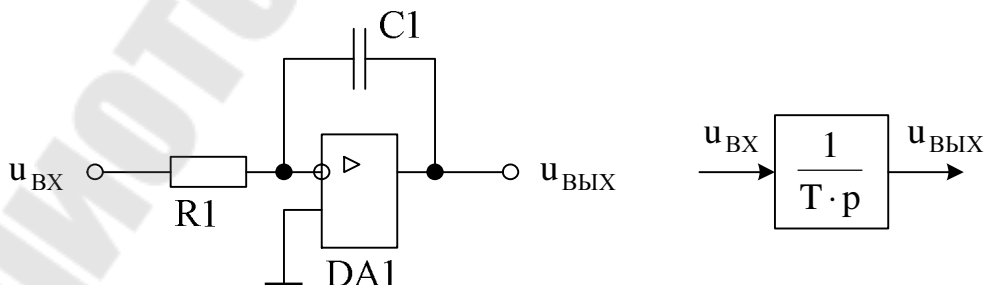


Рис. 2.1. Принципиальная и структурная схемы интегрирующего регулятора.

$$Z_{\Pi} = R1, Z_O = \frac{1}{C1 \cdot p};$$

$$W(p) = \frac{Z_O}{Z_{\Pi}} = \frac{1}{C1 \cdot p \cdot R1} = \frac{1}{R1 \cdot C1 \cdot p} = \frac{1}{T \cdot p}.$$

Дифференциальное уравнение, описывающее регулятор

$$\frac{du_{\text{ВЫХ}}}{dt} = \frac{u_{\text{ВХ}}}{T}.$$

При более сложной передаточной функции регулятора для составления системы уравнений удобно разделять регулятор на соединенные последовательно простые звенья.

В большинстве случаев выходное напряжение регуляторов ограничивается. В этом случае, если в состав регулятора входит интегрирующее или апериодическое звено, то добавление в состав модели отдельного статического звена с ограничением не соответствует протекающим процессам. Рассмотрим на примере интегрирующего регулятора (рис. 2.10). Составим две модели интегратора: из интегрирующего звена и звена с ограничением, из интегрирующего звена при ограничении его выходного напряжения (рис. 2.11).

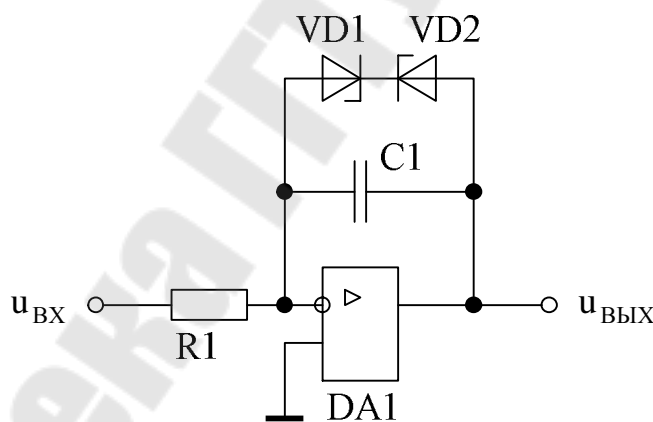


Рис. 2.2. Интегрирующий регулятор с ограничением.

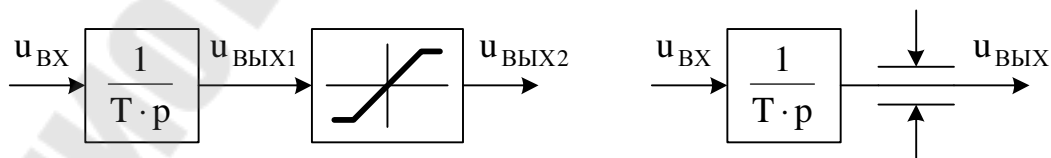


Рис. 2.3. Два варианта модели интегратора с ограничением.

Подав на вход единичный скачок в момент времени $t = 0$, учтя нулевые начальные условия, получим выражения для сигналов

$$u_{\text{ВЫХ1}}(t) = \int_0^t \frac{u_{\text{ВХ}}(t)}{T} \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot t, \quad u_{\text{ВЫХ2}}(t) = u_{\text{ВЫХ1}}(t), \quad u_{\text{ВЫХ}}(t) = \int_0^t \frac{u_{\text{ВХ}}(t)}{T} \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot t.$$

В момент времени t_1 выходной сигнал интегратора сравнивается с уровнем ограничения $u_{\text{ВЫХ1}}(t_1) = U_{0+}$, $u_{\text{ВЫХ}}(t_1) = U_{0+}$. В первом варианте модели выходной сигнал интегрирующего звена продолжит нарастать, ограничен будет только сигнал на выходе нелинейного звена

$$u_{\text{ВЫХ1}}(t) = \int_{t_1}^t \frac{u_{\text{ВХ}}(t)}{T} \cdot dt = u_{\text{ВЫХ1}}(t_1) + \frac{t - t_1}{T} = U_{0+} + \frac{t - t_1}{T}, \quad u_{\text{ВЫХ2}}(t) = U_{0+}.$$

Во втором варианте модели ограничение учитывается для выходного сигнала интегрирующего звена

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) = U_{0+}.$$

В момент времени t_2 сменим знак входного сигнала. Выходные сигналы интеграторов начнут уменьшаться, но с разных значений

$$u_{\text{ВЫХ1}}(t) = \int_{t_2}^t \frac{u_{\text{ВХ}}(t)}{T} \cdot dt = u_{\text{ВЫХ1}}(t_2) - \frac{t - t_2}{T} = U_{0+} + \frac{t_2 - t_1}{T} - \frac{t - t_2}{T}, \quad u_{\text{ВЫХ2}}(t) = U_{0+},$$

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) = \int_{t_2}^t \frac{u_{\text{ВХ}}(t)}{T} \cdot dt = u_{\text{ВЫХ}}(t_2) - \frac{t - t_2}{T} = U_{0+} - \frac{t - t_2}{T}.$$

Т.о. видна существенная разница между процессами, протекающими в различных вариантах модели, диаграммы которых показаны на рис. 2.12. Поскольку в принципиальной схеме стабилитроны ограничивают напряжение на выходе операционного усилителя, на котором реализован сам интегрирующий регулятор, то второй вариант модели будет верен.

При необходимости учесть ограничение более сложного регулятора разбивая его на простые звенья интегрирующее звено следует располагать последним и учитывать ограничение для его выходного сигнала.

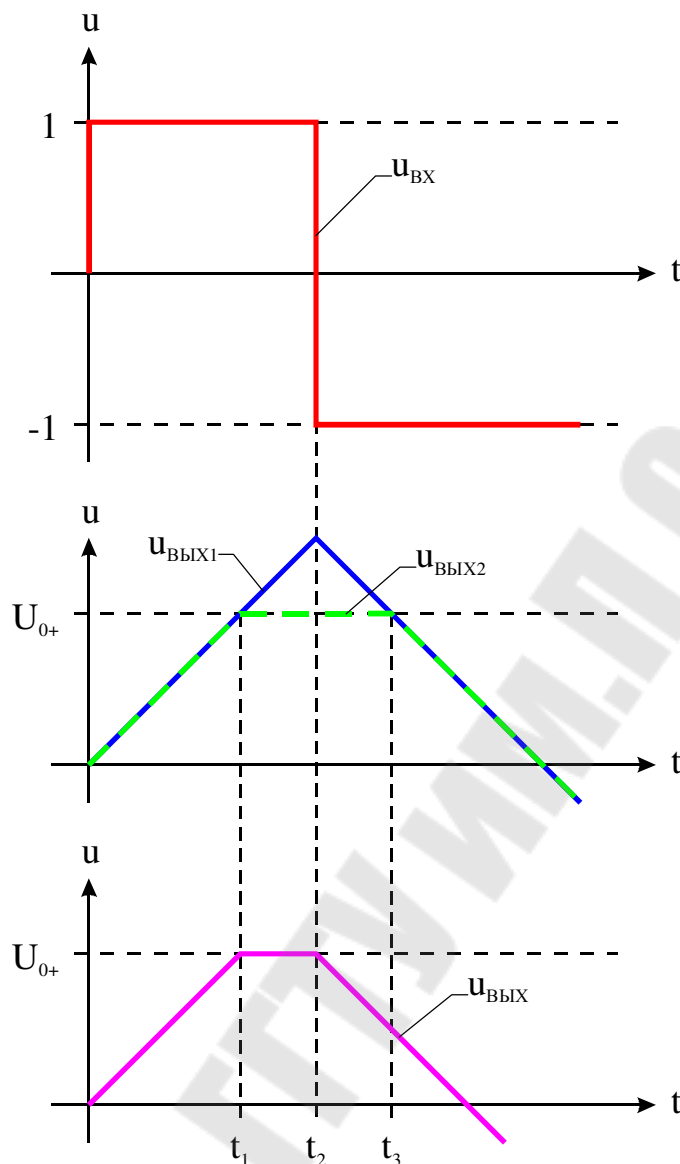


Рис. 2.4. Диаграммы процессов в моделях интегратора.

2.2. Модели датчиков координат электроприводов

В большинстве случаев датчики в моделях электроприводов представляются безинерционными звеньями.

Датчики напряжения обычно выполняются на делителе напряжения и узле гальванической развязки. Постоянные времени выходных фильтров цепей гальванической развязки, как правило, достаточно малы для того, чтобы ими пренебречь.

Датчики тока выполняются на основе шунта или трансформаторов тока. При выполнении датчика на основе шунта его построение и модель аналогичны датчику напряжения.

При выполнении датчика тока на трансформаторах тока, как показано на рис. 2.13, применяется фильтр для сглаживания пульсаций выпрямленного напряжения (на элементах $R1$ и $C1$). Его постоянная времени оказывается соизмеримой с постоянными времени других узлов системы автоматического

управления. В этом случае необходимо учитывать инерционность датчика представляя его апериодическим звеном.

Датчики скорости, выполненные на основе тахогенераторов обычно имеют достаточно большую постоянную времени фильтра на выходе (рис. 2.14) и, поэтому должны рассматриваться как апериодическое звено.

Фото-электрические датчики скорости, принцип действия которых основан на подсчете количества импульсов за определенный интервал времени обычно необходимо рассматривать как звено с чистым запаздыванием.

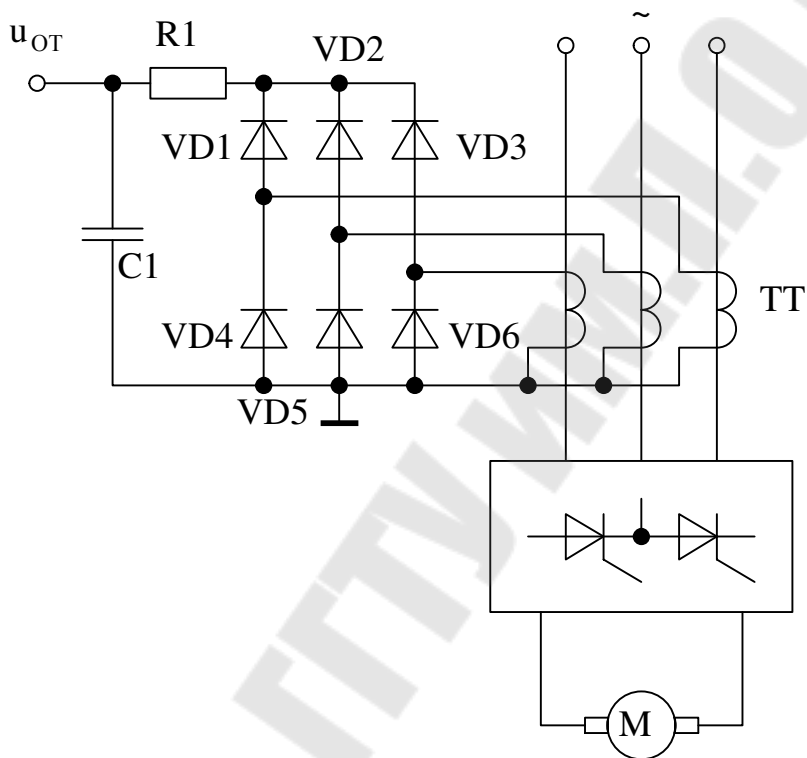


Рис. 2.5. Принципиальная схема датчика тока.

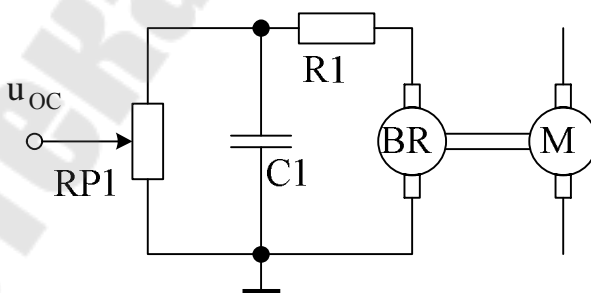


Рис. 2.6. Схема датчика скорости на основе тахогенератора.

3. Модели элементов силовой части электропривода

3.1. Электромеханический преобразователь. Обобщенная электрическая машина

Электродвигатель обычно является многофазной машиной с n обмотками статора и m обмотками ротора. Для описания процессов с учетом всех особенностей необходимо использовать модель электромеханического преобразователя в виде многофазной машины, что неудобно из-за высокого порядка системы уравнений. Для облегчения анализа используют эквивалентную 2-хфазную машину, которую называют обобщенной электрической машиной.

Переход от реальной к обобщенной электрической машине возможен при соблюдении следующих допущений:

1. Магнитная цепь машины имеет очень высокую магнитную проницаемость и ненасыщена. Т.е. предполагается, что энергия магнитного поля сосредоточена в воздушном зазоре.
2. Воздушный зазор по окружности равномерный, а явнополюсность учитывается либо введением радиальной составляющей магнитной проницаемости

$$\mu_{\text{РАД}} = \mu - \Delta\mu \cdot \cos(2 \cdot \varphi_{\text{ЭЛ}})$$

либо введением переменной составляющей индуктивностей и взаимоиндуктивностей

$$L_{i,j} = L - \Delta L_{\text{МАХ}} \cdot \cos(2 \cdot \varphi_{\text{ЭЛ}}),$$

где: $\varphi_{\text{ЭЛ}} = p_d \cdot \varphi$ – электрический угол поворота ротора относительно статора;
 φ – геометрический угол поворота ротора относительно статора;
 p_d – число пар полюсов двигателя.

3. Магнитный поток в воздушном зазоре синусоидальный.
4. Электрическая машина выполнена симметрично. Т.е. имеет место равенство параметров обмоток статора и ротора по фазам и отсутствуют геометрические ошибки при изготовлении.
5. В случае несимметрии напряжений питания фаз обмоток применяется метод симметричных составляющих.

С учетом вышеуказанных допущений схема модели обобщенной двухфазной машины имеет вид, представленный на рис. 3.1.

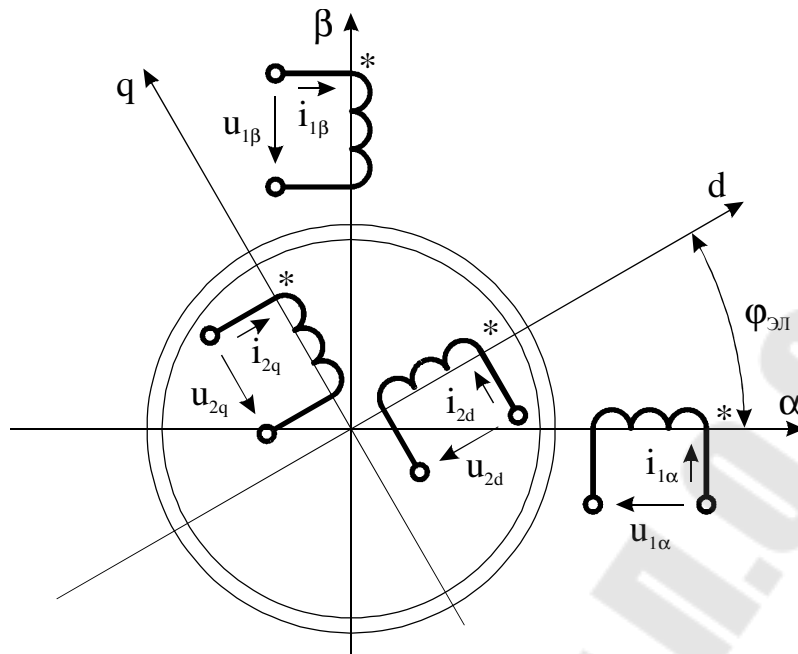


Рис. 3.1. Схема модели обобщенной электрической машины.

α и β – оси, связанные со статором; d и q – оси, связанные с ротором. Оси α и d совпадают с продольными осями статора и ротора. Индексы обмоток соответствуют осям, с которыми совпадают оси обмоток.

Динамика обобщенной электрической машины описывается системой из четырех дифференциальных уравнений электрического равновесия, составленных по 2-му закону Кирхгофа и уравнения электромеханического преобразования энергии, выражающего электромагнитный момент машины через электрические и механические координаты системы.

Уравнения по 2-му закону Кирхгофа, выраженные через потокосцепления

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{1\alpha} = R_1 \cdot i_{1\alpha} + \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt}, \\ u_{1\beta} = R_1 \cdot i_{1\beta} + \frac{d\psi_{1\beta}}{dt}, \\ u_{2d} = R_2 \cdot i_{2d} + \frac{d\psi_{2d}}{dt}, \\ u_{2q} = R_2 \cdot i_{2q} + \frac{d\psi_{2q}}{dt}; \end{array} \right. \quad (3.1)$$

$$u_i = R_i \cdot i_i + \frac{d\psi_i}{dt} \quad (i = 1\alpha, 1\beta, 2d, 2q).$$

Потокосцепление каждой обмотки определяется действием токов всех обмоток

$$\begin{cases} \Psi_{1\alpha} = L_{1\alpha,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{1\alpha,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{1\alpha,2d} \cdot i_{2d} + L_{1\alpha,2q} \cdot i_{2q}, \\ \Psi_{1\beta} = L_{1\beta,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{1\beta,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{1\beta,2d} \cdot i_{2d} + L_{1\beta,2q} \cdot i_{2q}, \\ \Psi_{2d} = L_{2d,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{2d,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{2d,2d} \cdot i_{2d} + L_{2d,2q} \cdot i_{2q}, \\ \Psi_{2q} = L_{2q,1\alpha} \cdot i_{1\alpha} + L_{2q,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{2q,2d} \cdot i_{2d} + L_{2q,2q} \cdot i_{2q}; \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\Psi_i = \sum_{j=1}^{2q} L_{i,j} \cdot i_j.$$

Индекс i указывает номер обмотки, в которой наводится ЭДС, j указывает, магнитным потоком тока какой обмотки наводится ЭДС. Одинаковые индексы соответствуют собственным индуктивностям обмоток, различные – взаимноиндуктивностям.

При повороте ротора меняется взаимное расположение обмоток и изменяются индуктивности, т.е. $L_{i,j} = f(\varphi_{\text{ЭЛ}})$.

Неявнополюсная машина

Собственные индуктивности обмоток являются независимыми и постоянными.

$$\begin{aligned} L_{1\alpha,1\alpha} = L_{1\beta,1\beta} &= L_1, \\ L_{2d,2d} = L_{2q,2q} &= L_2. \end{aligned}$$

Взаимные индуктивности между обмотками статора и взаимные индуктивности между обмотками ротора равны нулю

$$L_{1\alpha,1\beta} = L_{1\beta,1\alpha} = L_{2d,2q} = L_{2q,2d} = 0.$$

Взаимные индуктивности между обмотками статора и ротора изменяются с периодом 360 эл. градусов.

$$\begin{aligned} L_{1\alpha,2d} = L_{2d,1\alpha} &= L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}), \\ L_{1\beta,2q} = L_{2q,1\beta} &= L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}), \\ L_{1\alpha,2q} = L_{2q,1\alpha} &= L_{12} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_{\text{ЭЛ}}\right) = -L_{12} \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}), \\ L_{1\beta,2d} = L_{2d,1\beta} &= L_{12} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{\text{ЭЛ}}\right) = L_{12} \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}). \end{aligned}$$

Явнополюсная машина

В соответствии с принятыми допущениями неравномерность воздушного зазора представляется введением переменной составляющей индуктивности. Обычно принято описывать ротор как гладкий, а статор – как явнополюсный.

Для ротора собственные индуктивности обмоток будут изменяться с периодом в одно полюсное деление – 180 эл. градусов

$$\begin{aligned}
L_{2d,2d} &= L_2 + \Delta L_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi_{\text{ЭЛ}}), \\
L_{2q,2q} &= L_2 - \Delta L_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi_{\text{ЭЛ}}), \\
L_{2d,2q} &= L_{2q,2d} = -\Delta L_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi_{\text{ЭЛ}}).
\end{aligned}$$

Для статора, поскольку ротор гладкий, собственные индуктивности будут постоянны, а взаимоиндуктивности – равны нулю

$$\begin{aligned}
L_{1\alpha,1\alpha} &= L_1 + \Delta L_1, \\
L_{1\beta,1\beta} &= L_1 - \Delta L_1, \\
L_{1\alpha,1\beta} &= L_{1\beta,1\alpha} = 0.
\end{aligned}$$

Взаимоиндуктивности между обмотками статора и ротора будут изменяться с периодом 360 эл. градусов

$$\begin{aligned}
L_{1\alpha,2d} &= L_{2d,1\alpha} = (L_{12} + \Delta L_{12}) \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}), \\
L_{1\beta,2q} &= L_{2q,1\beta} = (L_{12} - \Delta L_{12}) \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}), \\
L_{1\alpha,2q} &= L_{2q,1\alpha} = -(L_{12} + \Delta L_{12}) \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}), \\
L_{1\beta,2d} &= L_{2d,1\beta} = (L_{12} - \Delta L_{12}) \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}).
\end{aligned}$$

Т.о. потокосцепления зависят от угла поворота ротора через взаимные и собственные индуктивности.

Уравнения электрического равновесия (3.1) с учетом выражений для потокосцеплений (3.2)

$$u_i = R_i \cdot i_i + \frac{d}{dt} \left(\sum_{j=1}^{2q} L_{i,j} \cdot i_j \right). \quad (3.3)$$

Выражение для электромагнитного момента можно определить через изменение электромагнитной энергии при повороте ротора

$$M = \frac{\partial W_{\text{ЭМГ}}}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1\alpha}^{2q} \frac{i_i \cdot \partial \psi_i}{\partial \varphi}.$$

С учетом (3.2) получим

$$M = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1\alpha}^{2q} \left[i_i \cdot \sum_{j=1\alpha}^{2q} \left(i_j \cdot \frac{dL_{i,j}}{d\varphi} \right) \right]. \quad (3.4)$$

Подставив выражения для индуктивностей неявнополюсной машины получим

$$M = p_d \cdot L_{12} \cdot [(i_{1\beta} \cdot i_{2d} - i_{1\alpha} \cdot i_{2q}) \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) - (i_{1\beta} \cdot i_{2q} + i_{1\alpha} \cdot i_{2d}) \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}})].$$

Уравнения (3.3) и (3.4) совместно описывают процессы в обобщенной электрической машине.

Раскроем скобки в (3.3)

$$u_i = R_i \cdot i_i + \frac{d}{dt} \left(\sum_{j=1}^{2q} L_{i,j} \cdot i_j \right) = R_i \cdot i_i + \sum_{j=1}^{2q} \left(L_{i,j} \cdot \frac{di_j}{dt} \right) + \sum_{j=1}^{2q} \left(i_j \cdot \frac{dL_{i,j}}{dt} \right).$$

Поскольку $L_{i,j} = f(\varphi)$, то заменим dt на $d\varphi$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad dt = \frac{1}{\omega} \cdot d\varphi,$$

$$u_i = R_i \cdot i_i + \sum_{j=1}^{2q} \left(L_{i,j} \cdot \frac{di_j}{dt} \right) + \omega \cdot \sum_{j=1}^{2q} \left(i_j \cdot \frac{dL_{i,j}}{d\varphi} \right). \quad (3.5)$$

3.2. Линейное преобразование уравнений обобщенной электрической машины

Рассмотрим преобразование реальных переменных обобщенной электрической машины, которая представлена в осях α, β, d, q к системе координат uv , которая вращается с произвольной скоростью ω_K . При преобразовании необходимо сохранить адекватность математической модели реальному физическому объекту. Условием адекватности является сохранение значения мощности при преобразованиях.

Новые переменные в осях uv определим через сумму проекций реальных переменных на новые оси. При этом представим переменные в виде векторов, жестко связанных с координатными осями с изменяющимся с течением времени модулем. Для получения преобразований обозначим переменные через x .

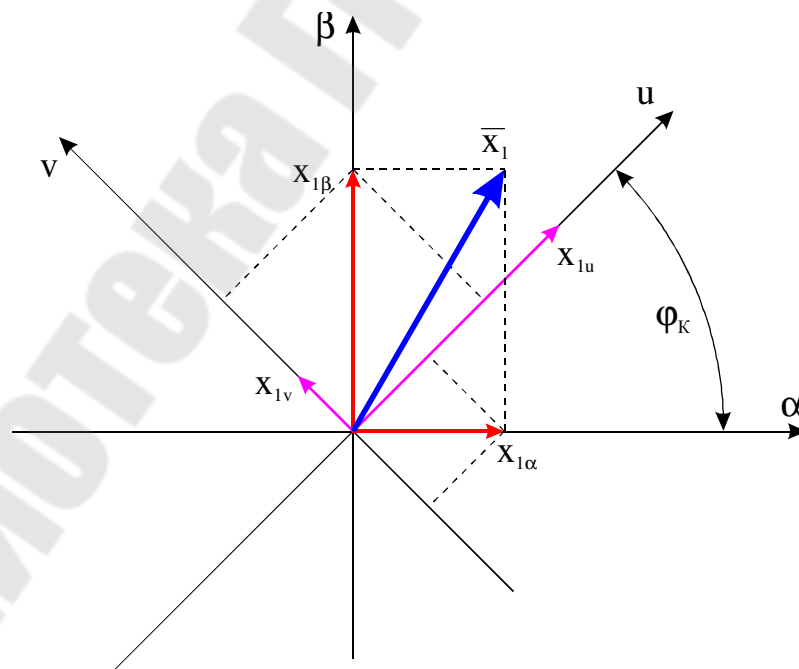


Рис. 3.2. Координатные преобразования переменных статора.

$$\begin{cases} x_{1u} = x_{1\alpha} \cdot \cos(\varphi_K) + x_{1\beta} \cdot \sin(\varphi_K), \\ x_{1v} = -x_{1\alpha} \cdot \sin(\varphi_K) + x_{1\beta} \cdot \cos(\varphi_K). \end{cases}$$

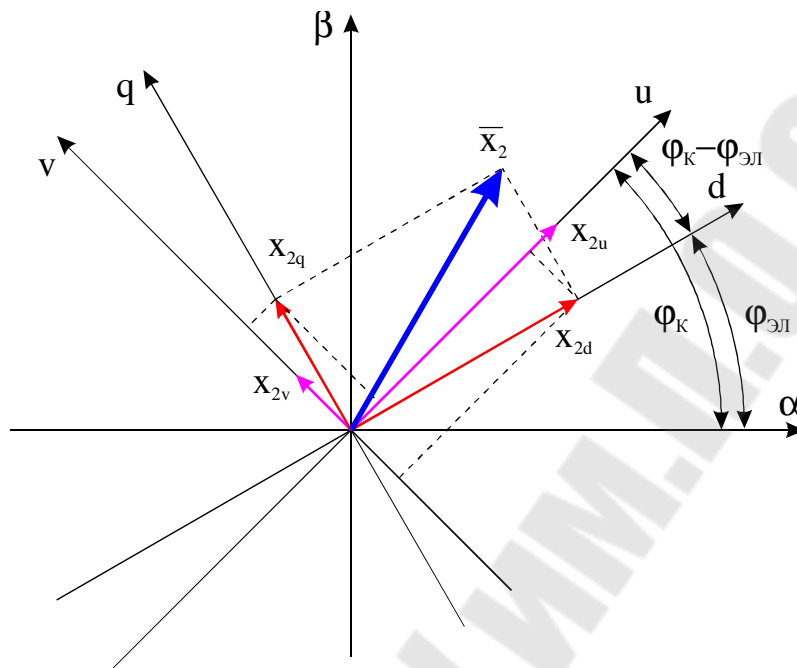


Рис. 3.3. Координатные преобразования переменных ротора.

$$\begin{cases} x_{2u} = x_{2d} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{эл}) + x_{2q} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{эл}), \\ x_{2v} = -x_{2d} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{эл}) + x_{2q} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{эл}). \end{cases}$$

Т.о. выражения для прямого преобразования переменных

$$\begin{cases} x_{1u} = x_{1\alpha} \cdot \cos(\varphi_K) + x_{1\beta} \cdot \sin(\varphi_K), \\ x_{1v} = -x_{1\alpha} \cdot \sin(\varphi_K) + x_{1\beta} \cdot \cos(\varphi_K), \\ x_{2u} = x_{2d} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{эл}) + x_{2q} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{эл}), \\ x_{2v} = -x_{2d} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{эл}) + x_{2q} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{эл}). \end{cases} \quad (3.6)$$

Для получения выражений обратного преобразования запишем суммы проекций на оси α , β , и d , q .

$$\begin{cases} x_{1\alpha} = x_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) - x_{1v} \cdot \sin(\varphi_K), \\ x_{1\beta} = x_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) + x_{1v} \cdot \cos(\varphi_K), \\ x_{2d} = x_{2u} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{ЭЛ}) - x_{2v} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{ЭЛ}), \\ x_{2q} = x_{2u} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{ЭЛ}) + x_{2v} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{ЭЛ}). \end{cases} \quad (3.7)$$

Для преобразования исходных уравнений к новым переменным в осях uv используют преобразование (3.7) для каждой переменной с последующим разделением переменных по осям. Уравнения для статора

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = R_1 \cdot i_{1\alpha} + \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt}, \\ u_{1\beta} = R_1 \cdot i_{1\beta} + \frac{d\psi_{1\beta}}{dt}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) - u_{1v} \cdot \sin(\varphi_K) = R_1 \cdot [i_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) - i_{1v} \cdot \sin(\varphi_K)] + \\ + \frac{d}{dt} [\psi_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) - \psi_{1v} \cdot \sin(\varphi_K)], \\ u_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) + u_{1v} \cdot \cos(\varphi_K) = R_1 \cdot [i_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) + i_{1v} \cdot \cos(\varphi_K)] + \\ + \frac{d}{dt} [\psi_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) + \psi_{1v} \cdot \cos(\varphi_K)]. \end{cases}$$

Раскроем скобки при производных

$$\begin{cases} u_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) - u_{1v} \cdot \sin(\varphi_K) = R_1 \cdot [i_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) - i_{1v} \cdot \sin(\varphi_K)] + \\ + \frac{d\psi_{1u}}{dt} \cdot \cos(\varphi_K) - \omega_K \cdot \psi_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) - \frac{d\psi_{1v}}{dt} \cdot \sin(\varphi_K) - \omega_K \cdot \psi_{1v} \cdot \cos(\varphi_K), \\ u_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) + u_{1v} \cdot \cos(\varphi_K) = R_1 \cdot [i_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) + i_{1v} \cdot \cos(\varphi_K)] + \\ + \frac{d\psi_{1u}}{dt} \cdot \sin(\varphi_K) + \omega_K \cdot \psi_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) + \frac{d\psi_{1v}}{dt} \cdot \cos(\varphi_K) - \omega_K \cdot \psi_{1v} \cdot \sin(\varphi_K). \end{cases}$$

1-ое уравнение умножим на $\cos(\varphi_K)$, 2-ое – на $\sin(\varphi_K)$ и сложим

$$\begin{aligned}
& u_{1u} \cdot \cos^2(\varphi_K) + u_{1u} \cdot \sin^2(\varphi_K) - \\
& - u_{1v} \cdot \sin(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_K) + u_{1v} \cdot \cos(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_K) = \\
& = R_1 \cdot i_{1u} \cdot \cos^2(\varphi_K) + R_1 \cdot i_{1u} \cdot \sin^2(\varphi_K) - \\
& - R_1 \cdot i_{1v} \cdot \sin(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_K) + R_1 \cdot i_{1v} \cdot \cos(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_K) + \\
& + \frac{d\psi_{1u}}{dt} \cdot \cos^2(\varphi_K) + \frac{d\psi_{1u}}{dt} \cdot \sin^2(\varphi_K) - \\
& - \omega_K \cdot \psi_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_K) + \omega_K \cdot \psi_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_K) - \\
& - \frac{d\psi_{1v}}{dt} \cdot \sin(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_K) + \frac{d\psi_{1v}}{dt} \cdot \cos(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_K) - \\
& - \omega_K \cdot \psi_{1v} \cdot \cos^2(\varphi_K) - \omega_K \cdot \psi_{1v} \cdot \sin^2(\varphi_K); \\
& u_{1u} = R_1 \cdot i_{1u} + \frac{d\psi_{1u}}{dt} - \omega_K \cdot \psi_{1v}.
\end{aligned}$$

1-ое уравнение умножим на $-\sin(\varphi_K)$, 2-ое – на $\cos(\varphi_K)$ и сложим

$$u_{1v} = R_1 \cdot i_{1v} + \frac{d\psi_{1v}}{dt} + \omega_K \cdot \psi_{1u}.$$

Для преобразования уравнений ротора выполним аналогичные действия.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{1u} = R_1 \cdot i_{1u} + \frac{d\psi_{1u}}{dt} - \omega_K \cdot \psi_{1v}, \\ u_{1v} = R_1 \cdot i_{1v} + \frac{d\psi_{1v}}{dt} + \omega_K \cdot \psi_{1u}, \\ u_{2u} = R_2 \cdot i_{2u} + \frac{d\psi_{2u}}{dt} - (\omega_K - \omega_{\text{ЭЛ}}) \cdot \psi_{2v}, \\ u_{2v} = R_2 \cdot i_{2v} + \frac{d\psi_{2v}}{dt} + (\omega_K - \omega_{\text{ЭЛ}}) \cdot \psi_{2u}. \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Выражения для потокосцеплений (3.2) с учетом значений индуктивностей неявнополюсной машины

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{1\alpha} = L_1 \cdot i_{1\alpha} + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_{2d} - L_{12} \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_{2q}, \\ \psi_{1\beta} = L_1 \cdot i_{1\beta} + L_{12} \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_{2d} + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_{2q}, \\ \psi_{2d} = L_2 \cdot i_{2d} + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_{1\alpha} + L_{12} \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_{1\beta}, \\ \psi_{2q} = L_2 \cdot i_{2q} - L_{12} \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_{1\alpha} + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_{1\beta}. \end{array} \right.$$

Применим преобразования (3.7) к выражениям для потокосцеплений обмоток статора

$$\begin{cases} \psi_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) - \psi_{1v} \cdot \sin(\varphi_K) = L_1 \cdot [i_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) - i_{1v} \cdot \sin(\varphi_K)] + \\ + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot [i_{2u} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) - i_{2v} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})] - \\ - L_{12} \cdot \sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot [i_{2u} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) + i_{2v} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})], \\ \psi_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) + \psi_{1v} \cdot \cos(\varphi_K) = L_1 \cdot [i_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) + i_{1v} \cdot \cos(\varphi_K)] + \\ + L_{12} \cdot \sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot [i_{2u} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) - i_{2v} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})] + \\ + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot [i_{2u} \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) + i_{2v} \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})]; \\ \psi_{1u} \cdot \cos(\varphi_K) - \psi_{1v} \cdot \sin(\varphi_K) = L_1 \cdot \cos(\varphi_K) \cdot i_{1u} - L_1 \cdot \sin(\varphi_K) \cdot i_{1v} + \\ + L_{12} \cdot i_{2u} \cdot [\cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) - \sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})] + \\ + L_{12} \cdot i_{2v} \cdot [-\cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) - \sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})], \\ \psi_{1u} \cdot \sin(\varphi_K) + \psi_{1v} \cdot \cos(\varphi_K) = L_1 \cdot \sin(\varphi_K) \cdot i_{1u} + L_1 \cdot \cos(\varphi_K) \cdot i_{1v} + \\ + L_{12} \cdot i_{2u} \cdot [\sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) + \cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})] + \\ + L_{12} \cdot i_{2v} \cdot [-\sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) + \cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})]. \end{cases}$$

1-ое уравнение умножим на $\cos(\varphi_K)$, 2-ое – на $\sin(\varphi_K)$ и сложим

$$\begin{aligned} & \psi_{1u} \cdot \cos^2(\varphi_K) + \psi_{1u} \cdot \sin^2(\varphi_K) - \psi_{1v} \cdot \sin(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_K) + \psi_{1v} \cdot \cos(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_K) = \\ & = L_1 \cdot i_{1u} \cdot \cos^2(\varphi_K) + L_1 \cdot i_{1u} \cdot \sin^2(\varphi_K) - \\ & - L_1 \cdot i_{1v} \cdot \sin(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_K) + L_1 \cdot i_{1v} \cdot \cos(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_K) + \\ & + L_{12} \cdot i_{2u} \cdot \left[\cos(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) - \cos(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) + \right. \\ & \left. + \sin(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) + \sin(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) \right] + \\ & + L_{12} \cdot i_{2v} \cdot \left[-\cos(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) - \cos(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) - \right. \\ & \left. - \sin(\varphi_K) \cdot \sin(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) + \sin(\varphi_K) \cdot \cos(\varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) \right]; \\ & \psi_{1u} = L_1 \cdot i_{1u} + \\ & + L_{12} \cdot i_{2u} \cdot [\cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) + \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})] + \\ & + L_{12} \cdot i_{2v} \cdot [-\cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) + \sin(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ}) \cdot \cos(\varphi_K - \varphi_{\DeltaЛ})]; \\ & \psi_{1u} = L_1 \cdot i_{1u} + L_{12} \cdot i_{2u}. \end{aligned}$$

Выполнив аналогичные действия получим

$$\begin{cases} \psi_{1u} = L_1 \cdot i_{1u} + L_{12} \cdot i_{2u}, \\ \psi_{1v} = L_1 \cdot i_{1v} + L_{12} \cdot i_{2v}, \\ \psi_{2u} = L_2 \cdot i_{2u} + L_{12} \cdot i_{1u}, \\ \psi_{2v} = L_2 \cdot i_{2v} + L_{12} \cdot i_{1v}. \end{cases} \quad (3.9)$$

После преобразования выражения для момента неявнополюсной машины получим

$$\begin{aligned}
 M &= p_{\text{д}} \cdot (\psi_{1u} \cdot i_{1v} - \psi_{1v} \cdot i_{1u}) = p_{\text{д}} \cdot (\psi_{2v} \cdot i_{2u} - \psi_{2u} \cdot i_{2v}) = \\
 &= p_{\text{д}} \cdot L_{12} \cdot (i_{2v} \cdot i_{1u} - i_{2u} \cdot i_{1v}) = \frac{p_{\text{д}} \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot (\psi_{1v} \cdot \psi_{2u} - \psi_{1u} \cdot \psi_{2v}).
 \end{aligned}$$

3.3. Представление уравнений обобщенной электрической машины в различных системах координат

Для получения математических моделей двигателей используют систему уравнений, записанную в осях, жестко связанных со статором, ротором или вращающихся с синхронной скоростью $\omega_{0ЭЛ}$:

1. $\omega_{\text{к}} = 0$. Система координат жестко связанная со статором $\alpha\beta$.

$$\begin{cases}
 u_{1\alpha} = R_1 \cdot i_{1\alpha} + \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt}, \\
 u_{1\beta} = R_1 \cdot i_{1\beta} + \frac{d\psi_{1\beta}}{dt}, \\
 u_{2\alpha} = R_2 \cdot i_{2\alpha} + \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} + \omega_{ЭЛ} \cdot \psi_{2\beta}, \\
 u_{2\beta} = R_2 \cdot i_{2\beta} + \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} - \omega_{ЭЛ} \cdot \psi_{2\alpha}.
 \end{cases}$$

2. $\omega_{\text{к}} = \omega_{ЭЛ}$. Система координат жестко связанная с ротором dq .

$$\begin{cases}
 u_{1d} = R_1 \cdot i_{1d} + \frac{d\psi_{1d}}{dt} - \omega_{ЭЛ} \cdot \psi_{1q}, \\
 u_{1q} = R_1 \cdot i_{1q} + \frac{d\psi_{1q}}{dt} + \omega_{ЭЛ} \cdot \psi_{1d}, \\
 u_{2d} = R_2 \cdot i_{2d} + \frac{d\psi_{2d}}{dt}, \\
 u_{2q} = R_2 \cdot i_{2q} + \frac{d\psi_{2q}}{dt}.
 \end{cases}$$

3. $\omega_{\text{к}} = \omega_{0ЭЛ}$. Система координат xu жестко связанная с полем статора. К обмотке статора приложены напряжения

$$u_{1x} = u_{1m} \cdot \cos(\omega_{0ЭЛ} \cdot t), \quad u_{1y} = u_{1m} \cdot \sin(\omega_{0ЭЛ} \cdot t).$$

Применим (3.6)

$$\begin{aligned}
 u_{1x} &= u_{1m} \cdot \cos^2(\omega_{0ЭЛ} \cdot t) + u_{1m} \cdot \sin^2(\omega_{0ЭЛ} \cdot t) = u_{1m}, \\
 u_{1y} &= -u_{1m} \cdot \cos(\omega_{0ЭЛ} \cdot t) \cdot \sin(\omega_{0ЭЛ} \cdot t) + u_{1m} \cdot \sin(\omega_{0ЭЛ} \cdot t) \cdot \cos(\omega_{0ЭЛ} \cdot t) = 0.
 \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{cases} u_{1m} = R_1 \cdot i_{1x} + \frac{d\psi_{1x}}{dt} - \omega_{0ЭЛ} \cdot \psi_{1y}, \\ 0 = R_1 \cdot i_{1y} + \frac{d\psi_{1y}}{dt} + \omega_{0ЭЛ} \cdot \psi_{1x}, \\ u_{2x} = R_2 \cdot i_{2x} + \frac{d\psi_{2x}}{dt} - (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2y}, \\ u_{2y} = R_2 \cdot i_{2y} + \frac{d\psi_{2y}}{dt} + (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2x}. \end{cases}$$

3.4. Трехфазно-двухфазные преобразования переменных

Динамика любой симметричной многофазной машины может быть путем замены переменных описана системой уравнений эквивалентной двухфазной машины. Т.е. имеет место задача преобразования переменных реальной машины к системе координат двухфазной машины. Рассмотрим преобразования для трехфазной машины

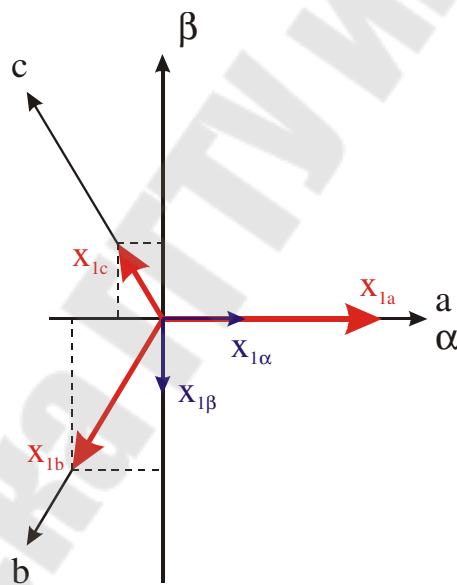


Рис. 3.4. Проекция координат.

$$\begin{cases} x_{1\alpha} = k_C \cdot [x_{1a} - x_{1b} \cdot \sin(30^\circ) - x_{1c} \cdot \sin(30^\circ)] = k_C \cdot \left(x_{1a} - \frac{1}{2} \cdot x_{1b} - \frac{1}{2} \cdot x_{1c} \right) \\ x_{1\beta} = k_C \cdot [x_{1c} \cdot \cos(30^\circ) - x_{1b} \cdot \cos(30^\circ)] = k_C \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_{1c} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_{1b} \right) \end{cases}$$

где k_C – согласующий коэффициент, который необходимо выбрать по условию инвариантности мощности.

Рассмотрим случай для симметричной системы трехфазных переменных

$$x_{1a} + x_{1b} + x_{1c} = 0.$$

Тогда

$$\begin{cases} x_{1\alpha} = k_C \cdot \left(x_{1a} - \frac{1}{2} \cdot x_{1b} - \frac{1}{2} \cdot x_{1c} + \frac{1}{2} \cdot x_{1a} + \frac{1}{2} \cdot x_{1b} + \frac{1}{2} \cdot x_{1c} \right) = k_C \cdot \frac{3}{2} \cdot x_{1a}, \\ x_{1\beta} = k_C \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (x_{1c} - x_{1b}) \end{cases}$$

Переменные для роторной цепи машины x_{2d} и x_{2q} также определяются подобными выражениями при соответствующей замене индексов.

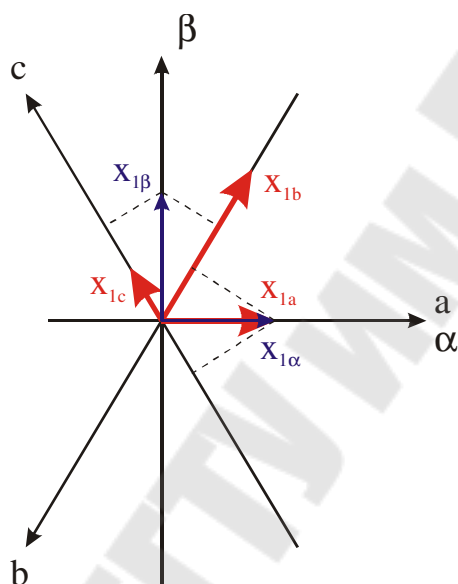


Рис. 3.5. Проекция координат.

$$\begin{cases} x_{1a} = k_C \cdot x_{1\alpha}, \\ x_{1b} = k_C \cdot \left[-x_{1\alpha} \cdot \sin(30^\circ) - x_{1\beta} \cdot \cos(30^\circ) \right] = k_C \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot x_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_{1\beta} \right), \\ x_{1c} = k_C \cdot \left[-x_{1\alpha} \cdot \sin(30^\circ) + x_{1\beta} \cdot \cos(30^\circ) \right] = k_C \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot x_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_{1\beta} \right) \end{cases}$$

Для получения k_C выразим через переменные двухфазной машины мгновенную мощность

$$\begin{aligned}
s &= \mathbf{i}_{1a} \cdot \mathbf{u}_{1a} + \mathbf{i}_{1b} \cdot \mathbf{u}_{1b} + \mathbf{i}_{1c} \cdot \mathbf{u}_{1c} = k_C \cdot \mathbf{i}_{1\alpha} \cdot k_C \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} + \\
&+ k_C \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\beta} \right) \cdot k_C \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\beta} \right) + \\
&+ k_C \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\beta} \right) \cdot k_C \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\beta} \right) = \\
&= k_C^2 \cdot \left(\begin{array}{l} \mathbf{i}_{1\alpha} \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} + \\ + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\alpha} \cdot \frac{1}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\alpha} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\beta} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\beta} \cdot \frac{1}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\beta} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\beta} + \\ + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\alpha} \cdot \frac{1}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} - \frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\alpha} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\beta} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\beta} \cdot \frac{1}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{i}_{1\beta} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \mathbf{u}_{1\beta} \end{array} \right) = \\
&= k_C^2 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \cdot \mathbf{i}_{1\alpha} \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{4} \right) \cdot \mathbf{i}_{1\beta} \cdot \mathbf{u}_{1\beta} \right] = k_C^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (\mathbf{i}_{1\alpha} \cdot \mathbf{u}_{1\alpha} + \mathbf{i}_{1\beta} \cdot \mathbf{u}_{1\beta}) = \\
&= k_C^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot s.
\end{aligned}$$

Отсюда

$$k_{C3 \rightarrow 2}^2 = \frac{2}{3}, \quad k_{C3 \rightarrow 2} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

При обратных преобразованиях

$$\begin{aligned}
s &= i_{1\alpha} \cdot u_{1\alpha} + i_{1\beta} \cdot u_{1\beta} = \\
&= k_C \cdot \left(i_{1a} - \frac{1}{2} \cdot i_{1b} - \frac{1}{2} \cdot i_{1c} \right) \cdot k_C \cdot \left(u_{1a} - \frac{1}{2} \cdot u_{1b} - \frac{1}{2} \cdot u_{1c} \right) + \\
&+ k_C \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i_{1c} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i_{1b} \right) \cdot k_C \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot u_{1c} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot u_{1b} \right) = \\
&= k_C^2 \cdot \left(\begin{aligned} &i_{1a} \cdot u_{1a} - \frac{1}{2} \cdot i_{1a} \cdot u_{1b} - \frac{1}{2} \cdot i_{1a} \cdot u_{1c} - \frac{1}{2} \cdot i_{1b} \cdot u_{1a} + \frac{1}{4} \cdot i_{1b} \cdot u_{1b} + \\ &+ \frac{1}{4} \cdot i_{1b} \cdot u_{1c} - \frac{1}{2} \cdot i_{1c} \cdot u_{1a} + \frac{1}{4} \cdot i_{1c} \cdot u_{1b} + \frac{1}{4} \cdot i_{1c} \cdot u_{1c} + \\ &+ \frac{3}{4} \cdot i_{1c} \cdot u_{1c} - \frac{3}{4} \cdot i_{1c} \cdot u_{1b} - \frac{3}{4} \cdot i_{1b} \cdot u_{1c} + \frac{3}{4} \cdot i_{1b} \cdot u_{1b} \end{aligned} \right) = \\
&= k_C^2 \cdot \left(\begin{aligned} &i_{1a} \cdot u_{1a} + i_{1b} \cdot u_{1b} + i_{1c} \cdot u_{1c} - \frac{1}{2} \cdot i_{1a} \cdot u_{1b} - \frac{1}{2} \cdot i_{1a} \cdot u_{1c} - \\ & - \frac{1}{2} \cdot i_{1b} \cdot u_{1a} - \frac{1}{2} \cdot i_{1c} \cdot u_{1a} - \frac{1}{2} \cdot i_{1b} \cdot u_{1c} - \frac{1}{2} \cdot i_{1c} \cdot u_{1b} \end{aligned} \right) = \\
&= k_C^2 \cdot \left[\begin{aligned} &i_{1a} \cdot u_{1a} + i_{1b} \cdot u_{1b} + i_{1c} \cdot u_{1c} - \frac{1}{2} \cdot (-i_{1b} - i_{1c}) \cdot u_{1b} - \frac{1}{2} \cdot (-i_{1b} - i_{1c}) \cdot u_{1c} - \\ & - \frac{1}{2} \cdot (-i_{1a} - i_{1c}) \cdot u_{1a} - \frac{1}{2} \cdot i_{1c} \cdot u_{1a} - \frac{1}{2} \cdot i_{1b} \cdot u_{1c} - \frac{1}{2} \cdot i_{1c} \cdot u_{1b} \end{aligned} \right] = \\
&= k_C^2 \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot i_{1a} \cdot u_{1a} + \frac{3}{2} \cdot i_{1b} \cdot u_{1b} + \frac{3}{2} \cdot i_{1c} \cdot u_{1c} \right) = k_C^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot (i_{1a} \cdot u_{1a} + i_{1b} \cdot u_{1b} + i_{1c} \cdot u_{1c}) = \\
&= k_C^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot s.
\end{aligned}$$

Отсюда

$$k_{C2 \rightarrow 3}^2 = \frac{2}{3}, \quad k_{C2 \rightarrow 3} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

3.5. Модель ДПТ независимого возбуждения

Для преобразования энергии необходимо, чтобы переменным током обтекалось по крайней мере несколько обмоток. В ДПТ создание переменного тока обеспечивается коллектором, который коммутирует постоянный ток с угловой частотой $\omega_{\text{эл}}$. Т.е. коллектор выполняет функцию механического преобразователя частоты.

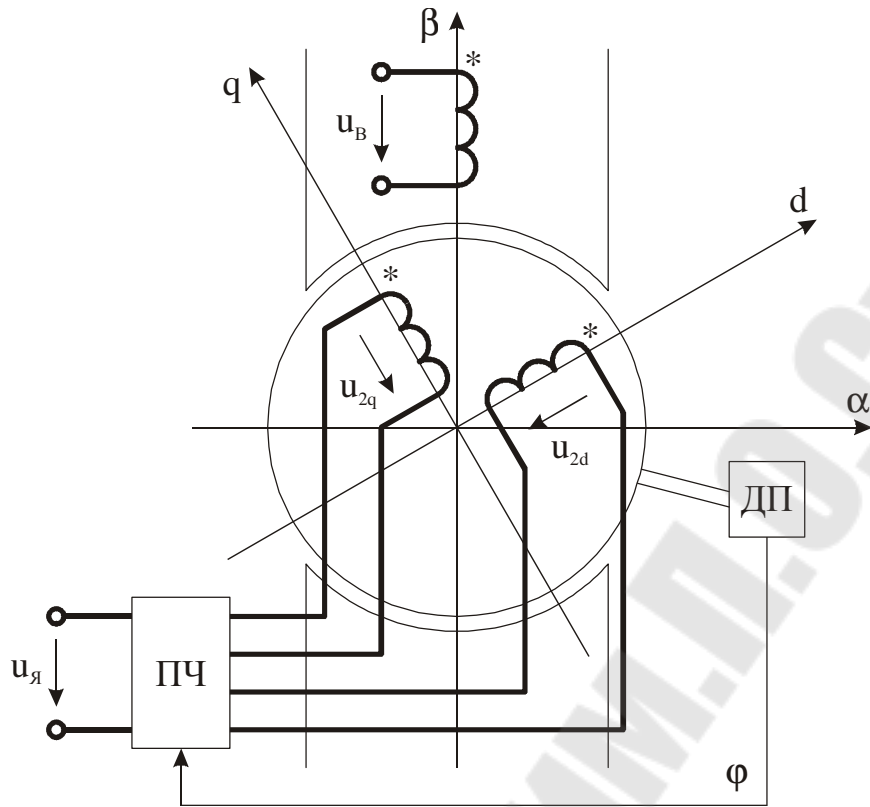


Рис. 3.6. Схема модели ДПТ НВ.

На статоре по оси β расположена обмотка возбуждения ОВ.

$$u_{1\beta} = u_B, i_{1\beta} = i_B.$$

Намагничивающая сила этой обмотки неподвижна относительно статора и направлена по оси β .

Намагничивающая сила роторных обмоток должна вращаться относительно ротора в противоположную сторону, т.е. токи должны изменяться по закону

$$i_{2d} = i_{я} \cdot \cos(\omega_{\text{эл}} \cdot t), i_{2q} = i_{я} \cdot \cos(90^\circ + \omega_{\text{эл}} \cdot t) = -i_{я} \cdot \sin(\omega_{\text{эл}} \cdot t).$$

Используя преобразования (3.6) приведём роторные токи к неподвижным осям статора

$$\begin{aligned} i_{2\alpha} &= i_{я} \cdot \cos(\omega_{\text{эл}} \cdot t) \cdot \cos(-\omega_{\text{эл}} \cdot t) - i_{я} \cdot \sin(\omega_{\text{эл}} \cdot t) \cdot \sin(-\omega_{\text{эл}} \cdot t) = \\ &= i_{я} \cdot \cos^2(\omega_{\text{эл}} \cdot t) + i_{я} \cdot \sin^2(\omega_{\text{эл}} \cdot t) = i_{я}, \\ i_{2\beta} &= -i_{я} \cdot \cos(\omega_{\text{эл}} \cdot t) \cdot \sin(-\omega_{\text{эл}} \cdot t) - i_{я} \cdot \sin(\omega_{\text{эл}} \cdot t) \cdot \cos(-\omega_{\text{эл}} \cdot t) = 0. \end{aligned}$$

Т.о. переменным токам ротора обобщенной электрической машины эквивалентна в неподвижных осях статора одна обмотка по оси α , запитываемая постоянным током $i_{я}$. Намагничивающая сила этой обмотки направлена по оси α и представляет собой поперечную реакцию якоря, для компенсации которой по этой же оси расположены дополнительные полюса ДП и намагничивающая сила компенсационной обмотки КО.

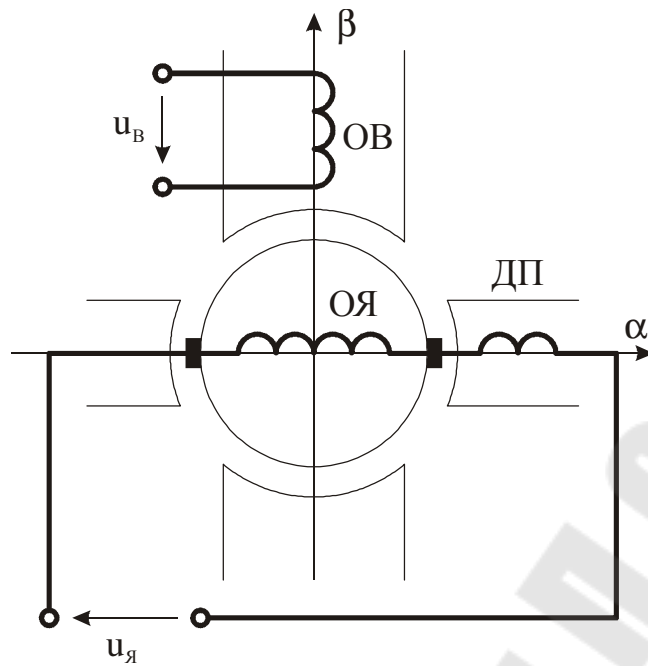


Рис. 3.7. Схема модели ДПТ НВ в осях $\alpha\beta$.

Дополним систему уравнений в осях $\alpha\beta$ выражением для момента

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = R_1 \cdot i_{1\alpha} + \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt}, \\ u_{1\beta} = R_1 \cdot i_{1\beta} + \frac{d\psi_{1\beta}}{dt}, \\ u_{2\alpha} = R_2 \cdot i_{2\alpha} + \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} + \omega_{\text{ЭЛ}} \cdot \psi_{2\beta}, \\ u_{2\beta} = R_2 \cdot i_{2\beta} + \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} - \omega_{\text{ЭЛ}} \cdot \psi_{2\alpha}, \\ M = p_{\text{д}} \cdot L_{12} \cdot (i_{1\beta} \cdot i_{2\alpha} - i_{1\alpha} \cdot i_{2\beta}). \end{cases}$$

Запишем параметры и переменные модели. При этом на статоре по оси α располагать не будем, а включим параметры КО в параметры якорной цепи двигателя.

$$\begin{aligned} u_{1\beta} &= u_{\text{В}}, i_{1\beta} = i_{\text{В}}, u_{1\alpha} = 0, i_{1\alpha} = 0, \\ u_{2\alpha} &= u_{\text{я}}, i_{2\alpha} = i_{\text{я}}, u_{2\beta} = 0, i_{2\beta} = 0, \\ R_1 &= R_{\text{В}}, R_2 = R_{\text{яд}} = R_{\text{оя}} + R_{\text{щк}} + R_{\text{дп}} [+ R_{\text{ко}}], \\ L_{1\beta,1\beta} &= L_{\text{В}}, L_{2\alpha,2\alpha} = L_{\text{яд}} = L_{\text{оя}} + L_{\text{дп}} [+ L_{\text{ко}}], \\ \psi_{1\beta} &= L_{1\beta,1\beta} \cdot i_{1\beta} + L_{12} \cdot i_{2\beta} = L_{\text{В}} \cdot i_{\text{В}}, \\ \psi_{2\alpha} &= L_{2\alpha,2\alpha} \cdot i_{2\alpha} + L_{12} \cdot i_{1\alpha} = L_{\text{яд}} \cdot i_{\text{я}}, \\ \psi_{2\beta} &= L_{2\beta,2\beta} \cdot i_{2\beta} + L_{12} \cdot i_{1\beta} = L_{12} \cdot i_{\text{В}}, \end{aligned}$$

где: $R_{яд}, L_{яд}$ – суммарные активное сопротивление и индуктивность
якорной цепи двигателя,
 $R_{оя}, L_{оя}$ – сопротивление обмотки якоря ОЯ,
 $R_{щк}$ – сопротивление щеточно-коллекторного контакта,
 $R_{дп}, L_{дп}$ – сопротивление обмотки ДП,
 $R_{ко}, L_{ко}$ – сопротивление и индуктивность КО.

Т.о. получим

$$\begin{cases} u_B = R_B \cdot i_B + L_B \cdot \frac{di_B}{dt}, \\ u_{я} = R_{яд} \cdot i_{я} + L_{яд} \cdot \frac{di_{я}}{dt} + \omega_{эл} \cdot L_{12} \cdot i_B, \\ M = p_D \cdot L_{12} \cdot i_B \cdot i_{я}. \end{cases}$$

Третье слагаемое во втором уравнении представляет собой ЭДС вращения (обозначим $e_{я}$)

$$e_{я} = \omega_{эл} \cdot L_{12} \cdot i_B = p_D \cdot L_{12} \cdot i_B \cdot \omega.$$

С другой стороны, через магнитный поток

$$e_{я} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{N}{a} \cdot p_D \cdot \Phi \cdot \omega = k \cdot \Phi \cdot \omega,$$

где: N – число проводников якоря,
 a – число параллельных ветвей,
 Φ – магнитный поток одного полюса.

Тогда

$$\begin{cases} u_B = R_B \cdot i_B + L_B \cdot \frac{di_B}{dt}, \\ u_{я} = R_{яд} \cdot i_{я} + L_{яд} \cdot \frac{di_{я}}{dt} + e_{я}, \\ M = k \cdot \Phi \cdot i_{я}, \\ e_{я} = k \cdot \Phi \cdot \omega, \\ \Phi = k_{\Phi} \cdot i_B, \end{cases}$$

где: $k_{\Phi} = \frac{\Phi_N}{I_{вн}}$ – коэффициент, определяемый по кривой намагничивания.

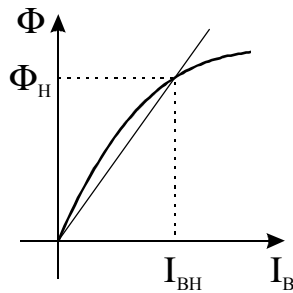


Рис. 3.8. Кривая намагничивания.

Введем обозначения:

$$T_{\text{яд}} = \frac{L_{\text{яд}}}{R_{\text{яд}}} - \text{постоянная времени якорной цепи,}$$

$$T_{\text{в}} = \frac{L_{\text{в}}}{R_{\text{в}}} - \text{постоянная времени цепи возбуждения.}$$

Дополним систему уравнением для механической части и, после преобразований, запишем систему в операторной форме и составим структурную схему, представленную на рис. 3.9.

$$\begin{cases} i_{\text{в}}(p) = \frac{1/R_{\text{в}}}{T_{\text{в}} \cdot p + 1} \cdot u_{\text{в}}(p), \\ i_{\text{я}}(p) = \frac{1/R_{\text{яд}}}{T_{\text{яд}} \cdot p + 1} \cdot [u_{\text{я}}(p) - e_{\text{я}}(p)], \\ \omega(p) = \frac{1}{J \cdot p} \cdot [M(p) - M_{\text{с}}(p)], \\ M(t) = k\Phi(t) \cdot i_{\text{я}}(t), \\ e_{\text{я}}(t) = k\Phi(t) \cdot \omega(t), \\ k\Phi(p) = k \cdot k_{\Phi} \cdot i_{\text{в}}(p). \end{cases}$$

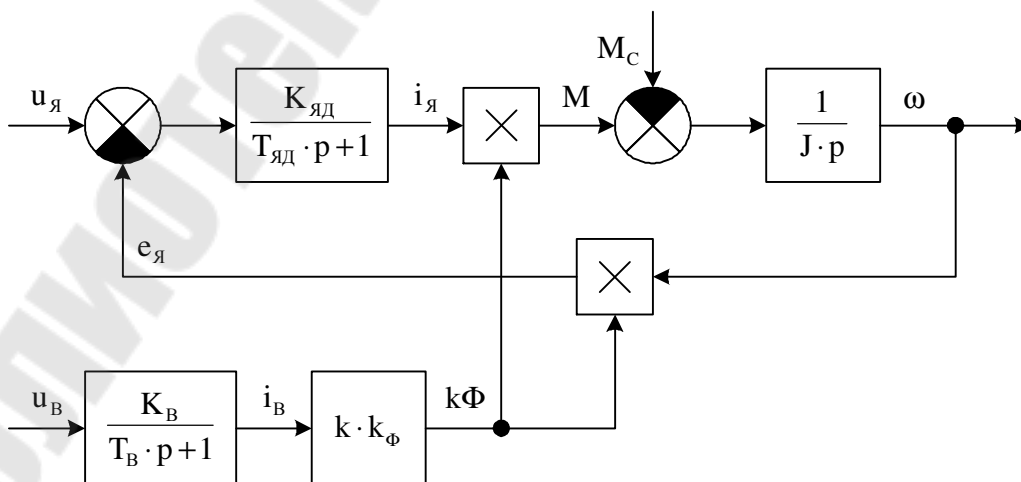


Рис. 3.9. Структурная схема модели ДПТ НВ.

На структурной схеме обозначено:

$$K_{\text{яд}} = \frac{1}{R_{\text{яд}}}, K_{\text{в}} = \frac{1}{R_{\text{в}}}.$$

Если в справочной литературе не хватает параметров, то некоторые из них можно рассчитать по следующим формулам

$$R_{\text{яд}} = 0,5 \cdot \frac{\Delta p_{\text{н}}}{I_{\text{ян}}^2},$$

где: $\Delta p_{\text{н}} = P_{\text{н}} \cdot \left(\frac{1}{\eta_{\text{н}}} - 1 \right)$ – номинальные потери мощности,

$P_{\text{н}}$ – номинальная мощность двигателя,

$\eta_{\text{н}}$ – номинальный КПД двигателя,

$I_{\text{ян}}$ – номинальный ток якоря двигателя.

$$L_{\text{яд}} = \beta_{\text{к}} \cdot \frac{U_{\text{ян}}}{r_{\text{д}} \cdot \omega_{\text{н}} \cdot I_{\text{ян}}},$$

где: $\beta_{\text{к}}$ – коэффициент, учитывающий наличие КО, и принимающий значения: 0,2 – при наличии и 0,6 – при отсутствии;

$U_{\text{ян}}$ – номинальное напряжение на якоре;

$\omega_{\text{н}}$ – номинальная угловая скорость вращения двигателя.

$$k \cdot k_{\phi} = \frac{U_{\text{ян}} - R_{\text{яд}} \cdot I_{\text{ян}}}{\omega_{\text{н}} \cdot I_{\text{вн}}},$$

где $I_{\text{вн}}$ – номинальный ток возбуждения двигателя.

$$R_{\text{в}} = \frac{U_{\text{вн}}}{I_{\text{вн}}},$$

где $U_{\text{вн}}$ – номинальное напряжение возбуждения.

3.6. Модель ДПТ последовательного возбуждения

При анализе процессов в ДПТ последовательного возбуждения (ПВ) в большинстве случаев необходимо учитывать влияние вихревых токов. Это достигается введением фиктивной короткозамкнутой обмотки вихревых токов.

$$\begin{cases} \frac{u_{я}}{R_{яд}} = i_{я} + i_{вг} + \frac{L_{яд}}{R_{яд}} \cdot \frac{di_{я}}{dt} + \frac{e_{я}}{R_{яд}} + \left(\frac{w_{в}}{R_{яд}} + \frac{w_{вг}}{R_{вг}} \right) \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \\ \frac{u_{я}}{R_{яд}} = i_{я} + \frac{L_{яд}}{R_{яд}} \cdot \frac{di_{я}}{dt} + \frac{e_{я}}{R_{яд}} + \frac{w_{в}}{R_{яд}} \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \\ M = k \cdot \Phi \cdot i_{я}, \\ e_{я} = k \cdot \Phi \cdot \omega. \end{cases}$$

Введем обозначения

$$k_{\Phi} = \frac{\Phi}{i_{я} + i_{вг}}, T_{в} = \frac{k_{\Phi} \cdot w_{в}}{R_{яд}}, T_{вг} = \frac{k_{\Phi} \cdot w_{в}}{R_{яд}} + \frac{k_{\Phi} \cdot w_{вг}}{R_{вг}}.$$

Тогда

$$\begin{cases} \frac{u_{я}}{R_{яд}} = \frac{1}{k_{\Phi}} \cdot \Phi + T_{яд} \cdot \frac{di_{я}}{dt} + \frac{e_{я}}{R_{яд}} + \frac{T_{вг}}{k_{\Phi}} \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \\ \frac{u_{я}}{R_{яд}} = i_{я} + T_{яд} \cdot \frac{di_{я}}{dt} + \frac{e_{я}}{R_{яд}} + \frac{T_{в}}{k_{\Phi}} \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \\ M = k \cdot \Phi \cdot i_{я}, \\ e_{я} = k \cdot \Phi \cdot \omega. \end{cases}$$

Запишем систему в операторной форме дополнив ее уравнением механической части и преобразовав

$$\begin{cases} k\Phi(p) = \frac{k \cdot k_{\Phi} / R_{яд}}{T_{вг} \cdot p + 1} \cdot [u_{я}(p) - e_{я}(p)] - k \cdot k_{\Phi} \cdot T_{яд} \cdot p \cdot i_{я}(p), \\ i_{я}(p) = \frac{1/R_{яд}}{T_{яд} \cdot p + 1} \cdot [u_{я}(p) - e_{я}(p)] - \frac{T_{в}}{k \cdot k_{\Phi}} \cdot p \cdot k\Phi(p), \\ M(t) = k\Phi(t) \cdot i_{я}(t), \\ \omega(p) = \frac{1}{J \cdot p} \cdot [M(t) - M_{с}(t)], \\ e_{я}(t) = k\Phi(t) \cdot \omega(t). \end{cases}$$

По полученной системе составим структурную схему, показанную на рис. 3.11.

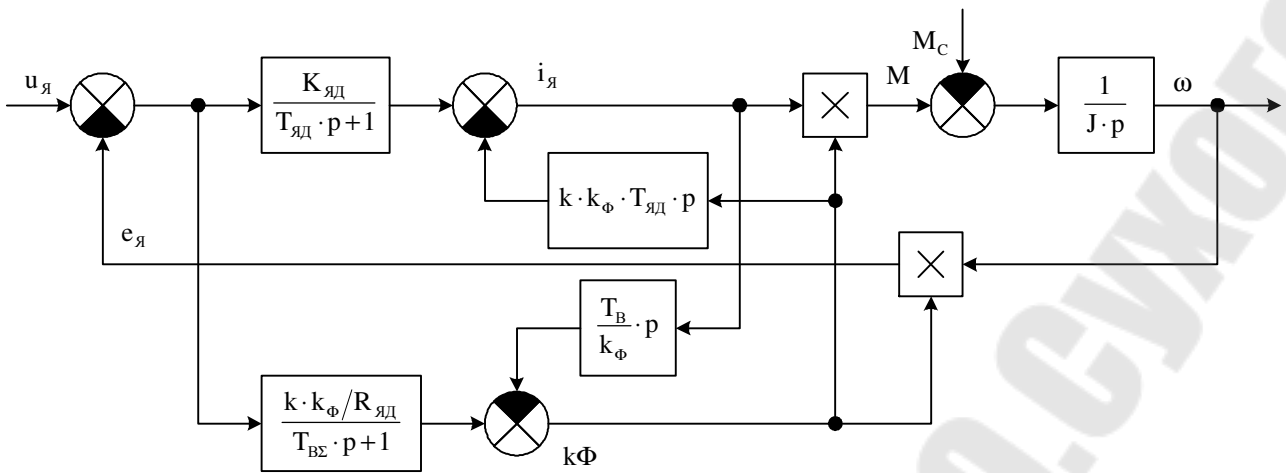


Рис. 3.11. Структурная схема модели ДПТ ПВ.

3.7. Модель асинхронного электродвигателя

Для получения значений параметров модели АД через параметры схемы замещения рассмотрим получение T-образной схемы замещения.

Систему уравнений АД в осях ху

$$\begin{cases} u_{1m} = R_1 \cdot i_{1x} + \frac{d\psi_{1x}}{dt} - \omega_{0ЭЛ} \cdot \psi_{1y}, \\ 0 = R_1 \cdot i_{1y} + \frac{d\psi_{1y}}{dt} + \omega_{0ЭЛ} \cdot \psi_{1x}, \\ 0 = R_2 \cdot i_{2x} + \frac{d\psi_{2x}}{dt} - (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2y}, \\ 0 = R_2 \cdot i_{2y} + \frac{d\psi_{2y}}{dt} + (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2x}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi_{1x} = L_1 \cdot i_{1x} + L_{12} \cdot i_{2x}, \\ \psi_{1y} = L_1 \cdot i_{1y} + L_{12} \cdot i_{2y}, \\ \psi_{2x} = L_2 \cdot i_{2x} + L_{12} \cdot i_{1x}, \\ \psi_{2y} = L_2 \cdot i_{2y} + L_{12} \cdot i_{1y} \end{cases}$$

запишем в комплексной форме учитывая, что $j \cdot (a + j \cdot b) = -b + j \cdot a$

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + \frac{d\underline{\Psi}_1}{dt} + j \cdot \omega_{0ЭЛ} \cdot \underline{\Psi}_1, \\ 0 = R_2 \cdot \underline{I}_2 + \frac{d\underline{\Psi}_2}{dt} + j \cdot (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot \underline{\Psi}_2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{\Psi}_1 = L_1 \cdot \underline{I}_1 + L_{12} \cdot \underline{I}_2, \\ \underline{\Psi}_2 = L_2 \cdot \underline{I}_2 + L_{12} \cdot \underline{I}_1. \end{cases}$$

Введем обозначение $\underline{I}_\mu = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$. В выражениях для потокосцеплений добавим и вычтем произведение L_{12} на соответствующий ток.

$$\begin{cases} \underline{\Psi}_1 = L_1 \cdot \underline{I}_1 - L_{12} \cdot \underline{I}_1 + L_{12} \cdot \underline{I}_1 + L_{12} \cdot \underline{I}_2 = (L_1 - L_{12}) \cdot \underline{I}_1 + L_{12} \cdot \underline{I}_\mu, \\ \underline{\Psi}_2 = L_2 \cdot \underline{I}_2 - L_{12} \cdot \underline{I}_2 + L_{12} \cdot \underline{I}_2 + L_{12} \cdot \underline{I}_1 = (L_2 - L_{12}) \cdot \underline{I}_2 + L_{12} \cdot \underline{I}_\mu. \end{cases}$$

Учтя, что для установившегося режима $\frac{d\Psi}{dt} = 0$ получим

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega_{0ЭЛ} \cdot (L_1 - L_{12}) \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega_{0ЭЛ} \cdot L_{12} \cdot \underline{I}_\mu, \\ 0 = R_2 \cdot \underline{I}_2 + j \cdot (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot (L_2 - L_{12}) \cdot \underline{I}_2 + j \cdot (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot L_{12} \cdot \underline{I}_\mu. \end{cases}$$

Разделим 2-ое уравнение на $(\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ})$ и умножим на $\omega_{0ЭЛ}$

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega_{0ЭЛ} \cdot (L_1 - L_{12}) \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega_{0ЭЛ} \cdot L_{12} \cdot \underline{I}_\mu, \\ 0 = R_2 \cdot \frac{\omega_{0ЭЛ}}{\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}} \cdot \underline{I}_2 + j \cdot \omega_{0ЭЛ} \cdot (L_2 - L_{12}) \cdot \underline{I}_2 + j \cdot \omega_{0ЭЛ} \cdot L_{12} \cdot \underline{I}_\mu. \end{cases}$$

Введя обозначения

$$x_1 = \omega_{0ЭЛ} \cdot (L_1 - L_{12}), \quad x_2 = \omega_{0ЭЛ} \cdot (L_2 - L_{12}), \quad x_\mu = \omega_{0ЭЛ} \cdot L_{12},$$

получим уравнения, по которым составляется Т-образная схема замещения

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j \cdot x_1 \cdot \underline{I}_1 + j \cdot x_\mu \cdot \underline{I}_\mu, \\ 0 = \frac{R_2}{s} \cdot \underline{I}_2 + j \cdot x_2 \cdot \underline{I}_2 + j \cdot x_\mu \cdot \underline{I}_\mu, \end{cases}$$

где $s = \frac{\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}}{\omega_{0ЭЛ}}$ – скольжение.

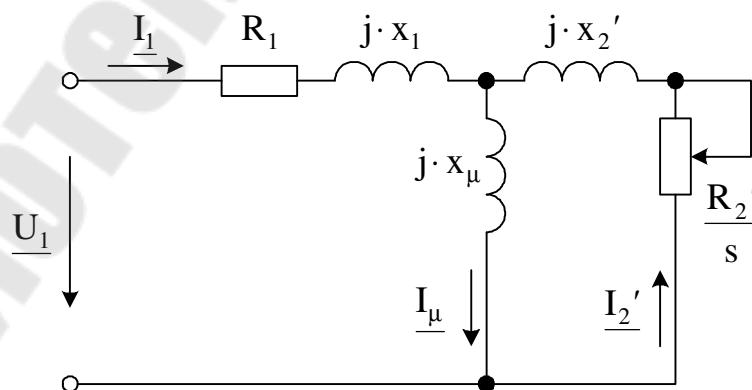


Рис. 3.12. Т-образная схема замещения АД.

Т.о. через параметры схемы замещения параметры модели определяются по следующим формулам

$$L_1 = \frac{x_1 + x_\mu}{\omega_{0ЭЛ}}, L_2 = \frac{x_2' + x_\mu}{\omega_{0ЭЛ}}, L_{12} = \frac{x_\mu}{\omega_{0ЭЛ}}.$$

В системе уравнений в осях uv

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{1u} = R_1 \cdot i_{1u} + \frac{d\psi_{1u}}{dt} - \omega_K \cdot \psi_{1v}, \\ u_{1v} = R_1 \cdot i_{1v} + \frac{d\psi_{1v}}{dt} + \omega_K \cdot \psi_{1u}, \\ u_{2u} = R_2 \cdot i_{2u} + \frac{d\psi_{2u}}{dt} - (\omega_K - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2v}, \\ u_{2v} = R_2 \cdot i_{2v} + \frac{d\psi_{2v}}{dt} + (\omega_K - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2u}, \\ m = \frac{p_D \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot (\psi_{1v} \cdot \psi_{2u} - \psi_{1u} \cdot \psi_{2v}), \\ \left\{ \begin{array}{l} \psi_{1u} = L_1 \cdot i_{1u} + L_{12} \cdot i_{2u}, \\ \psi_{1v} = L_1 \cdot i_{1v} + L_{12} \cdot i_{2v}, \\ \psi_{2u} = L_2 \cdot i_{2u} + L_{12} \cdot i_{1u}, \\ \psi_{2v} = L_2 \cdot i_{2v} + L_{12} \cdot i_{1v}. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

выразим токи через потокосцепления

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{1u} = \frac{L_2 \cdot \psi_{1u} - L_{12} \cdot \psi_{2u}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2}, \\ i_{1v} = \frac{L_2 \cdot \psi_{1v} - L_{12} \cdot \psi_{2v}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2}, \\ i_{2u} = \frac{L_1 \cdot \psi_{2u} - L_{12} \cdot \psi_{1u}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2}, \\ i_{2v} = \frac{L_1 \cdot \psi_{2v} - L_{12} \cdot \psi_{1v}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2}. \end{array} \right.$$

и подставим в дифференциальные уравнения

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi_{1u}}{dt} &= u_{1u} - \frac{R_1 \cdot L_2}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1u} + \frac{R_1 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2u} + \omega_K \cdot \psi_{1v}, \\ \frac{d\psi_{1v}}{dt} &= u_{1v} - \frac{R_1 \cdot L_2}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1v} + \frac{R_1 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2v} - \omega_K \cdot \psi_{1u}, \\ \frac{d\psi_{2u}}{dt} &= u_{2u} - \frac{R_2 \cdot L_1}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2u} + \frac{R_2 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1u} + (\omega_K - \omega_{\text{ЭЛ}}) \cdot \psi_{2v}, \\ \frac{d\psi_{2v}}{dt} &= u_{2v} - \frac{R_2 \cdot L_1}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2v} + \frac{R_2 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1v} - (\omega_K - \omega_{\text{ЭЛ}}) \cdot \psi_{2u}, \\ m &= \frac{P_D \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot (\psi_{1v} \cdot \psi_{2u} - \psi_{1u} \cdot \psi_{2v}). \end{aligned} \right.$$

Обычно, для описания АД используют координатные оси $\alpha\beta$ и xu . Система уравнений АД в осях $\alpha\beta$ с уравнением для механической части имеет вид

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt} &= u_{1\alpha} - \frac{R_1 \cdot L_2}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1\alpha} + \frac{R_1 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2\alpha}, \\ \frac{d\psi_{1\beta}}{dt} &= u_{1\beta} - \frac{R_1 \cdot L_2}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1\beta} + \frac{R_1 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2\beta}, \\ \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} &= u_{2\alpha} - \frac{R_2 \cdot L_1}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2\alpha} + \frac{R_2 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1\alpha} - \omega_{\text{ЭЛ}} \cdot \psi_{2\beta}, \\ \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} &= u_{2\beta} - \frac{R_2 \cdot L_1}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2\beta} + \frac{R_2 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1\beta} + \omega_{\text{ЭЛ}} \cdot \psi_{2\alpha}, \\ m &= \frac{P_D \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot (\psi_{1\beta} \cdot \psi_{2\alpha} - \psi_{1\alpha} \cdot \psi_{2\beta}), \\ \frac{d\omega_{\text{ЭЛ}}}{dt} &= \frac{P_D}{J} \cdot (m - m_C). \end{aligned} \right.$$

Соответствующая структурная схема представлена на рис. 3.13.

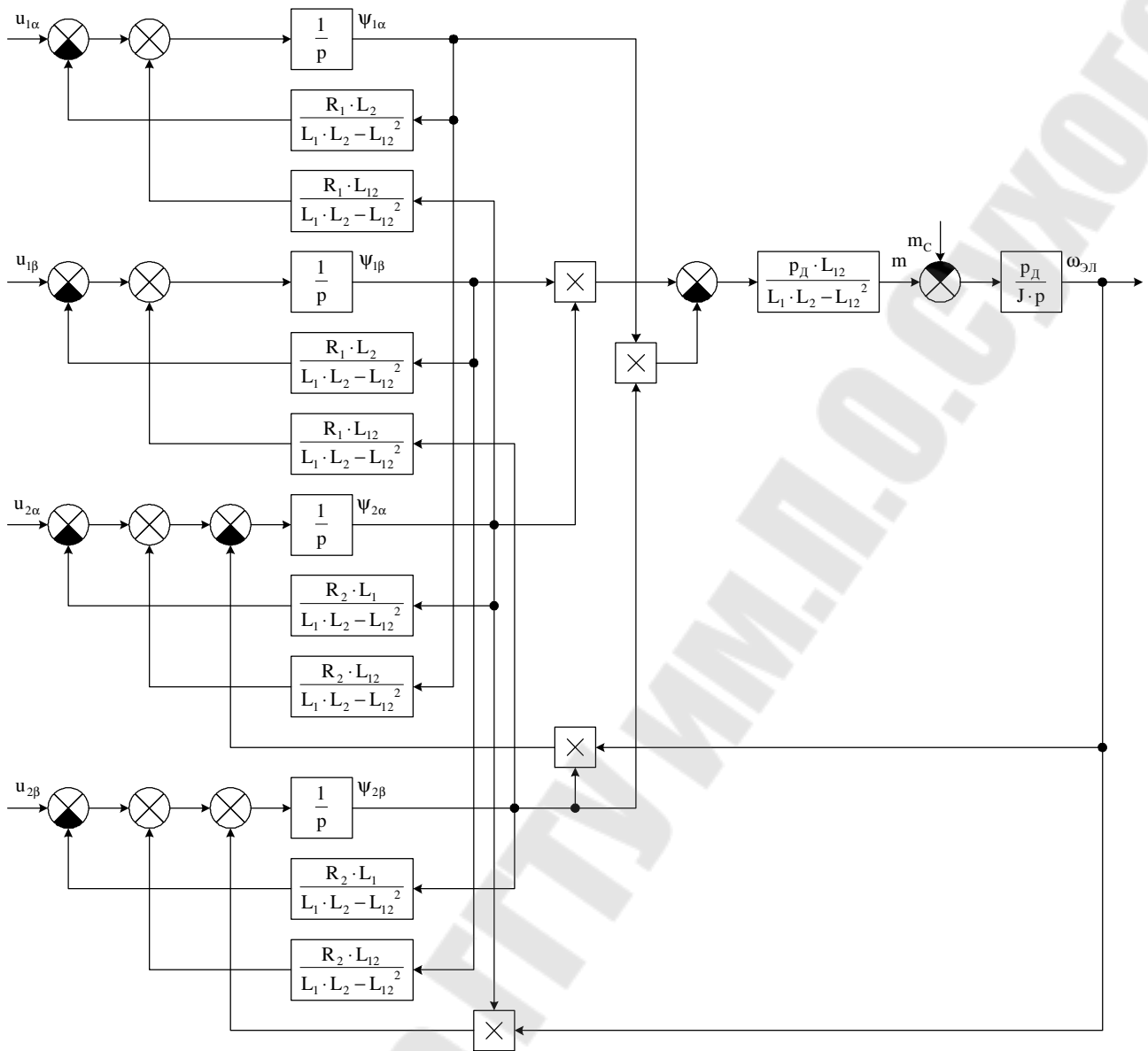


Рис. 3.13. Структурная схема модели АД в осях $\alpha\beta$.

Модель АД в осях ху

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi_{1x}}{dt} &= u_{1x} - \frac{R_1 \cdot L_2}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1x} + \frac{R_1 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2x} + \omega_{0ЭЛ} \cdot \psi_{1y}, \\ \frac{d\psi_{1y}}{dt} &= u_{1y} - \frac{R_1 \cdot L_2}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1y} + \frac{R_1 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2y} - \omega_{0ЭЛ} \cdot \psi_{1x}, \\ \frac{d\psi_{2x}}{dt} &= u_{2x} - \frac{R_2 \cdot L_1}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2x} + \frac{R_2 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1x} + (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2y}, \\ \frac{d\psi_{2y}}{dt} &= u_{2y} - \frac{R_2 \cdot L_1}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{2y} + \frac{R_2 \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot \psi_{1y} - (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2x}, \\ m &= \frac{p_D \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot (\psi_{1y} \cdot \psi_{2x} - \psi_{1x} \cdot \psi_{2y}), \\ \frac{d\omega_{ЭЛ}}{dt} &= \frac{p_D}{J} \cdot (m - m_C). \end{aligned} \right.$$

Соответствующая структурная схема показана на рис. 3.14.

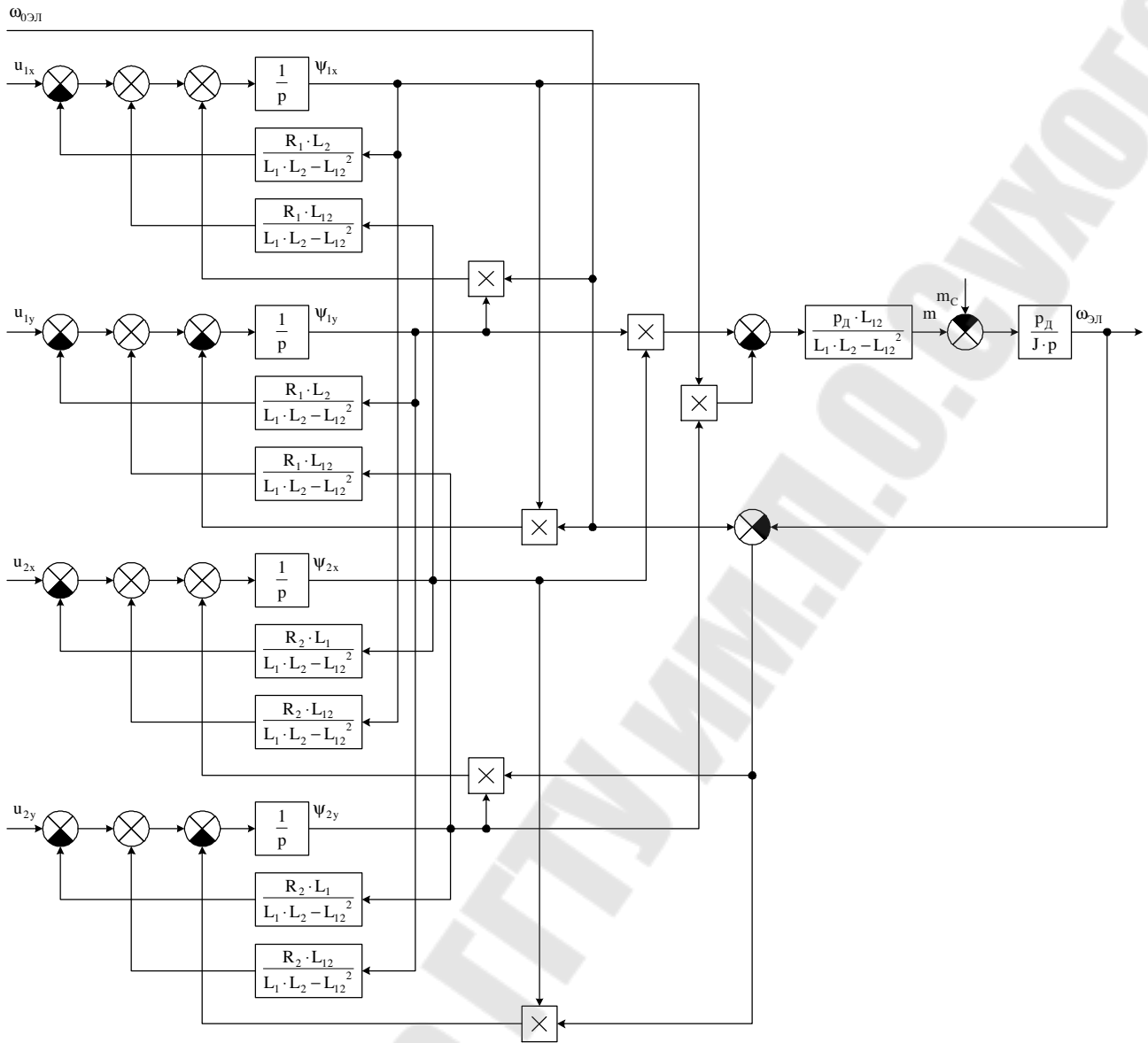


Рис. 3.14. Структурная схема модели АД в осях x y .

В реальных координатах ABCabc модель АД выглядит следующим образом

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{d\psi_A}{dt} = u_A - R_1 \cdot i_A, \\
 \frac{d\psi_B}{dt} = u_B - R_1 \cdot i_B, \\
 \frac{d\psi_C}{dt} = u_C - R_1 \cdot i_C, \\
 \frac{d\psi_a}{dt} = u_a - R_2 \cdot i_a, \\
 \frac{d\psi_b}{dt} = u_b - R_2 \cdot i_b, \\
 \frac{d\psi_c}{dt} = u_c - R_2 \cdot i_c, \\
 m = -L_{12} \cdot p_D \cdot \left\{ \begin{array}{l}
 i_A \cdot \left[i_a \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}) + i_b \cdot \sin\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + i_c \cdot \sin\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] + \\
 + i_B \cdot \left[i_a \cdot \sin\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + i_b \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}) + i_c \cdot \sin\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \right] + \\
 + i_C \cdot \left[i_a \cdot \sin\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + i_b \cdot \sin\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + i_c \cdot \sin(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \right]
 \end{array} \right\}, \\
 \frac{d\omega_{\text{ЭЛ}}}{dt} = \frac{p_D}{J} \cdot (m - m_C), \\
 \frac{d\varphi_{\text{ЭЛ}}}{dt} = \omega_{\text{ЭЛ}},
 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \Psi_A = L_1 \cdot i_A - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_B - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_C + \\
 + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_a + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_b + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_c, \\
 \Psi_B = -\frac{L_{12}}{2} \cdot i_A + L_1 \cdot i_B - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_C + \\
 + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_a + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_b + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_c, \\
 \Psi_C = -\frac{L_{12}}{2} \cdot i_A - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_B + L_1 \cdot i_C + \\
 + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_a + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_b + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_c, \\
 \Psi_a = L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_A + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_B + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_C + \\
 + L_2 \cdot i_a - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_b - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_c, \\
 \Psi_b = L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_A + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_B + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_C - \\
 - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_a + L_2 \cdot i_b - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_c, \\
 \Psi_c = L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_A + L_{12} \cdot \cos\left(\varphi_{\text{ЭЛ}} + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \cdot i_B + L_{12} \cdot \cos(\varphi_{\text{ЭЛ}}) \cdot i_C - \\
 - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_a - \frac{L_{12}}{2} \cdot i_b + L_2 \cdot i_c.
 \end{array} \right.$$

3.8. Модель синхронного электродвигателя

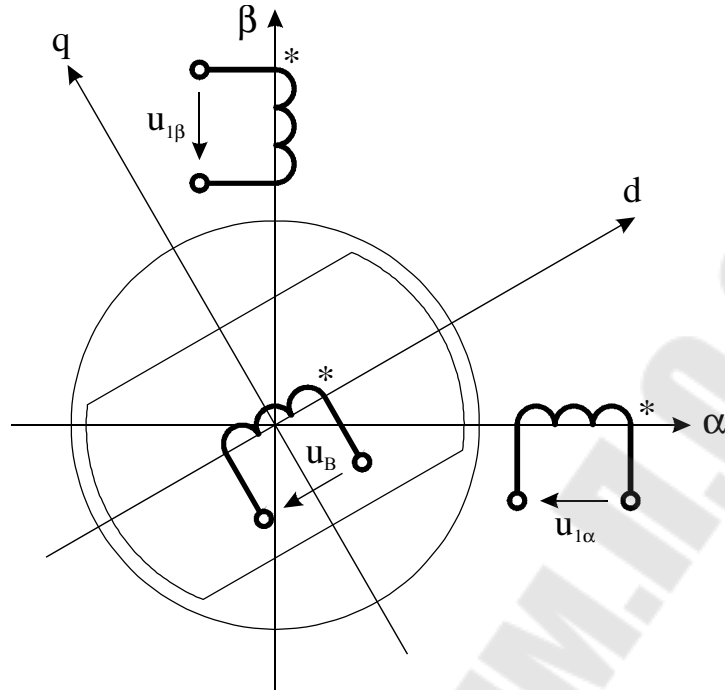


Рис. 3.15. Схема модели синхронного двигателя.

Обмотка возбуждения расположена на оси d. Координатная система dq и якорь вращается с синхронной скоростью $\omega_{0ЭЛ}$. Якорь отстает от поля статора на угол $\theta_{ЭЛ} = \varphi_{0ЭЛ} - \varphi_{ЭЛ}$.

Запишем систему уравнений в осях dq

$$\begin{cases} u_{1d} = R_1 \cdot i_{1d} + \frac{d\psi_{1d}}{dt} - \omega_{ЭЛ} \cdot \psi_{1q}, \\ u_{1q} = R_1 \cdot i_{1q} + \frac{d\psi_{1q}}{dt} + \omega_{ЭЛ} \cdot \psi_{1d}, \\ u_B = R_B \cdot i_B + \frac{d\psi_B}{dt}. \end{cases}$$

Выражения для потокосцеплений

$$\begin{cases} \psi_{1d} = L_{1d} \cdot i_{1d} + L_{12d} \cdot i_B, \\ \psi_{1q} = L_{1q} \cdot i_{1q}, \\ \psi_B = L_B \cdot i_B + L_{12d} \cdot i_{1d}. \end{cases}$$

Выразим токи через потокосцепления для подстановки в дифференциальные уравнения

$$\begin{cases} i_{1d} = \frac{L_B \cdot \Psi_{1d} - L_{12d} \cdot \Psi_B}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2}, \\ i_{1q} = \frac{\Psi_{1q}}{L_{1q}}, \\ i_B = \frac{L_{1d} \cdot \Psi_B - L_{12d} \cdot \Psi_{1d}}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2}. \end{cases}$$

Дополнив систему выражением для электромагнитного момента $m = p_D \cdot (\Psi_{1d} \cdot i_{1q} - \Psi_{1q} \cdot i_{1d})$, получим

$$\begin{cases} u_{1d} = \frac{R_1 \cdot L_B}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \Psi_{1d} + \frac{d\Psi_{1d}}{dt} - \frac{R_1 \cdot L_B}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \Psi_B - \omega_{\text{ЭЛ}} \cdot \Psi_{1q}, \\ u_{1q} = \frac{R_1}{L_{1q}} \cdot \Psi_{1q} + \frac{d\Psi_{1q}}{dt} + \omega_{\text{ЭЛ}} \cdot \Psi_{1d}, \\ u_B = \frac{R_B \cdot L_{1d}}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \Psi_B + \frac{d\Psi_B}{dt} - \frac{R_B \cdot L_{1d}}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \Psi_{1d}, \\ m = \frac{p_D}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \left(\frac{L_{1d} \cdot L_B - L_{1q} \cdot L_B - L_{12d}^2}{L_{1q}} \Psi_{1d} \cdot \Psi_{1q} + L_{12d} \cdot \Psi_{1q} \cdot \Psi_B \right), \\ J \cdot \frac{d\omega_{\text{ЭЛ}}}{dt} = p_D \cdot (m - m_C), \\ \frac{d\varphi_{\text{ЭЛ}}}{dt} = \omega_{\text{ЭЛ}}. \end{cases}$$

Запишем систему в форме Коши

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi_{1d}}{dt} &= u_{1d} - \frac{R_1 \cdot L_B}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \psi_{1d} + \frac{R_1 \cdot L_B}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \psi_B + \omega_{\text{ЭЛ}} \cdot \psi_{1q}, \\ \frac{d\psi_{1q}}{dt} &= u_{1q} - \frac{R_1}{L_{1q}} \cdot \psi_{1q} - \omega_{\text{ЭЛ}} \cdot \psi_{1d}, \\ \frac{d\psi_B}{dt} &= u_B - \frac{R_B \cdot L_{1d}}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \psi_B + \frac{R_B \cdot L_{1d}}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \psi_{1d}, \\ m &= \frac{p_D}{L_{1d} \cdot L_B - L_{12d}^2} \cdot \left(\frac{L_{1d} \cdot L_B - L_{1q} \cdot L_B - L_{12d}^2}{L_{1q}} \psi_{1d} \cdot \psi_{1q} + L_{12d} \cdot \psi_{1q} \cdot \psi_B \right), \\ \frac{d\omega_{\text{ЭЛ}}}{dt} &= \frac{p_D}{J} \cdot (m - m_C), \\ \frac{d\varphi_{\text{ЭЛ}}}{dt} &= \omega_{\text{ЭЛ}}. \end{aligned} \right.$$

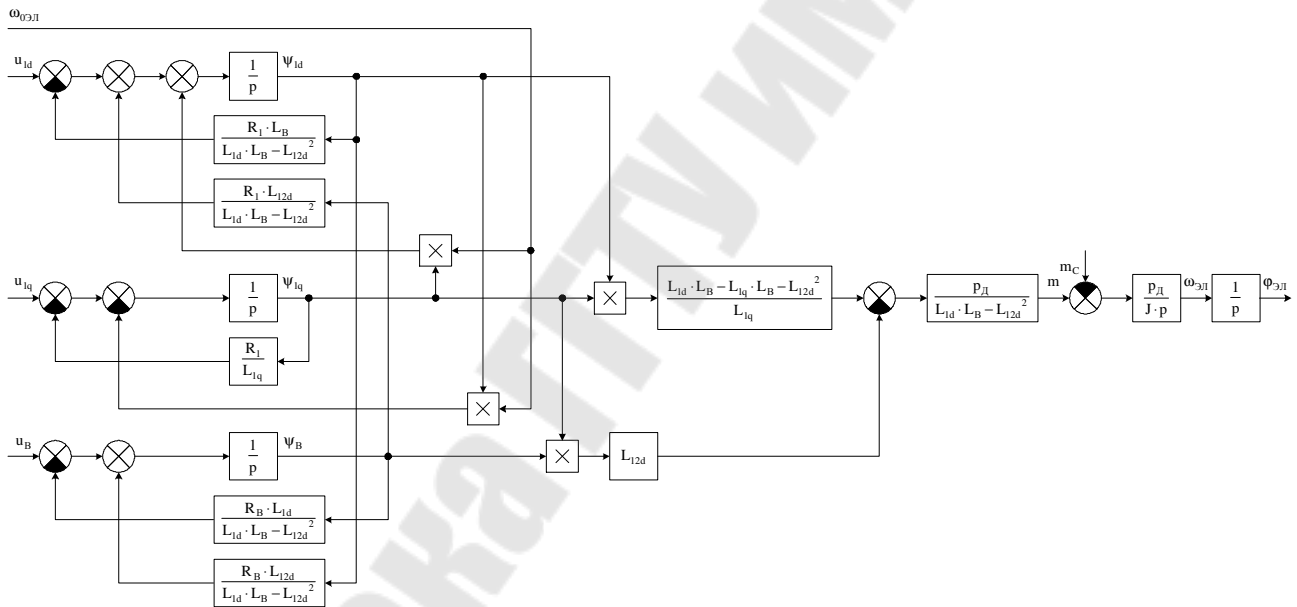


Рис. 3.16. Структурная схема модели СД.

3.9. Модели силовых преобразователей

3.9.1. Тиристорный преобразователь

Тиристорный преобразователь может быть представлен тремя функциональными элементами: система импульсно-фазового управления (СИФУ), силовая цепь преобразователя (СЦП), цепь нагрузки преобразователя (ЦНП).

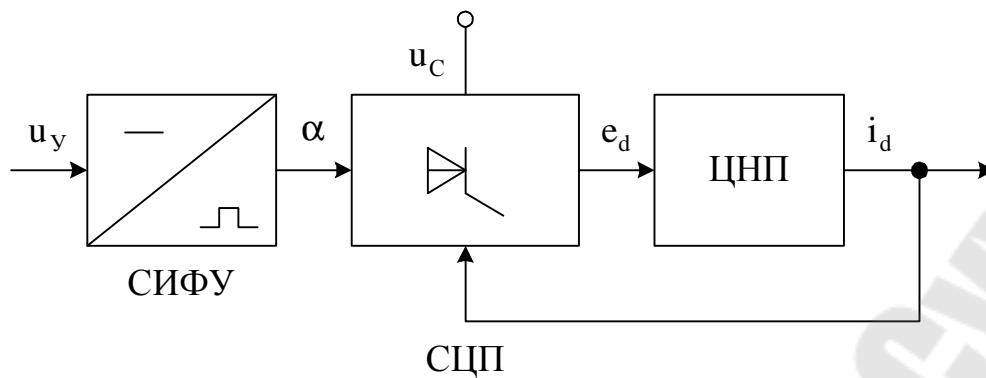


Рис. 3.17. Функциональная схема тиристорного преобразователя.

СИФУ преобразовывает непрерывный управляющий сигнал в последовательность импульсов, имеющих соответствующий угол сдвига α относительно естественного момента коммутации. Современные аналоговые СИФУ имеют высокое быстродействие, что позволяет их считать почти безинерционными элементами, имеющими линейные или нелинейные регулировочные характеристики.

Выходная ЭДС ТП формируется синусоидальным напряжением питающей сети. Процессы, протекающие в СЦП, описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений с переменной структурой и параметрами, изменение которых происходит периодически в зависимости от режима работы преобразователя.

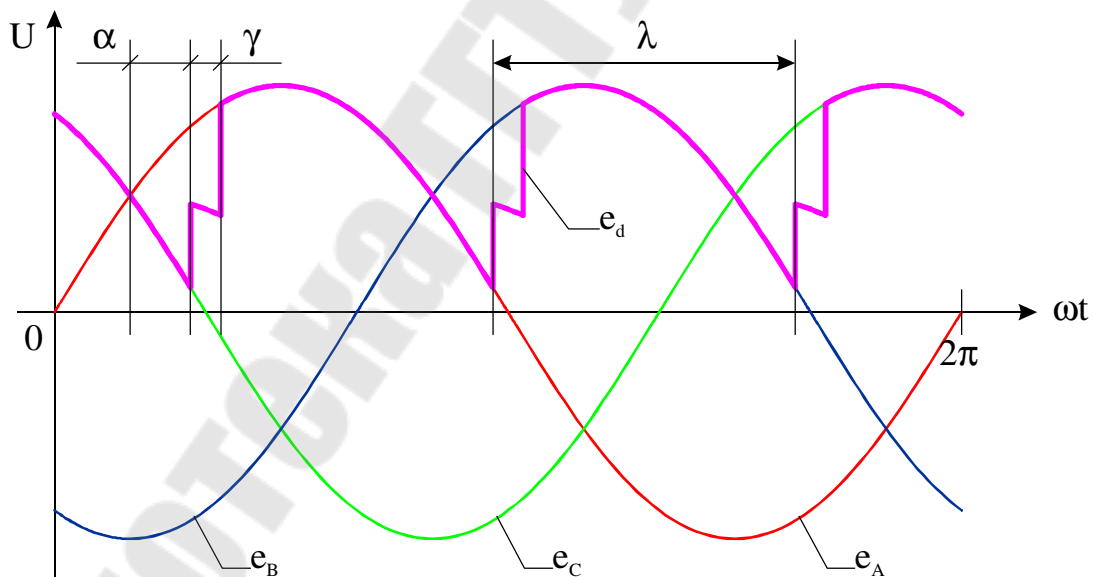


Рис. 3.18. Диаграмма выпрямленной ЭДС преобразователя.

Из диаграммы e_d видно, что ток нагрузки определяется током одной или двух фаз СЦП (на интервалах λ и γ) и, следовательно, изменяется число дифференциальных уравнений и их параметры. Нелинейный характер уравнений обусловлен нелинейными свойствами тиристоров. Характер ЦНП оказывает существенное влияние на внутренние процессы, протекающие в СЦП,

определяя углы проводимости λ и коммутации γ . Одновременно в ЦПП происходит сглаживание ЭДС и тока преобразователя.

Введем показатель k , равный отношению длительности переходных процессов в САУ к времени проводимости отдельного вентиля.

$$k = \frac{t_{\text{ПП}}}{t_{\text{ПР}}} = t_{\text{ПП}} \cdot m \cdot f_C,$$

где: m – число фаз СЦП,
 f_C – частота напряжения сети.

В зависимости от k применяются модели:

1. Имитационные – при $k \leq 10$.
2. Нелинейные непрерывные – при $10 < k \leq 30$.
3. Упрощенные непрерывные – при $k > 30$.

Для большинства промышленных электроприводов целесообразно применение непрерывных моделей. Применение имитационных и импульсных моделей сопровождается значительным усложнением модели ЭП, и, как правило, необходимо для ЭП малой мощности.

3.9.2. Упрощенная модель тиристорного преобразователя

При моделировании системы ЭП, в которой влияние прерывистых токов имеет несущественное значение, рассчитать выходную ЭДС преобразователя можно по упрощенной модели.

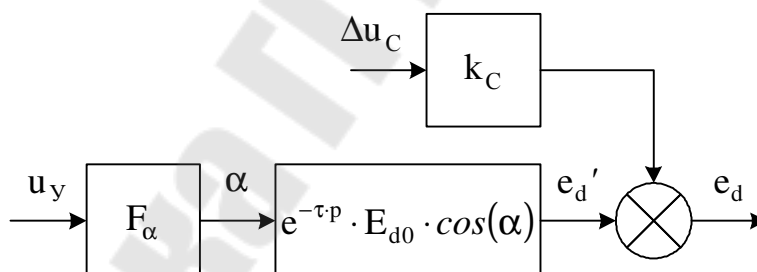


Рис. 3.19. Упрощенная модель тиристорного преобразователя.

На схеме обозначено:

- F_α – звено, представляющее собой СИФУ,
 $E_{d0} = k_{\text{СХ}} \cdot U_2$ – максимальное значение выпрямленной ЭДС преобразователя,
 $k_{\text{СХ}}$ – схемный коэффициент, определяемый видом СЦП,
 U_2 – номинальное фазное напряжение вторичной обмотки трансформатора, или сети (при подключении преобразователя через коммутационные реакторы),
 $\tau = \frac{1}{p \cdot f_C}$ – среднестатистическое запаздывание,

p – количество пульсаций выпрямленной ЭДС преобразователя за период напряжения сети.

Если опорное напряжение СИФУ – косинусоидальное, то СИФУ имеет арккосинусную регулировочную характеристику, и регулировочная характеристика преобразователя получается линейной. В этом случае его можно рассматривать как звено с чистым запаздыванием.

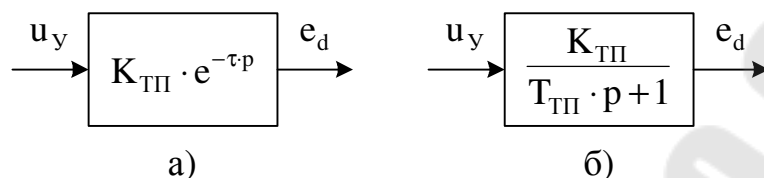


Рис. 3.20. Упрощенная линейризованная модель преобразователя.

При пилообразном опорном напряжении СИФУ ее регулировочная характеристика линейна

$$\alpha = F_{\alpha}(u_y) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cdot \frac{u_y}{U_{OPmax}},$$

где U_{OPmax} – максимальное значение опорного напряжения СИФУ.

В большинстве ЭП присутствуют нелинейные звенья для компенсации нелинейностей преобразователя. В этом случае при линейной регулировочной характеристике СИФУ преобразователь можно считать линейным звеном с коэффициентом передачи

$$K_{TP} = \frac{E_{d0}}{U_{OPmax}}.$$

При представлении преобразователя эквивалентным аperiodическим звеном, его постоянная времени равна

$$T_{TP} = \tau.$$

3.9.3. Нелинейная непрерывная модель преобразователя

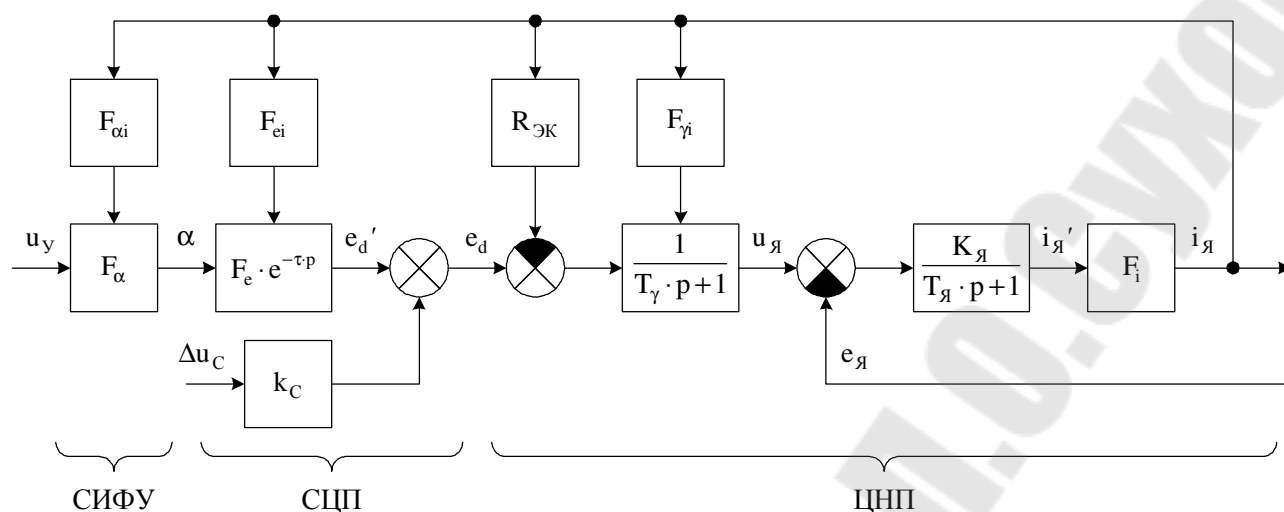


Рис. 3.21. Нелинейная непрерывная модель преобразователя.

Блок $F_{\alpha i}$ предназначен для учета логических уравнений переключения выпрямительных групп реверсивного преобразователя с отдельным управлением.

Блоки F_e и F_{ei} моделируют СЦП, регулировочная характеристика которой зависит от ее режима работы.

Режим непрерывного тока преобразователя имеет место при токе нагрузки, больше граничного

$$i_{я} \geq i_{ГР} = \frac{E_{d0} \cdot \sin(\alpha)}{2 \cdot \pi \cdot f_C \cdot L_{я}} \cdot \left[1 + \frac{\pi}{m} \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{m}\right) \right],$$

где $L_{я}$ – суммарная индуктивность СЦП и ЦНП.

В режиме непрерывного тока

$$e_d' = E_{d0} \cdot \cos(\alpha).$$

В режиме прерывистого тока

1. При выполнении условия

$$e_{я} < E_{d0} \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{m}\right)$$

ЭДС преобразователя равна

$$e_d' = \frac{E_m}{\alpha} \cdot \left[\sin\left(\lambda + \alpha - \frac{\pi}{m}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{m}\right) \right],$$

где $E_m = \sqrt{6} \cdot U_2$ – для 3-фазной мостовой схемы,

$E_m = \sqrt{2} \cdot U_2$ – для 3-фазной нулевой схемы.

Интервал проводимости λ при этом определяется решением трансцендентного уравнения

$$\sin\left(\lambda + \alpha - \frac{\pi}{m}\right) - \frac{e_d'}{E_m} \cdot \lambda = \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{m}\right).$$

2. При

$$e_{я} > E_{d0} \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{m}\right)$$

фактический угол управления равен

$$\alpha_{\Phi} = \arccos\left(\frac{e_d'}{E_m}\right) - \frac{\pi}{m},$$

а угол проводимости определяется решением уравнения

$$\sin\left(\lambda_{\Phi} + \alpha_{\Phi} - \frac{\pi}{m}\right) - \lambda_{\Phi} \cdot \cos\left(\alpha_{\Phi} - \frac{\pi}{m}\right) = \sin\left(\alpha_{\Phi} - \frac{\pi}{m}\right).$$

При этом ЭДС преобразователя

$$e_d' = E_m.$$

На выходную ЭДС преобразователя влияет изменение напряжения сети Δu_C

$$e_d = e_d' + k_C \cdot \Delta u_C,$$

где k_C – коэффициент характеризующий влияние напряжения сети на выходную ЭДС преобразователя и, определяемый видом СЦП.

Модель цепи нагрузки ТП содержит: звено якорной цепи двигателя (нагрузки преобразователя), пропорциональное звено с коэффициентом передачи $R_{ЭК}$, характеризующее падение напряжения в преобразователе и существенно зависящее от режима работы, апериодическое звено, учитывающее сдвиг выходного напряжения преобразователя относительно ЭДС за счет процесса коммутации с постоянной времени

$$T_{\gamma} = \frac{\gamma}{2 \cdot \omega_0},$$

где γ – угол коммутации

$$\gamma = \arccos\left[\cos(\alpha) - u_K \cdot \frac{I_d}{I_{дН}}\right] - \alpha,$$

где: u_K – относительное напряжение КЗ СЦП,
 $I_d, I_{дН}$ – средний и средний номинальный выпрямленный ток.

В режиме непрерывного тока эквивалентное сопротивление преобразователя

$$R_{\text{ЭК}} = R_{\text{К}} + R_{\text{П}} + R_{\text{ДТ}},$$

где: $R_{\text{К}} = \frac{p \cdot X_{\text{T}}}{2 \cdot \pi}$ – коммутационное сопротивление,
 X_{T} – индуктивное сопротивление обмотки фазы трансформатора или коммутационного реактора,
 $R_{\text{П}}$ – активное сопротивление СЦП ($R_{\text{П}} = r_{\text{T}}$ для нулевых схем и $R_{\text{П}} = 2 \cdot r_{\text{T}}$ – для мостовых),
 $R_{\text{ДТ}}$ – динамическое сопротивление тиристоров.

В режиме прерывистого тока

$$R_{\text{ЭК}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot \omega_0 \cdot L_{\text{ЯД}}}{m \cdot \lambda^2}$$

При моделировании нереверсивного преобразователя для исключения реверса тока включено звено F_1 , имеющее характеристику

$$i_{\text{Я}} = \begin{cases} i_{\text{Я}}' & \text{при } i_{\text{Я}}' \geq 0, \\ 0 & \text{при } i_{\text{Я}}' < 0. \end{cases}$$

В реверсивных ТП с совместным управлением режим прерывистого тока практически исключен из-за наличия уравнивающих токов.

3.9.4. Имитационная модель преобразователя

Построение имитационной модели преобразователя рассмотрим на примере преобразователя с трехфазной нулевой силовой схемой.

Составим систему уравнений для описания преобразователя и его нагрузки – якорной цепи двигателя.

Для СИФУ с пилообразным опорным напряжением уравнение для угла открывания выглядит следующим образом

$$\alpha = \frac{U_{\text{ОПМАХ}} - u_{\text{У}}}{2 \cdot U_{\text{ОПМАХ}}} \cdot \pi.$$

Уравнения для силовой цепи преобразователя и цепи нагрузки зависят от режима работы:

1. Нормальный режим, когда открыт только один тиристор и ток нагрузки протекает по одной фазе трансформатора.

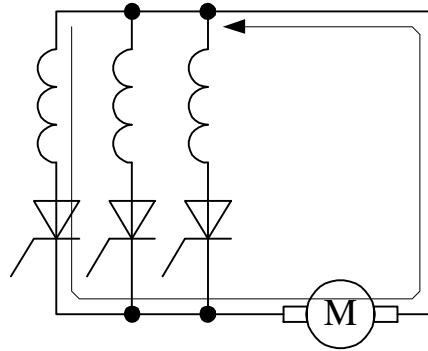


Рис. 3.22. Путь протекания тока якоря в нормальном режиме.

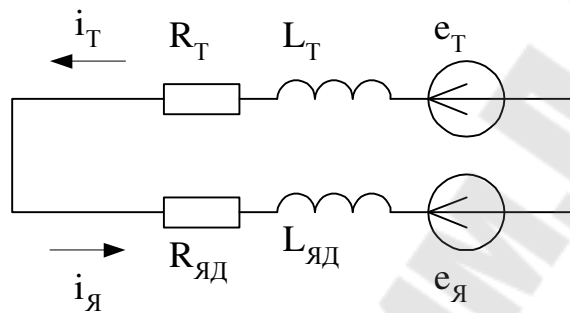


Рис. 3.23. Схема замещения силовой цепи для нормального режима.

В соответствии со схемой замещения запишем уравнения

$$\begin{cases} (L_T + L_{\text{яд}}) \cdot \frac{di_{\text{я}}}{dt} + (R_T + R_{\text{яд}}) \cdot i_{\text{я}} = e_T - e_{\text{я}}, \\ i_T = i_{\text{я}}, \end{cases}$$

где: e_T, i_T – ЭДС и ток фазы трансформатора, через которую протекает ток якоря.

Запишем дифференциальное уравнение в форме Коши относительно тока якоря

$$\begin{cases} \frac{di_{\text{я}}}{dt} = \frac{1}{L_T + L_{\text{яд}}} \cdot (e_T - k\Phi_H \cdot \omega) - \frac{R_T + R_{\text{яд}}}{L_T + L_{\text{яд}}} \cdot i_{\text{я}}, \\ i_T = i_{\text{я}}. \end{cases}$$

2. Режим коммутации, когда открывается новый тиристор, но еще не закрылся работавший ранее.

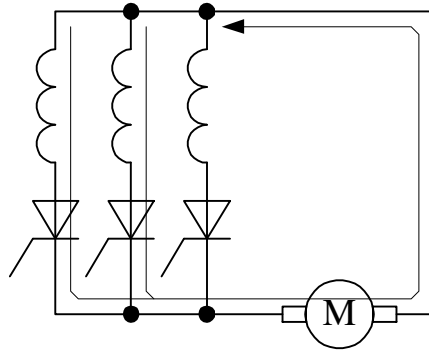


Рис. 3.24. Путь протекания тока якоря в режиме коммутации.

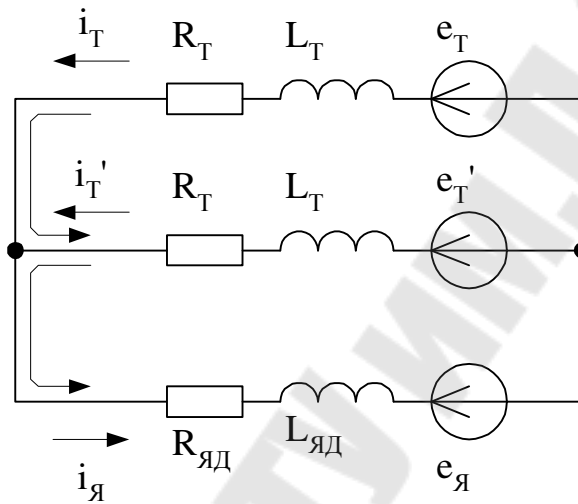


Рис. 3.25. Схема замещения силовой цепи в режиме коммутации.

Запишем систему уравнений по 1-му и 2-му законам Кирхгофа, обойдя контура, как показано на схеме.

$$\begin{cases} L_T \cdot \frac{di_T}{dt} + R_T \cdot i_T - L_T \cdot \frac{di_T'}{dt} - R_T \cdot i_T' = e_T - e_T', \\ L_T \cdot \frac{di_T'}{dt} + R_T \cdot i_T' + L_{яд} \cdot \frac{di_{яд}}{dt} + R_{яд} \cdot i_{яд} = e_T' - e_{яд}, \\ i_T + i_T' = i_{яд}, \end{cases}$$

где: e_T, i_T – ЭДС и ток фазы трансформатора, тиристор в которой работал ранее, но еще не закрылся,
 e_T', i_T' – ЭДС и ток фазы трансформатора, тиристор в которой открывается.

Выразим i_T' из 3-го уравнения и подставим в первое и второе

$$\begin{cases} 2 \cdot L_T \cdot \frac{di_T}{dt} + 2 \cdot R_T \cdot i_T - L_T \cdot \frac{di_{Я}}{dt} - R_T \cdot i_{Я} = e_T - e_T', \\ (L_T + L_{ЯД}) \cdot \frac{di_{Я}}{dt} + (R_T + R_{ЯД}) \cdot i_{Я} - L_T \cdot \frac{di_T}{dt} - R_T \cdot i_T = e_T' - e_{Я}, \\ i_T' = i_{Я} - i_T. \end{cases}$$

Избавимся от i_T во 2-ом уравнении. Для этого умножим его на 2 и сложим с 1-ым.

$$\begin{cases} 2 \cdot L_T \cdot \frac{di_T}{dt} + 2 \cdot R_T \cdot i_T - L_T \cdot \frac{di_{Я}}{dt} - R_T \cdot i_{Я} = e_T - e_T', \\ (L_T + 2 \cdot L_{ЯД}) \cdot \frac{di_{Я}}{dt} + (R_T + 2 \cdot R_{ЯД}) \cdot i_{Я} = e_T + e_T' - 2 \cdot e_{Я}, \\ i_T' = i_{Я} - i_T. \end{cases}$$

Запишем дифференциальные уравнения в нормальной форме Коши относительно токов

$$\begin{cases} \frac{di_{Я}}{dt} = \frac{1}{L_T + 2 \cdot L_{ЯД}} \cdot (e_T + e_T' - 2 \cdot k\Phi_H \cdot \omega) - \frac{R_T + 2 \cdot R_{ЯД}}{L_T + 2 \cdot L_{ЯД}} \cdot i_{Я}, \\ \frac{di_T}{dt} = \frac{1}{2 \cdot L_T} \cdot (e_T - e_T') + \frac{1}{2} \cdot \frac{di_{Я}}{dt} + \frac{R_T}{2 \cdot L_T} \cdot i_{Я} - \frac{R_T}{L_T} \cdot i_T, \\ i_T' = i_{Я} - i_T. \end{cases}$$

3. Бестоковая пауза режима прерывистого тока.

$$\begin{cases} i_{Я} = 0, \\ i_T = 0. \end{cases}$$

Выбор уравнений для токов, в зависимости от текущего режима работы преобразователя, осуществляется в подпрограмме расчета правых частей уравнений. После определения значений переменных модели на текущем шаге расчета необходимо, проанализировать значения токов, при необходимости сменить текущий режим и скорректировать значения токов.

Логика смены режимов в зависимости от значений токов следующая:

1. Если режим бестоковой паузы и включается тиристор, то переходим к нормальному режиму работы.
2. Если нормальный режим и включается тиристор, то переходим к режиму коммутации.

3. Если режим коммутации и ток ранее работавшего тиристора i_T перешел через 0 ($i_{Ti} \leq 0$), то переходим к нормальному режиму.
4. Если ток якоря перешел через 0 ($i_{яi} \leq 0$), то переходим к режиму бестоковой паузы, корректируя значение тока якоря $i_{яi} = 0$.

Для определения момента подачи открывающего импульса на тиристор необходимо анализировать значение угла поворота вектора напряжения следующей фазы трансформатора в соответствии со следующим условием

$$\begin{cases} \psi_{i-1} \leq \alpha + 30^\circ, \\ \psi_i \geq \alpha + 30^\circ, \end{cases}$$

где ψ – угол поворота вектора напряжения следующей фазы (той, в которой будет открываться тиристор в следующий такт коммутации).

В условии момента подачи импульсов 30 эл. градусов обусловлено моментом естественной коммутации. Угол поворота вектора напряжения определяется по номеру фазы следующим образом

$$\psi_j = \omega_C \cdot t + \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot (j-1),$$

где: $\omega_C = 2 \cdot \pi \cdot f_C$ – угловая частота напряжения сети,
 f_C – частота сети (50 Гц),
 j – номер фазы (1, 2, 3 соответствуют соответственно фазам А, В, С).

Составим уравнение для ПИ-регулятора скорости

$$u_y = K_{PC} \cdot \frac{T_{PC} \cdot p + 1}{T_{PC} \cdot p} \cdot (u_3 - K_{OC} \cdot \omega),$$

где: K_{PC} – коэффициент передачи регулятора скорости,
 T_{PC} – постоянная времени регулятора скорости,
 u_3 – напряжение задания скорости,
 K_{OC} – коэффициент передачи обратной связи по скорости.

$$T_{PC} \cdot p \cdot u_y = K_{PC} \cdot T_{PC} \cdot p \cdot u_3 + K_{PC} \cdot u_3 - K_{PC} \cdot K_{OC} \cdot T_{PC} \cdot p \cdot \omega - K_{PC} \cdot K_{OC} \cdot \omega,$$

$$p \cdot u_y = K_{PC} \cdot p \cdot u_3 + \frac{K_{PC}}{T_{PC}} \cdot u_3 - K_{PC} \cdot K_{OC} \cdot p \cdot \omega - \frac{K_{PC} \cdot K_{OC}}{T_{PC}} \cdot \omega,$$

$$\frac{du_y}{dt} = K_{PC} \cdot \frac{du_3}{dt} + \frac{K_{PC}}{T_{PC}} \cdot u_3 - K_{PC} \cdot K_{OC} \cdot \frac{d\omega}{dt} - \frac{K_{PC} \cdot K_{OC}}{T_{PC}} \cdot \omega.$$

Запишем уравнение для механической части

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = m - m_C,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \cdot (m - m_C).$$

4. Модели систем автоматического управления электроприводами

4.1. Модель двухзонной системы автоматического управления скоростью двигателя постоянного тока

Структурная схема модели представлена на рис. 4.1. Система имеет 2 канала регулирования: якорный канал и канал возбуждения. В якорном канале находятся контур регулирования скорости (передаточная функция регулятора – W_{PC}) и подчиненный контур регулирования тока якоря (передаточная функция регулятора – W_{PT}). В канале возбуждения также 2 контура регулирования: контур ЭДС (передаточная функция регулятора – W_{PE}) и подчиненный контур тока возбуждения (передаточная функция регулятора – W_{PTB}). На структурной схеме обозначено:

| | |
|-------------|--|
| $u_{ЗС}$ – | напряжение задания скорости; |
| $u_{ЗТ}$ – | напряжение задания тока якоря, которое формируется регулятором скорости и ограничено на уровне задания максимального тока с учетом перегрузочной способности двигателя; |
| $u_{У}$ – | напряжение управления тиристорным преобразователем якорного канала, которое формируется регулятором тока якоря и ограничено на уровне амплитуды опорного напряжения СИФУ; |
| $u_{ЗЕ}$ – | напряжение задания ЭДС якоря; |
| $u_{ЗТВ}$ – | напряжение задания тока возбуждения, которое формируется регулятором ЭДС и ограничено на уровне задания номинального тока возбуждения сверху и на уровне задания тока, соответствующего минимальному потоку снизу; |

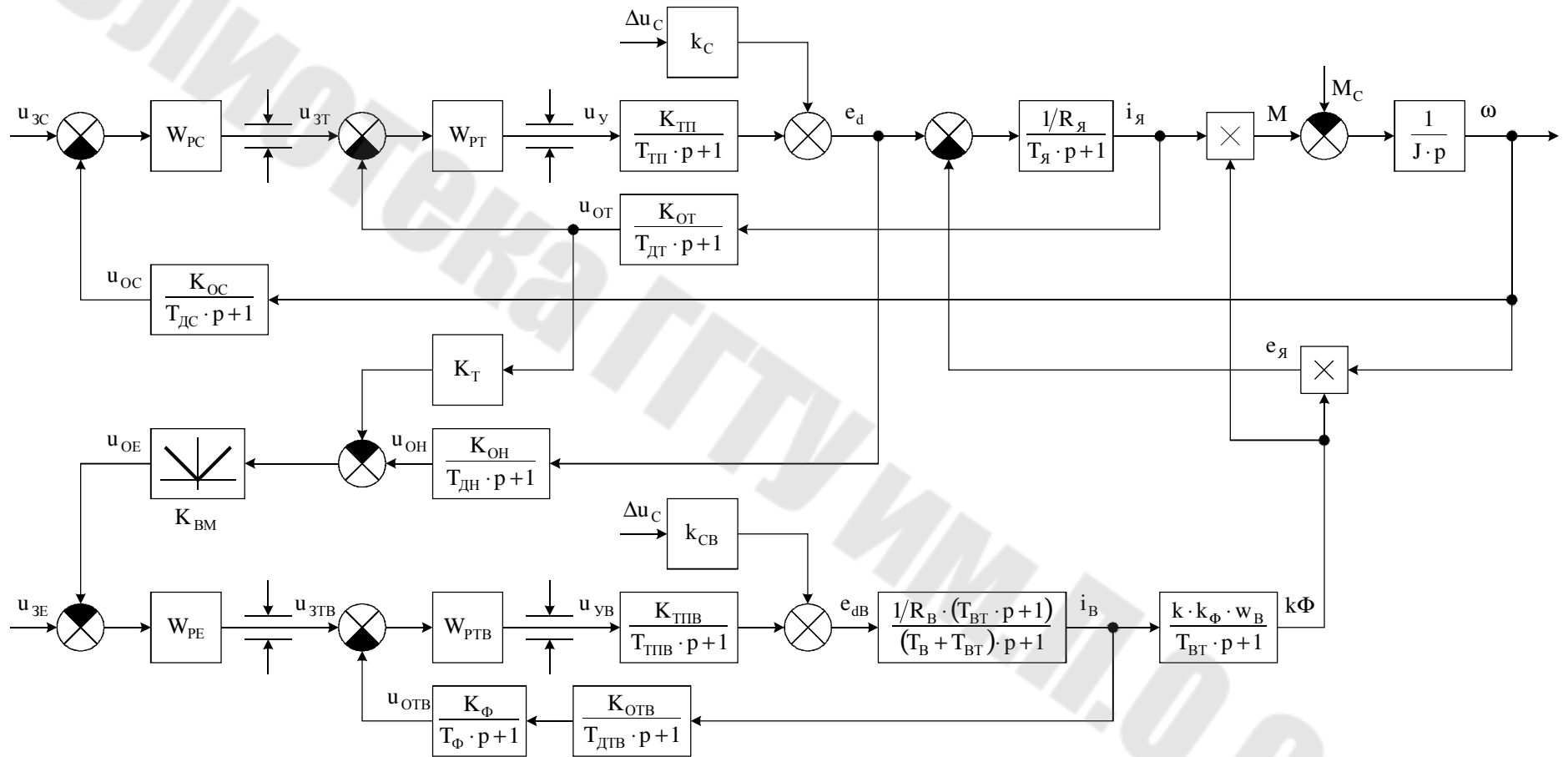


Рис. 4.1. Полная структурная схема непреобразованной нелинеаризованной модели всей двухзонной системы управления скоростью двигателя постоянного тока.

| | |
|-----------------------------|--|
| $u_{УВ}$ – | напряжение управления тиристорным преобразователем канала возбуждения, которое формируется регулятором тока возбуждения и ограничено на уровне амплитуды опорного напряжения СИФУ; |
| $\Delta u_C, k_C, k_{CB}$ – | изменение напряжения сети и коэффициенты его влияния на выходную ЭДС тиристорных преобразователей якоря и возбуждения; |
| u_{OC} – | напряжение обратной связи по скорости; |
| $K_{OC}, T_{ДС}$ – | коэффициент передачи обратной связи по скорости и постоянная времени датчика скорости; |
| u_{OT} – | напряжение обратной связи по току якоря; |
| $K_{OT}, T_{ДТ}$ – | коэффициент передачи обратной связи по току якоря и постоянная времени датчика тока; |
| u_{OE} – | напряжение обратной связи по ЭДС; |
| u_{OH} – | напряжение обратной связи по напряжению, которая используется для вычисления сигнала обратной связи по ЭДС; |
| $K_{OH}, T_{ДН}$ – | коэффициент передачи обратной связи по напряжению и постоянная времени датчика напряжения; |
| K_T, K_{BM} – | коэффициент передачи согласующего звена и выделителя модуля; |
| u_{OTB} – | напряжение обратной связи по току возбуждения; |
| $K_{OTB}, T_{ДТВ}$ – | коэффициент передачи обратной связи по току возбуждения и постоянная времени датчика тока возбуждения; |
| K_Φ, T_Φ – | коэффициент передачи и постоянная времени фильтра в канале обратной связи по току возбуждения; |
| $K_{ТП}, T_{ТП}$ – | коэффициент передачи и постоянная времени тиристорного преобразователя якорного канала; |
| $K_{ТП}, T_{ТП}$ – | коэффициент передачи и постоянная времени тиристорного преобразователя канала возбуждения. |

4.2. Модель системы частотного управления скоростью асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором

Модель данной системы более компактна в виде системы уравнений.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{du_v}{dt} = \frac{K_{PC}}{T_{PC}} \cdot \left(T_{PC} \cdot \frac{du_{3C}}{dt} + u_{3C} - T_{PC} \cdot K_{OC} \cdot \frac{d\omega}{dt} - K_{OC} \cdot \omega \right) \\
 u_\gamma = f(u_v), \\
 \omega_{0ЭЛ} = K_f \cdot u_v, \\
 u_{1x} = \sqrt{2} \cdot k_C \cdot K_U \cdot u_\gamma, \\
 \frac{d\psi_{1x}}{dt} = u_{1x} - R_1 \cdot i_{1x} + \omega_{0ЭЛ} \cdot \psi_{1y}, \\
 \frac{d\psi_{1y}}{dt} = -R_1 \cdot i_{1y} - \omega_{0ЭЛ} \cdot \psi_{1x}, \\
 \frac{d\psi_{2x}}{dt} = -R_2 \cdot i_{2x} + (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2y}, \\
 \frac{d\psi_{2y}}{dt} = -R_2 \cdot i_{2y} - (\omega_{0ЭЛ} - \omega_{ЭЛ}) \cdot \psi_{2x}, \\
 i_{1x} = \frac{L_2 \cdot \psi_{1x} - L_{12} \cdot \psi_{2x}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2}, \\
 i_{1y} = \frac{L_2 \cdot \psi_{1y} - L_{12} \cdot \psi_{2y}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2}, \\
 i_{2x} = \frac{L_1 \cdot \psi_{2x} - L_{12} \cdot \psi_{1x}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2}, \\
 i_{2y} = \frac{L_1 \cdot \psi_{2y} - L_{12} \cdot \psi_{1y}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2}, \\
 M = \frac{p_D \cdot L_{12}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12}^2} \cdot (\psi_{1y} \cdot \psi_{2x} - \psi_{1x} \cdot \psi_{2y}), \\
 \frac{d\omega_{ЭЛ}}{dt} = \frac{p_D}{J} \cdot (M - M_C), \\
 \omega = \frac{\omega_{ЭЛ}}{p_D}.
 \end{array} \right.$$

Первое уравнение соответствует регулятору скорости, который обычно пропорционально-интегрирующий. Второе уравнение соответствует функциональному преобразователю, реализующему закон частотного регулирования. Третье уравнение описывает автономный инвертор напряжения по каналу управления частотой, а четвертое – по каналу управления напряжением. Уравнения с пятого по тринадцатое – модель двигателя. Четырнадцатое и пятнадцатое – механической части.

5. Программа MathCAD

5.1. Структурные преобразования и операции с передаточными функциями

Для структурных преобразований и работы с передаточными функциями необходимо пользоваться операцией **Factor** (**Simplify** для версий MathCAD ранее 14-ой) символьных вычислений. Порядок работы рассмотрим на примере простейшей структурной схемы, представленной на рис. 5.1.

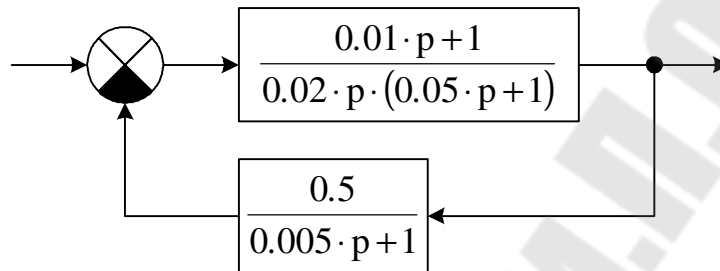


Рис. 5.1. Структурная схема для преобразования.

Передаточные функции прямого канала

$$W_{\Pi}(p) = \frac{0.01 \cdot p + 1}{0.02 \cdot p \cdot (0.05 \cdot p + 1)}$$

и обратной связи

$$W_{OC}(p) = \frac{0.5}{0.005 \cdot p + 1}$$

Для получения передаточной функции данной структуры зададим в MathCAD'е функции аргумента p для передаточных функций прямого канала и обратной связи. Затем воспользуемся правилом структурных преобразований для получения общей передаточной функции, и, используя операцию **Factor** получим окончательный результат (см. рис. 5.2).

$$W_{\Pi}(p) := \frac{0.01 \cdot p + 1}{(0.05 \cdot p + 1) \cdot 0.02 \cdot p} \quad W_{OC}(p) := \frac{0.5}{0.005 \cdot p + 1}$$

$$W(p) := \frac{W_{\Pi}(p)}{W_{\Pi}(p) \cdot W_{OC}(p) + 1}$$

$$W(p) \text{ factor} \rightarrow \frac{10 \cdot (p + 200.0) \cdot (p + 100.0)}{p^3 + 220.0p^2 + 5000.0p + 100000.0}$$

Рис. 5.2. Фрагмент документа MathCAD'а с передаточными функциями.

В знаменателе полученной результирующей передаточной функции присутствует полином 3-ей степени. Если требуется разложить передаточную функцию на элементарные звенья, то следует воспользоваться функцией MathCAD'a **polyroots**. В качестве аргумента в данную функцию необходимо передавать матрицу-столбец коэффициентов полинома. Элементы матрицы должны содержать коэффициенты при степенях аргумента, соответствующих номерам строк (см. рис. 5.3).

$$p := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} 100000. \\ 5000. \\ 220. \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad p = \begin{pmatrix} -197.218 \\ -11.391 - 19.424i \\ -11.391 + 19.424i \end{pmatrix}$$

Рис. 5.3. Фрагмент документа MathCAD'a с определением корней.

Для вещественного корня p постоянная времени соответствующего звена равна

$$T = -\frac{1}{p}$$

Комплексно-сопряженные корни соответствуют звену 2-го порядка. Установим связь между корнями и параметрами звена. Обозначим: α – вещественная часть, β – комплексная. Тогда корни $p_1 = \alpha + j\beta$, $p_2 = \alpha - j\beta$.

$$\begin{aligned} (p - p_1) \cdot (p - p_2) &= (p - \alpha - j\beta) \cdot (p - \alpha + j\beta) = p^2 - 2 \cdot \alpha \cdot p + \alpha^2 + \beta^2 = \\ &= (\alpha^2 + \beta^2) \cdot \left(\frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot p^2 - \frac{2 \cdot \alpha}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot p + 1 \right) \end{aligned}$$

Сравним теперь полученное выражение с характеристическим уравнением звена второго порядка $T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T \cdot \xi \cdot p + 1$ и получим

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{\frac{1}{\alpha^2 + \beta^2}} = \frac{1}{|p_1|}, \\ \xi &= \frac{-2 \cdot \alpha}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot T} = \frac{-\alpha \cdot \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\alpha^2 + \beta^2} = -\frac{\alpha}{|p_1|}. \end{aligned}$$

Итак, определим параметры элементарных звеньев, вынеся за скобки коэффициенты при 0-ой степени p (см. рис. 5.4).

$$K := \frac{10 \cdot 200 \cdot 100}{100000.}$$

$$K = 2$$

$$T_1 := \frac{1}{200}$$

$$T_1 = 5 \times 10^{-3}$$

$$T_2 := \frac{1}{100}$$

$$T_2 = 0.01$$

$$T_3 := -\frac{1}{p_0}$$

$$T_3 = 5.071 \times 10^{-3}$$

$$T_4 := \frac{1}{|p_1|}$$

$$T_4 = 0.044$$

$$\xi_4 := -\frac{\operatorname{Re}(p_1)}{|p_1|}$$

$$\xi_4 = 0.506$$

Рис. 5.4. Фрагмент документа MathCAD'a с расчетом параметров результирующей передаточной функции.

Т.о. получили передаточную функцию

$$\begin{aligned} W(p) &= K \cdot \frac{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}{(T_3 \cdot p + 1) \cdot (T_4^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_4 \cdot \xi \cdot p + 1)} = \\ &= 2 \cdot \frac{(5 \cdot 10^{-3} \cdot p + 1) \cdot (0.01 \cdot p + 1)}{(5.071 \cdot 10^{-3} \cdot p + 1) \cdot (0.044^2 \cdot p^2 + 2 \cdot 0.044 \cdot 0.506 \cdot p + 1)}. \end{aligned}$$

5.2. Построение логарифмических частотных характеристик

Для построения логарифмических характеристик используется оператор модуля (для амплитудной характеристики) и функция **arg** (для фазовой). Для полученной в предыдущем пункте передаточной функции

$$W(p) = 2 \cdot \frac{(5 \cdot 10^{-3} \cdot p + 1) \cdot (0.01 \cdot p + 1)}{(5.071 \cdot 10^{-3} \cdot p + 1) \cdot (0.044^2 \cdot p^2 + 2 \cdot 0.044 \cdot 0.506 \cdot p + 1)}$$

определим в MathCAD'е функции для логарифмических амплитудной и фазовой характеристик (см. рис. 5.5. Следует обратить внимание, что в аргументе передаточной функции i – мнимая единица, набираемая в MathCAD'е как **1i**.

$$A(\omega) := 20 \log(|W(i \cdot \omega)|)$$

$$\phi(\omega) := \arg(W(i \cdot \omega))$$

Рис. 5.5. Фрагмент документа MathCAD'a с функциями для логарифмических характеристик.

Теперь, задав дискретную переменную i и границы частоты в декадах (начальная граница – переменная n , конечная – k) определим значения частоты ω и построим характеристики (см. рис. 5.6).

Однако, возможен случай, когда фазовую характеристику необходимо задавать как сумму фазовых характеристик элементарных звеньев. В качестве примера уберем из рассмотренной передаточной функции форсирующие звенья.

$$W(p) = 2 \cdot \frac{1}{(5.071 \cdot 10^{-3} \cdot p + 1) \cdot (0.044^2 \cdot p^2 + 2 \cdot 0.044 \cdot 0.506 \cdot p + 1)}$$

В этом случае фазовая характеристика получится с разрывом в момент ее перехода через -180 градусов, как показано на рис. 5.7 (сплошная линия). Это происходит, из-за того, что функция **arg** возвращает результат в пределах от -180 до $+180$ градусов. В подобных случаях необходимо задавать фазовую характеристику в виде суммы характеристик элементарных звеньев. Для рассматриваемого примера задана функция ϕ_1 на рис. 5.7.

$i := 0..100$ $n := 0$ $k := 4$ $\omega_i := 10^{\frac{i}{100} \cdot (k-n) + n}$

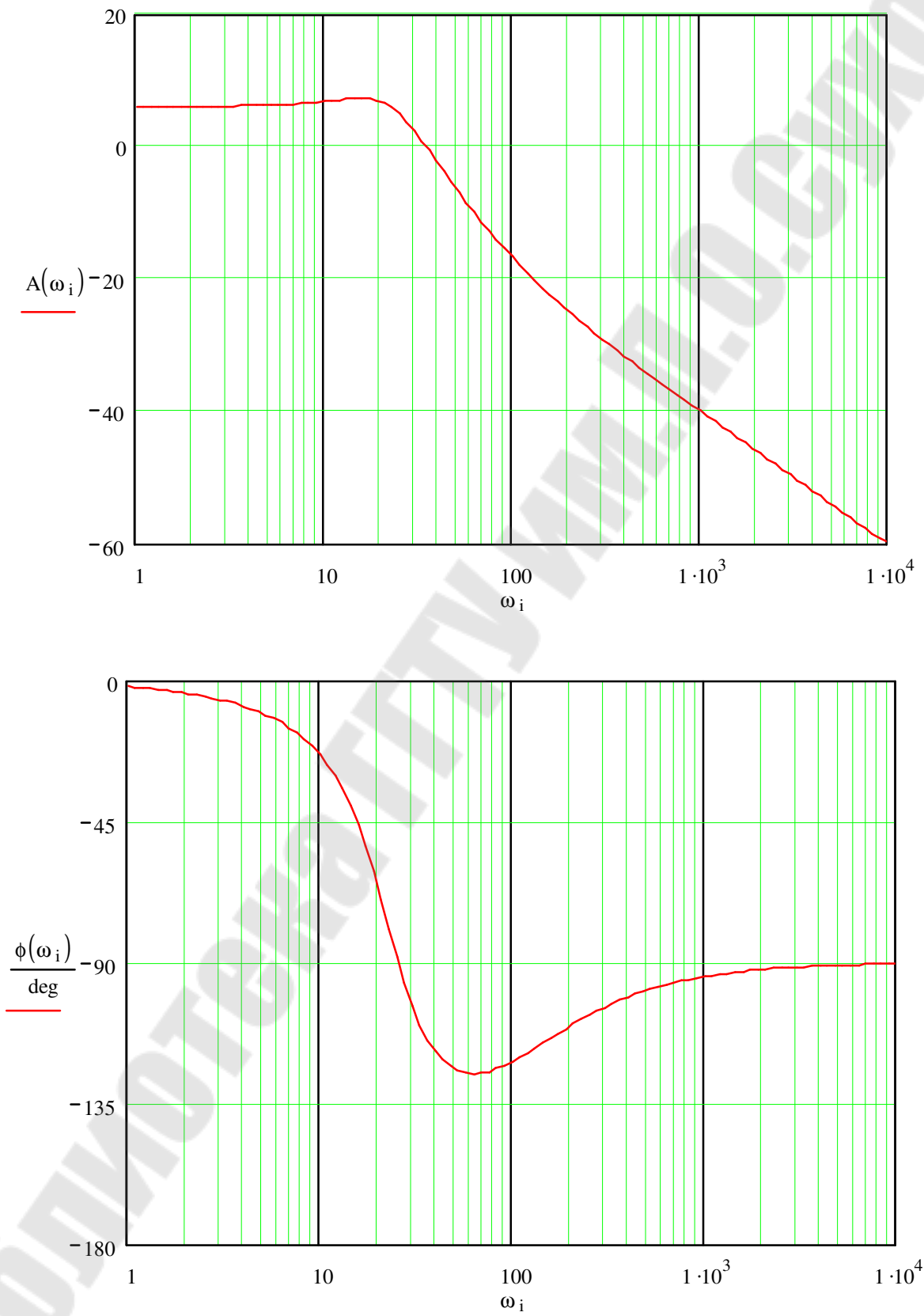


Рис. 5.6. Фрагмент документа MathCAD'a с характеристиками.

$$W(p) := 2 \cdot \frac{1}{(5.07110^{-3} \cdot p + 1) \cdot (0.044^2 \cdot p^2 + 2 \cdot 0.0440.506p + 1)}$$

$$\phi(\omega) := \arg(W(i \cdot \omega))$$

$$\phi1(\omega) := \arg\left(\frac{1}{T_3 \cdot i \cdot \omega + 1}\right) + \arg\left[\frac{1}{(T_4 \cdot i \cdot \omega)^2 + 2 \cdot T_4 \cdot \xi \cdot i \cdot \omega + 1}\right]$$

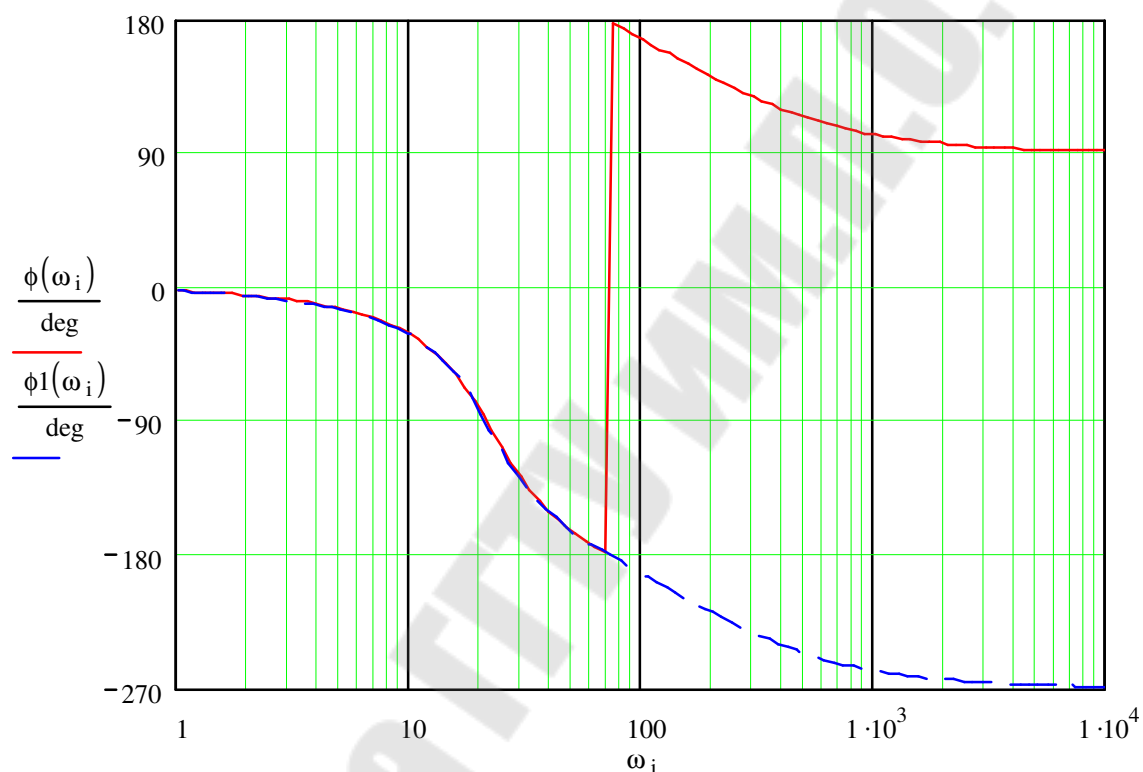


Рис. 5.7. Фрагмент документа MathCAD'a с фазовыми характеристиками.

5.3. Расчет переходных процессов

Для расчета переходных процессов можно воспользоваться в MathCAD'e командой символьных вычислений для обратного преобразования Лапласа – **Inverse Laplace Transform**. Пример для ПИД-звена с замедлением показан на рис. 5.8. В данном примере модификатор символьных вычислений **float** используется для ограничения числа значащих цифр до четырех.

Выражение перед преобразованием MathCAD раскладывает на элементарные дроби со знаменателем только первого порядка, поэтому при наличии апериодического звена второго порядка в преобразованном выражении будет присутствовать мнимая единица.

$$T_1 := 0.01 \quad T_2 := 0.2 \quad T_3 := 0.005$$

$$W(p) := \frac{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}{T_1 \cdot p \cdot (T_3 \cdot p + 1)}$$

$$\frac{W(p)}{p} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, } p \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow 100 \cdot t + 20.50 + 19.50 \exp(-200 \cdot t)$$

$$f(t) := 100 \cdot t + 20.50 + 19.50 \exp(-200 \cdot t) \quad t := 0, 0.001.. 0.1$$

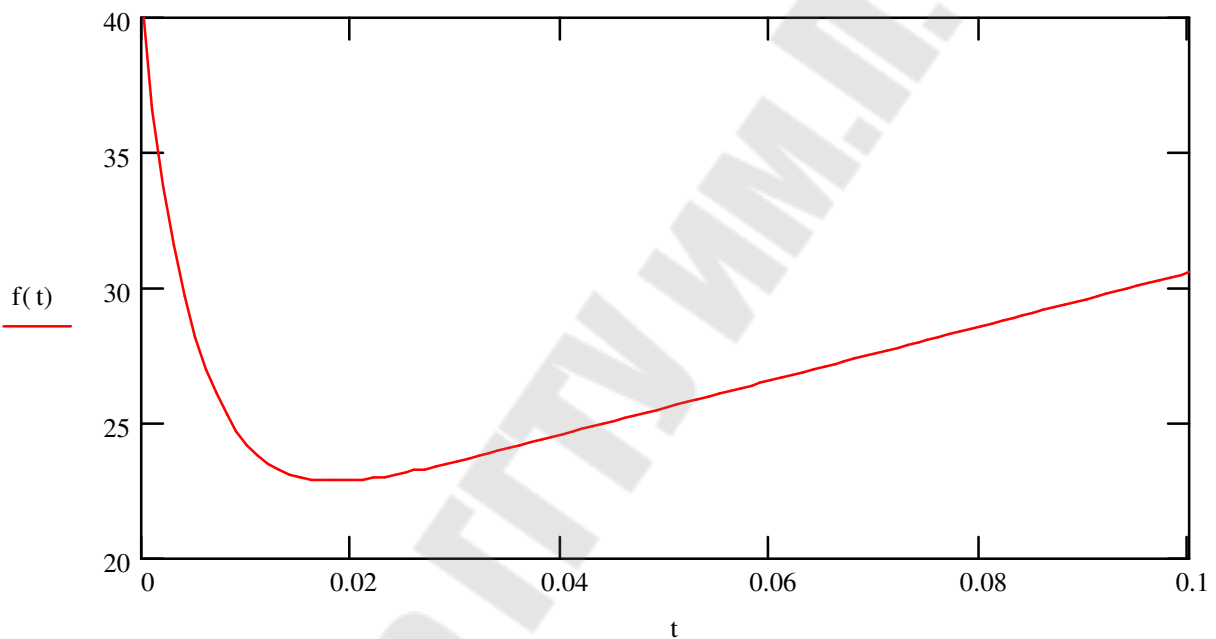


Рис. 5.8. Определение переходной характеристики ПИД-звена с замедлением.

В MathCAD'е рассчитывать переходные процессы можно также численно решая системы дифференциальных уравнений с помощью встроенных функций и с помощью средств программирования.

Рассмотрим встроенную функцию **rkfixed**, предназначенную для решения систем однородных дифференциальных уравнений, записанных в форме Коши. Она записывается следующим образом

$$\text{rkfixed}(y, x1, x2, \text{npoints}, D),$$

где: y – матрица-столбец начальных условий;
 $x1$ – начальное значение аргумента (времени);
 $x2$ – конечное значение аргумента (времени);
 npoints – количество шагов расчета;
 D – матрица-столбец правых частей уравнений.

Рассмотрим на примере простейшей системы, состоящей из 2 апериодических звеньев, представленной на рис. 5.9.

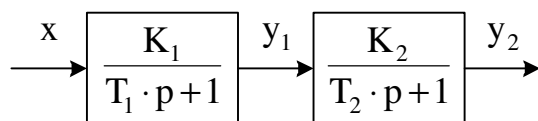


Рис. 5.9. Структурная схема.

Запишем систему уравнений

$$\begin{cases} y_1 = \frac{K_1}{T_1 \cdot p + 1} \cdot x, \\ y_2 = \frac{K_2}{T_2 \cdot p + 1} \cdot y_1. \end{cases}$$

Преобразуем ее

$$\begin{cases} p \cdot y_1 = \frac{K_1 \cdot x - y_1}{T_1}, \\ p \cdot y_2 = \frac{K_2 \cdot y_1 - y_2}{T_2}. \end{cases}$$

И, перейдя к функциям времени, получим систему дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = \frac{K_1 \cdot x - y_1}{T_1}, \\ \frac{dy_2}{dt} = \frac{K_2 \cdot y_1 - y_2}{T_2}. \end{cases}$$

Поскольку в системе 2 уравнения, то функция-матрица для правых частей должна содержать 2 строки. Аргументами этой функции являются 2 переменные: время и матрица-столбец значений переменных. Поскольку по умолчанию в MathCAD'е нумерация элементов начинается с 0, то y_1 будет y_0 , а $y_2 - y_1$.

На рис. 5.10 представлен документ MathCAD'а. Для задания скачка на входе системы используется функция **if**. Первый аргумент функции – условие, второй – значение, которое должна принять функция при выполнении условия, третий – значение, если условие не выполняется.

$$K_1 := 2 \quad K_2 := 3 \quad T_1 := 0.001 \quad T_2 := 0.002$$

$$x(t) := \text{if}(t \geq 0, 1, 0)$$

$$D(t, y) := \begin{pmatrix} \frac{K_1 \cdot x(t) - y_0}{T_1} \\ \frac{K_2 \cdot y_0 - y_1}{T_2} \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$a := \text{rkfixed}(y, 0, 0.01, 1000, D)$$

$$t := a \langle 0 \rangle \quad y_1 := a \langle 1 \rangle \quad y_2 := a \langle 2 \rangle$$

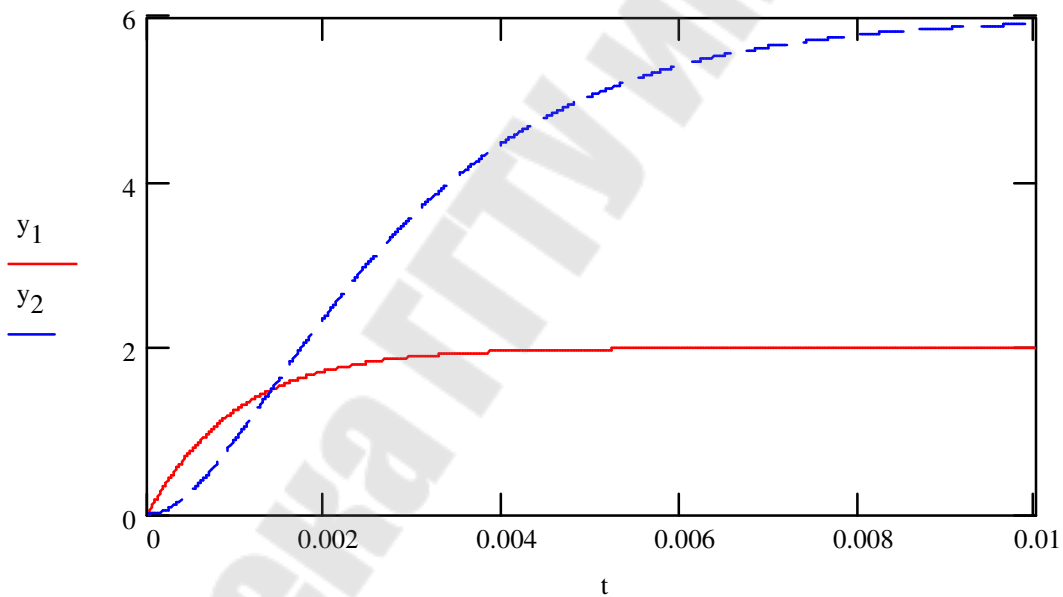


Рис. 5.10. Пример использования функции *rkfixed*.

В MathCAD'е программные блоки выделяются жирной вертикальной линией и состояются из операторов, находящихся на панели набора программирования. Программный блок может быть как самостоятельным выражением, без аргументов, так и телом определения функции.

Набор программных элементов для создания программных блоков весьма ограничен и содержит следующие элементы:

1. **Add Line** – создает и при необходимости расширяет жирную вертикальную линию, справа от которой в шаблонах задается запись программного блока.
2. ← – символ локального присваивания (в теле модуля).
3. **if** – оператор условного выражения.

4. **for** – оператор задания цикла с фиксированным числом повторений.
5. **while** – оператор задания цикла типа «пока» (цикл выполняется, пока выполняется некоторое условие).
6. **otherwise** – оператор иного выбора (обычно применяется с **if**).
7. **break** – оператор прерывания.
8. **continue** – оператор продолжения.
9. **return** – оператор возврата.
10. **on error** – оператор обработки ошибок.

Оператор **Add Line** выполняет функции добавления строки в программный блок. При этом удлиняется вертикальная черта блока. Благодаря этому оператору, в принципе, можно создавать сколь угодно большие программы.

Оператор \leftarrow выполняет функции внутреннего локального присваивания. Например, выражение $x \leftarrow 123$ присваивает переменной x значение 123. Локальный характер присваивания означает, что такое значение x сохраняет только в теле программы. За пределами тела программы значение переменной x может быть не определенным, либо равно значению, которое задается операторами присваивания вне программного блока.

Оператор **if** является оператором для создания условных выражений. Он задается в виде:

Выражение **if** Условие

Если Условие выполняется, то возвращается значение Выражения. Совместно с этим оператором часто используются операторы прерывания **break** и оператор иного выбора **otherwise**.

Оператор **for** служит для организации циклов с заданным числом повторений. Он записывается в виде:

for Переменная \in min .. max

Эта запись означает, что тело цикла будет выполнено для каждого значения Переменной в интервале от min до max. Переменную-счетчик можно использовать в выражениях программы.

$$\left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..2 \\ \quad a_i \leftarrow i \\ \text{return } a \end{array} \right. = \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \right) \blacksquare$$

Оператор **while** служит для организации циклов, действующих до тех пор, пока выполняется некоторое условие. Этот оператор записывается в виде:

while Условие

Выполняемое выражение записывается на место шаблона под оператором.

Оператор **otherwise** («иначе») используется совместно с оператором **if**. Его использование поясняет следующая программная конструкция:

$$\text{sign}(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{sign}(-3) = -1 \quad \text{sign}(2) = 1$$

Оператор **break** вызывает прерывание работы блока всякий раз, как он встречается. Чаще всего он используется совместно с оператором условного выражения **if** и операторами циклов **while** и **for**, обеспечивая переход в конец тела цикла.

Оператор продолжения используется для перехода к следующей итерации цикла.

Особый оператор-функция **return** прерывает выполнение программы и возвращает значение своего операнда, стоящего следом за ним.

Структура и алгоритмы программ численного решения систем дифференциальных уравнений рассматриваются подробно ранее, в дисциплине «Моделирование в электроприводах». Методы решения систем дифференциальных уравнений – в дисциплинах «Основы математического моделирования» и «Моделирование в электроприводах». Поэтому, здесь только приведем пример программного блока для реализации метода Эйлера и его использование для системы, представленной на рис. 5.9. Соответствующий документ MathCAD'а представлен на рис. 5.11.

$K_1 := 2 \quad K_2 := 3 \quad T_1 := 0.001 \quad T_2 := 0.002$

$x(t) := \text{if}(t \geq 0, 1, 0)$

$$D(t, y) := \begin{pmatrix} \frac{K_1 \cdot x(t) - y_0}{T_1} \\ \frac{K_2 \cdot y_0 - y_1}{T_2} \end{pmatrix}$$

$t_n := 0 \quad t_k := 0.01 \quad \Delta t := 0.0005 \quad N := \frac{t_k - t_n}{\Delta t}$

Нулевые НУ

$a := y_{0,0} \leftarrow 0$

$y_{0,1} \leftarrow 0$

$t_0 \leftarrow 0$

Цикл по шагам расчета

for $i \in 1..N$

Текущее время

$t_i \leftarrow i \cdot \Delta t$

Значение входного воздействия

$x \leftarrow x(t_i)$

for $j \in 0..1$

Значения правых частей

$z_j \leftarrow y_{i-1,j}$

Реализация метода Эйлера

$f \leftarrow D(t_i, z)$

for $j \in 0..1$

$y_{i,j} \leftarrow y_{i-1,j} + f_j \cdot \Delta t$

Формирование

матрицы-результата

$b^{(0)} \leftarrow t$

for $j \in 0..1$

$b^{(j+1)} \leftarrow y^{(j)}$

return b

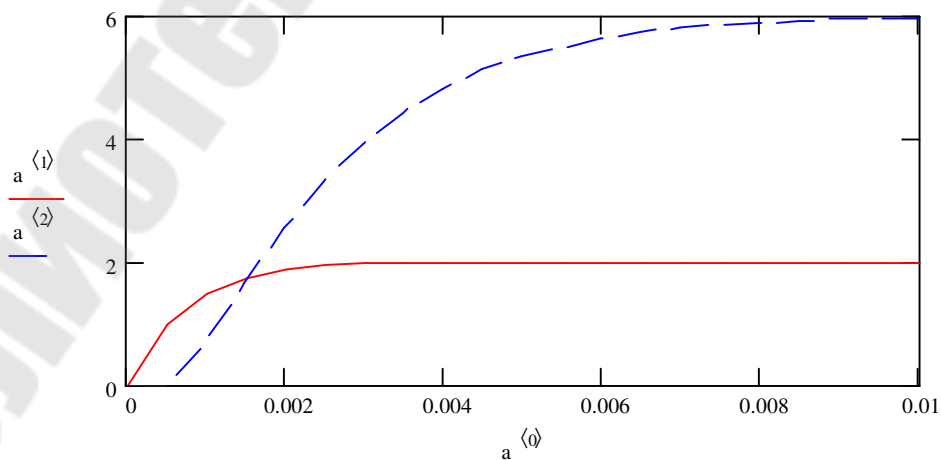



Рис. 5.11. Расчет переходных процессов в блоке программирования.

6. Matlab Simulink

Программа Simulink является приложением к пакету MATLAB. При моделировании с использованием Simulink реализуется принцип визуального программирования, в соответствии с которым, пользователь на экране из библиотеки стандартных блоков создает модель устройства и осуществляет расчеты. При этом, в отличие от классических способов моделирования, пользователю не нужно досконально изучать язык программирования и численные методы математики, а достаточно общих знаний требующихся при работе на компьютере и, естественно, знаний той предметной области в которой он работает.

6.1. Основы работы с Simulink

Для запуска Simulink на панели инструментов MATLAB предназначена кнопка . При этом на экране появляется обозреватель библиотеки блоков, показанный на рис. 6.1.

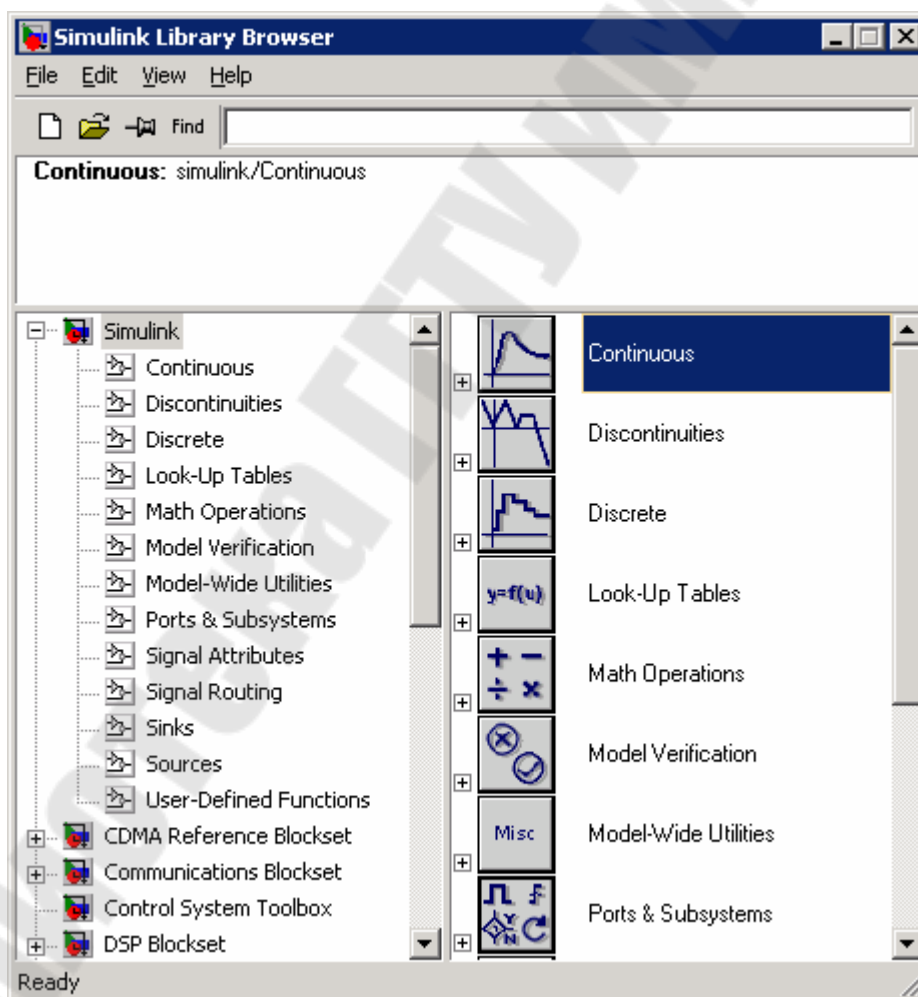


Рис. 6.1. Окно обозревателя блоков библиотеки Matlab Simulink.

Окно обозревателя библиотеки блоков содержит следующие элементы (кроме стандартных для любой программы: заголовка, меню, панели инструментов и строки состояния):

1. Окно комментария для вывода поясняющего сообщения о выбранном блоке в верхней части окна.
2. Список разделов библиотеки, реализованный в виде дерева в левой половине окна.
3. Окно содержимого раздела библиотеки (список вложенных разделов библиотеки или блоков) в правой половине окна.

Библиотека Simulink содержит следующие основные разделы:

4. Continuous – линейные блоки.
5. Discontinuities – нелинейные блоки.
6. Discrete – дискретные блоки.
7. Look-Up Tables – блоки с регулировочными характеристиками, заданными таблицей.
8. Math Operations – блоки математических операций.
9. Sinks - регистрирующие устройства.
10. Sources — источники сигналов и воздействий.

Список разделов библиотеки Simulink представлен в виде дерева, и правила работы с ним являются общими для списков такого вида. Пиктограмма свернутого узла дерева содержит символ «+», а пиктограмма развернутого содержит символ «-». Для того чтобы развернуть или свернуть узел дерева, достаточно щелкнуть на его пиктограмме левой клавишей мыши. При выборе соответствующего раздела библиотеки в правой части окна отображается его содержимое, как показано на рис. 6.2.

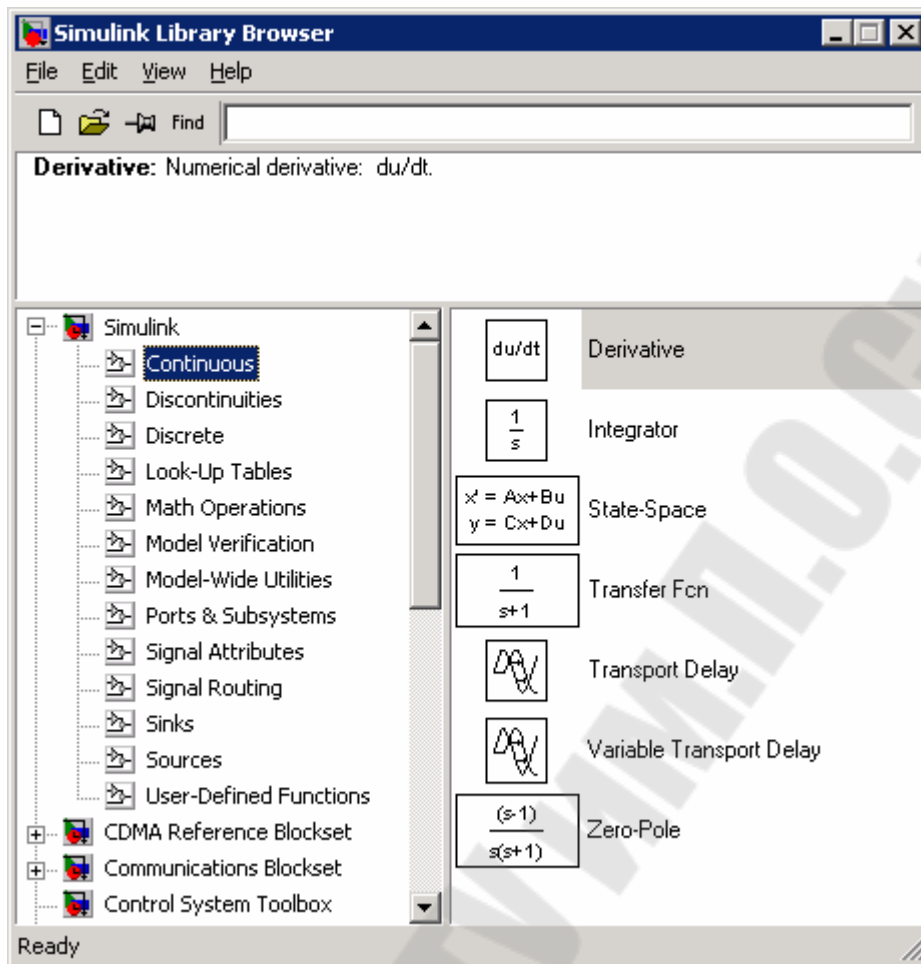



Рис. 6.2. Блоки библиотеки линейных элементов.

Для работы с окном используются команды собранные в меню. Меню обозревателя библиотек содержит следующие пункты:

1. **File** (Файл) — работа с файлами библиотек и моделей.
2. **Edit** (Редактирование) — добавление блоков и их поиск (по названию).
3. **View** (Вид) — управление показом элементов интерфейса.
4. **Help** (Справка) — вывод окна справки по обозревателю библиотек.

Для создания модели в среде SIMULINK необходимо последовательно выполнить ряд действий:

1. Создать новый файл модели с помощью команды **File/New/Model**, или используя кнопку  на панели инструментов (здесь и далее, с помощью символа «/», указаны пункты меню программы, которые необходимо последовательно выбрать для выполнения указанного действия). Вновь созданное окно модели показано на рис 2.3.

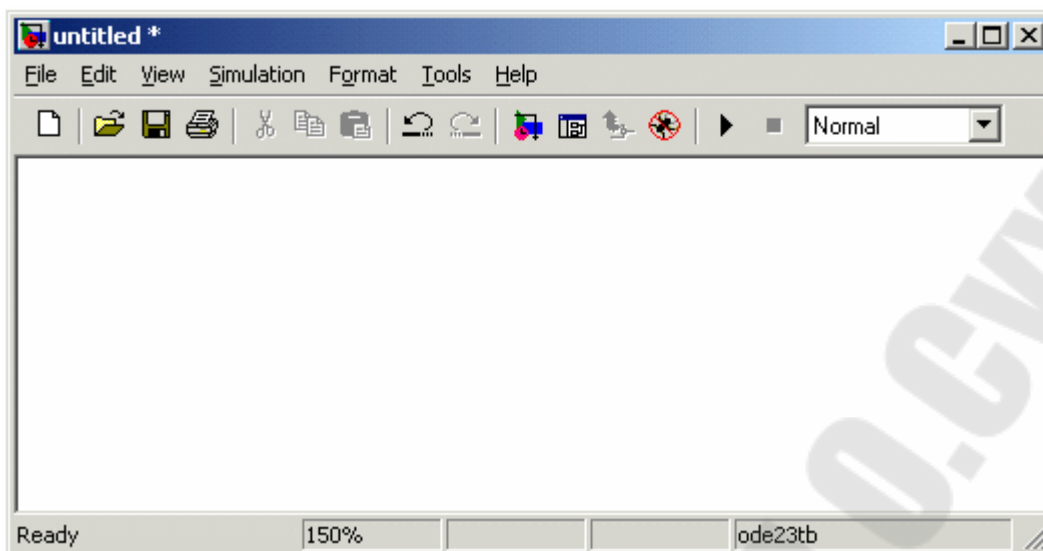


Рис. 6.3. Окно редактора модели.

2. Расположить блоки в окне модели. Для этого необходимо открыть соответствующий раздел библиотеки (Например, Sources - Источники). Далее, указав курсором на требуемый блок и нажав на левую клавишу «мыши» - «перетащить» блок в созданное окно. Клавишу мыши нужно держать нажатой. На рис. 6.4 показано окно модели, содержащее блоки.

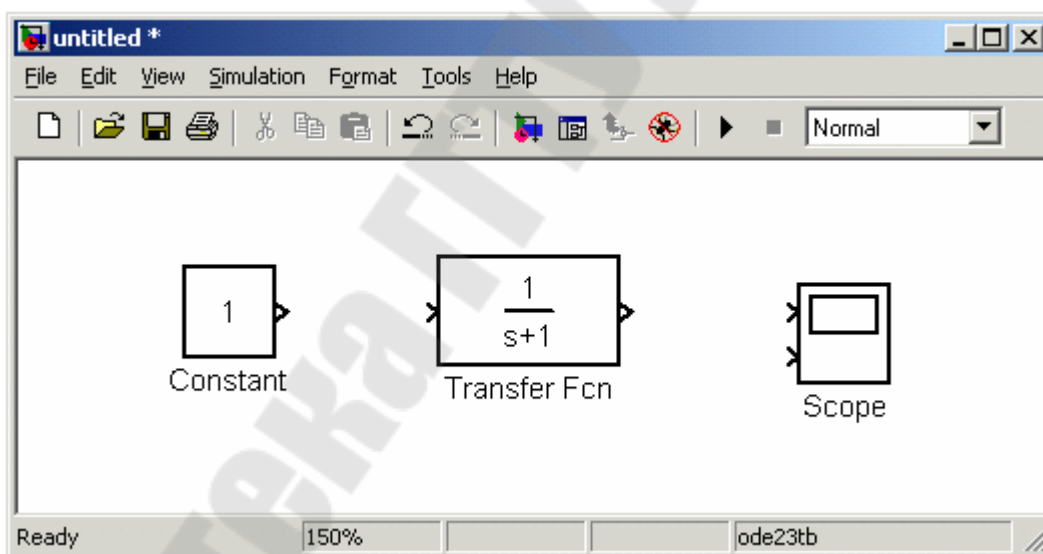


Рис. 6.4. Окно модели с блоками.

Для удаления блока необходимо выбрать блок (указать курсором на его изображение и нажать левую клавишу «мыши»), а затем нажать клавишу Delete на клавиатуре.

Для изменения размеров блока требуется выбрать блок, установить курсор в один из углов блока и, нажав левую клавишу «мыши», изменить размер блока (курсор при этом превратится в двухстороннюю стрелку).

3. Далее, если это требуется, нужно изменить параметры блока, установленные программой «по умолчанию». Для этого необходимо дважды щелкнуть левой клавишей «мыши», указав курсором на изображение блока.

Откроется окно редактирования параметров данного блока. При задании численных параметров следует иметь в виду, что в качестве десятичного разделителя должна использоваться точка, а не запятая. После внесения изменений нужно закрыть окно кнопкой ОК. На рис. 6.5 в качестве примера показаны блок, моделирующий передаточную функцию и окно редактирования параметров данного блока.

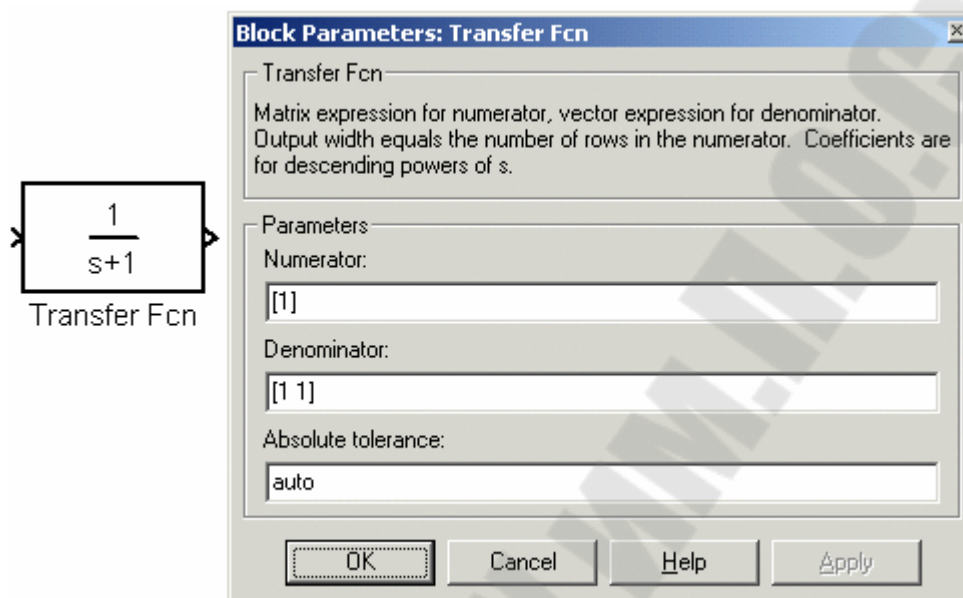


Рис. 6.5. Блок "Передаточная функция" и окно его параметров.

4. После установки на схеме всех блоков из требуемых библиотек нужно выполнить соединение элементов схемы. Для соединения блоков необходимо указать курсором на "выход" блока, а затем, нажав и, не отпуская левую клавишу "мыши", провести линию к входу другого блока. После чего отпустить клавишу. В случае правильного соединения изображение курсора меняется. Для создания точки разветвления в соединительной линии нужно подвести курсор к предполагаемому узлу и, нажав правую клавишу "мыши", протянуть линию. Для удаления линии требуется выбрать линию (так же, как это выполняется для блока), а затем нажать клавишу Delete на клавиатуре. Схема модели, в которой выполнены соединения между блоками, показана на рис. 6.6.

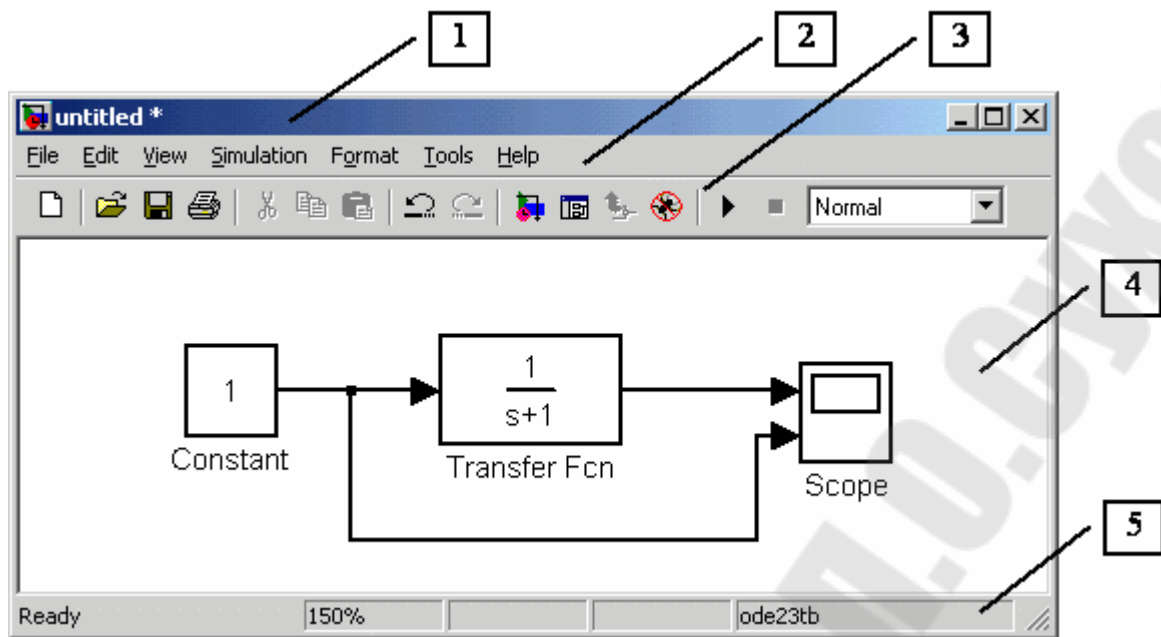


Рис. 6.6. Окно модели с составленной моделью.

5. После составления расчетной схемы необходимо сохранить ее в виде файла на диске, выбрав пункт меню **File/Save As...** в окне схемы и указав папку и имя файла. Следует иметь в виду, что имя файла не должно превышать 32 символов, должно начинаться с буквы и не может содержать символы кириллицы и спецсимволы. Это же требование относится и к пути файла (к тем папкам, в которых сохраняется файл). При последующем редактировании схемы можно пользоваться пунктом меню **File/Save**. При повторных запусках программы Simulink загрузка схемы осуществляется с помощью меню **File/Open...** в окне обозревателя библиотеки или из основного окна Matlab.

Окно модели содержит следующие элементы (рис. 6.6):

1. Заголовок, с названием окна. Вновь созданному окну присваивается имя Untitled с соответствующим номером.
2. Меню с командами **File, Edit, View** и т.д.
3. Панель инструментов.
4. Окно для создания схемы модели.
5. Строка состояния, содержащая информацию о текущем состоянии модели.

Меню окна содержит команды для редактирования модели, ее настройки и управления процессом расчета, работы файлами и т.п.:

1. **File** (Файл) — Работа с файлами моделей.
2. **Edit** (Редактирование) — Изменение модели и поиск блоков.
3. **View** (Вид) — Управление показом элементов интерфейса.
4. **Simulation** (Моделирование) — Задание настроек для моделирования и управление процессом расчета.
5. **Format** (Форматирование) — Изменение внешнего вида блоков и модели в целом.

6. **Tools** (Инструментальные средства) — Применение специальных средств для работы с моделью (отладчик, линейный анализ и т.п.).
7. **Help** (Справка) — Вывод окон справочной системы.

Для работы с моделью можно также использовать кнопки на панели инструментов, показанной на рис. 6.7.

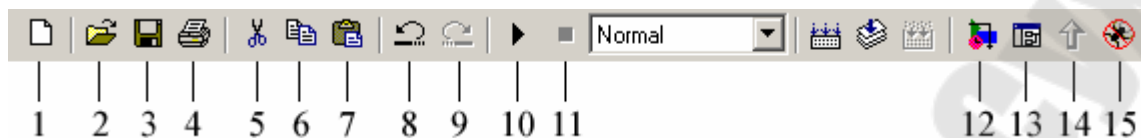


Рис. 6.7. Панель инструментов редактора моделей.

Кнопки панели инструментов имеют следующее назначение:

1. New Model — открыть новое (пустое) окно модели.
2. Open Model — открыть существующий mdl-файл.
3. Save Model — сохранить mdl-файл на диске.
4. Print Model — вывод на печать блок-диаграммы модели.
5. Cut — вырезать выделенную часть модели в буфер обмена.
6. Copy — скопировать выделенную часть модели в буфер обмена.
7. Paste — вставить в окно модели содержимое буфера обмена.
8. Undo — отменить предыдущую операцию редактирования.
9. Redo — восстановить результат отмененной операции редактирования.
10. Start/Pause/Continue Simulation — запуск модели на исполнение (команда Start); после запуска модели на изображении кнопки выводится символ **||**, и ей соответствует уже команда Pause (Приостановить моделирование); для возобновления моделирования следует щелкнуть по той же кнопке, поскольку в режиме паузы ей соответствует команда Continue (Продолжить).
11. Stop — закончить моделирование. Кнопка становится доступной после начала моделирования, а также после выполнения команды Pause.
12. Library Browser — открыть окно обозревателя библиотек.
13. Toggle Model Browser — открыть окно обозревателя модели.
14. Go to parent system — переход из подсистемы в систему высшего уровня иерархии (“родительскую систему”). Команда доступна только, если открыта подсистема.
15. Debug — запуск отладчика модели.

В нижней части окна модели находится строка состояния, в которой отображаются краткие комментарии к кнопкам панели инструментов, а также к пунктам меню, когда указатель мыши находится над соответствующим элементом интерфейса. Это же текстовое поле используется и для индикации состояния Simulink: Ready (Готов) или Running (Выполнение). В строке состояния отображаются также:

- масштаб отображения блок-диаграммы (в процентах, исходное значение равно 100%),
- индикатор степени завершенности сеанса моделирования (появляется после запуска модели),

- текущее значения модельного времени (выводится также только после запуска модели),
- используемый алгоритм расчета состояний модели (метод решения).

6.2. Расчет переходных процессов

Когда модель набрана и заданы параметры всех блоков (или готовая модель загружена из файла), можно приступить к расчету переходных процессов.

Запуск процесса расчета производится соответствующей кнопкой на панели инструментов или выбором пункта меню **Simulation/Start**.

При необходимости, перед расчетом можно выбрать метод решения дифференциальных уравнений, задать шаг и другие параметры расчета. Для этого выбираем пункт меню **Simulation/Simulation Parameters...** При этом появляется окно параметров расчета, показанное на рис. 6.8.

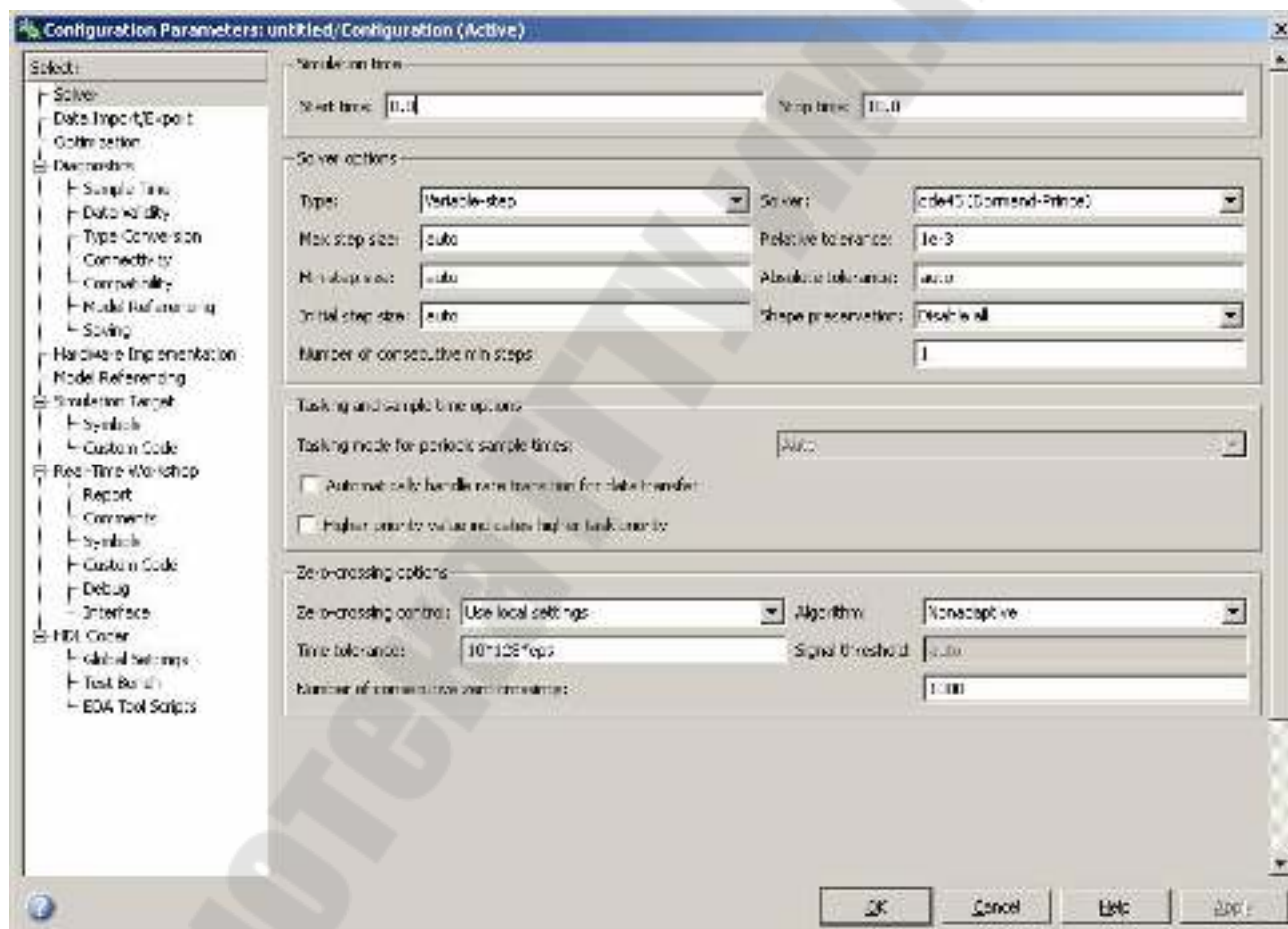


Рис. 6.8. Окно параметров расчета.

В указанном окне в группе элементов **Simulation time** задаются:

- **Start time** – начальное время расчета;
- **Stop time** – конечное время расчета;

В группе элементов **Solver options** – параметры метода численного решения:

- Type – тип метода: с переменным (Variable-step) или фиксированным (Fixed-step) шагом расчета;
- выпадающий список, правее списка Type – позволяет выбрать непосредственно численный метод;
- Max step size (для методов с переменным шагом) – максимальное значение шага расчета;
- Min step size (для методов с переменным шагом) – минимальное значение шага расчета;
- Initial step size (для методов с переменным шагом) – начальное значение шага расчета;
- Relative tolerance (для методов с переменным шагом) – относительная точность расчета;
- Absolute tolerance (для методов с переменным шагом) – абсолютная точность расчета;
- Fixed step size (для методов с постоянным шагом) – значение шага расчета (“auto” – для автоматического определения).

В группе элементов Zero-crossing options – параметры контроля «перехода через ноль» (только для методов с переменным шагом). Контроль «перехода через ноль» за счет уменьшения шага расчета в точках перехода переменных через ноль или прохождения нелинейными звеньями через изломы статических характеристик, позволяет повысить точность. Эти параметры актуальны, например, при моделировании системы с нагрузкой типа «сухое трение» со знаком момента сопротивления, зависящим от знака скорости. Следует иметь в виду, что частые «переходы через ноль» значительно увеличат время на расчет. В этом случае можно изменить алгоритм на адаптивный, и, за счет уменьшения точности, увеличить пороговое значение Signal threshold.

6.3. Обзор наиболее часто используемых блоков

6.3.1. Библиотека линейных элементов – Continuous

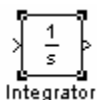


Блок **Derivative** – производная.

Данный блок выполняет численное дифференцирование входного сигнала. Блок имеет один параметр Linearization Time Constant. Значение по умолчанию «inf», т.е. бесконечность. При этом инструментами анализа линейных систем блок трактуется неверно. При задании значения для Linearization Time Constant блок будет представлен звеном с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{p}{T \cdot p + 1}.$$

Следовательно, для исключения влияния на результаты анализа, необходимо задавать постоянную времени значительно меньше постоянных времени модели.



Блок **Integrator** – интегратор.

Блок выполняет интегрирование входного сигнала. Диалоговое окно параметров блока приведено на рис. 6.9.

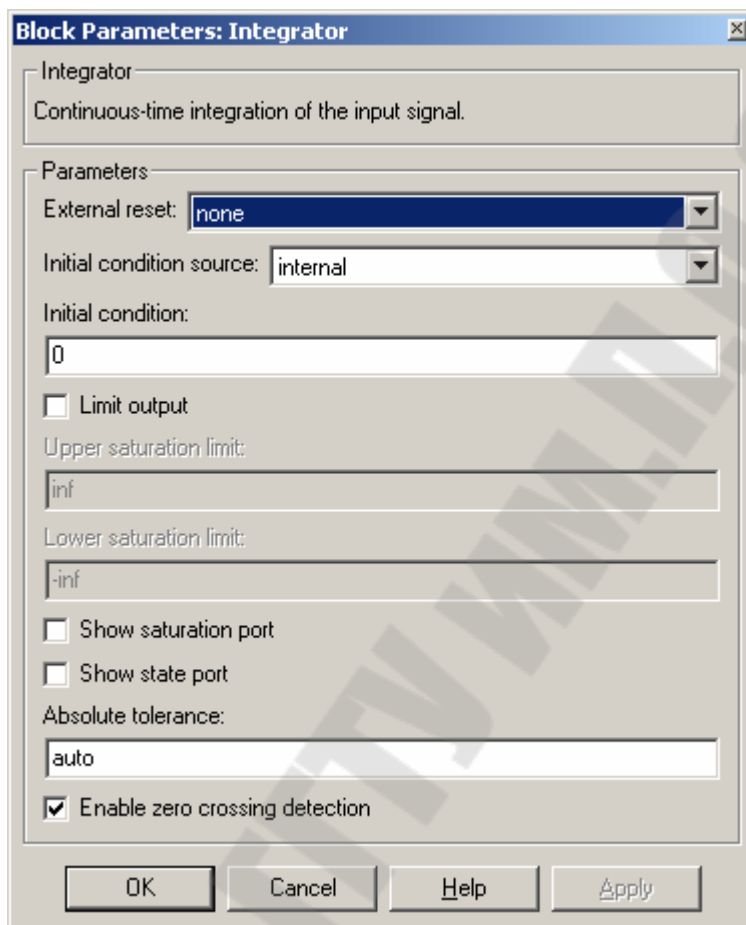
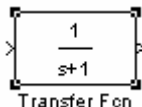


Рис. 6.9. Окно параметров интегратора.

Параметры интегратора:

- External reset – внешний сброс (тип дополнительного входного сигнала, служащего для сброса интегратора в исходное состояние);
- Initial condition source – источник начального значения выходного сигнала блока: внутренний – internal или внешний – external (при выборе внешнего у блока появляется дополнительный вход x_0);
- Initial condition – начальное значение выходной переменной при внутреннем источнике;
- Limit output – ограничение выходного сигнала;
- Upper saturation limit – верхний уровень ограничения (число или текстовое значение “inf” для бесконечности);
- Lower saturation limit – нижний уровень ограничения (число или текстовое значение “-inf” для минус бесконечности);
- Show saturation port – отображение выходного порта, показывающего находится ли интегратор в ограничении;

- Show state port – отображение выходного порта, показывающего состояние интегратора;
- Absolute tolerance – абсолютная погрешность;
- Enable zero crossing detection – определение момента перехода через ноль для методов решения с переменным шагом.



Блок **Transfer Fcn** – передаточная функция.

Блок передаточной функции предназначен для задания передаточной функции в виде отношения полиномов

$$W(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{a_n \cdot s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + K + a_1 \cdot s + a_0}{b_m \cdot s^m + b_{m-1} \cdot s^{m-1} + K + b_1 \cdot s + b_0}.$$

Причем, на порядок полиномов накладывается ограничение $m \geq n$. Диалоговое окно параметров блока представлено на рис. 6.10.

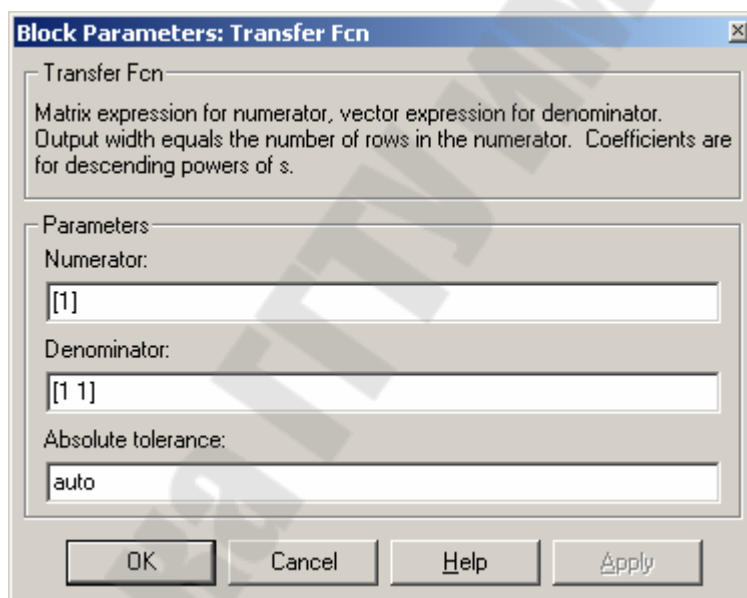


Рис. 6.10. Окно параметров блока передаточной функции.

Параметры блока:

- Numerator – коэффициенты полинома – числителя передаточной функции в порядке убывания степени оператора Лапласа;
- Denominator – коэффициенты полинома – знаменателя передаточной функции в порядке убывания степени оператора Лапласа;
- Absolute tolerance – абсолютная погрешность.

Например, для моделирования передаточной функции

$$\frac{0.01 \cdot s + 1}{0.01 \cdot s^2 + 0.02 \cdot s + 1}$$

в окне параметров блока необходимо ввести числа, как показано на рис. 6.11.

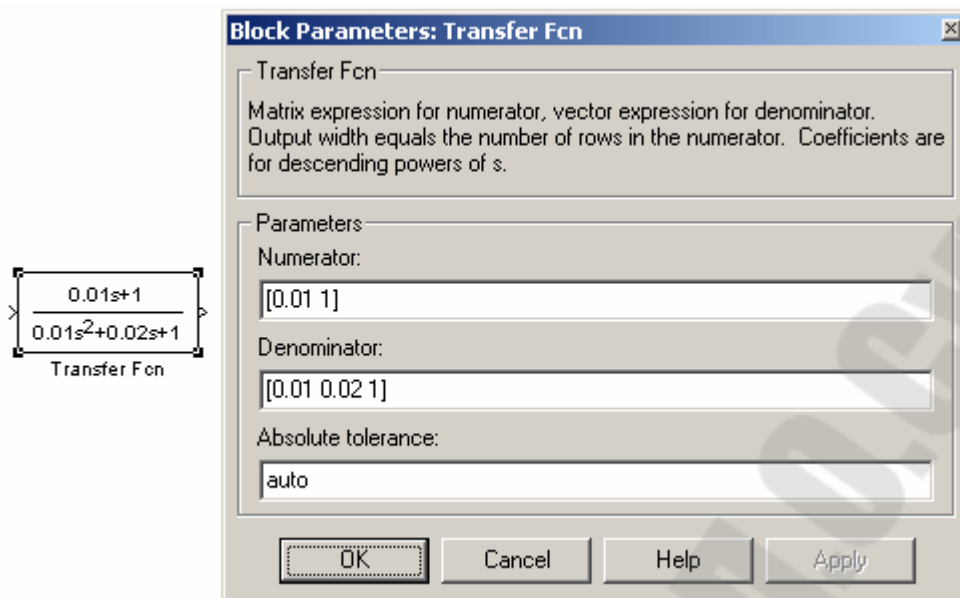


Рис. 6.11. Пример использования блока передаточной функции.

6.3.2. Библиотека математических операций – Math Operations



Блок **Gain** – усилитель.

Блок выполняет умножение входного сигнала на постоянный коэффициент. Диалоговое окно параметров блока представлено на рис. 6.12.

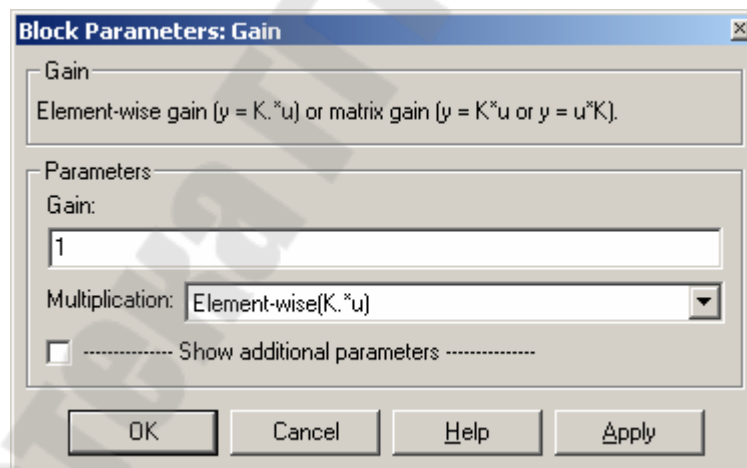


Рис. 6.12. Окно параметров блока усилителя.

Параметры блока:

- Gain – коэффициент передачи усилителя (может быть числом, вектором или матрицей);
- Multiplication – способ выполнения операции умножения – поэлементный (Element-wise) или матричный (Matrix);
- Show additional parameters – показать дополнительные параметры (тип данных коэффициента, параметры обработки цифровых сигналов).



Блок **Sum** – сумматор.

Предназначен для выполнения операций сложения и вычитания. Окно параметров блока представлено на рис. 6.13.

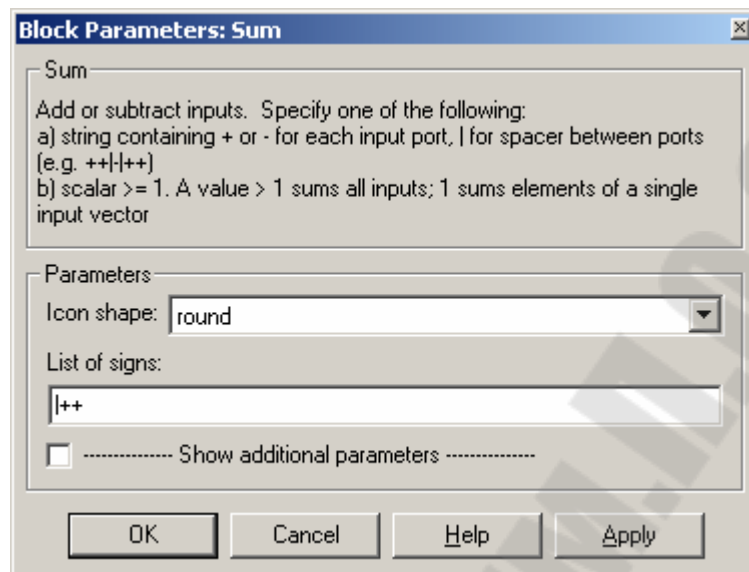


Рис. 6.13. Окно параметров сумматора.

Параметры блока:

- Icon shape – отображение сумматора кругом (round) или прямоугольником (rectangular);
- List of signs – список знаков, соответствующих входам блока (количество входов определяется количеством заданных символов “+” и “–”, вертикальная черта служит для задания дополнительного расстояния между входами) или число входов (в этом случае все входы – суммирующие);
- Show additional parameters – дополнительные параметры (типы данных и параметры обработки цифровых сигналов).

6.3.3. Библиотека приемников сигналов – Sinks



Блок **Scope** – осциллограф.

Блок предназначен для построения диаграмм исследуемых сигналов и наблюдать за ними в процессе моделирования. При двойном щелчке мышкой на блоке появляется окно, показанное на рис. 6.14.

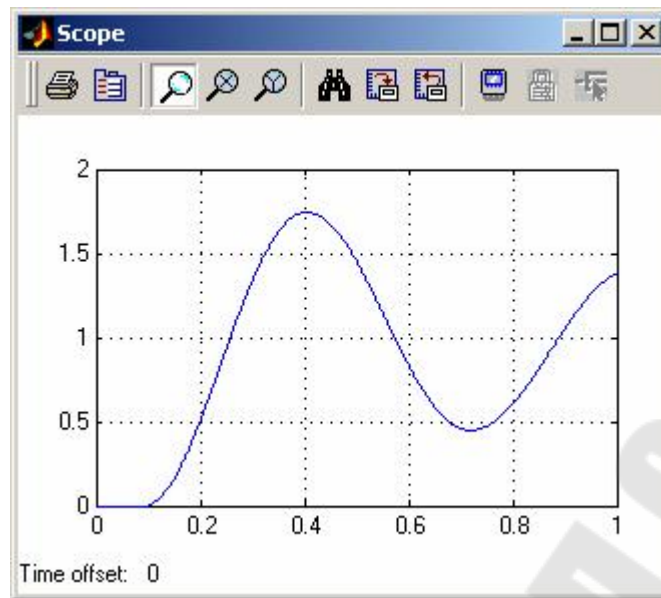


Рис. 6.14. Окно осциллографа.

Панель инструментов окна осциллографа показана на рис. 6.15.



Рис. 6.15. Панель инструментов осциллографа.

Назначение кнопок панели инструментов следующее:

1. Print – печать осциллограмм.
2. Parameters – открыть окно изменения параметров осциллографа.
3. Zoom – увеличение масштаба.
4. Zoom x-axis – увеличение масштаба по оси x.
5. Zoom y-axis – увеличение масштаба по оси y.
6. Autoscale – автоматическая установка масштаба.
7. Save current axes settings – сохранение текущих параметров окна.
8. Restore saved axes settings – установка ранее сохраненных параметров окна.
9. Floating scope – перевод осциллографа в “свободный” режим.
10. Lock/Unlock axes selection – закрепить/разорвать связь координатной системы и отображаемого сигнала (доступно в “свободном” режиме).
11. Signal selection – выбор сигналов для отображения (доступно в “свободном” режиме).

При нажатии кнопки параметров появляется окно, показанное на рис. 6.16.

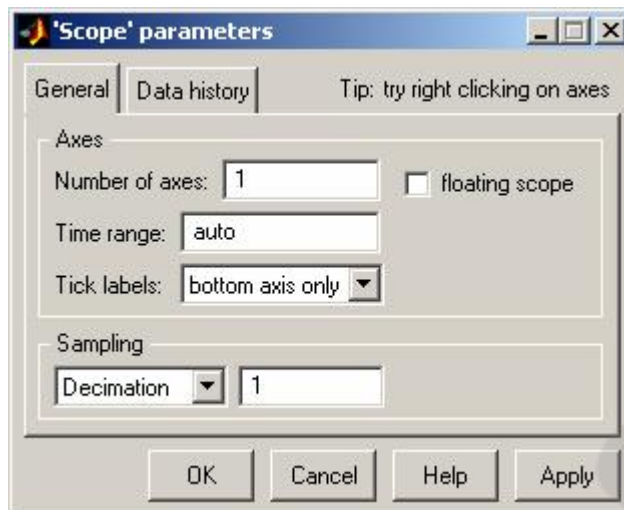


Рис. 6.16. Окно параметров осциллографа.

Параметры осциллографа:

- Number of axes – количество входов блока и диаграмм;
- Time range – временной интервал для отображения диаграмм;
- Tick labels – отображение меток осей (all – для всех осей, none – без меток, bottom axis only – метки для оси времени отображаются только для нижней диаграммы);
- floating scope – включить/выключить “свободный” режим;
- Sampling – параметры отбора точек для построения диаграмм.



Блок **XY Graph** – построитель графика.

Блок предназначен для построения зависимостей вида $y(x)$. Имеет 2 входа. Верхний вход – аргумент (откладываемый на оси x), нижний – функция (откладываемый на оси y). Окно параметров блока приведено на рис. 6.17.

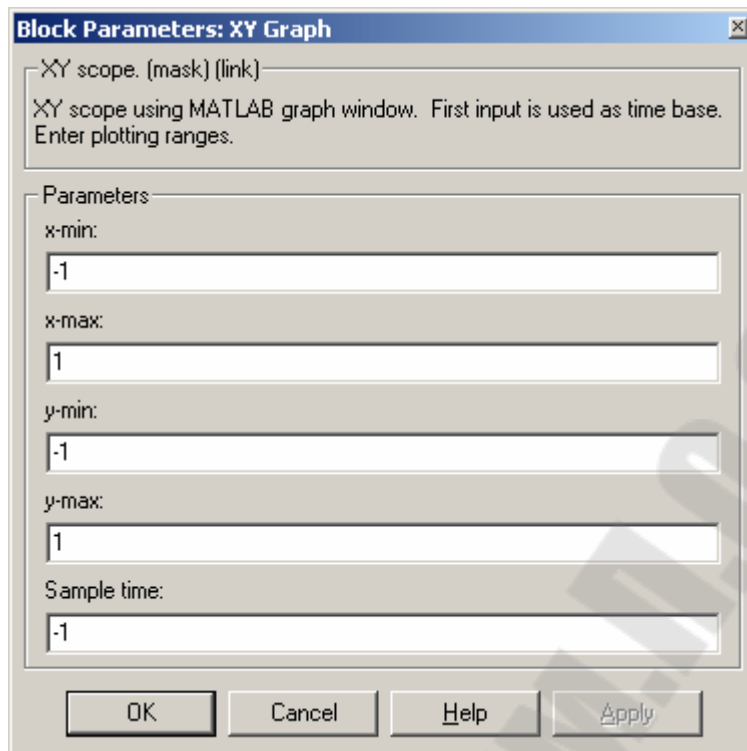


Рис. 6.17. Окно параметров блока построения графика.

Параметры блока:

- x-min, x-max – минимальное и максимальное значение аргумента;
- y-min, y-max – минимальное и максимальное значение функции;
- sample time – шаг дискретизации.

На рис. 6.18. приведен пример построения динамической характеристики двухконтурной системы автоматического управления скоростью электродвигателя постоянного тока с учетом ограничения регуляторов. По оси x отложен ток якоря, по y – скорость.

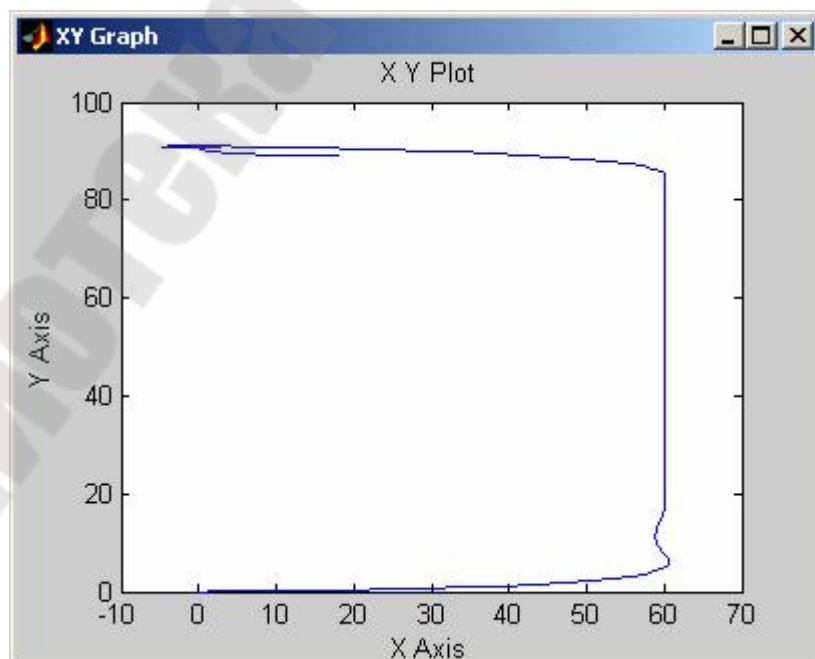


Рис. 6.18. Динамическая характеристика электропривода постоянного тока.

6.3.4. Библиотека источников сигналов – Sources



Блок **Step** – скачек.

Блок предназначен для подачи на вход моделируемой системы скачка. Вид диалогового окна параметров блока представлен на рис. 6.19.

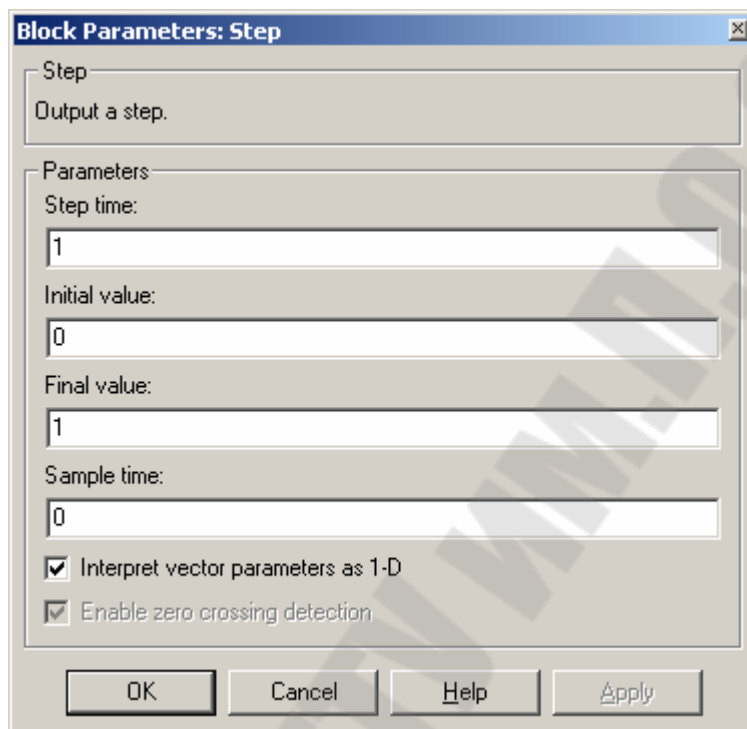


Рис. 6.19. Параметры блока скачкообразного воздействия.

Параметры блока:

- Step time – момент времени, когда происходит скачкообразное изменение сигнала;
- Initial value – значение сигнала до скачка;
- Final value – значение сигнала после скачка;
- Sample value – шаг дискретизации.

6.3.5. Библиотека нелинейных элементов – Discontinuities



Блок **Saturation** – звено с ограничением.

Вид диалогового окна параметров блока ограничения приведено на рис. 6.20.

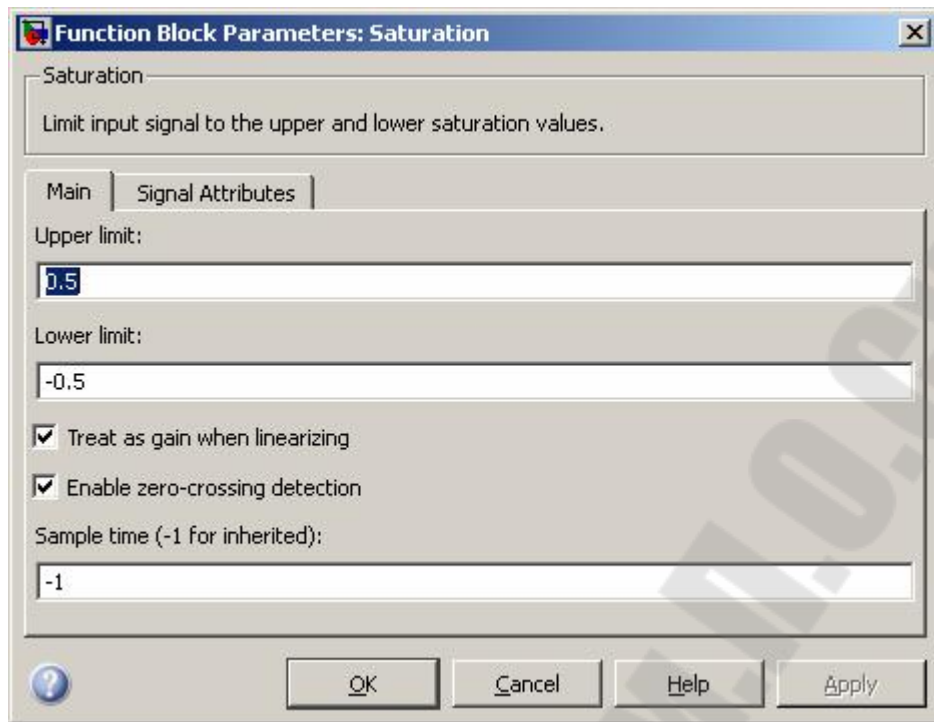


Рис. 6.20. Параметры блока с ограничением.

Параметры блока:

- Upper limit – верхний уровень ограничения;
- Lower limit – нижний уровень ограничения;
- Treat as gain when linearizing – трактовать звена как безинерционное с коэффициентом передачи 1 при линейризации (иначе 0);
- Enable zero-crossing detection – включить контроль «перехода через ноль» (если выключено для всей модели в параметрах расчета).



Блок **Dead zone** – звено с мертвой зоной.

Вид диалогового окна параметров блока с мертвой зоной приведено на рис. 6.21.

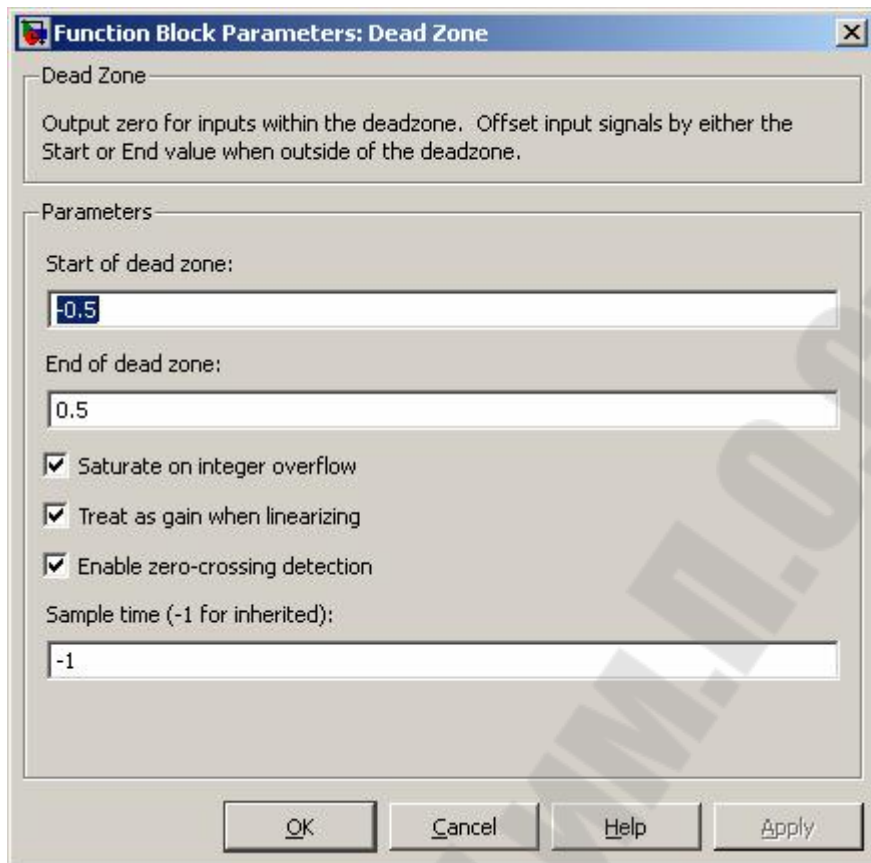


Рис. 6.21. Параметры блока с мертвой зоной.

Параметры блока:

- Start of dead zone – начало мертвой зоны;
- End of dead zone – окончание мертвой зоны;
- Treat as gain when linearizing – трактовать звена как безинерционное с коэффициентом передачи 1 при линейаризации (иначе 0);
- Enable zero-crossing detection – включить контроль «перехода через ноль» (если выключено для всей модели в параметрах расчета).



Блок **Relay** – релейный элемент.

Вид диалогового окна параметров релейного элемента приведено на рис. 6.22. С помощью данного блока можно также реализовывать в модели звено с прямоугольной петлей гистерезиса.

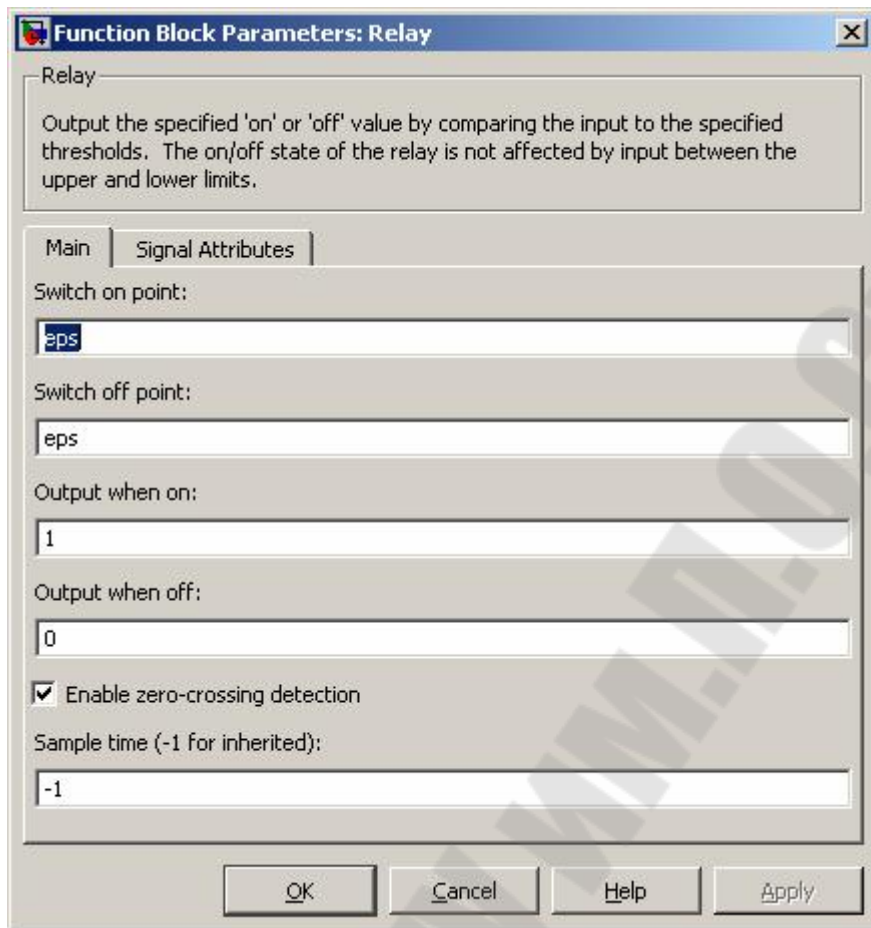


Рис. 6.22. Параметры релейного элемента.

Параметры блока:

- Switch on point – порог включения;
- Switch off point – порог выключения;
- Output when on – значение выходного сигнала во включенном состоянии («eps» означает относительную точность вычислений с плавающей точкой, т.е. 2^{-52});
- Output when off – значение выходного сигнала в выключенном состоянии;
- Enable zero-crossing detection – включить контроль «перехода через ноль» (если выключено для всей модели в параметрах расчета).



Rate Limiter

Блок **Rate limiter** – ограничитель скорости изменения сигнала.

Вид диалогового окна параметров ограничителя скорости изменения приведено на рис. 6.23. С помощью данного блока можно реализовывать задатчик интенсивности первого порядка.

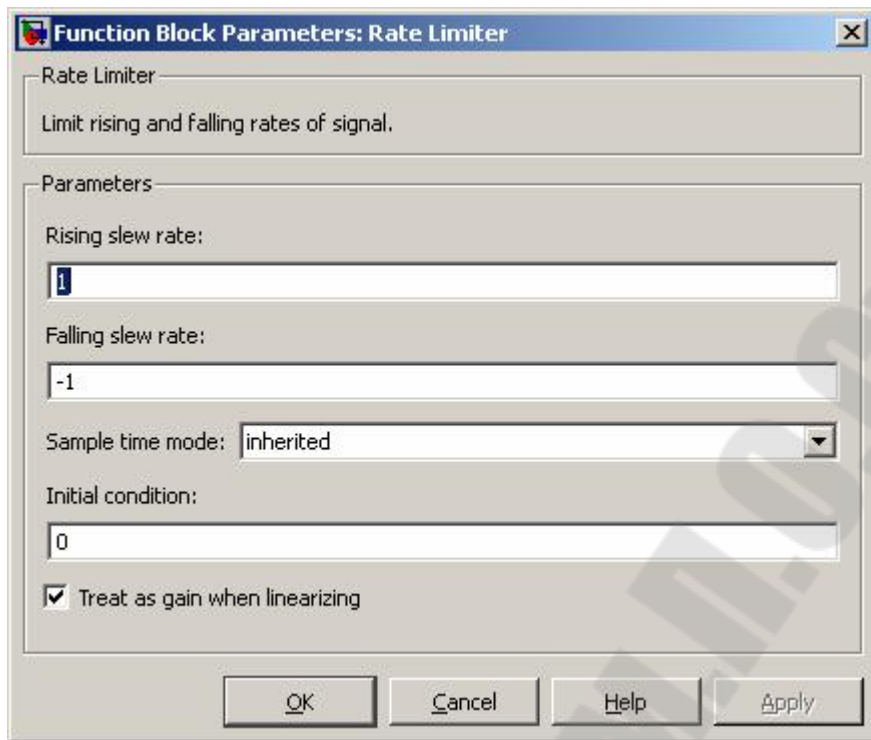


Рис. 6.23. Параметры ограничителя скорости изменения.

Параметры блока:

- Rising slew rate – максимальная скорость изменения выходного сигнала при увеличении сигнала на входе;
- Falling slew rate – при уменьшении.

6.4. Дополнительные средства и инструменты Matlab Simulink

6.4.1. Блок решения системы дифференциальных уравнений

Блок решения системы дифференциальных уравнений не входит в состав библиотек. После ввода в командном окне Matlab'a команды **dee** появляется окно, показанное на рис. 6.24. Из указанного окна перетаскивается в окно редактирования модели блок DEE. При двойном щелчке мышкой на блоке в окне редактирования модели появляется диалоговое окно, показанное на рис. 6.25.

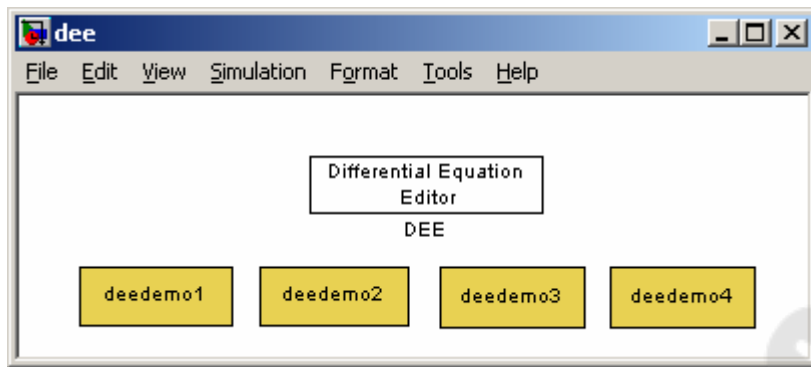


Рис. 6.24. Окно с блоком решения систем дифференциальных уравнений.

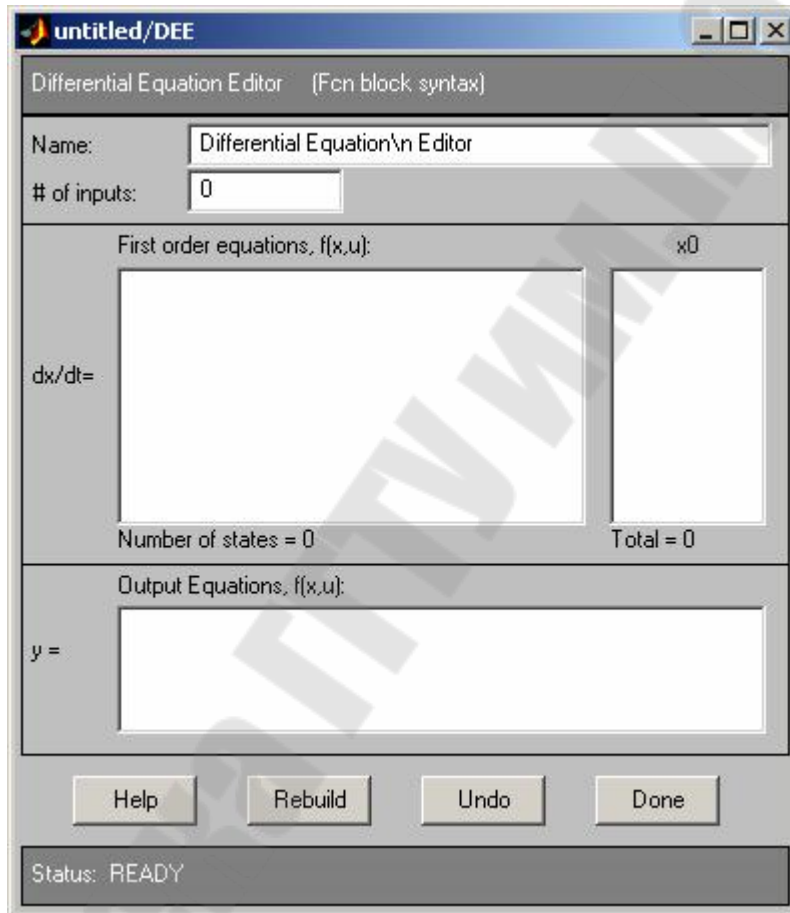


Рис. 6.25. Окно редактирования системы дифференциальных уравнений.

Параметры блока:

- Name – имя блока, которое будет отображаться в окне редактирования модели;
- # of inputs – количество входных переменных блока;
- First order equations, $f(x,u)$ – выражения для правых частей уравнений в текстовой записи;
- x_0 – начальные значения переменных;
- Output Equations, $f(x,u)$ – выражения, определяющие выходные сигналы блока.

Приведем пример для схемы, представленной на рис. 1.9. В блоке дифференциальных уравнений входные сигналы обозначаются $u(1)$, $u(2)$ и т.д.

Переменные, относительно которых записаны уравнения – $x(1)$, $x(2)$ и т.д. Тогда система уравнений примет вид

$$\begin{cases} \frac{dx(1)}{dt} = \frac{2 \cdot u(1) - x(1)}{0.001}, \\ \frac{dx(2)}{dt} = \frac{3 \cdot x(1) - x(2)}{0.002}. \end{cases}$$

Для данной системы входной сигнал – один, обозначенный на рис. 1.9 через x . Внутренние переменные системы – две, обозначенные на рис. 1.9 через y_1 и y_2 . Выходной сигнал будет y_2 . При нулевых начальных условиях редактор системы дифференциальных уравнений для рассматриваемого случая должен быть заполнен как показано на рис. 6.26.

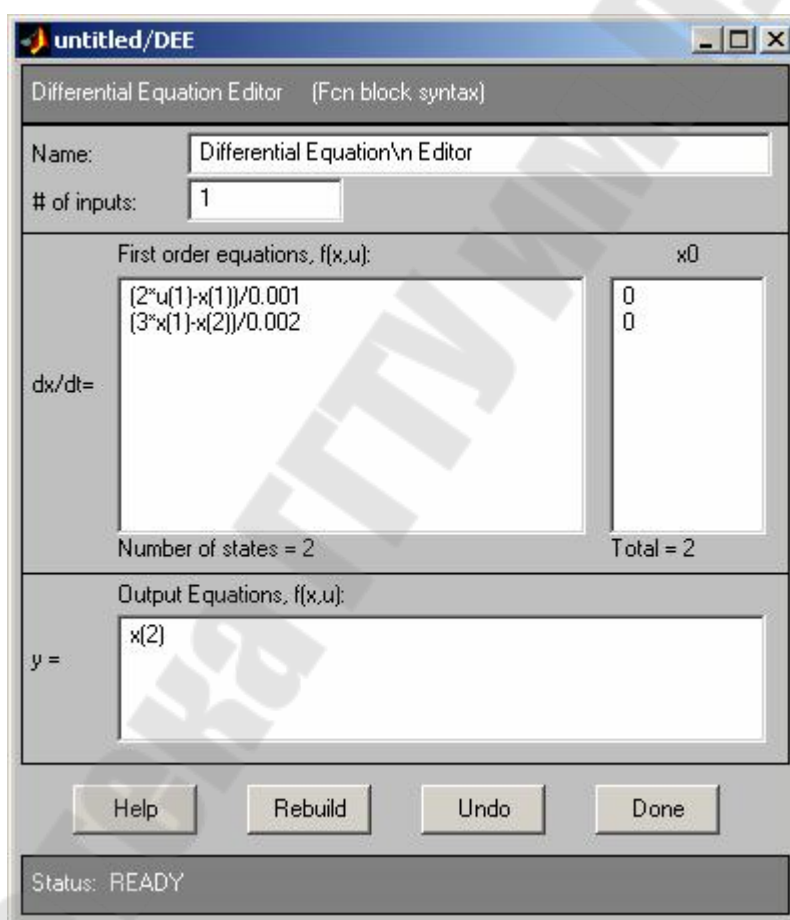


Рис. 6.26. Окно редактора системы дифференциальных уравнений, заполненный для системы, показанной на рис. 1.9.

6.4.2. Анализ линейных систем

Средства анализа линейных систем в Matlab Simulink позволяют строить переходные, логарифмические и ряд других характеристик.

Порядок работы со средствами анализа линейных систем следующий:

1. Создается модель. Входная и выходная переменные подключаются к каким-либо из источников и приемников сигналов.

2. Задаются входная и выходная переменные. Для этого в контекстном меню необходимой переменной выбирается пункт **Linearization Points/Input Point** для входной и **Linearization Points/Output Point** для выходной переменной, как показано на рис. 6.27.

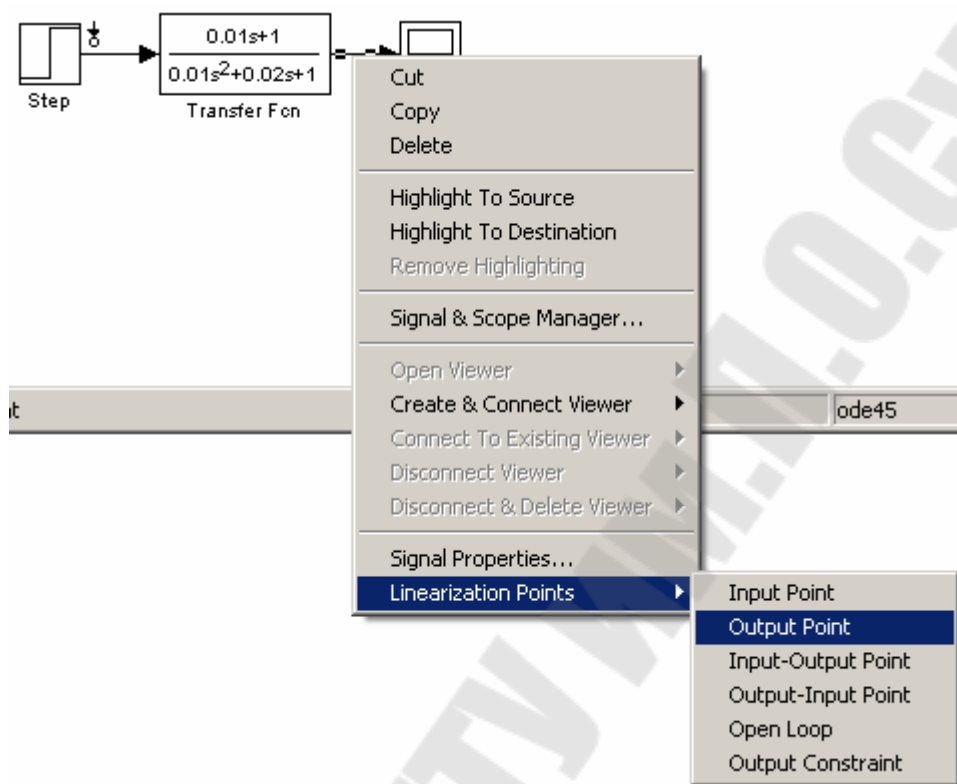


Рис. 6.27. Подменю *Linearization Points* контекстного меню переменной.

Возле переменных появятся соответствующие значки, как показано на рис. 6.28.

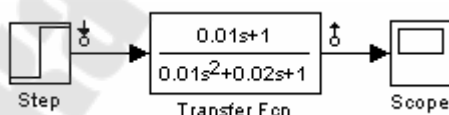


Рис. 6.28. Пример подготовки модели к анализу.

3. В меню **Tools** окна редактирования модели выбирается пункт **Control Design/Linear Analysis...**
4. В появившемся окне диспетчера инструментов анализа, показанном на рис. 6.29, в выпадающем списке **Plot linear analysis result in a** можно выбрать форму отображения результатов анализа (о них речь пойдет далее, по умолчанию – это реакция системы на скачек, т.е. переходная функция **step response plot**). Затем нажимается кнопка **Linearize Model**. При этом Matlab производит линеаризацию модели и отображает окно просмотра результатов, представленное на рис. 6.30.

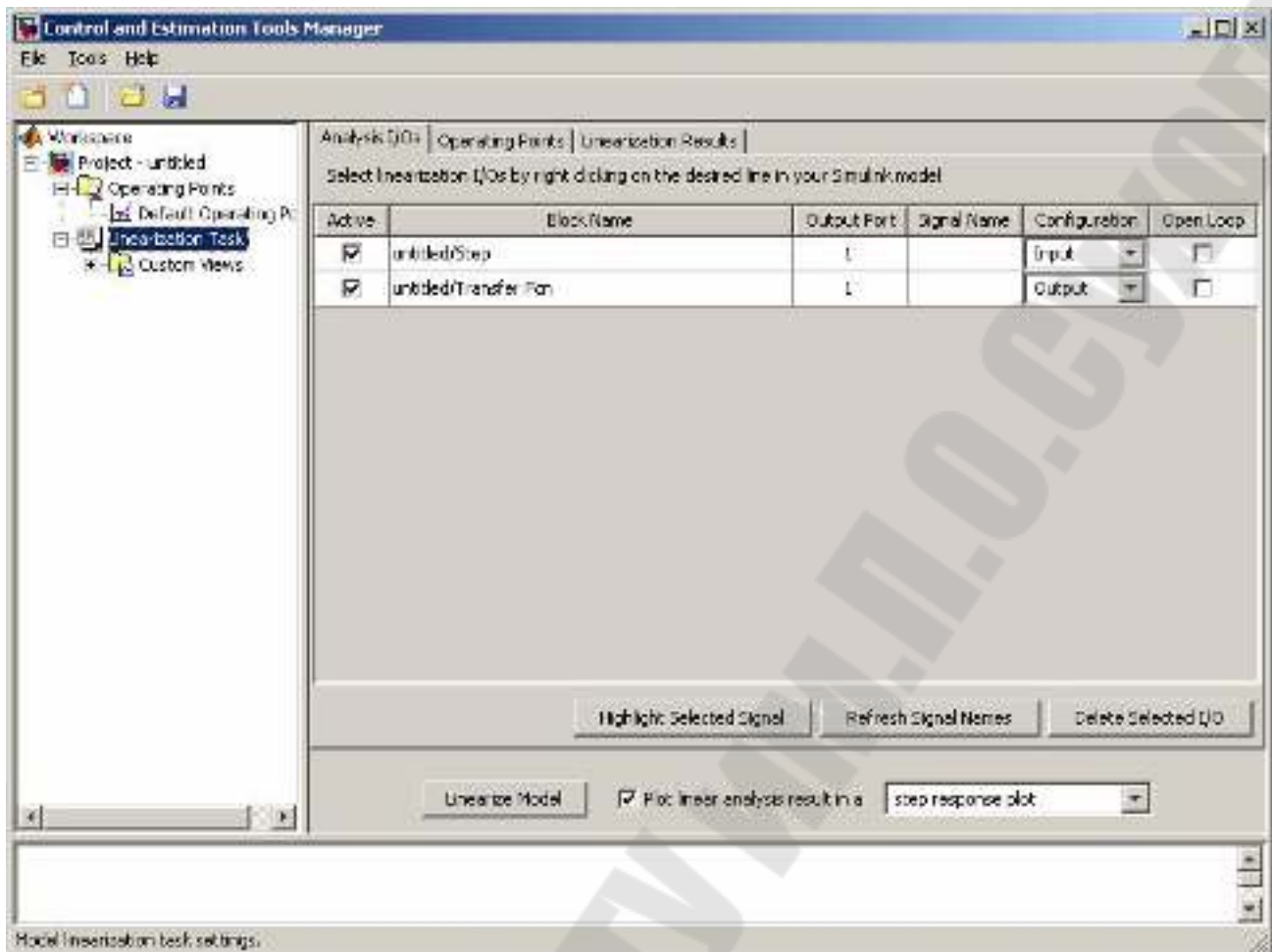


Рис. 6.29. Окно диспетчера инструментов анализа.

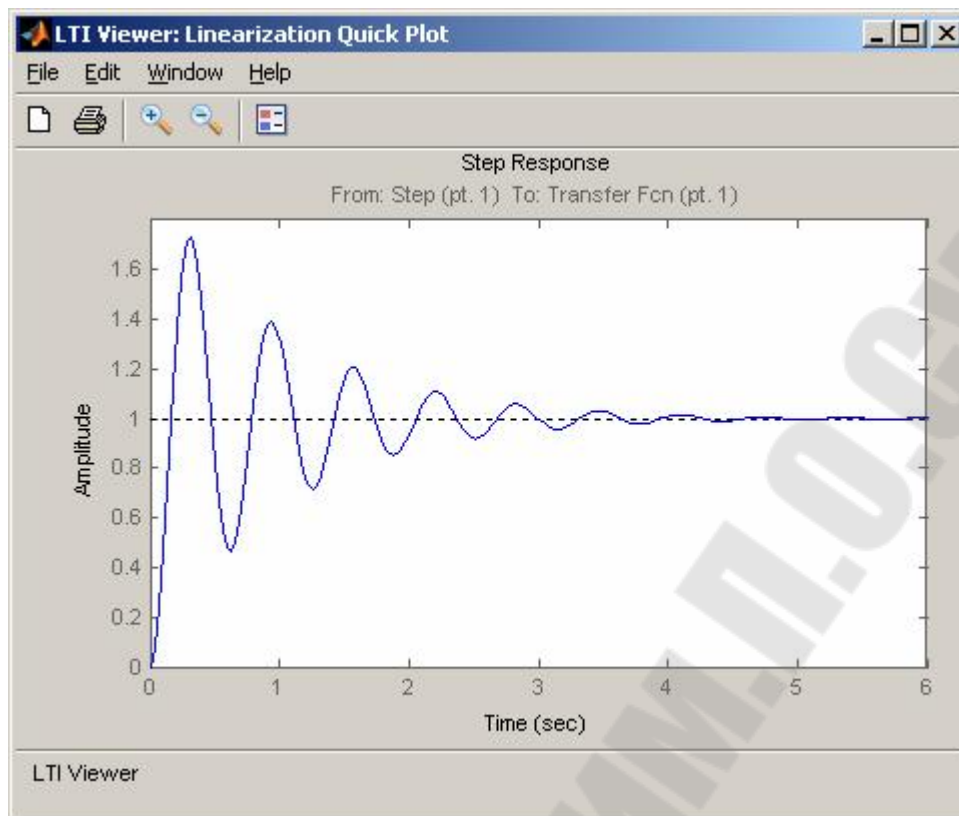


Рис. 6.30. Окно результатов анализа.

5. При необходимости построения других характеристик необходимо выбрав пункт меню **Edit/Plot Configurations...** изменить параметры окна. В левой части появившегося окна (представленного на рис. 6.31) выбирается количество и расположение графиков, в правой части – вид характеристик для построения. Доступны следующие виды:

- Step – переходная характеристика (реакция системы на скачек);
- Impulse – весовая характеристика (реакция системы на импульс);
- Bode – логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики;
- Bode Magnitude – логарифмическая амплитудная частотная характеристика;
- Nyquist – диаграмма Найквиста;
- Nichols – годограф Николса;
- Pole/Zero – нули и полюса системы.

На рис. 6.32 представлен пример окна результатов анализа с четырьмя характеристиками.

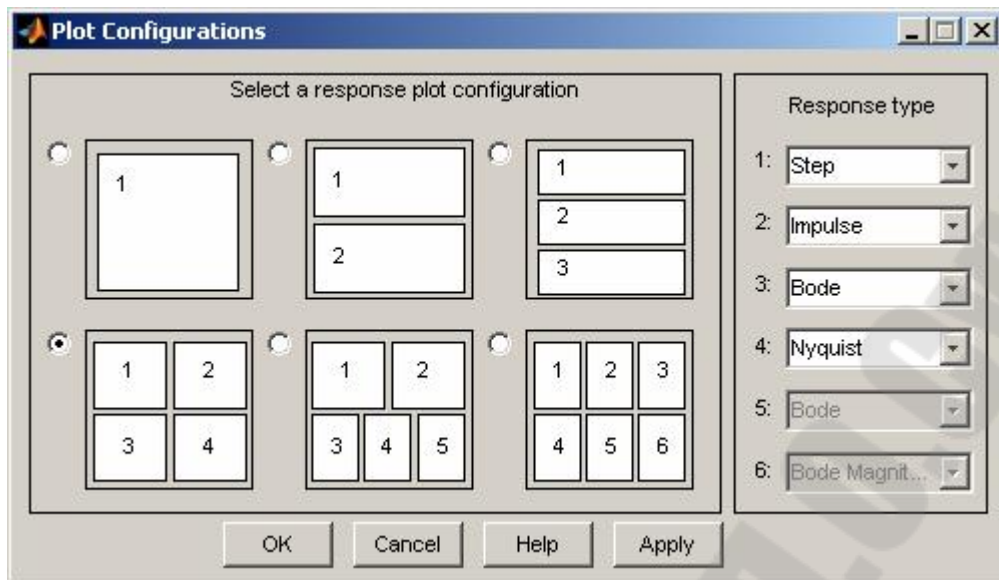


Рис. 6.31. Окно параметров представления результатов анализа.

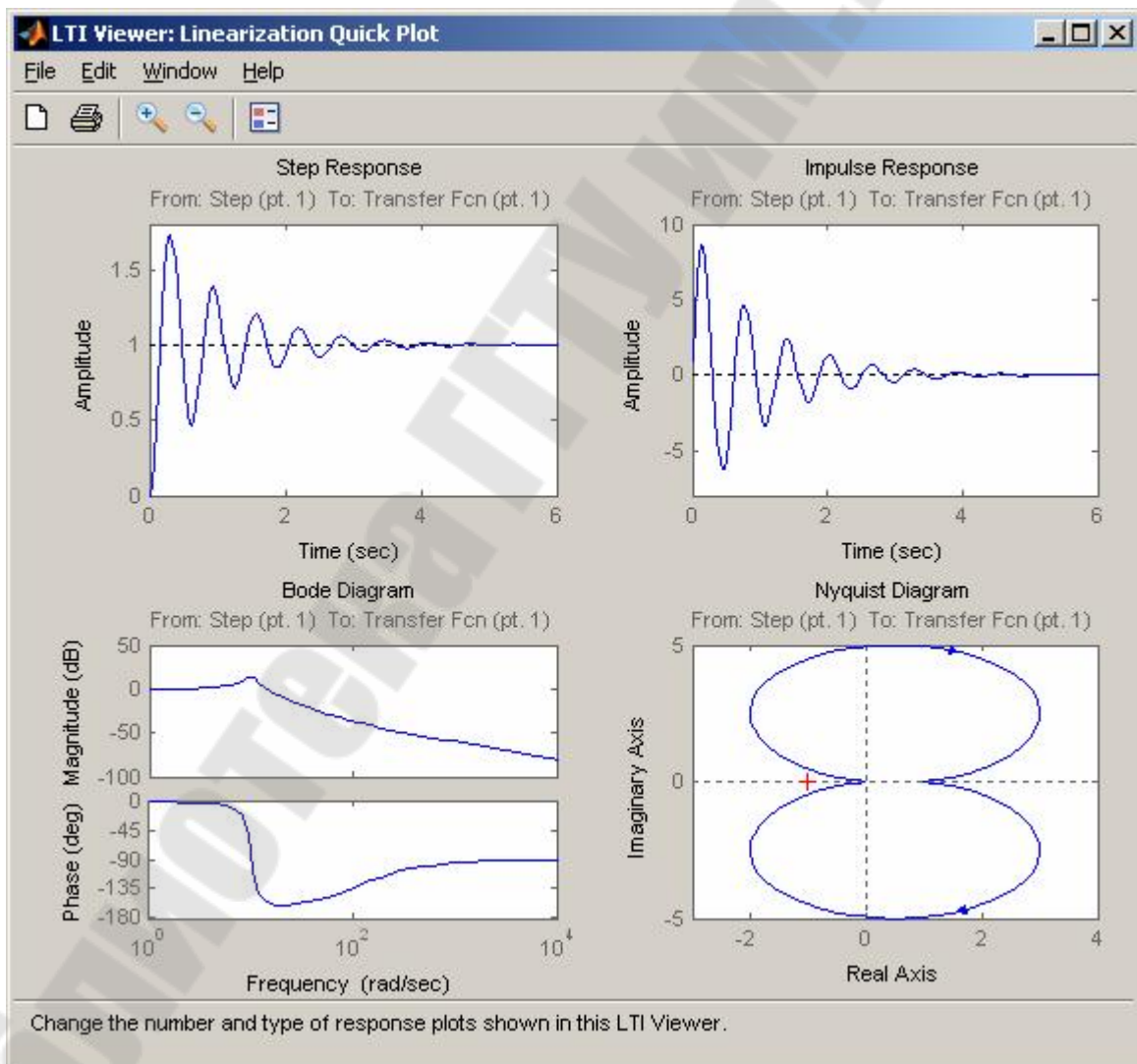


Рис. 6.32. Окно просмотра результатов анализа с четырьмя характеристиками.

6. В контекстном меню каждой из областей можно задать отображение сетки (**Grid**), включить отображение характерных точек (**Characteristics**). Пример показан на рис. 6.33.

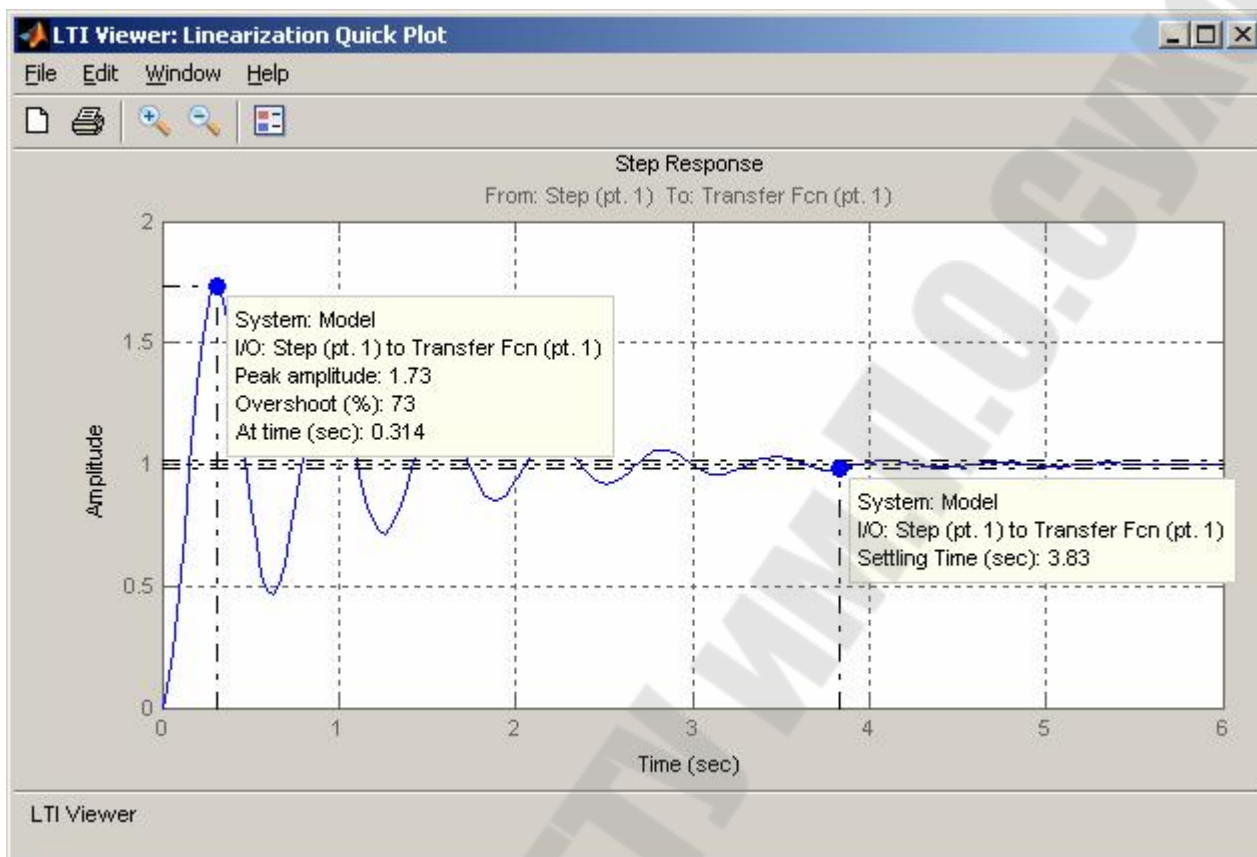
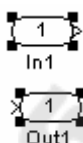


Рис. 6.33. Пример окна результатов анализа с характерными точками: максимум – **Peak response** (отображается: величина сигнала **Peak amplitude**, перерегулирование **Overshoot**, время **At time**), длительность переходного процесса **Settling time**.

6.4.3. Вложенные подсистемы (библиотека **Ports & Subsystems**)

В том случае, если модель достаточно сложна, имеет смысл выделять отдельные ее части в подсистемы, например модель двигателя, модели регуляторов и т.д. Подсистемы можно создавать двумя способами:

1. Перенести блок подсистемы из библиотеки.
2. Выделить часть модели в окне редактирования (включая блоки и переменные) и выбрать в контекстном меню команду **Create Subsystem**.



Блоки **In** и **Out** – вход и выход подсистемы.

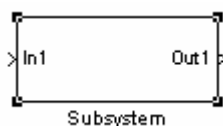
Данные блоки предназначены для ввода и вывода переменных в и из подсистем. При добавлении и удалении данных блоков в подсистеме у нее в основном окне

редактирования модели соответственно добавляются или удаляются входы и выходы. Данные блоки имеют два параметра:

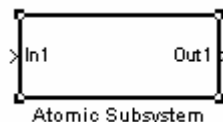
- Port number – номер входа или выхода;
- Icon display – режим отображения блока (Signal name – имя переменной, Port number – номер входа или выхода, Port number and signal name – комбинация номера и имени переменной).

Для подсистемы **Enabled subsystem** в параметрах выходов добавляется возможность задать начальное условие и поведение при выключении подсистемы:

- Source of initial output value – источник начального значения;
- Output when disabled – значение выхода, когда подсистема отключена (held – сохранение значения, reset – сброс в значение, указанное в следующем параметре);
- Initial output – вектор из двух значений: начальное, при выключенном состоянии подсистемы.



Блоки **Subsystem** и **Atomic subsystem** – подсистемы.



По двойному нажатию мышью на блоках-подсистемах открывается, в отличие от обычных блоков, не диалоговое окно параметров, а окно редактирования подсистемы, работа с которым производится также, как и в основном окне редактирования модели. Для вызова параметров подсистемы необходимо воспользоваться контекстным меню (пункт Subsystem parameters...). Разница между Subsystem и Atomic subsystem заключается в трактовке при расчете. Atomic subsystem трактуется как один блок, и при моделировании, расчет выходных переменных блоков, включенных в подсистему, выполняется «группой», в то время, как обычная подсистема как бы «раскрывается». Переключить режим подсистемы можно изменив ее параметр Treat as atomic unit. На рис. 6.34 приведен пример подсистемы с ПИ-регулятором.

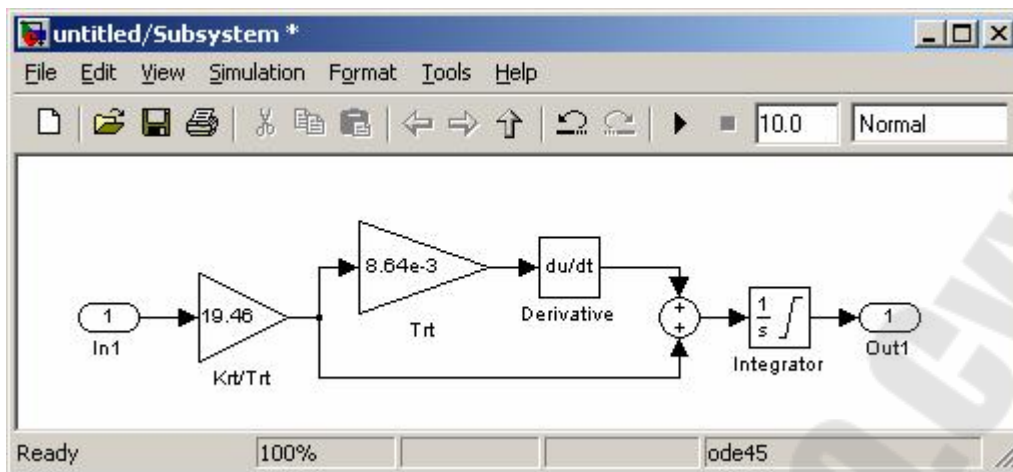
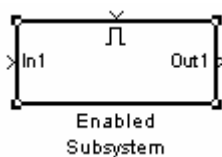


Рис. 6.34. Окно редактирования подсистемы.



Блок **Enabled subsystem** – подсистема, работающая в зависимости от выполнения какого-либо условия.

Подсистема Enabled subsystem работает только когда сигнал на верхнем входе больше нуля. Значение на выходах этой подсистемы задаются в свойствах блоков-выходов, как упоминалось ранее. Поведение подсистемы при включении можно задать в параметрах специального блока, входящего в состав таких подсистем – Enable.

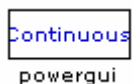
6.4.4. Библиотека блоков *SymPowerSystems*

В составе библиотеки имеется блок `powergui` и следующие группы блоков:

- Electrical Sources содержит модели источников питания;
- Measurements содержит блоки для измерений потенциала, напряжения, тока;
- Elements содержит базовые элементы для сборки электрических схем, такие как нейтраль, земля, RLC-нагрузка, линия с распределенными параметрами и т.д.;
- Machines содержит модели электродвигателей постоянного и переменного тока;
- Extra Library содержит дополнительные блоки для координатный преобразований трехфазных переменных, быстрого преобразования Фурье, измерения мощностей и анализа других величин, а также генераторы импульсов;
- Power Electronics содержит модели полупроводниковых приборов (диод, транзистор и т.д.) и универсальную модель силового преобразователя;
- Application Libraries содержит модели ветрогенераторов, электроприводов постоянного и переменного тока, компенсаторов реактивной мощности, трансформаторов.

У большинства блоков библиотеки присутствует параметр **Measurements**, который позволяет задать список измеряемых величин (напряжений, токов и

т.д.), которые становятся доступными для отображения в предназначенном для этого блоке **Multimeter**.



powergui – настройка параметров и анализ схем.

Этот блок автоматически добавляется в модель при добавлении блоков и элементов библиотеки **SymPowerSystems**. Диалоговое окно, открывающееся по двойному щелчку, показано на рис. 6.35.

С помощью вызываемых из него инструментов можно:

- задать способ анализа (**Configure parameters**): непрерывный (**Continuous**), дискретный (**Discrete**), в комплексных числах (**Phasor**);
- определить величины токов и напряжений для установившегося состояния (**Steady-State Voltages and Currents**);
- задать начальные условия для различных величин (**Initial States Settings**) и т.д.

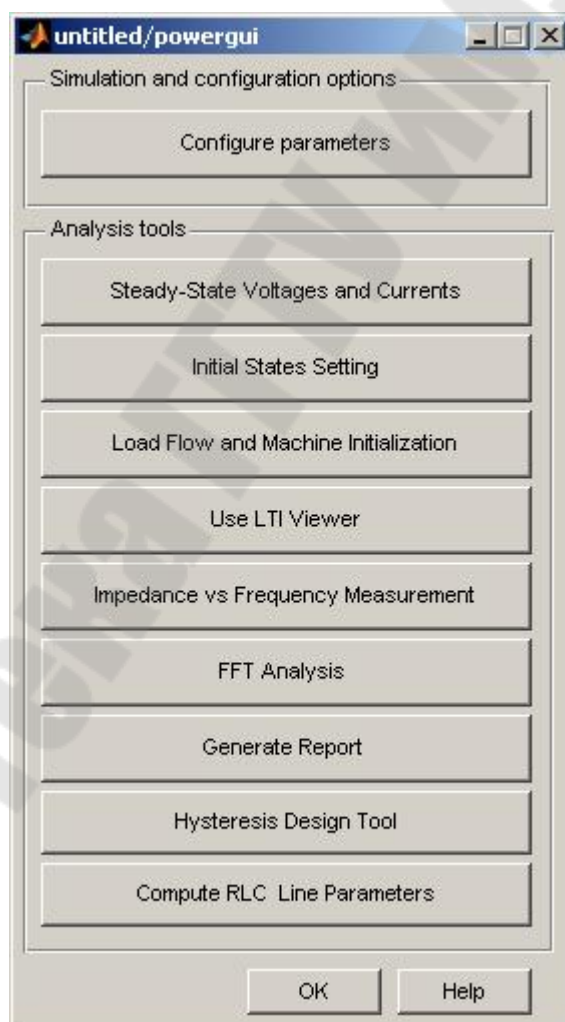
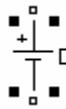


Рис. 6.35. Диалоговое окно блока **powergui**.

По умолчанию начальные условия устанавливаются в значения установившегося состояния, определенного для значений, заданных в параметрах элементов.



DC Voltage Source

DC Voltage Source – источник постоянной ЭДС.

Вид диалогового окна параметров источника приведено на рис. 6.36.

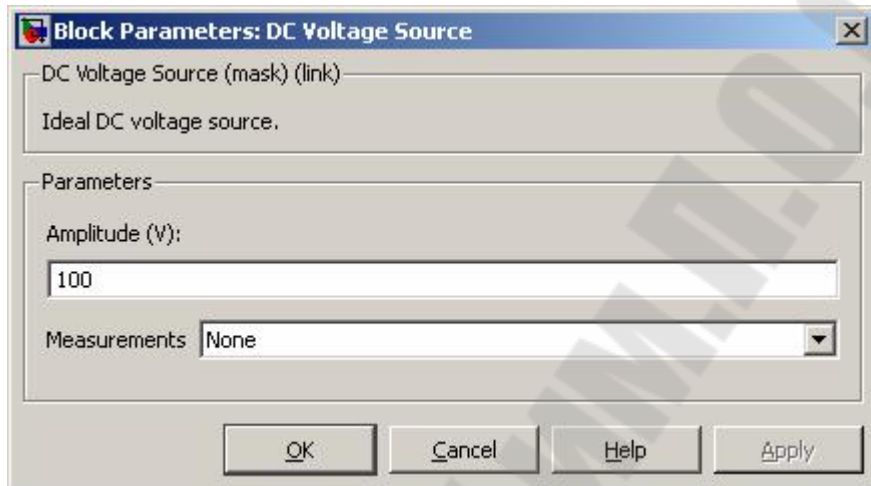


Рис. 6.36. Параметры источника постоянной ЭДС.

Параметры источника:

- Amplitude – величина ЭДС.

На рис. 6.37 приведен пример схемы и диаграмма тока.

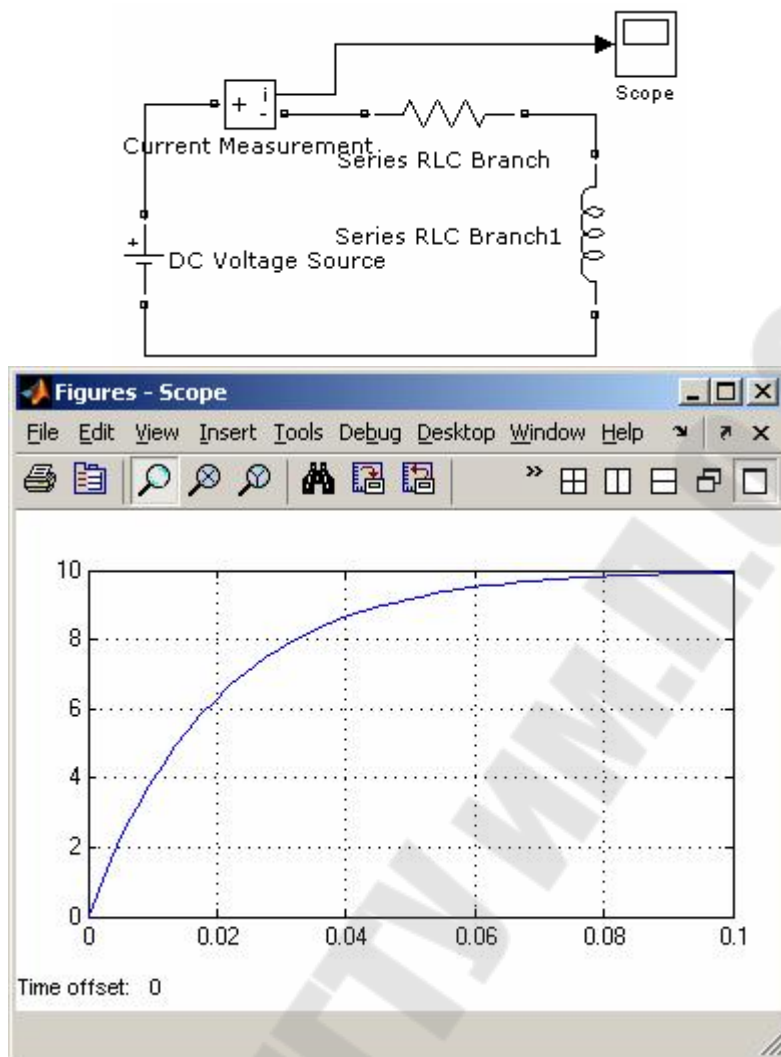


Рис. 6.37. Пример простейшей схемы и диаграмма тока.



AC Voltage Source

AC Voltage Source – источник переменной ЭДС.

Вид диалогового окна параметров источника приведено на рис. 6.38.

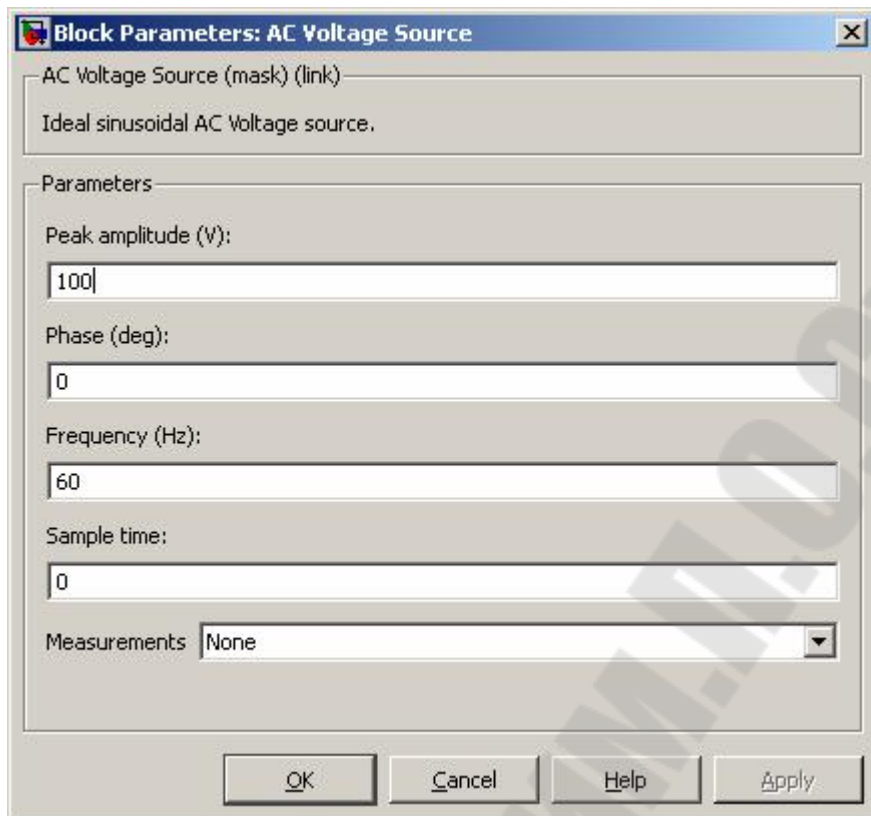
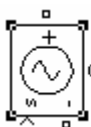


Рис. 6.38. Параметры источника переменной ЭДС.

Параметры источника:

- Peak amplitude – амплитуда ЭДС;
- Phase – начальная фаза;
- Frequency – частота.



Controlled Voltage Source

Controlled Voltage Source – управляемый источник ЭДС.

Данный блок преобразует входной сигнал в соответствующую ЭДС. Вид диалогового окна параметров источника приведен на рис. 6.39.

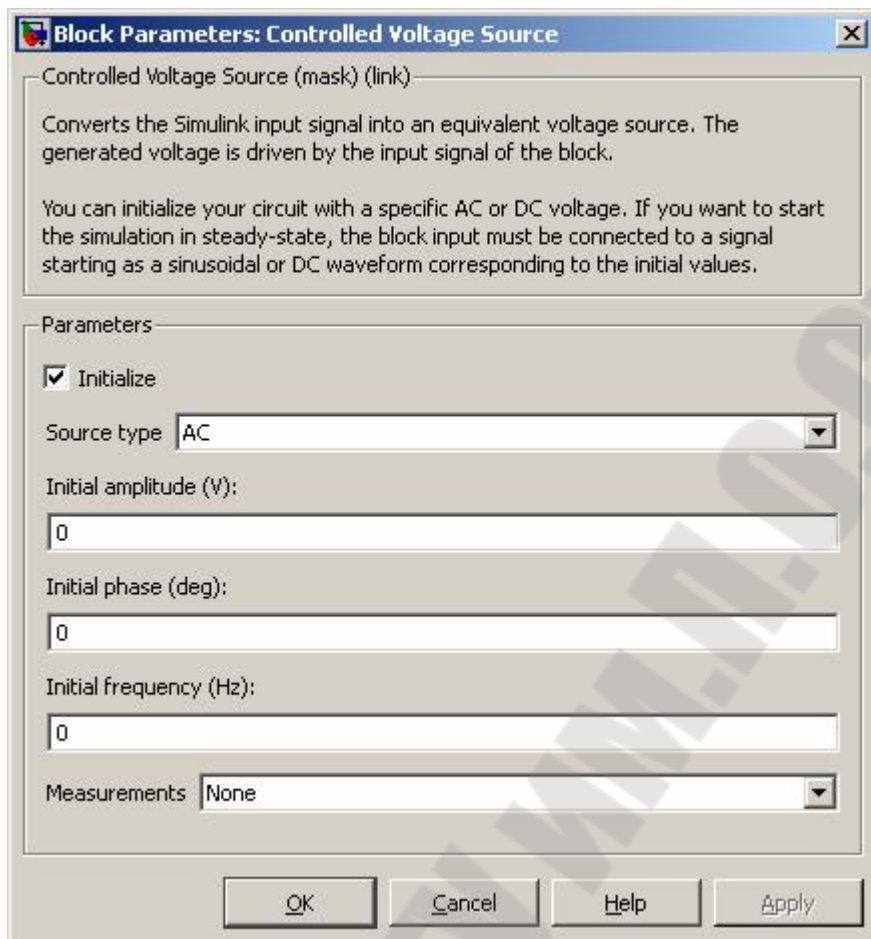
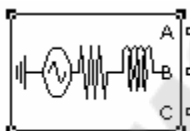


Рис. 6.39. Параметры управляемого источника ЭДС.

Параметры источника:

- Initialize – признак необходимости инициализации источника для расчета начальных условий;
- Source type – род тока источника (при включенном Initialize);
- Initial amplitude – начальная амплитуда ЭДС (при включенном Initialize);
- Initial phase – начальная фаза ЭДС (при включенном Initialize для переменного тока);
- Initial frequency – начальная частота (при включенном Initialize для переменного тока).



Three-Phase Source

Three-Phase Source – трехфазный источник.

Вид диалогового окна параметров источника приведено на рис. 6.40.

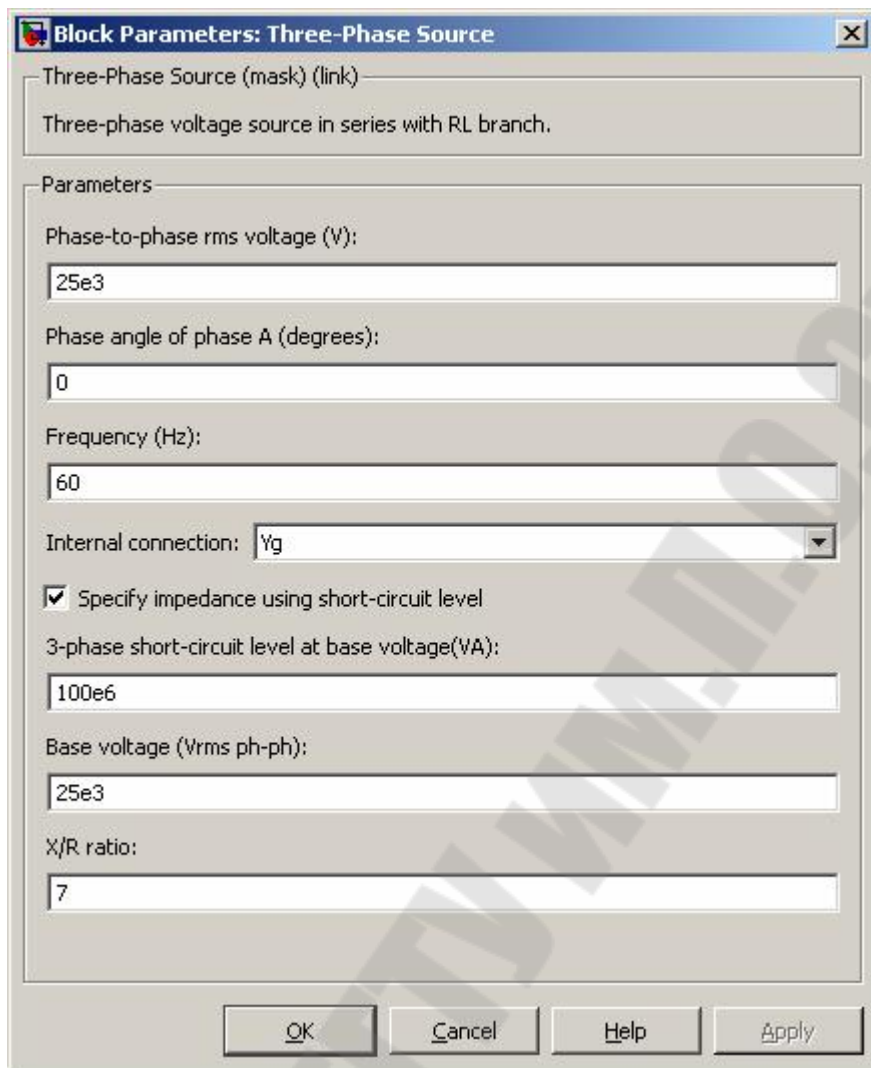


Рис. 6.40. Параметры трехфазного источника.

Параметры источника:

- Phase-to-phase rms voltage – действующее значение линейного напряжения;
- Phase angle of phase A – начальная фаза напряжения фазы A;
- Frequency – частота;
- Internal connection – схема соединения (Y – звезда, Yn – звезда с нейтралью, Yg – звезда с заземленной нейтралью);
- Specify impedance using short-circuit level – признак указания внутренних параметров источника по данным короткого замыкания;
- 3-phase short-circuit level at base voltage – мощность короткого замыкания;
- Base voltage – напряжение (действующее линейное) для которого указана мощность КЗ;
- X/R ratio – отношение реактивного и активного внутренних сопротивлений источника ($\operatorname{tg}\varphi$);
- Source resistance – внутреннее активное сопротивление источника (при выключенном Specify impedance using short-circuit level);
- Source inductance – внутренняя индуктивность источника (при выключенном Specify impedance using short-circuit level).

На рис. 6.41 приведен пример трехфазной цепи с несимметричной нагрузкой и диаграммы токов в фазах и нейтрали.

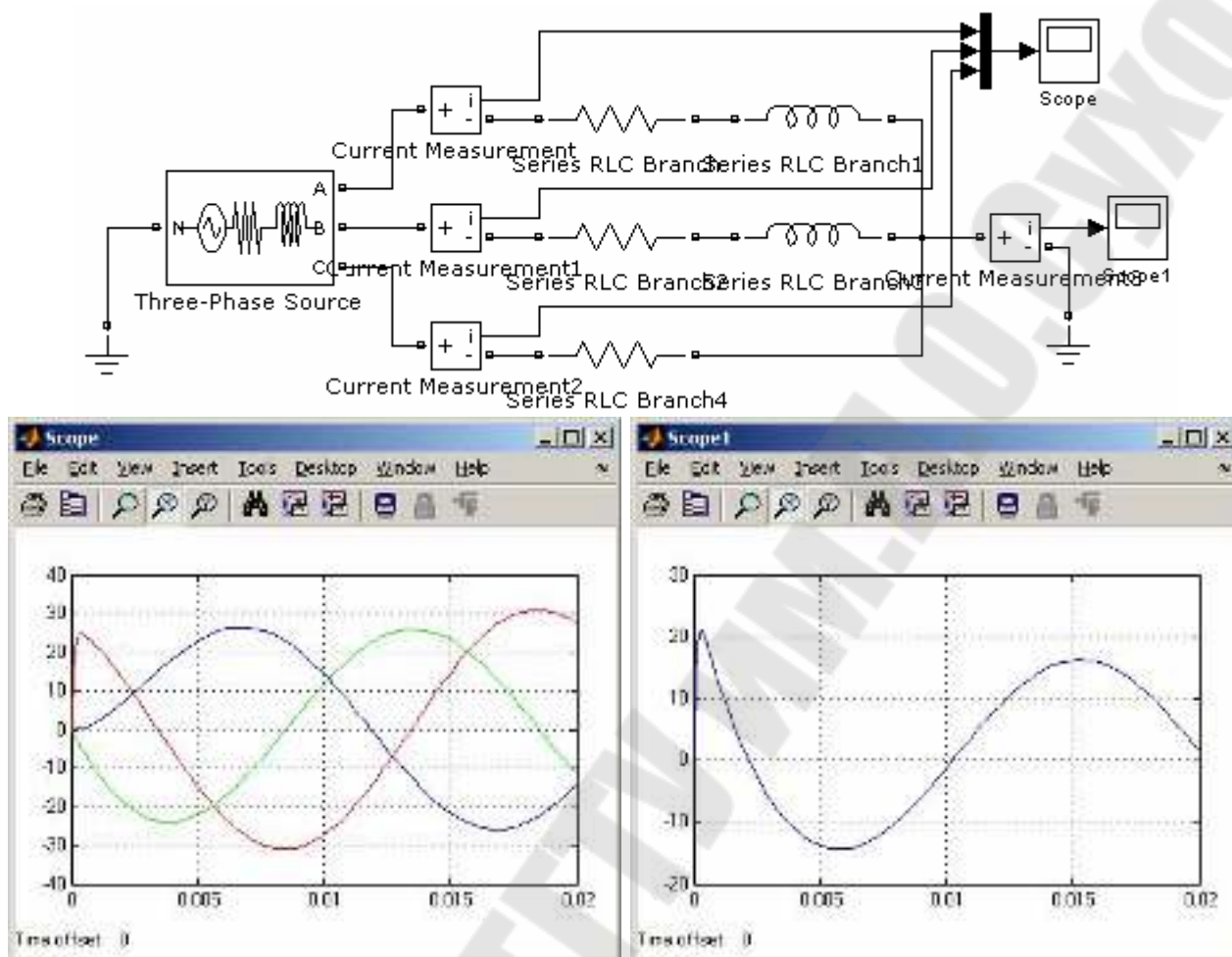


Рис. 6.41. Пример трехфазной цепи и диаграммы токов.



Voltage Measurement

Voltage Measurement – измеритель напряжения.

Предназначен для измерения напряжения между двумя узлами.



Current Measurement

Current Measurement – измеритель тока.

Предназначен для измерения тока в ветви цепи. Применение проиллюстрировано на схемах на рис. 6.37 и 2.41.



Ground – земля.

Представляет собой точку подключения к земле. Применение проиллюстрировано на схеме на рис. 6.37 и 2.41.



Neutral – нейтраль.

Представляет собой общую точку и предназначена для соединения нескольких узлов цепи без отображения линии проводника. Вид диалогового окна параметров нейтралити приведено на рис. 6.42.

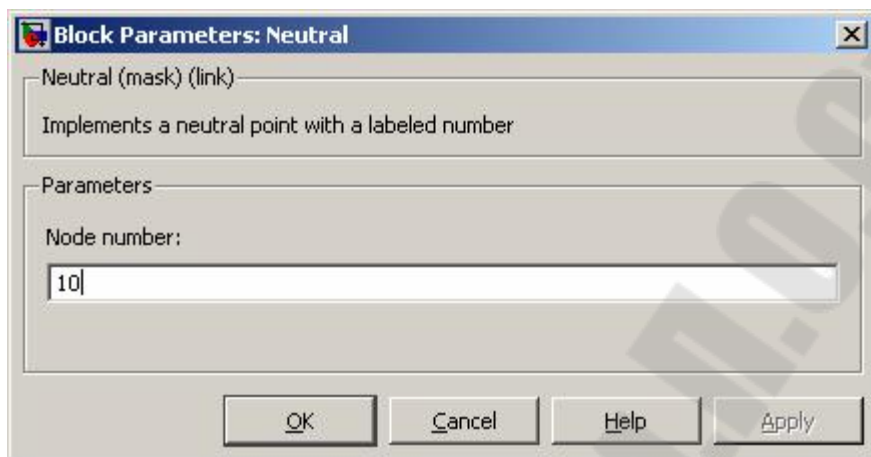
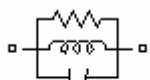


Рис. 6.42. Параметры нейтралити.

Параметры нейтралити:

- Node number – номер точки, отображаемый рядом с изображением блока. Номер точки, равный 0 означает ее подключение к земле.



Parallel RLC Branch



Series RLC Branch

Parallel RLC Branch, Series RLC Branch – ветви цепи с параллельно и последовательно соединенными R, L и C.

Вид диалогового окна параметров ветви приведено на рис. 6.43.

Параметры ветви:

- Branch type – тип ветви, задающий, какие элементы входят в ее состав (при изменении меняется набор параметров и отображение элемента на схеме);
- Resistance – активное сопротивление;
- Inductance – индуктивность катушки;
- Set the initial inductor current – признак задания начального условия для тока катушки;
- Inductor initial current – начальное значение тока катушки;
- Capacitance – емкость конденсатора;
- Set the initial capacitor voltage – признак задания начального условия для напряжения конденсатора;
- Capacitor initial voltage – начальное значение напряжения конденсатора.

Применение ветвей проиллюстрировано на схемах на рис. 6.37 и 2.41.

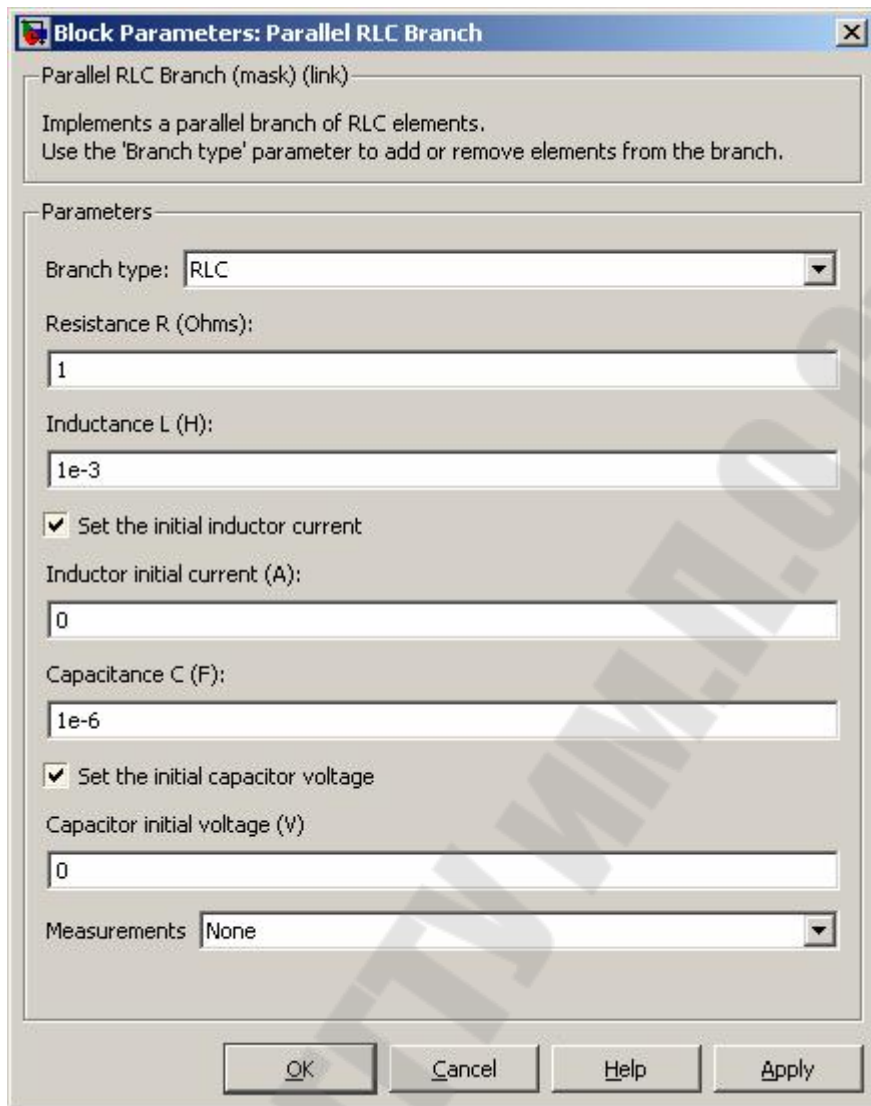


Рис. 6.43. Параметры ветви.



Parallel RLC Load



Series RLC Load

Parallel RLC Load, Series RLC Load – нагрузка с параллельно и последовательно соединенными R, L и C.

Вид диалогового окна параметров нагрузки приведено на рис. 6.44.

Параметры нагрузки:

- Nominal Voltage – номинальное напряжение потребителя (или группы потребителей, которой соответствует элемент);
- Nominal frequency – номинальная частота;
- Active power – номинальная активная мощность (при номинальном напряжении);
- Inductive reactive power – индуктивная реактивная мощность;
- Capacitive reactive power – емкостная реактивная мощность;

- Set the initial capacitor voltage – признак задания начального условия для напряжения конденсатора;
- Capacitor initial voltage – начальное значение напряжения конденсатора;
- Set the initial inductor current – признак задания начального условия для тока катушки;
- Inductor initial current – начальное значение тока катушки.

Изображение элемента меняется в зависимости от того, какие компоненты мощности заданы.

Block Parameters: Parallel RLC Load

Parallel RLC Load (mask) (link)
Implements a parallel RLC load.

Parameters

Nominal voltage V_n (Vrms):
1000

Nominal frequency f_n (Hz):
60

Active power P (W):
10e3

Inductive reactive Power Q_L (positive var):
100

Capacitive reactive power Q_C (negative var):
100

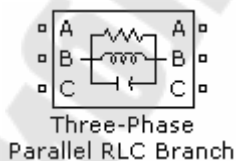
Set the initial capacitor voltage
Capacitor initial voltage (V):
0

Set the initial inductor current
Inductor initial current (A):
0

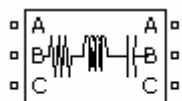
Measurements: None

OK Cancel Help Apply

Рис. 6.44. Параметры нагрузки.

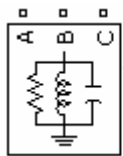


Three-Phase Parallel RLC Branch, Three-Phase Series RLC Branch – ветви цепи с параллельно и последовательно соединенными R, L и C в трех фазах.

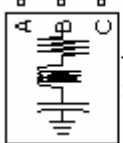


Three-Phase
Series RLC Branch

Элементы полностью аналогичны однофазным. Отличие – отсутствие возможности задать начальные ток индуктивности и напряжение конденсатора.



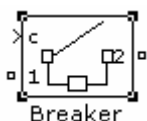
Three-Phase
Parallel RLC Load



Three-Phase
Series RLC Load

Three-Phase Parallel RLC Load, Three-Phase Series RLC Load – трехфазная нагрузка с параллельно и последовательно соединенными R, L и C.

Элементы аналогичны однофазным. Но отсутствует возможность задать начальные ток индуктивности и напряжение конденсатора. Параметр, позволяющий задать схему соединения – Configuration. Возможные значения: Y (grounded) – звезда с заземленной нейтралью; Y (floating) – звезда с изолированной нейтралью; Y (floating) – звезда с четвертым выводом – нейтралью; Delta – треугольник.



Breaker – прерыватель, разъединитель.

Представляет собой коммутатор, состояние которого может быть задано внутренними параметрами либо внешним сигналом, подключенным к выводу c. Отключение производится в момент, когда ток прерывателя переходит через ноль. Вид диалогового окна параметров прерывателя приведен на рис. 6.45.

Параметры прерывателя:

- Breaker resistance – сопротивление во включенном состоянии;
- Initial state – начальное состояние (выкл. – 0, вкл. – 1);
- Snubber resistance – активное сопротивление параллельной защитной RC-цепочки;
- Snubber capacitance – емкость конденсатора параллельной защитной RC-цепочки;
- Switching times – вектор значений времени переключения состояния прерывателя (при отключенном External control of switching times);
- External control of switching times – признак внешнего управления прерывателем (дополнительный вход).

При последовательном соединении прерывателя с индуктивной нагрузкой или источником тока обязательно добавление защитной цепочки (по крайней мере сопротивления большого номинала). Для цепей постоянного тока и при необходимости перехода в выключенное состояние без ожидания перехода тока

через ноль необходимо использовать элемент Ideal Switch. Пример цепи с прерывателем и диаграммы тока в ней приведены на рис. 6.46.

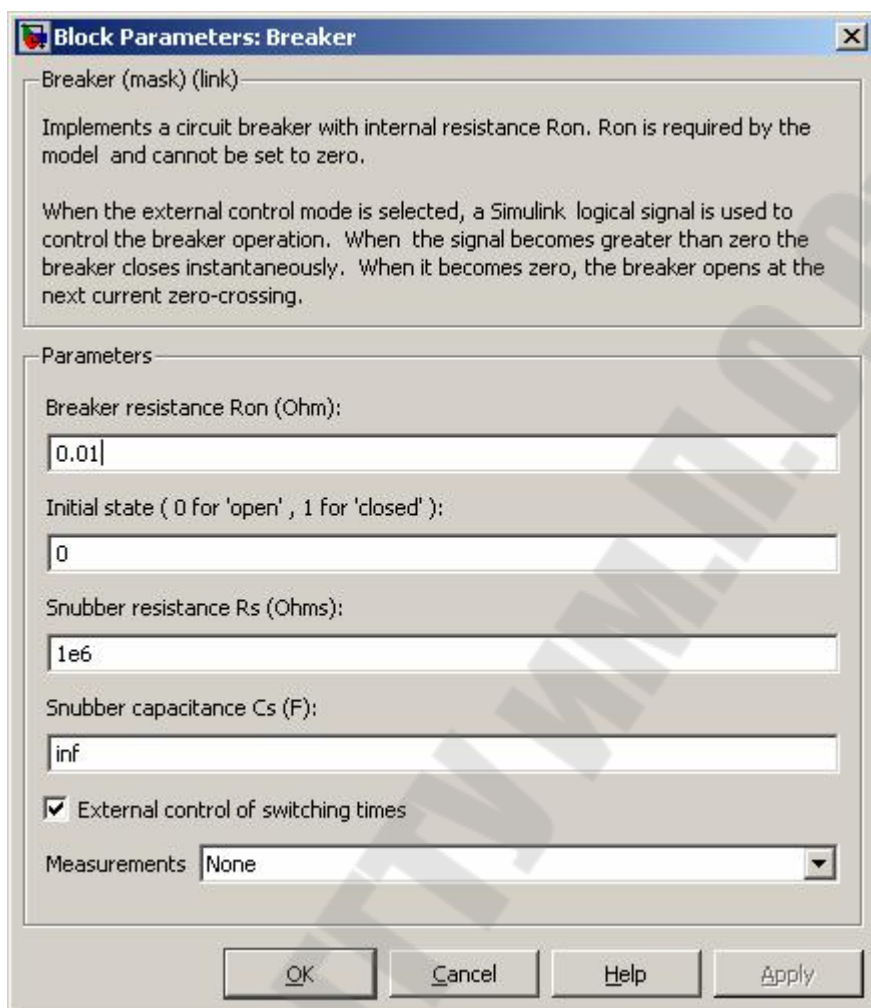
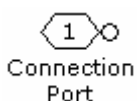


Рис. 6.45. Параметры прерывателя.



Connection Port

Connection Port – вывод.

Предназначен для указания точек подключения при выделении части схемы в подсистему. Является аналогом блоков In и Out библиотеки Port & Subsystems. Вид диалогового окна параметров вывода приведен на рис. 6.47.

Параметры вывода:

- Port Number – номер вывода;
- Port location on parent subsystem – положение вывода в графическом представлении содержащей его подсистемы (Left – слева, Right – справа).

Имя вывода отображается в графическом отображении подсистемы. Пример приведен на рис. 6.48.

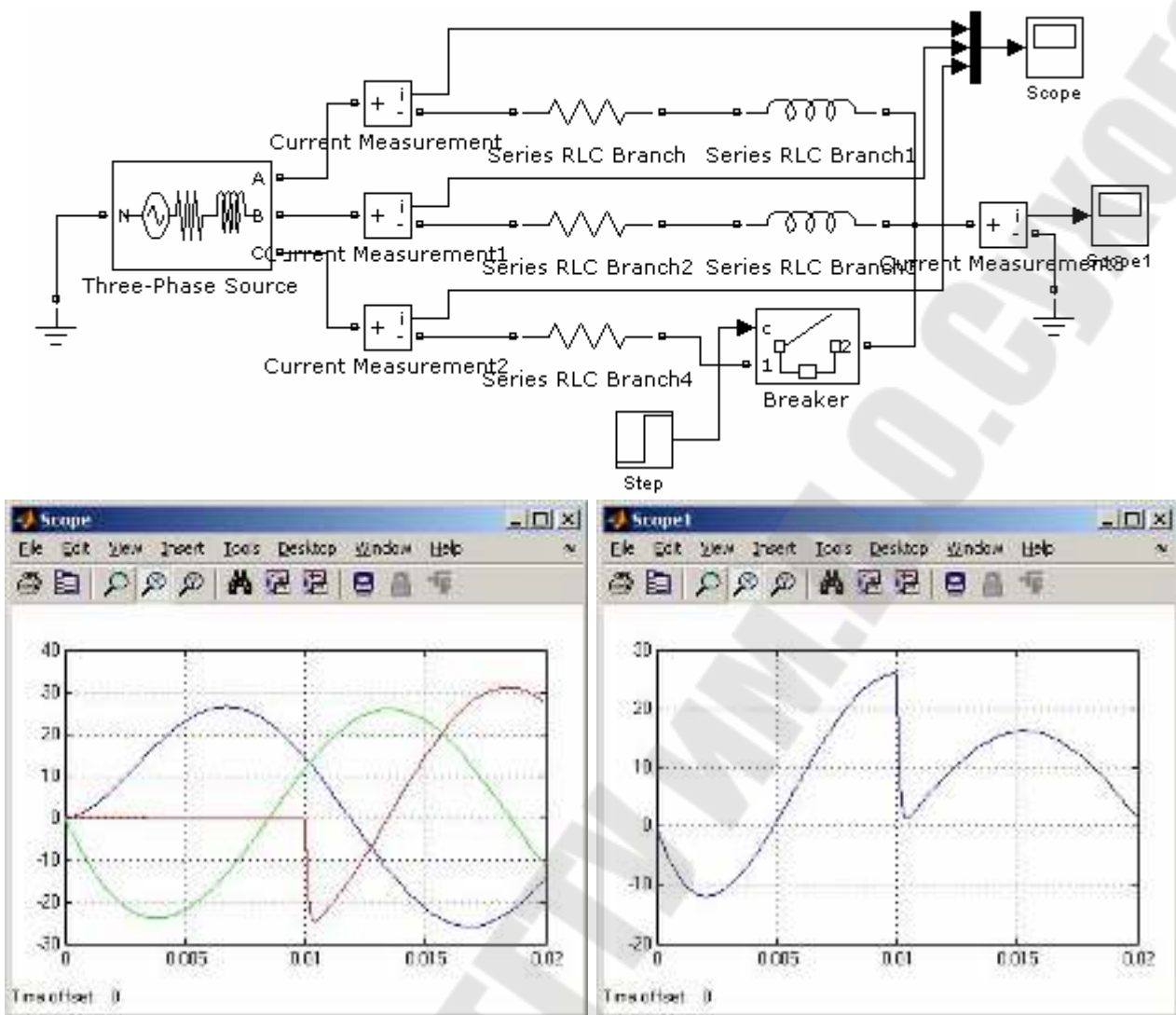


Рис. 6.46. Пример цепи с прерывателем и диаграммы токов.

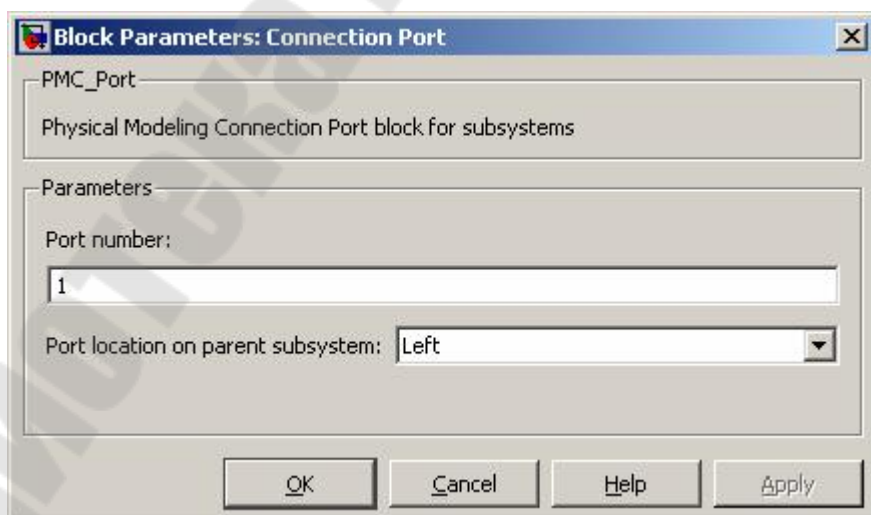


Рис. 6.47. Параметры вывода.

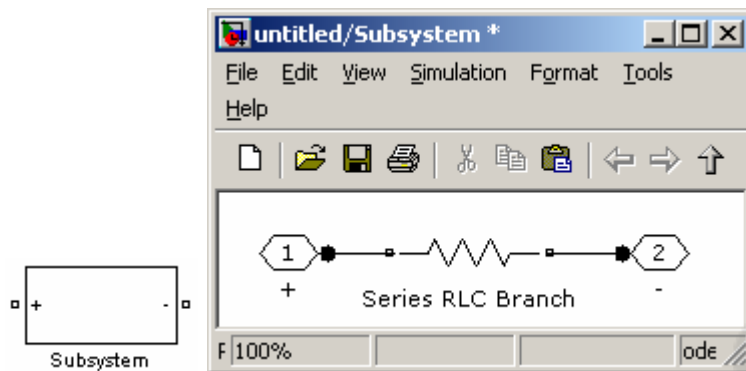
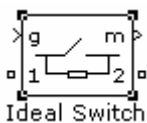


Рис. 6.48. Пример подсистемы.



Ideal Switch – идеальный ключ.

Вид диалогового окна параметров ключа приведен на рис. 6.49.

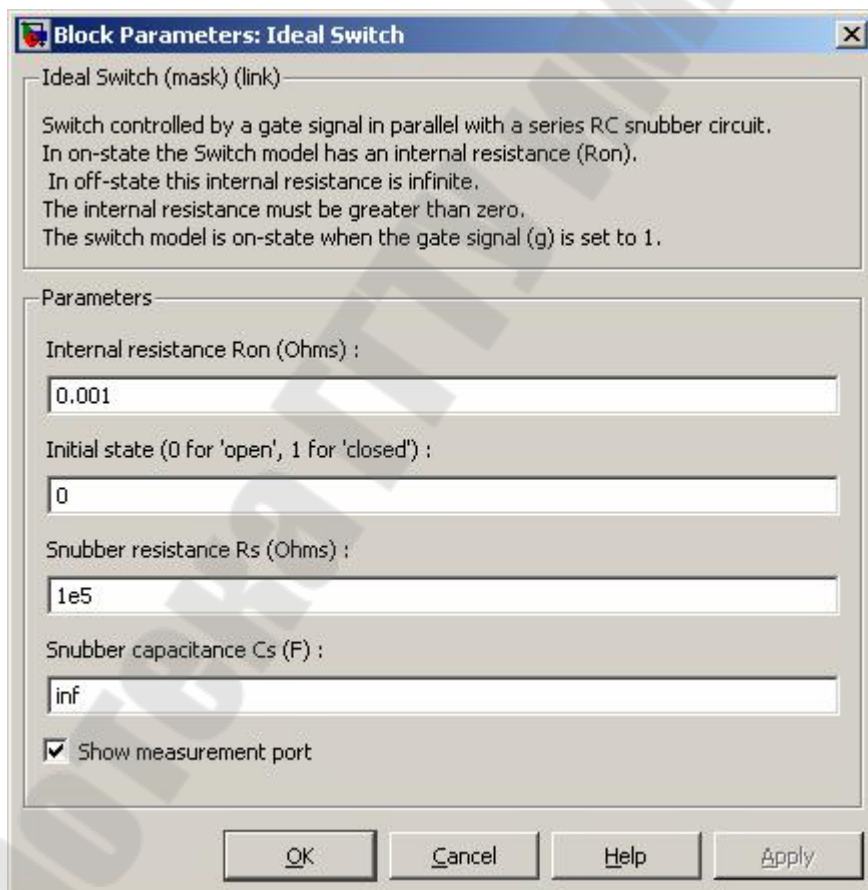
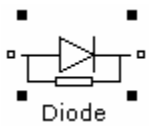


Рис. 6.49. Параметры ключа.

Параметры ключа:

- Internal resistance – сопротивление во включенном состоянии;
- Initial state – начальное состояние (выкл. – 0, вкл. – 1);
- Snubber resistance – активное сопротивление параллельной защитной RC-цепочки;

- Snubber capacitance – емкость конденсатора параллельной защитной RC-цепочки;
- Show measurement port – показать дополнительный выход, в который записывается вектор измеренных тока ключа и падения напряжения на нем.



Diode – диод.

Вид диалогового окна параметров диода приведен на рис. 6.50.

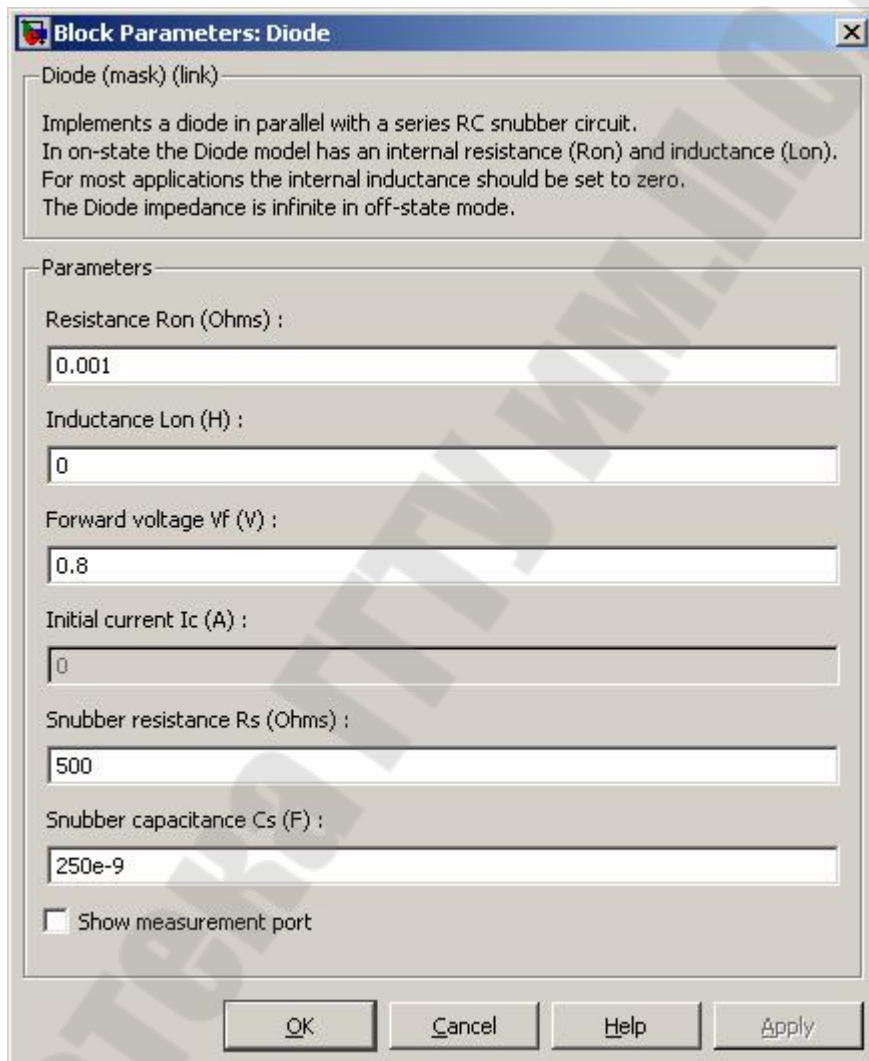
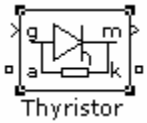


Рис. 6.50. Параметры диода.

Параметры диода:

- Resistance – сопротивление во включенном состоянии;
- Inductance – индуктивность;
- Forward voltage – прямое падение напряжения;
- Initial current – начальное значение тока;
- Snubber resistance – активное сопротивление параллельной защитной RC-цепочки;

- Snubber capacitance – емкость конденсатора параллельной защитной RC-цепочки;
- Show measurement port – показать дополнительный выход, в который записывается вектор измеренных тока диода и падения напряжения на нем.



Thyristor – тиристор.

Вид диалогового окна параметров тиристора приведен на рис. 6.51.

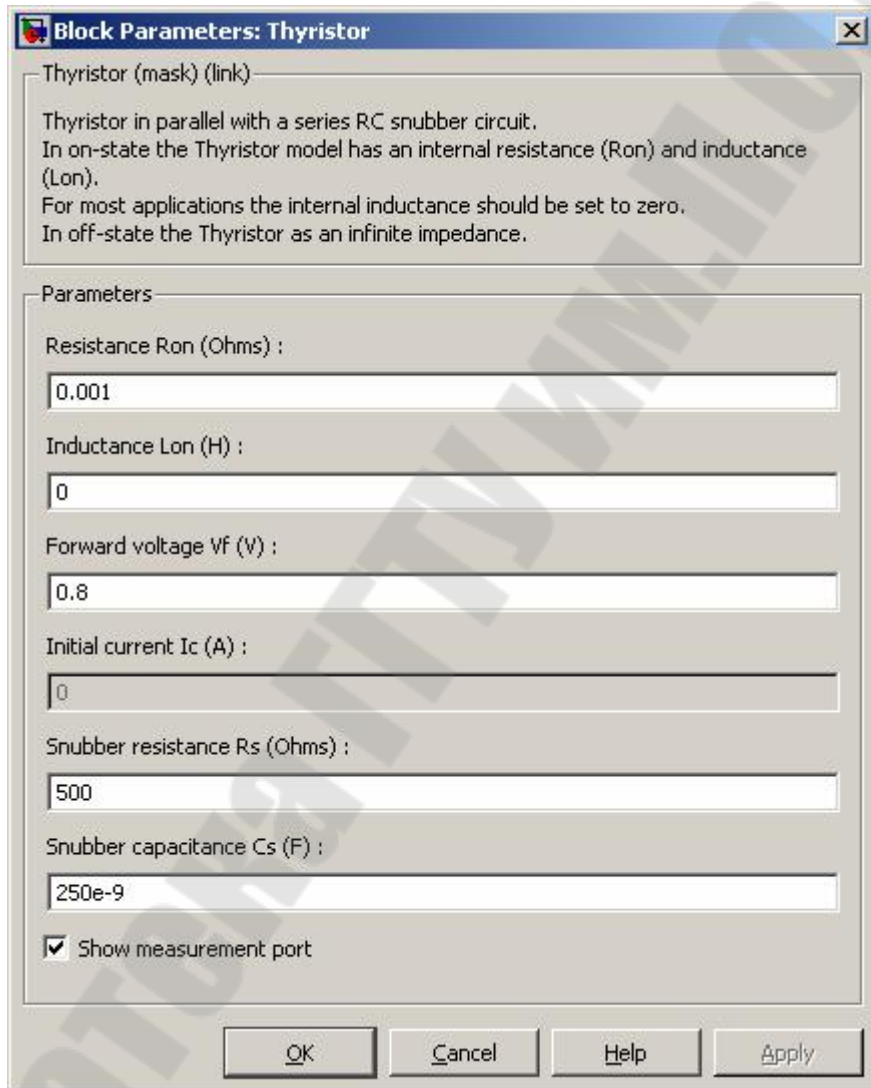


Рис. 6.51. Параметры тиристора.

Параметры тиристора аналогичны параметрам диода.

На рис. 6.52 показан пример схемы и диаграммы тока тиристора и падения напряжения на нем.

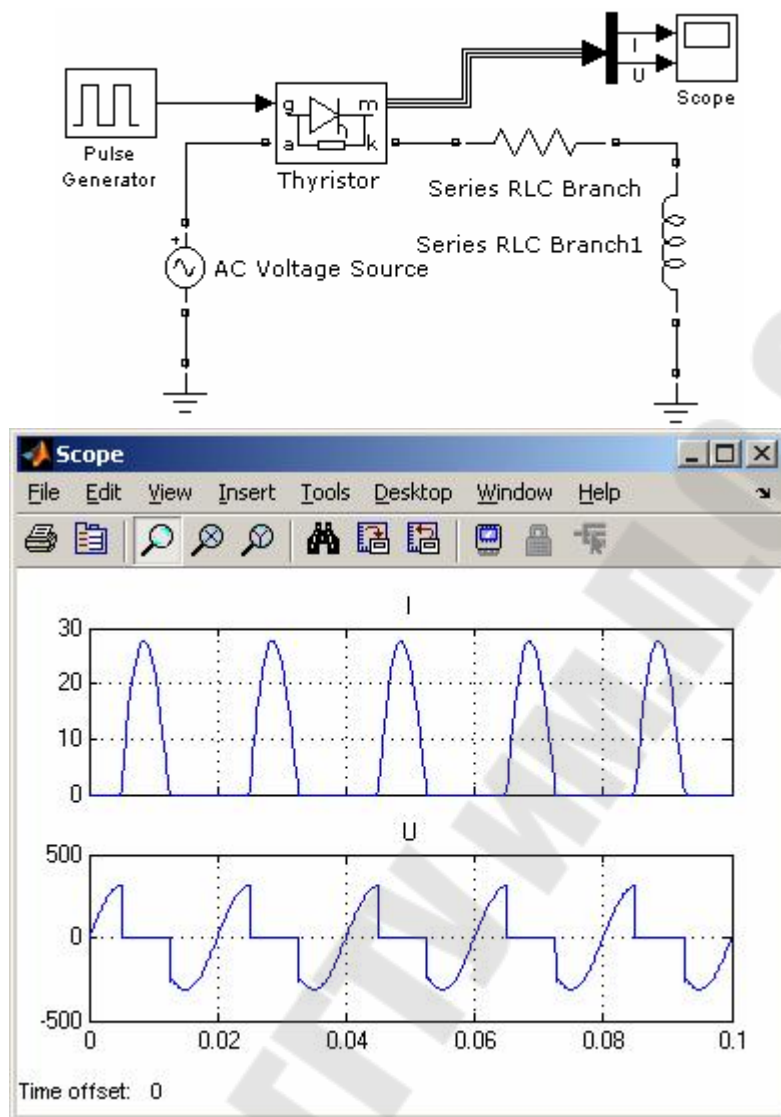
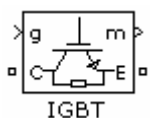


Рис. 6.52. Пример схемы и диаграммы тока тиристора и падения напряжения на нем.



IGBT – биполярный транзистор с изолированным затвором.

Вид диалогового окна параметров транзистора приведен на рис. 6.53.

Параметры транзистора:

- Resistance – сопротивление во включенном состоянии;
- Inductance – индуктивность;
- Forward voltage – прямое падение напряжения;
- Current 10% fall time – время снижения тока до 10% при выключении;
- Current tail time – время снижения тока от 10% до 0 при выключении;
- Initial current – начальное значение тока;
- Snubber resistance – активное сопротивление параллельной защитной RC-цепочки;

- Snubber capacitance – емкость конденсатора параллельной защитной RC-цепочки;
- Show measurement port – показать дополнительный выход, в который записывается вектор измеренных тока коллектора и падения напряжения коллектор-эмиттер.

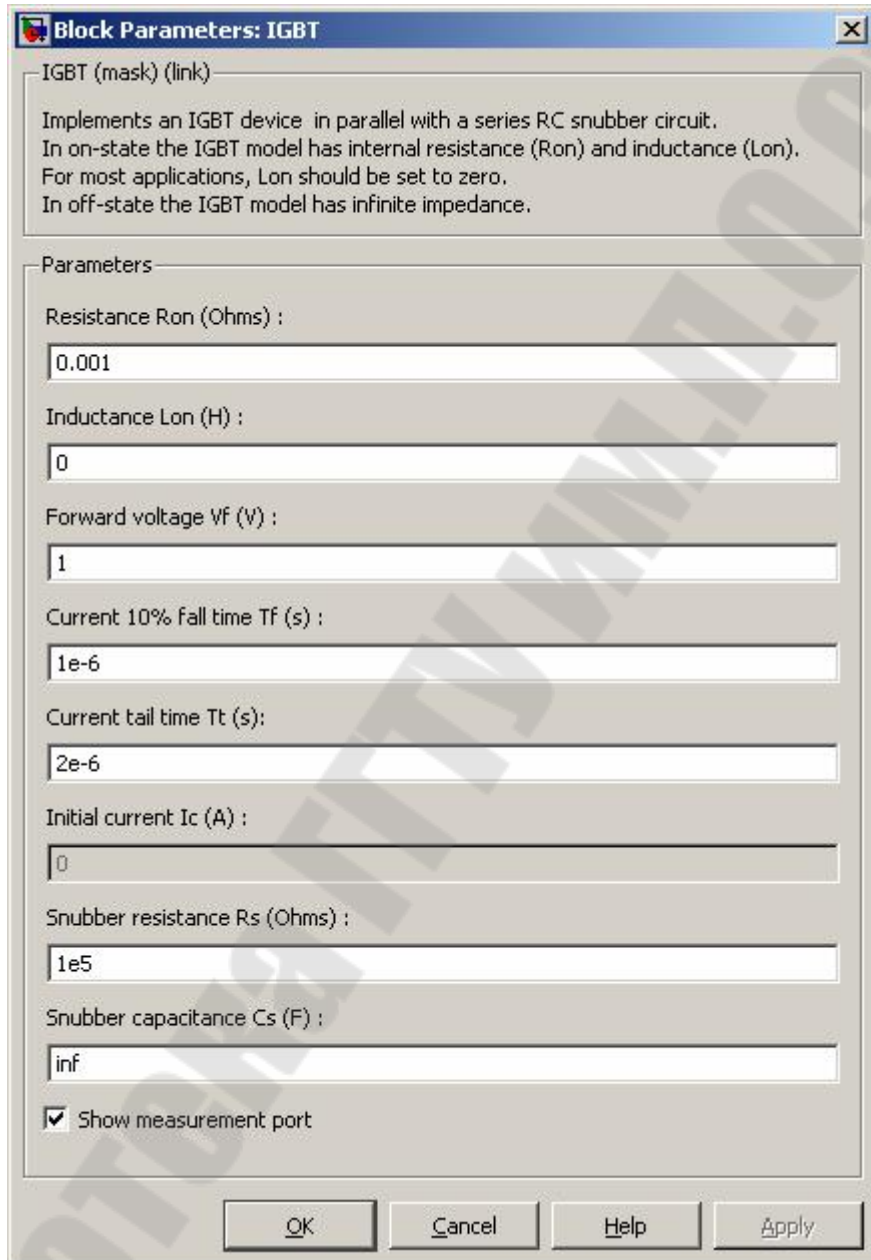
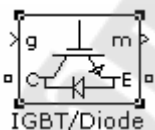


Рис. 6.53. Параметры транзистора.



IGBT/Diode – транзистор с антипараллельным диодом.

Данный элемент представляет собой идеальный ключ на транзисторе или запираемом тиристоре с антипараллельным диодом. Вид диалогового окна параметров приведен на рис. 6.54.

Параметры ключа:

- Internal resistance – сопротивление в проводящем состоянии;
- Snubber resistance – активное сопротивление параллельной защитной RC-цепочки;
- Snubber capacitance – емкость конденсатора параллельной защитной RC-цепочки;
- Show measurement port – показать дополнительный выход, в который записывается вектор измеренных тока ключа и падения напряжения на нем.

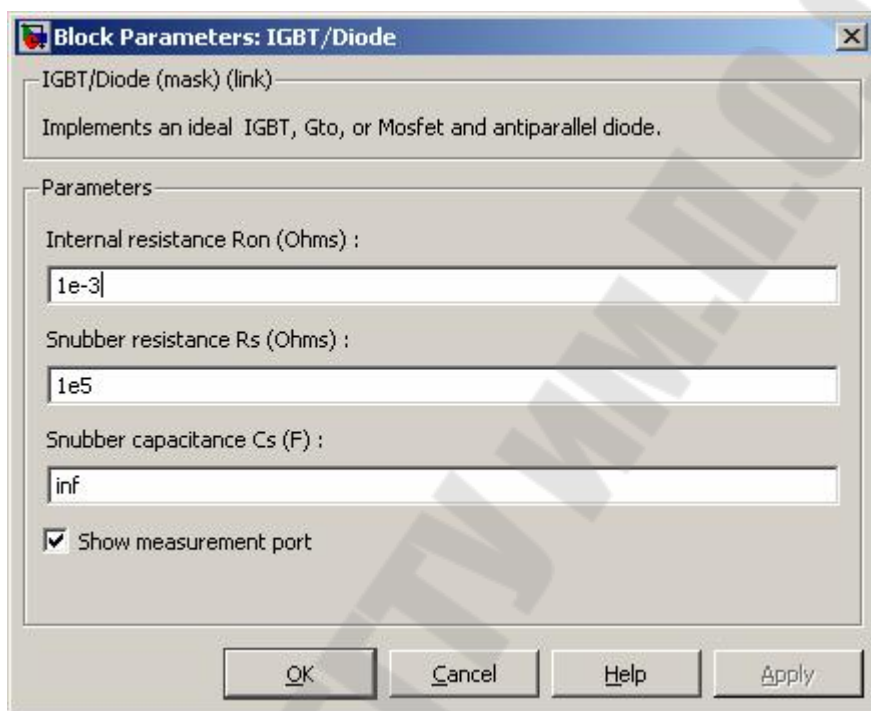
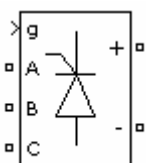


Рис. 6.54. Параметры ключа.



Universal Bridge

Universal Bridge – универсальный преобразователь.

Данный элемент представляет собой однофазный или трехфазный мост на различных полупроводниковых элементах. Может быть использован как в качестве выпрямителя, так и в качестве инвертора. Вид диалогового окна параметров приведен на рис. 6.55.

Параметры моста:

- Number of bridge arms – количество «плечей» моста (1 – однофазный двух-полупериодный преобразователь, 2 – однофазный мост, 3 – трехфазный мост);
- Snubber resistance – активное сопротивление параллельной защитной RC-цепочки;

- Snubber capacitance – емкость конденсатора параллельной защитной RC-цепочки;
- Power electronic device – тип полупроводниковых приборов моста (**Diodes**, **Thyristors**, **GTO/Diodes** – запираемые тиристоры с антипараллельными диодами, **MOSFET/Diodes** – МОП транзисторы с антипараллельными диодами, **IGBT/Diodes**, **Ideal Switches**, **Switching-function based VSC** – эквивалентная модель с использованием источников ЭДС в цепи переменного тока и источника тока в цепи постоянного, **Average-model based VSC** – эквивалентная модель в средних значениях, управляемая не импульсами, а напряжениями задания).

Остальные параметры соответствуют параметрам выбранного типа полупроводниковых приборов.

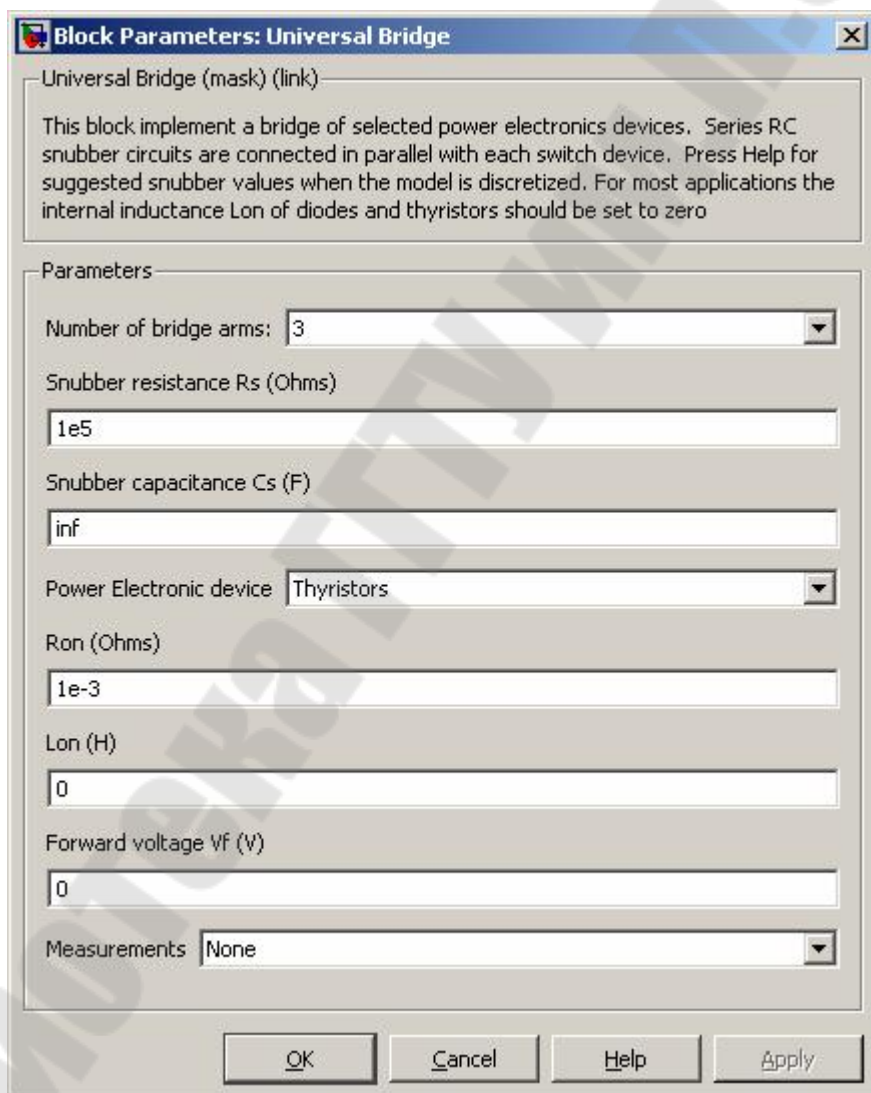
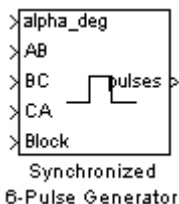


Рис. 6.55. Параметры моста.



Synchronized 6-Pulse Generator – генератор импульсов.

Данный блок предназначен для управления трехфазным мостовым преобразователем. Вид диалогового окна приведен на рис. 6.56.

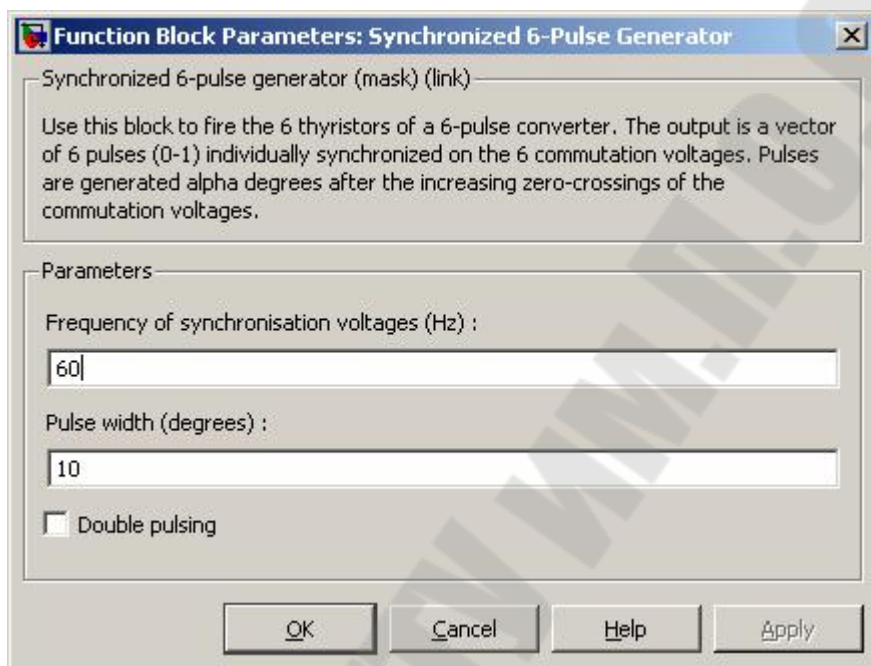
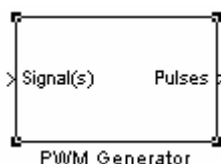


Рис. 6.56. Параметры генератора.

Параметры генератора:

- Frequency of synchronization voltages – частота напряжений синхронизации;
- Pulse width – ширина импульсов в градусах;
- Double pulsing – признак подачи поддерживающих импульсов, сдвинутых на 60°.



PWM Generator – генератор импульсов для ШИМ.

Данный блок предназначен для управления преобразователями с искусственной коммутацией – инверторами и ШИП на транзисторах и запираемых тиристорах. Напряжения управления подаются на вход **Signal(s)**. Вид диалогового окна приведен на рис. 6.57.

Параметры генератора:

- Generator mode – режим генератора (определяется числом «плечей» моста и количеством ключей);
- Carrier frequency – частота опорного напряжения (треугольной формы);

- Internal generation of modulating signal(s) – признак внутренней генерации сигналов управления;
- Modulation index – амплитуда управляющих напряжений (при включенном **Internal generation of modulating signal(s)**);
- Frequency of output voltage – частота выходного напряжения управляемого блоком инвертора (при включенном **Internal generation of modulating signal(s)**);
- Phase of output voltage – начальная фаза выходного напряжения управляемого блоком инвертора (при включенном **Internal generation of modulating signal(s)**).

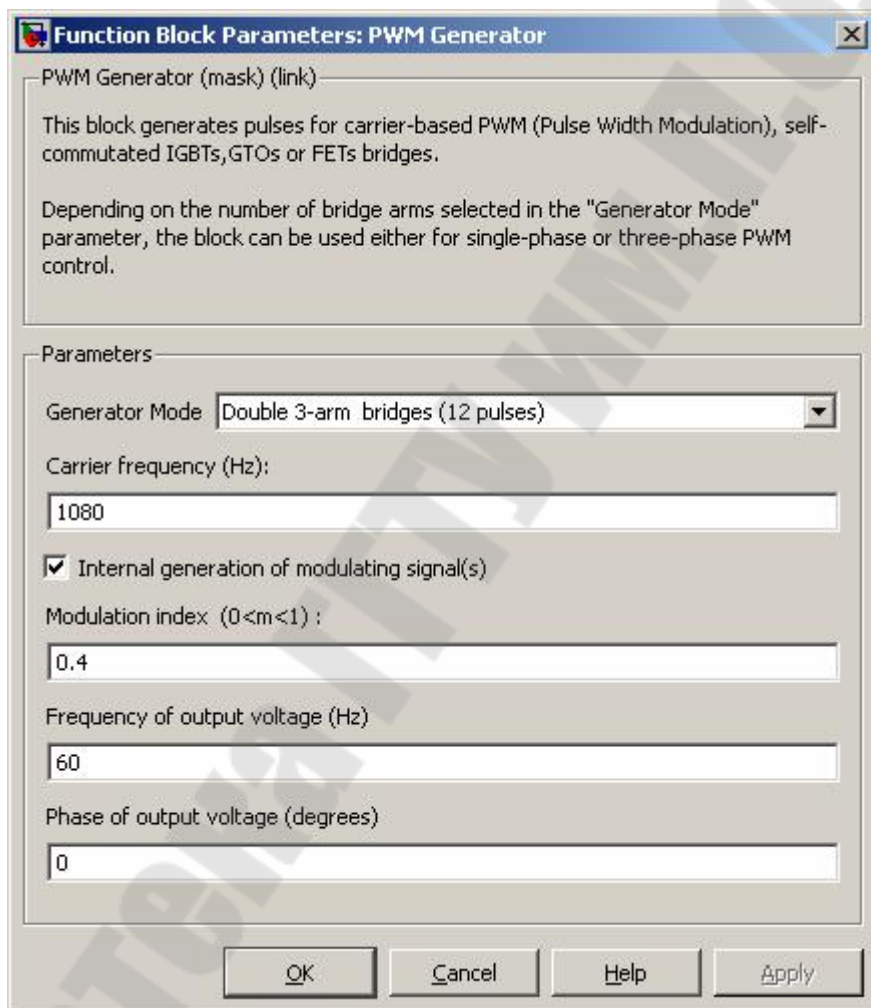
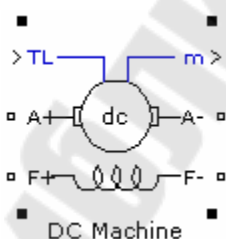


Рис. 6.57. Параметры генератора.



DC Machine – двигатель постоянного тока.

Данный блок основан на модели ДПТ с упрощенным представлением цепи

возбуждения, без учета влияния вихревых токов и нелинейности кривой намагничивания. **A+** и **A-** – зажимы якорной цепи. **F+** и **F-** – зажимы обмотки возбуждения. **TL** или **w** – вход для механической переменной (момент сопротивления либо скорость). **m** – выход вектора переменных модели двигателя, в котором они содержатся в следующем порядке: скорость, ток якоря, ток возбуждения, электромагнитный момент. Вид диалогового окна приведен на рис. 6.58.

Параметры ДПТ:

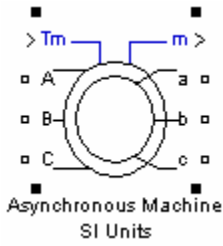
- Preset model – выбор одного из predetermined наборов параметров двигателя;
- Mechanical input – выбор входной переменной для модели механической части (**Torque TL** – момент сопротивления, **Speed w** – угловая скорость вращения);
- Armature resistance and inductance – активное сопротивление и индуктивность якорной цепи двигателя;
- Field resistance and inductance – активное сопротивление и индуктивность обмотки возбуждения;
- Field-armature mutual inductance – взаимоиנדуктивность между обмотками якоря и возбуждения. Однако в качестве этого параметра необходимо задавать произведение взаимоиנדуктивности на число пар полюсов, которое можно определить следующим образом

$$p_d \cdot L_{12} = \frac{k\Phi_H}{I_{BH}};$$

- Total inertia – суммарный момент инерции механической части;
- Viscous friction coefficient – коэффициент вязкого трения;
- Coulomb friction torque – момент сухого трения;
- Initial speed – начальное значение угловой скорости вращения.



Рис. 6.58. Параметры ДПТ.



Asynchronous Machine SI Units – Асинхронная машина (абсолютные единицы измерения).

Данный блок основан на модели эквивалентной двухфазной машины. Поэтому применение модели ограничено симметричностью напряжений и токов. **A, B, C** – зажимы обмотки статора, соединенной звездой. **a, b, c** – зажимы обмотки ротора (если в параметрах задан фазный ротор), соединенной звездой. **T_L** или **w** – вход для механической переменной (момент сопротивления либо скорость). **m** – выход вектора переменных модели двигателя, в котором они содержатся в следующем порядке: 3 фазных тока ротора, 2 тока ротора двухфазной модели, 2 потокосцепления ротора двухфазной модели, 2 напряжения на обмотках ротора двухфазной модели, 3 фазных тока статора, 2 тока статора двухфазной модели, 2 потокосцепления статора двухфазной модели, 2 напряжения на обмотках статора двухфазной модели, скорость вращения ротора, электромагнитный момент, угол поворота ротора. Вид диалогового окна приведен на рис. 6.59.



Рис. 6.59. Параметры асинхронной машины.

Параметры асинхронной машины:

- Preset model – выбор одного из predetermined наборов параметров двигателя;
- Mechanical input – выбор входной переменной для модели механической части (**Torque TL** – момент сопротивления, **Speed w** – угловая скорость вращения);
- Rotor type – тип ротора (**Wound** – фазный, **Squirrel-cage** – беличья клетка);
- Reference frame – координатная система двухфазной модели (**Rotor** – связанная с ротором, **Stationary** – со статором, **Synchronous** – с полем статора);
- Nominal power, voltage (line-line), and frequency – вектор из трех параметров: номинальная мощность, номинальное линейное напряжение, номинальная частота;
- Stator resistance and inductance – активное сопротивление и индуктивность рассеяния обмотки статора;
- Rotor resistance and inductance – активное сопротивление и индуктивность рассеяния обмотки ротора, приведенные к обмотке статора;
- Mutual inductance – взаимоиндуктивность между обмотками;
- Inertia, friction factor and pole pairs – момент инерции, коэффициент вязкого трения и число пар полюсов;
- Initial conditions – вектор начальных условий для следующих переменных: скольжение, электрический угол поворота ротора, 3 амплитуды токов статора, 3 фазы токов статора, 3 амплитуды токов ротора (для двигателя с фазным ротором), 3 фазы токов ротора (для двигателя с фазным ротором);
- Simulate saturation – признак учета кривой намагничивания;
- Saturation parameters – матрица для учета кривой намагничивания с помощью интерполяции полиномом 5-ой степени, состоящая из двух строк. Первая строка – значения тока статора. Вторая – напряжения на статоре. Первые значения должны соответствовать началу изгиба кривой намагничивания. Значения в матрице должны соответствовать режиму холостого хода.

На рис. 6.60 показан пример модели и диаграммы переходных процессов подключения двигателя 4A112M2 к сети и наброса нагрузки. Ограничением модели асинхронного двигателя является то, что обмотки учитываются по отношению к внешней цепи как источники токов, поэтому нельзя подключать последовательно индуктивные элементы без подключения параллельно активных сопротивлений.

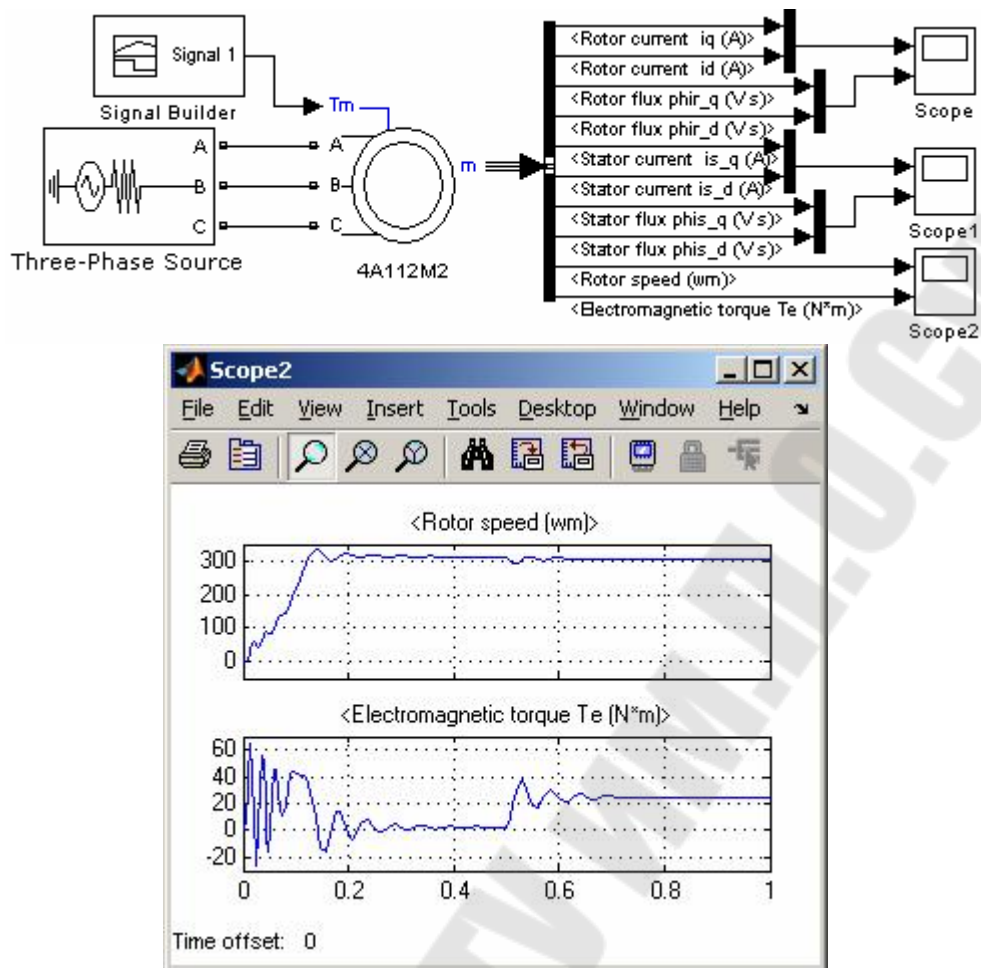


Рис. 6.60. Пример модели с асинхронной машиной и диаграммы переходных процессов.

6.4.5. Синтез регуляторов

В Simulink имеется несколько инструментов синтеза регуляторов. Рассмотрим инструмент Time-domain response optimization. Порядок работы следующий:

1. Сформировать модель объекта управления и системы управления.
2. В рабочей области Matlab создать переменные для параметров регулятора и задать для них начальные значения. Для этого можно выполнить команды присвоения в окне **Command Window**, как показано на рис. 6.61. Параметры блоков, входящих в состав регулятора, задать используя эти переменные. Следует иметь ввиду, что блок производной использовать нельзя. Для ПИ-регулятора передаточная функция раскладывается на сумму двух составляющих

$$W(p) = K \cdot \frac{T \cdot p + 1}{T \cdot p} = K + \frac{K}{T \cdot p}$$

и собирается в Matlab как параллельное соединение. Для ПИД-регулятора вместо производной в дифференцирующей составляющей следует

использовать дифференцирующее звено с замедлением с малой постоянной времени τ в знаменателе

$$W(p) = K \cdot \frac{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}{T_1 \cdot p} \approx K \cdot \frac{T_2 \cdot p}{\tau \cdot p + 1} + K \cdot \frac{T_1 + T_2}{T_1} + \frac{K}{T_1 \cdot p}$$

```

Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
>> Krt=0.01

Krt =

    0.0100

>> Trt=0.01

Trt =

    0.0100

fx >>
    
```

Рис. 6.61. Присвоение начальных значений параметрам регулятора в окне команд.

3. Задать входные сигналы системы управления для получения на выходе системы ожидаемой реакции.
4. Задать интервал расчета и, при необходимости, изменить метод расчета и шаг.
5. Добавить в модель блок **Signal Constraint** библиотеки **Simulink Response Optimization**. Для удобства работы перед блоком желательно задать коэффициент передачи для перевода значения сигнала в относительные единицы. Пример подготовленной модели показан на рис. 6.62.

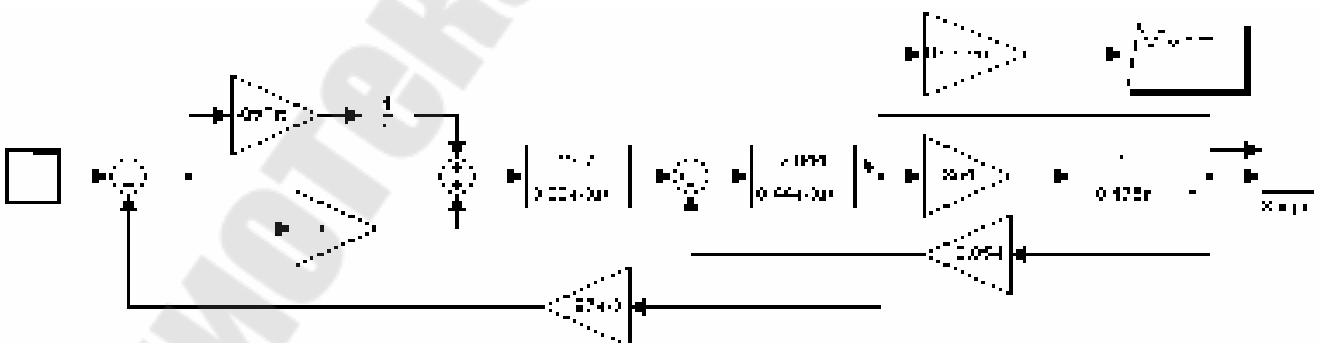


Рис. 6.62. Пример модели контура тока якоря, подготовленной к оптимизации.

6. Двойным щелчком мышкой по блоку **Signal Constraint** открыть окно диаграммы ограничения сигнала.
7. Для указания параметров регулятора в меню **Optimization** выбрать пункт **Tuned parameters...** В появившемся окне, показанном на рис. 6.63, для

добавления переменных регулятора из рабочей области нажать кнопку **Add**. В окне выбора, показанном на рис. 6.64, выбрать необходимые переменные рабочей области и нажать **Ok**. Окно параметров после этого примет вид, показанный на рис. 6.65. Тут можно задать допустимые пределы для каждого параметра. После завершения работы со списком параметров нажать **Ok**.

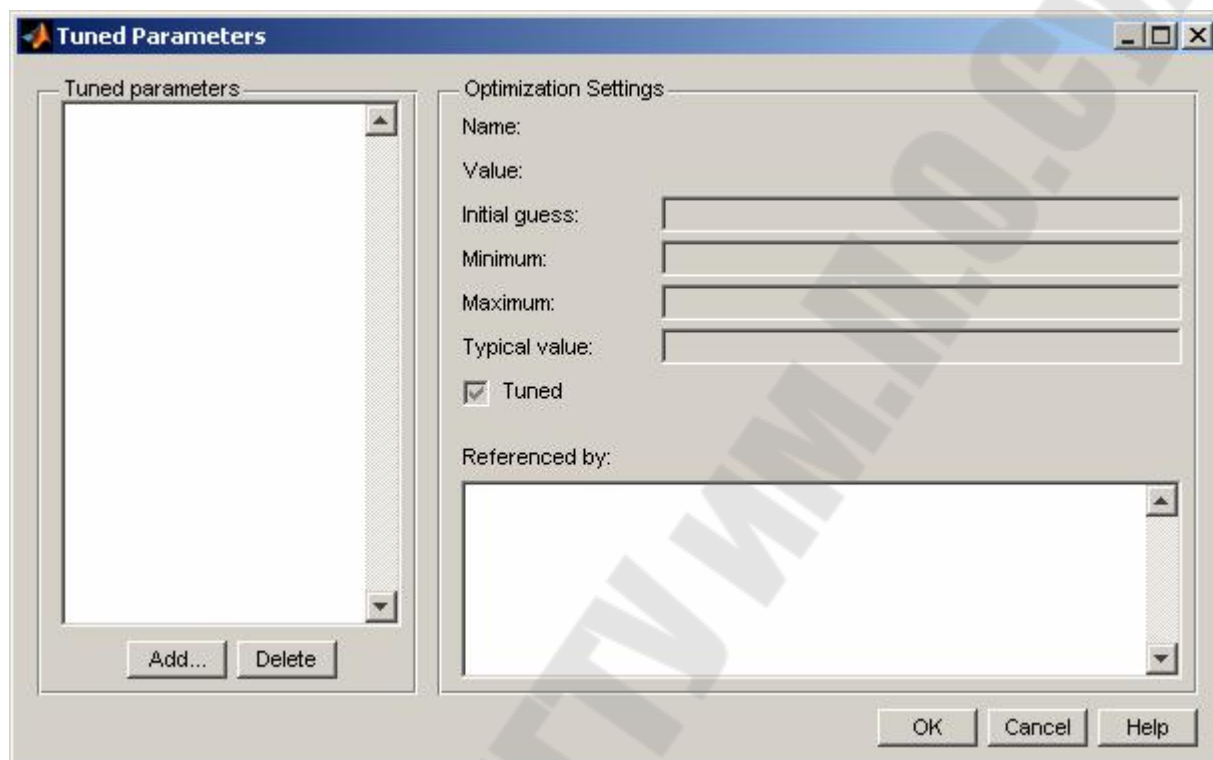


Рис. 6.63. Окно списка параметров для настройки.

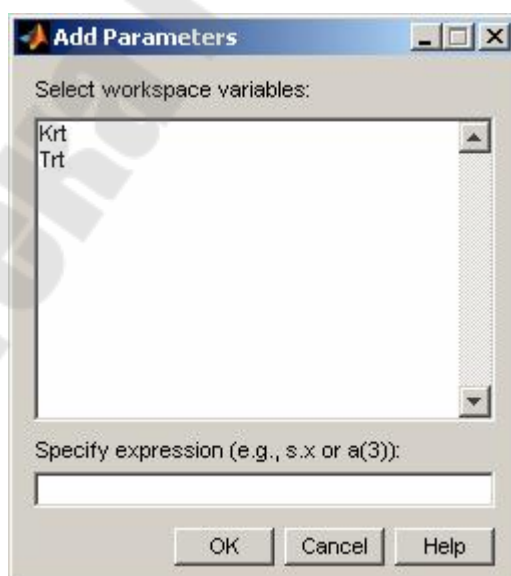


Рис. 6.64. Окно выбора переменных.

8. В окне редактирования ограничений сигнала отредактировать их. Перетаскивать можно сегменты и точки диаграммы. Для точного указания

значений необходимо воспользоваться соответствующим инструментом. Для этого в контекстном меню сегмента, показанном на рис. 6.66, выбрать пункт меню **Edit...** Вид окна редактирования показан на рис. 6.67. Выпадающий список **Design Requirement** позволяет переключаться между нижней **Lower time response bound** и верхней **Upper time response bound** границами области. Колонки **Time** и **Amplitude** указывают время и значение сигнала в начале **Start** и конце **End** сегмента диаграммы. Колонки **Slope** и **Weight** содержат значение скорости изменения и значимости сегмента. Значимость может принимать значения от 0 до 1. При значении 0 сегмент не учитывается. При 1 – обязателен.

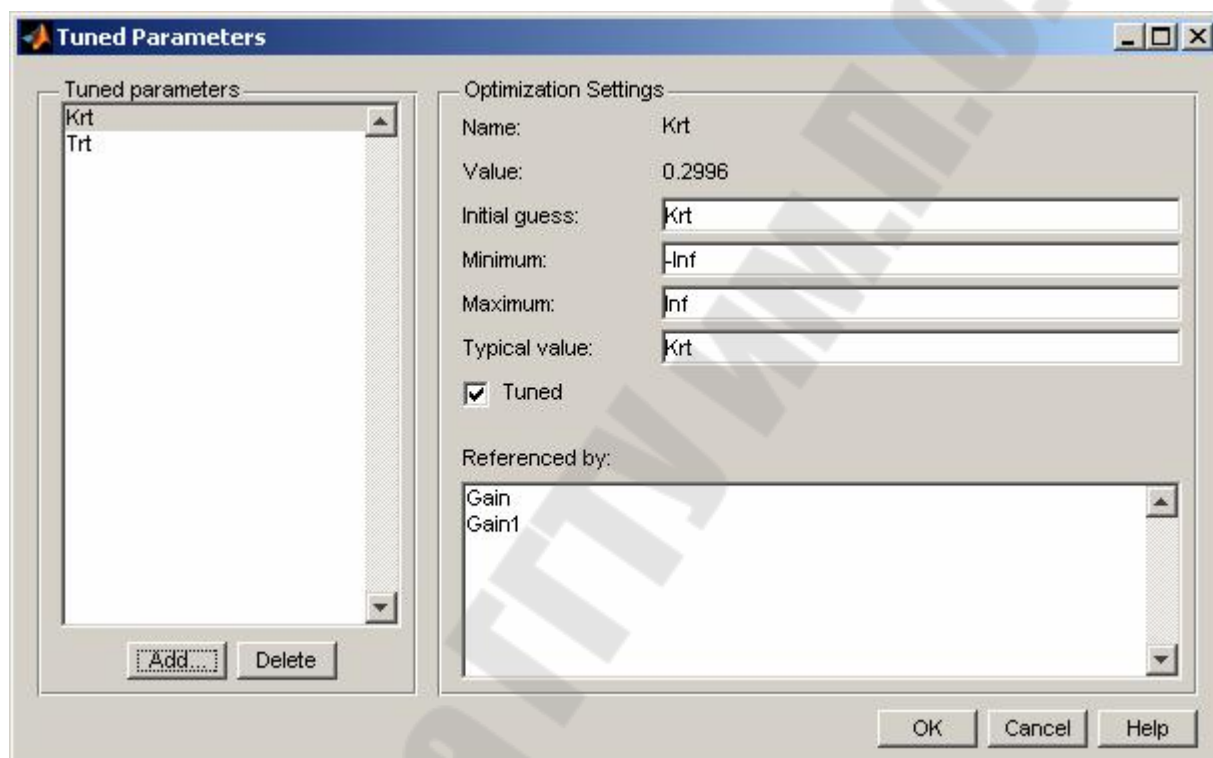


Рис. 6.65. Окно списка параметров для настройки.

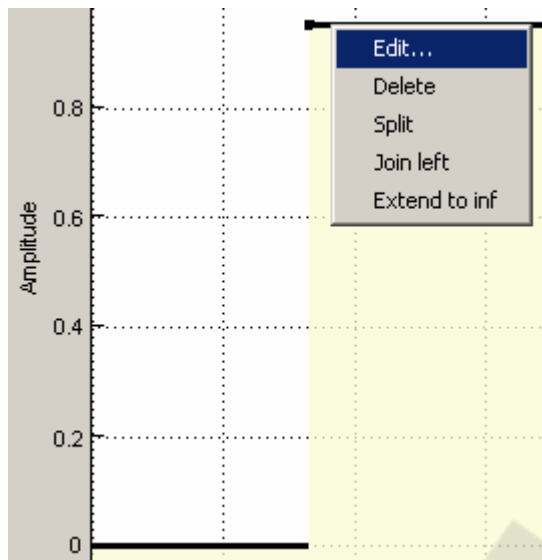


Рис. 6.66. Контекстное меню сегмента области ограничения сигнала.

9. После задания параметров и редактирования области ограничения сигнала для старта процесса оптимизации необходимо выбрать в меню **Optimization** пункт **Start** или нажать соответствующую кнопку на панели инструментов. В процессе оптимизации отображается ход выполнения и полученные диаграммы сигнала. Окно хода выполнения и результаты оптимизации показаны на рис. 6.68 и 2.69.

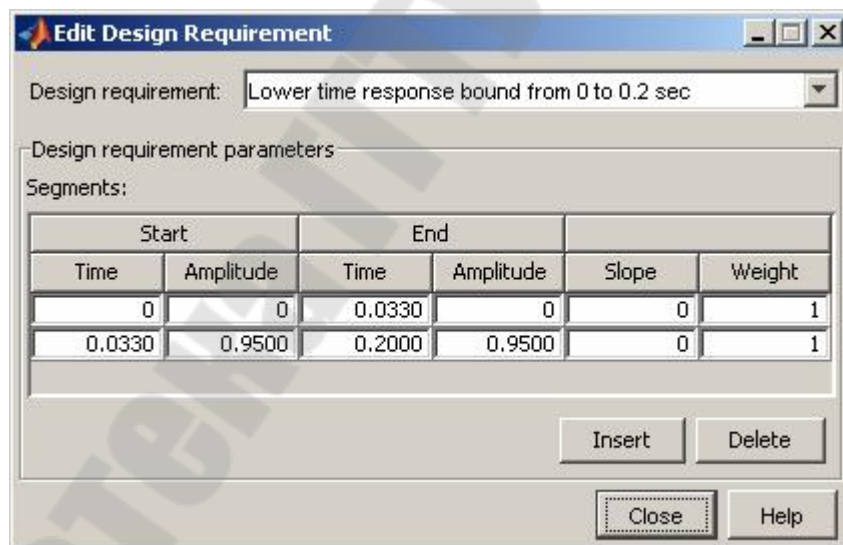


Рис. 6.67. Окно редактирования области ограничения сигнала.

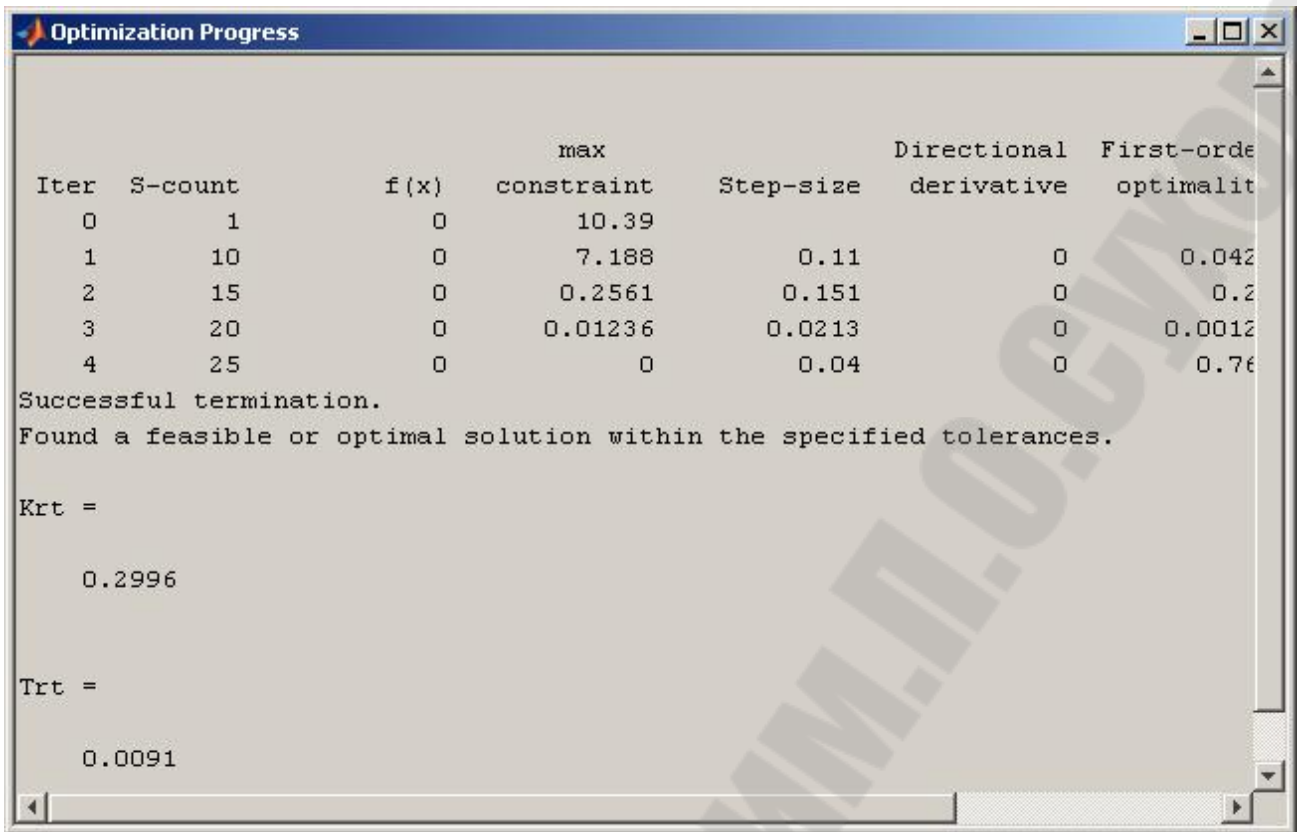


Рис. 6.68. Окно хода выполнения и результатов оптимизации.

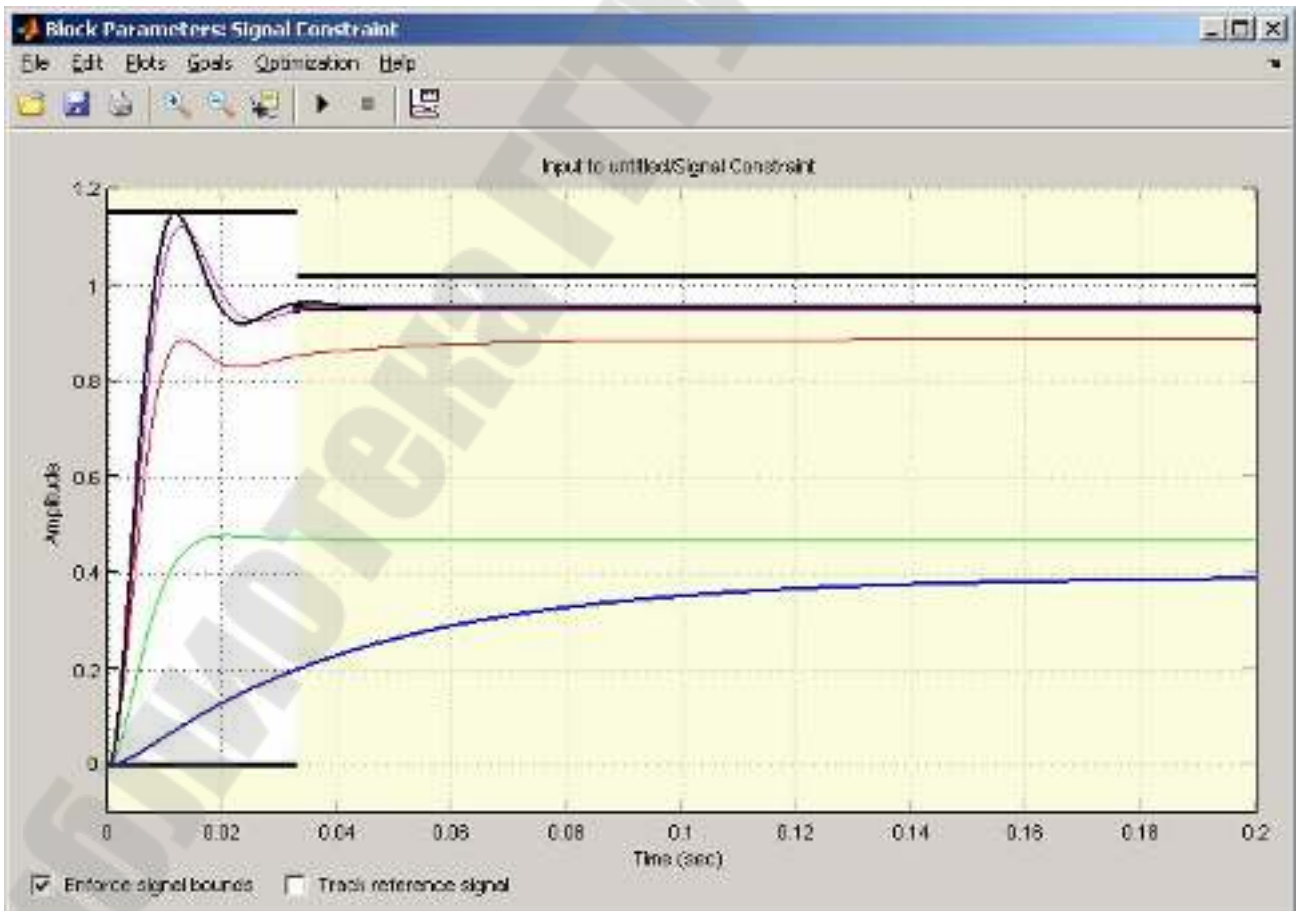


Рис. 6.69. Окно области ограничения с полученными диаграммами сигнала.

Библиотека ГГТУ им. П.О.Сухого

Литература

1. Анучин, А.С. Системы управления электроприводов: учебник для вузов / А.С. Анучин. – Москва: Академия, 2015. – 371 с.
2. Берков, Н.А. Применение пакета MATHCAD: практикум / Н.А. Берков, Н.Н. Елисеева. – Москва: МГИУ, 2006. – 131 с.
3. Герман-Галкин, С.Г. Matlab & Simulink: проектирование мехатронных систем на ПК. – Санкт-Петербург: КОРОНА-Век, 2008 – 367 с.
4. Гультияев А. Визуальное моделирование в среде MATLAB: учебный курс. – Санкт-Петербург: Питер, 2000. – 432 с.
5. Егоров, В.Н., Корженевский-Яковлев, О.В. Цифровое моделирование систем электропривода. – Ленинград: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1986. – 167 с.
6. Копылов, И.П. Математическое моделирование электрических машин: учебник для вузов / И.П. Копылов. – Изд 3-е. – Москва: Высшая школа, 2001. – 326 с.
7. Крылов, В.И. Вычислительные методы: учеб. пособие для вузов. – Москва: Наука, 1976. – 302 с.
8. Максфилд, Б. Mathcad в инженерных расчетах / Brent Максфилд; пер. с англ. Н.Ю. Устьян. – Санкт-Петербург: Корона-Век: Киев: МК-Пресс, 2010 – 365 с.
9. Охорзин, В.А. Компьютерное моделирование в системе Mathcad: учеб. пособие для вузов. – Москва: Финансы и статистика, 2006 – 143 с.
10. Тарасик, В.П. Математическое моделирование технических систем: учебник для ст-ов вузов / В.П. Тарасик. – Минск: ДизайнПРО, 1997. – 640 с.
11. Шушкевич, Г.Ч. Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14: учебное пособие. В 2 ч. Ч. 2 / Г.Ч. Шушкевич, С.В. Шушкевич. – Минск: Издательство Гревцова, 2012 – 256 с.

Содержание

| | |
|---|----|
| Введение | 3 |
| 1. Математическое моделирование | 4 |
| 1.1. Классификация математических моделей | 6 |
| 1.2. Классификация методов численного решения систем дифференциальных уравнений | 8 |
| 1.3. Методы численного решения систем дифференциальных уравнений | 8 |
| 1.4. Численное дифференцирование | 10 |
| 1.5. Рекомендации по выбору численных методов | 11 |
| 2. Модели элементов систем автоматического управления электроприводами | 16 |
| 2.1. Модели регуляторов | 16 |
| 2.2. Модели датчиков координат электроприводов | 19 |
| 3. Модели элементов силовой части электропривода | 21 |
| 3.1. Электромеханический преобразователь. Обобщенная электрическая машина | 21 |
| 3.2. Линейное преобразование уравнений обобщенной электрической машины | 25 |
| 3.3. Представление уравнений обобщенной электрической машины в различных системах координат | 30 |
| 3.4. Трехфазно-двухфазные преобразования переменных | 31 |
| 3.5. Модель ДПТ независимого возбуждения | 34 |
| 3.6. Модель ДПТ последовательного возбуждения | 39 |
| 3.7. Модель асинхронного электродвигателя | 42 |
| 3.8. Модель синхронного электродвигателя | 51 |
| 3.9. Модели силовых преобразователей | 53 |
| 3.9.1. Тиристорный преобразователь | 53 |
| 3.9.2. Упрощенная модель тиристорного преобразователя | 55 |
| 3.9.3. Нелинейная непрерывная модель преобразователя | 57 |
| 3.9.4. Имитационная модель преобразователя | 59 |
| 4. Модели систем автоматического управления электроприводами | 64 |
| 4.1. Модель двухзонной системы автоматического управления скоростью двигателя постоянного тока | 64 |
| 4.2. Модель системы частотного управления скоростью асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором | 66 |
| 5. Программа MathCAD | 68 |
| 5.1. Структурные преобразования и операции с передаточными функциями | 68 |
| 5.2. Построение логарифмических частотных характеристик | 70 |
| 5.3. Расчет переходных процессов | 73 |
| 6. Matlab Simulink | 80 |
| 6.1. Основы работы с Simulink | 80 |
| 6.2. Расчет переходных процессов | 87 |
| 6.3. Обзор наиболее часто используемых блоков | 88 |
| 6.3.1. Библиотека линейных элементов – Continuous | 88 |

| | |
|---|-----|
| 6.3.2. Библиотека математических операций – Math Operations | 91 |
| 6.3.3. Библиотека приемников сигналов – Sinks | 92 |
| 6.3.4. Библиотека источников сигналов – Sources | 96 |
| 6.3.5. Библиотека нелинейных элементов – Discontinuities | 96 |
| 6.4. Дополнительные средства и инструменты Matlab Simulink | 100 |
| 6.4.1. Блок решения системы дифференциальных уравнений | 100 |
| 6.4.2. Анализ линейных систем | 102 |
| 6.4.3. Вложенные подсистемы (библиотека Ports & Subsystems) | 107 |
| 6.4.4. Библиотека блоков SymPowerSystems | 109 |
| 6.4.5. Синтез регуляторов | 137 |
| Литература | 144 |

**Захаренко Владимир Сергеевич
Дорощенко Игорь Васильевич**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ**

**Учебно-методическое пособие
по одноименной дисциплине
для студентов специальности 1-53 01 05
«Автоматизированные электроприводы»
дневной формы обучения**

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 24.04.18.

Рег. № 66Е.

<http://www.gstu.by>