

Министерство образования Республики Беларусь

**Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»**

Институт повышения квалификации и переподготовки

**Кафедра «Разработка, эксплуатация нефтяных
месторождений и транспорт нефти»**

А. Т. Бельский

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

ПОСОБИЕ

**для слушателей специальности переподготовки
1-51 02 71 «Разработка и эксплуатация нефтяных
и газовых месторождений»
заочной формы обучения**

Гомель 2018

УДК 621.01:531.8(075.8)
ББК 34.41я73
Б44

*Рекомендовано кафедрой «Разработка, эксплуатация
нефтяных месторождений и транспорт нефти» ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 2 от 15.09.2017 г.)*

Рецензент: доц. каф. «Металлорежущие станки и инструменты»
ГГТУ им. П. О. Сухого канд. техн. наук, доц. *З. Я. Шабакеева*

Атвиновская, Т. В.

Б44 Прикладная механика : пособие для слушателей специальности переподготовки 1-51 02 71 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений» заоч. формы обучения / А. Т. Бельский. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2018. – 130 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <https://elib.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Приведены теоретические сведения из курсов «Теоретическая механика» и «Механика материалов».

УДК 621.01:531.8(075.8)
ББК 34.41я73

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2018

Тема 1. Общие сведения статики, кинематики и динамики механической системы

Основные определения статики. *Статикой* называется та часть механики, где изучаются условия, которым должны удовлетворять силы, действующие на систему материальных точек, для того чтобы система находилась в равновесии, и условия эквивалентности систем сил.

Материальная точка – геометрическая точка с массой.

Абсолютно твёрдое тело – совокупность материальных точек, расстояния между которыми остаются неизменными независимо от действующих сил.

Сила - количественная мера механического взаимодействия материальных тел, характеризующаяся величиной, направлением и точкой приложения и является векторной величиной.



Рис. 1.1

Линия действия силы (рис. 1.1) - прямая, вдоль которой направлена сила.

Системой сил называется совокупность сил, приложенных к одному твердому телу.

Равнодействующей силой называется сила, действие которой эквивалентно действию на тело системы сил.

Уравновешенной системой сил называется система сил, которая после приложения к покоящемуся свободному твердому телу не нарушает его состояния покоя.

Свободным называется твердое тело, которому можно сообщить из данного положения любое перемещение в пространстве.

Несвободным называется тело, если свобода его перемещения в пространстве ограничена другими телами.

Связями называются геометрические условия, ограничивающие перемещение тела.

Реакциями связей называются силы, с которыми связи действуют на данное тело.

Задаваемыми или активными силами называются силы, не являющиеся реакциями связей.

Распределенными называются силы, которые приложены к телу во всех точках части поверхности или во всех точках объема тела.

Сосредоточенной силой называется сила, если она приложена в одной точке.

Центр масс (центр инерции) - точка, характеризующая распределение масс в механической системе, которая при перемещении системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена вся масса системы.

Центр тяжести - точка, неизменно связанная с твердым телом, через которую проходит равнодействующая всех сил тяжести, действующих на частицы этого тела при любом его положении в пространстве. Центр тяжести совпадает с центром масс.

Аксиомы статики твердого тела. Обобщая опыт изучения физических законов природы, Галилей и Ньютон сформулировали основные законы механики, которые могут рассматриваться как аксиомы статики, так как имеют в своей основе экспериментальные факты.

Аксиома 1 (о равновесии двух сил). Две силы, приложенные к абсолютно твердому телу, уравниваются тогда и только тогда, когда они равны по величине, противоположно направлены и имеют общую линию действия (рис. 1.2).

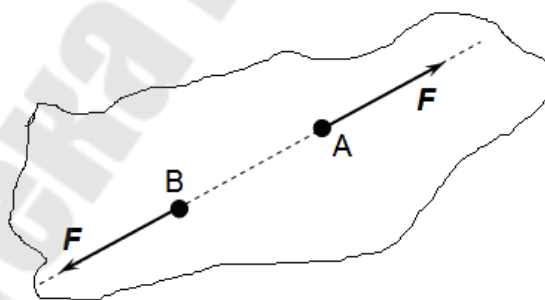


Рис. 1.2

Аксиома 2 (о присоединении и исключении уравновешенных сил). Действие данной системы сил на твердое тело не изменяется, если к ней присоединить или исключить из нее уравновешенную систему (рис. 1.3).

Из аксиом 1 и 2 логически получаем следствие: не изменяя действия силы на твердое тело, можно переносить точку приложения силы вдоль линии действия.

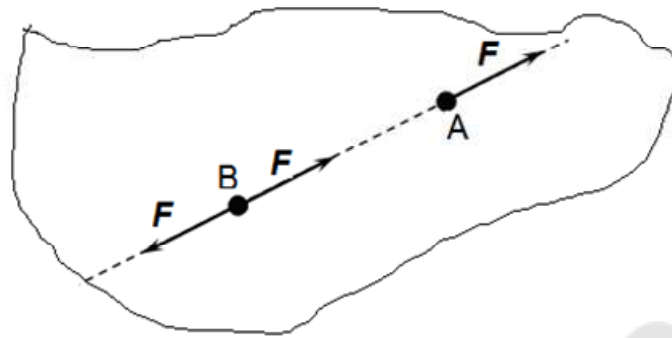


Рис. 1.3

Аксиома 3 (закон параллелограмма). Равнодействующая двух сил, приложенных к одной точке тела под углом друг к другу, выражается по величине и по направлению диагональю параллелограмма, построенного на заданных силах (рис. 1.4).

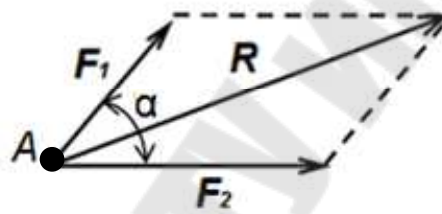


Рис. 1.4

Величину равнодействующей силы можно определить по теореме косинусов

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}.$$

Аксиома 4 (о действии и противодействии). Два тела действуют друг на друга с силами, равными по величине ($F_{21} = F_{12}$) и направленными по одной прямой в противоположные стороны (рис. 1.5).

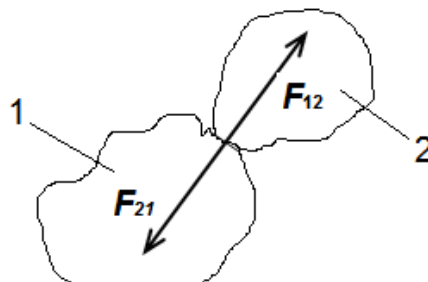


Рис. 1.5

Аксиома 5 (аксиома освобождения от связей). Не изменяя состояния несвободного тела, можно отбросить наложенные на него связи, приложив их реакции, после чего рассматривать тело как свободное.

Виды связей и их реакции. Из имеющего многообразия видов связей рассмотрим три вида связей и покажем их реакции.

1. Реакция шарнирно-подвижной опоры без трения направлена перпендикулярно к опорной поверхности (рис. 1.6).

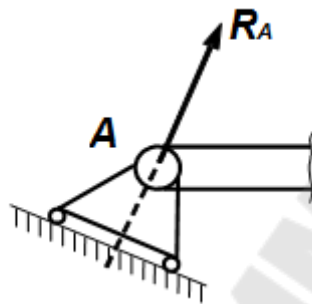


Рис. 1.6

2) Реакция шарнирно-неподвижной опоры без трения проходит через центр шарнира, но направление ее неизвестно. При решении задач реакцию такой опоры удобно разложить на две составляющие (рис 1.7).

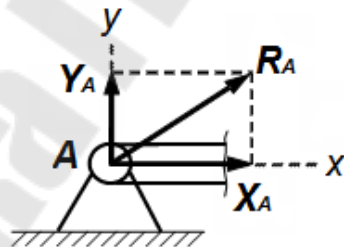


Рис. 1.7

3) Реакции жесткой заделки (рис. 1.8).

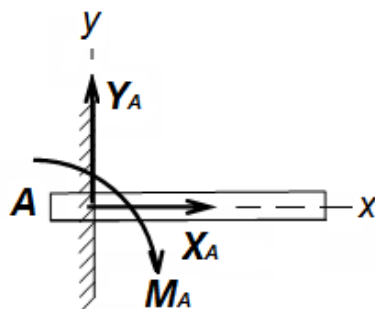


Рис. 1.8

Момент силы относительно точки. Моментом силы относительно точки называется взятое со знаком "плюс" или "минус" произведение модуля силы на ее плечо относительно данной точки.

Плечом силы относительно точки называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на линию действия силы (рис. 1.9).



Рис. 1.9

Момент силы относительно данной точки принимают положительным, если сила стремится вращать тело вокруг этой точки против часовой стрелки, и отрицательным в противоположном случае. Если линия действия силы проходит через некоторую точку, то относительно этой точки плечо силы и ее момент равны нулю. Модуль момента силы относительно точки определяется по формуле (рис. 1.9)

$$m_A = \pm Fh.$$

Парой сил называется совокупность двух равных по модулю, параллельных и противоположно направленных (рис. 1.10)

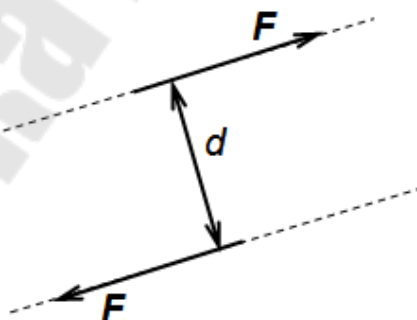


Рис. 1.10

Расстояние d между линиями действия сил пары называется плечом пары сил. Моментом пары называется произведение модуля сил, образующих пару, на ее плечо $m = \pm Fd$.

Момент пары сил положителен, если пара стремится вращать тело против часовой стрелки, и отрицателен в

противоположном случае.

Приведение силы к данной точке. Пусть к твердому телу в точке A приложена сила F (рис. 1.11).

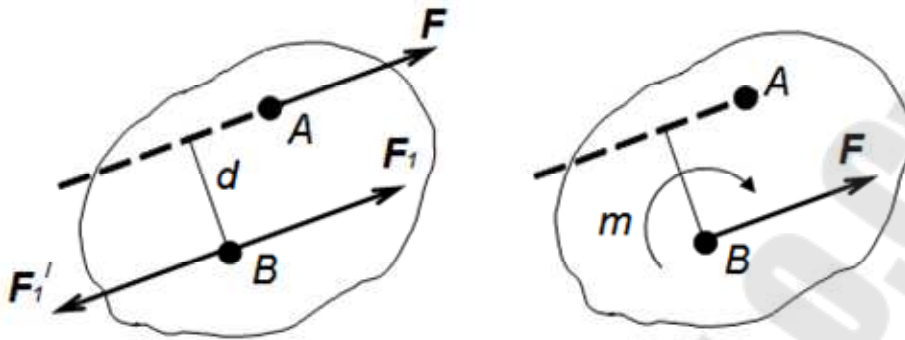


Рис. 1.11

Возьмем на теле произвольную точку B , которую будем называть центром приведения, и приложим к ней уравновешенные силы $F_1 = F_1'$. При этом модули сил $F_1 = F_1' = F$. Заметим, что силы F и F_1' образуют пару сил с моментом $m = Fd$. Таким образом, чтобы перенести силу F , приложенную в точке A , параллельно самой себе в точку B необходимо в точке B приложить силу F и добавить момент m , равный по модулю произведению силы F на кратчайшее расстояние d от точки B до линии действия силы F , приложенной в точке A .

Уравнение равновесия твердых тел. В случае действия на твердое тело плоской системы сил ее условие равновесия можно записать в виде одной из следующих форм.

Первая форма условия равновесия плоской системы сил имеет вид:

$$\sum F_{ix} = 0, \sum F_{iy} = 0, \sum m_O(F_i).$$

Первые два уравнения называются уравнениями проекций сил на оси координат, третье - уравнением моментов. Точка O может быть выбрана произвольно.

Вторая форма условия равновесия записывается в следующем виде:

$$\sum F_{ix} = 0, \sum m_A(F_i), \sum m_B(F_i).$$

В этом случае точки A и B не должны лежать на прямой перпендикулярной к оси x .

Третья форма равновесия плоской системы сил может быть представлена следующими уравнениями

$$\sum m_A(F_i), \quad \sum m_B(F_i), \quad \sum m_C(F_i).$$

Точки A , B и C не должны лежать на одной прямой.

Отметим, что для любой из трех форм уравнений равновесия число независимых между собой уравнений равновесия равно трем. Задачи, в которых все неизвестные могут быть определены из уравнений равновесия твердого тела, называются *статически определенными*. Если же неизвестных больше, чем этих уравнений, то задача оказывается *статически неопределенной*.

Кинематика. *Кинематикой* называется та часть механики, в которой изучаются зависимости между величинами, характеризующими состояние систем, но не рассматриваются причины вызывающие изменение состояния движения.

Механическим движением называют изменение положения тела в пространстве с течением времени относительно других тел.

Простейшим механическим движением является движение материальной точки - тела, размеры и форму которого можно не учитывать при описании его движения.

Движение точки может быть задано тремя способами: естественным, векторным и координатным.

При естественном способе задания движения задается траектория, т. е. линия, по которой движется точка (рис. 1.12).

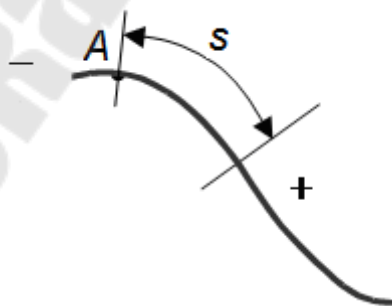


Рис. 1.12

На этой траектории выбирается некоторая точка A , принимаемая за начало отсчета. Выбираются положительное и отрицательное направления отсчета дуговой координаты s , определяющей положение точки на траектории. При движении точки расстояние s будет изменяться. Для определения положения точки в любой момент вре-

мени, достаточно задать дуговую координату s как функцию времени t :

$$s = f(t).$$

Это равенство называется *уравнением движения точки по данной траектории*.

При векторном способе задания движения точки положение точки M определяется величиной и направлением радиуса-вектора \vec{r} , проведенного из неподвижного центра O в данную точку M (рис. 1.13).

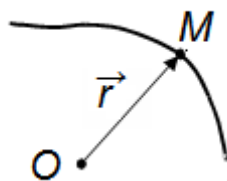


Рис. 1.13

При движении точки ее радиус-вектор \vec{r} изменяется по величине и направлению. Для определения положение точки M в любой момент времени, достаточно задать ее радиус-вектор \vec{r} , как функцию времени:

$$\vec{r} = \vec{r}(t).$$

Это равенство называется *векторным уравнением движения точки*.

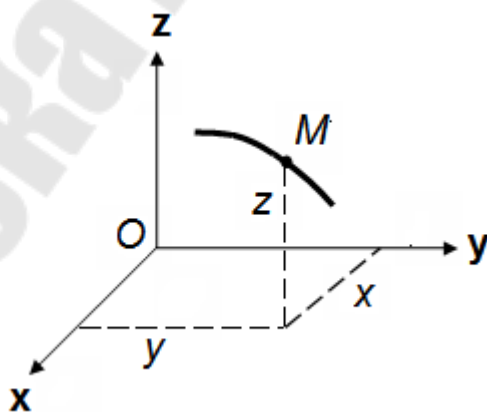


Рис. 1.14

При координатном способе задания движения положение точки по отношению к выбранной системе отсчета определяется при помощи прямоугольной системы декартовых координат (рис. 1.14). Координаты точки при ее движении изменяются с течением времени. По-

этому, чтобы определить положение точки в любой момент времени, достаточно задать координаты x, y, z как функции времени:

$$x = f_1(t); \quad y = f_2(t); \quad z = f_3(t).$$

Эти равенства называются *уравнениями движения точки в прямоугольных декартовых координатах*.

Скорость и ускорение точки.

Скорость точки является характеристикой быстроты и направления ее движения.

Пусть точка M (рис. 1.15) движется по криволинейной траектории согласно закону $s = f(t)$. В момент времени t точка занимает положение M , а в момент времени $t + \Delta t$ положение M_1 , пройдя за время Δt путь Δs .

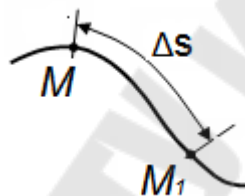


Рис. 1.15

Отношение приращения дуговой координаты Δs к промежутку времени Δt , за которое произошло это приращение, называется *средней скоростью точки* за время Δt .

$$V_{\text{cp}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Очевидно, что, чем меньше промежуток времени Δt , тем ближе значение V_{cp} подходит к величине действительной скорости точки в момент времени t .

Скоростью называется предел, к которому стремится средняя скорость V_{cp} при $\Delta t \rightarrow 0$:

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_{\text{cp}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Ускорение точки характеризует быстроту изменения ее скорости. Положим, что точка движется по криволинейной траектории (рис. 1.16).

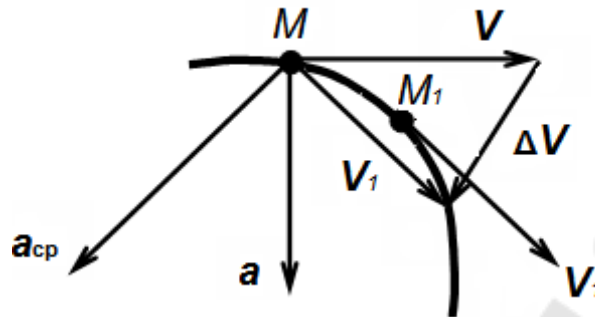


Рис. 1.16

В момент времени t она занимает положение M и имеет скорость V . В момент времени $t + \Delta t$ точка занимает положение M_1 и имеет скорость V_1 . Перенося вектор V_1 в точку M , и соединяя концы векторов V и V_1 , получим вектор ΔV , выражающий приращение вектора скорости за время Δt .

Отношение приращения вектора скорости ΔV промежутку времени Δt , в течение которого произошло это приращение, называется *средним ускорением*

$$a_{\text{cp}} = \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Действительное ускорение точки в момент времени в положении M представляет собой предел среднего ускорения, когда Δt стремится к нулю:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_{\text{cp}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt}.$$

Таким образом, вектор ускорения равен первой производной от вектора скорости по времени.

Виды движения твердого тела. Рассмотрим два вида движения поступательное движение и вращательное движение, как наиболее встречающиеся.

Поступательное движение. Поступательным движением абсолютно твёрдого тела будем называть такое движение, при котором отрезок прямой, соединяющей две любые точки тела, остается параллельным своему первоначальному положению во все время движения (рис. 1.17).

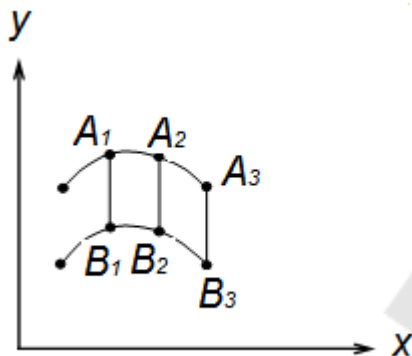


Рис. 1.17

При поступательном движении все точки тела в каждый момент времени имеют одинаковые скорости и ускорения.

Вращательное движение. Движение абсолютно твердого тела, при котором две его точки А и В остаются неподвижными, называется *вращением* (вращательным движением) вокруг неподвижной прямой АВ, называемой *осью вращения* (рис. 1.18).

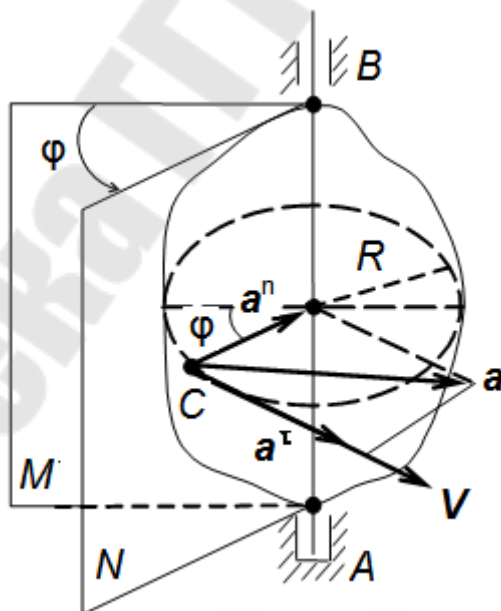


Рис. 1.18

При вращении твердого тела вокруг неподвижной оси все его точки описывают окружности, центры которых лежат на оси вращения, а плоскости – перпендикулярны к ней.

Проведем через ось AB неподвижную полуплоскость M и движущуюся вместе с телом полуплоскость N . Вращение тела будет определяться величиной двугранного угла φ между полуплоскостями M и N . Угол φ называется углом поворота.

При вращении угол поворота φ изменяется в зависимости от времени. Зависимость $\varphi = f(t)$ является уравнением вращения тела вокруг неподвижной оси. Оно позволяет определить положение тела в любой момент времени. Угол φ выражается в радианах.

Пусть через промежуток времени Δt после момента времени t угол φ изменится на $\Delta\varphi$.

Отношение приращения угла поворота $\Delta\varphi$ к промежутку времени Δt , за который произошло это приращение, называется *средней угловой скоростью*

$$\omega_{\text{cp}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, можем записать

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \omega_{\text{cp}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

Таким образом, угловая скорость тела в данный момент времени равна первой производной от угла поворота по времени. Угловая скорость измеряется в рад/с.

Зная зависимость угловой скорости ω от времени t , можно определить ее среднее приращение за единицу времени

$$\varepsilon_{\text{cp}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

Отношение приращения угловой скорости к приращению времени называется *средним угловым ускорением*.

Переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, записываем

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \varepsilon_{\text{cp}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Итак, угловое ускорение равно второй производной от угла поворота по времени или первой производной от угловой скорости по времени. Угловое ускорение измеряется в рад/с².

Возьмем в теле, вращающемся вокруг неподвижной оси, некоторую точку C , находящуюся на расстоянии R от оси вращения. При вращении тела точка C движется по окружности радиуса R (рис. 18). Поэтому при повороте тела на угол φ точка C окажется на расстоянии $S = \varphi R$ от своего начального положения. Дифференцируя это равенство по времени, получим

$$\frac{dS}{dt} = V = \frac{d\varphi}{dt} R = \omega R.$$

Таким образом, $V = \omega R$, т. е. скорость любой точки вращающегося тела равна произведению угловой скорости на расстояние от точки до оси вращения. Так как скорость V направлена по касательной к окружности, по которой движется точка C , то она будет перпендикулярна к радиусу, проведенному через точку и ось вращения.

Ускорение точки C складывается из касательной и нормальной составляющих. Касательная составляющая ускорения направлена по одной прямой со скоростью и в ту же сторону, что и скорость, если движение ускоренное, и в противоположную сторону, если движение замедленное. По модулю касательная составляющая определяется

$$a^{\tau} = \frac{dV}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R = \varepsilon R.$$

Нормальная составляющая ускорения направлена от точки C к оси вращения. Так как радиус кривизны в данном случае равен радиусу окружности, которую описывает точка, то

$$a^n = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R.$$

Модуль полного ускорения на основании формулы будет равен:

$$a = \sqrt{(a^{\tau})^2 + (a^n)^2} = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Динамика. В динамике рассматриваются влияние сил на состояние движения материальных объектов. В качестве моделей реальных тел принимается материальная точка

Рассмотрим законы, на которых базируется динамика твердых тел.

Первый закон Ньютона (принцип инерции). Материальная точка пребывает в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения относительно инерциальной системы отсчёта до тех пор, пока действующие на неё силы не изменят это состояние.

Это состояние называют состоянием инерции. Всякая материальная система (точка) обладает инертностью. Мерой инертности является масса.

Массой называется количество вещества в объеме тела, и она измеряется в килограммах (кг).

Второй закон Ньютона (основной закон динамики). Сила F , действующая на тело, равна произведению массы тела m на сообщаемое этой силой ускорение a :

$$F = ma.$$

На любое тело действует сила тяжести G , которая сообщает телу ускорение свободного падения g ($g = 9,81 \text{ м/с}^2$) направленное к центру Земли

$$G = mg.$$

Третий закон Ньютона (принцип равенства действия и противодействия). Все тела действуют друг на друга с силами, равными по абсолютной величине и противоположными по направлению (сила действия равна силе противодействия).

$$F_{12} = -F_{21}.$$

Закон независимости действия сил. Каждая из сил системы, приложенная к материальной точке, сообщает точке такое же ускорение, какое она сообщала бы, действуя одна.

$$F_{\Sigma} = \sum F_i; \quad a = \sum a_i; \quad F_{\Sigma} = ma.$$

Работа постоянной силы. Для характеристики эффективности силового воздействия на тело вводится величина, называемая механической работой. Пусть под действием постоянной силы F точка M переместилась из положения M_0 в положение M_1 (рис. 1.19). Работой

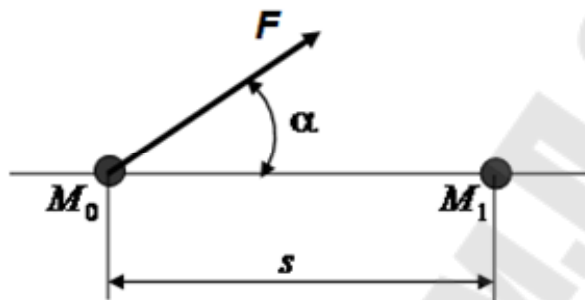


Рис. 1.19

силы F на перемещении s называется скалярная величина, определяемая в общем случае следующим выражением:

$$W = Fs \cos \alpha,$$

где F – модуль силы F ;

s – перемещение;

α – угол между направлением силы F и направлением перемещения.

Если работа силы положительна $W > 0$, то сила F называется движущей, а если отрицательна $W < 0$ – силой сопротивления.

Единица измерения работы 1 Дж (джоуль) = Н·м.

Работа переменной силы. В случае движения под действием переменной силы всю траекторию мысленно разбивают на отдельные участки такой малой длины ds , что действующую на них силу можно считать постоянной. Тогда элементарная работа на перемещении ds будет равна:

$$dW = F \cdot ds.$$

Работа на конечном перемещении

$$W = \int_{S_0}^{S_1} F \cdot ds.$$

Работа силы тяжести. Работа силы тяжести не зависит от траектории движения тела (рис. 1.20) и всегда равна произведению силы тяжести G на разность высот в исходном и конечном положениях

$$W = G(h_1 - h_2).$$

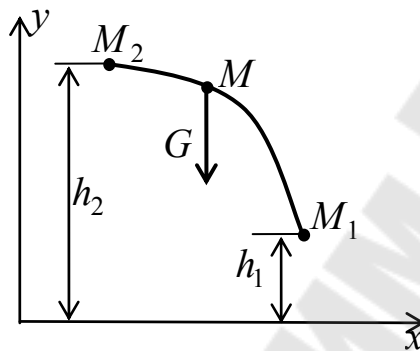


Рис. 1.20

Работа силы упругости. При растяжении пружины силой F в ней возникает сила упругости

$$F_y = -cx,$$

где c – жесткость пружины;

x – перемещение (удлинение).

Сила F_y направлена противоположно перемещению x свободного конца пружины, а по модулю равна силе F .

Работа, совершаемая силой упругости пружины при перемещении от x_1 до x_2 , определяется по зависимости:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} -cx \cdot dx = -\frac{c}{2}(x_2^2 - x_1^2).$$

Мощность. Скалярная величина, характеризующая быстроту совершения работы, называется средней мощностью и определяется по формуле:

$$P = \frac{W}{t}.$$

Учитывая, что работа $W = Fs \cos \beta$, получаем

$$P = \frac{Fs \cos \alpha}{t} = FV \cos \alpha.$$

Единица измерения мощности Вт (ватт) = $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Работа и мощность при вращательном движении. При вращении диска (рис. 1.21) точка приложения силы F вращается по окружности и элементарная работа этой силы $dW = F \cdot ds$.

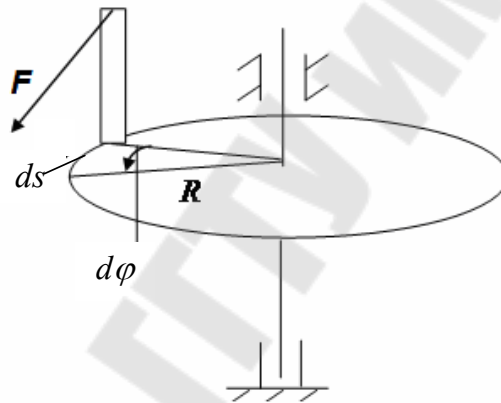


Рис. 1.21

Так как $ds = R \cdot d\varphi$, то $dW = FR \cdot d\varphi$.

Произведение $FR = M$ называют вращающим моментом. Следовательно, при вращении тела элементарная работа равна:

$$dW = M \cdot d\varphi.$$

При повороте диска на угол $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ работа будет определяться выражением

$$W = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M \cdot d\varphi.$$

Если вращающий момент M постоянный, то работа определяется выражением

$$W = M\varphi.$$

Следовательно, работа при вращении тела равна произведению вращающего момента M на угол поворота φ .

Разделив обе части равенства на время действия момента t , получим

$$\frac{W}{t} = M \frac{\varphi}{t} \quad \text{или} \quad P = M\omega.$$

Мощность P при вращении тела равна произведению вращающего момента M на угловую скорость ω .

Механический коэффициент полезного действия. Силы сопротивления, которые преодолевает машина, можно разделить на две группы: силы полезного сопротивления и силы вредного сопротивления.

Работа W , совершаемая машиной, в этом случае будет определяться по зависимости:

$$W = W_{nc} + W_{вс}, \quad \text{откуда} \quad W_{nc} = W - W_{вс}.$$

Разделив обе части равенства на W , получим

$$\frac{W_{nc}}{W} = 1 - \frac{W_{вс}}{W} \quad \text{или} \quad \eta = 1 - \varphi.$$

где η – механический коэффициент полезного действия;

φ – коэффициент потерь.

Таким образом, механическим коэффициентом полезного действия η называется отношение работы сил полезного сопротивления к совершенной работе.

Тема 2. Основные сведения механики материалов

Общие сведения. В механике материалов рассматриваются теоретико-экспериментальные основы и методы расчета наиболее распространенных элементов конструкций и машин на прочность, жесткость, устойчивость и выносливость.

Прочность – способность не разрушаться под действием нагрузки.

Жесткость – способность незначительно деформироваться под нагрузкой.

Устойчивость – способность сохранять первоначальную форму упругого равновесия.

Выносливость - способность длительное время выдерживать переменные нагрузки.

Классификация сил. Нагрузки, действующие на элементы конструкции или машины, подразделяются на:

1) статические нагрузки, которые не изменяются во времени или изменяются очень медленно;

2) повторно-переменные нагрузки, которые многократно меняют свое значение по модулю или по модулю и направлению;

3) динамические нагрузки, которые изменяются по модулю в короткий промежуток времени.

Основные допущения. При выполнении расчетов в механике материалов принимают следующие допущения:

1) материал однороден, т.е. в любой точке он имеет одинаковые физико-механические свойства;

2) материал представляет сплошную среду, т.е. не учитываются дефекты и его кристаллическое строение;

3) материал изотропен, т.е. его механические свойства не зависят от направления нагружения;

4) материал обладает идеальной упругостью, т.е. полностью восстанавливает форму и размеры после снятия нагрузки;

5) деформация материала в каждой точке пропорциональна напряжению в данной точке;

6) деформации конструкций настолько малы, что не влияют на взаимное положение нагрузок;

7) результат воздействия на конструкцию системы нагрузок равен сумме результатов воздействия каждой нагрузки;

8) Поперечные сечения бруса, плоские до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и при действии нагрузок.

Компенсация этих допущений осуществляется за счет введения коэффициента запаса прочности.

Метод сечений. Если к твердому телу (рис. 21,а) приложить внешние силы, то оно будет деформироваться. При этом изменяются расстояния между частицами тела, что в свою очередь приводит к изменению сил взаимного притяжения между ними. Отсюда, как следствие, возникают внутренние усилия.

Для определения внутренних усилий используют метод сечения. Для этого тело мысленно рассекают плоскостью и рассматривают равновесие одной из его частей (рис. 2.1,б).

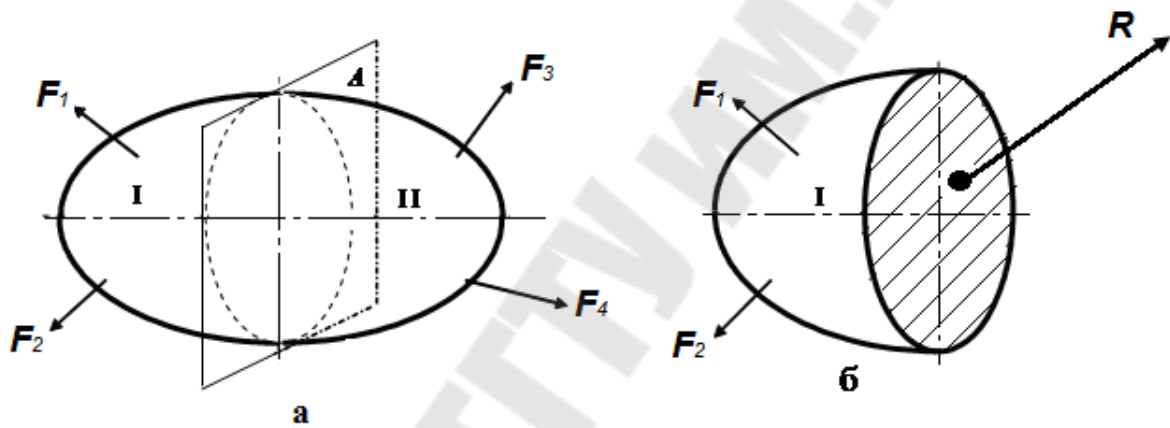


Рис. 2.1

Виды деформационных состояний. В результате приведения результирующей внутренних сил к центру тяжести сечения, в общем случае получаем шесть внутренних силовых факторов: продольную силу N , поперечные силы Q_x и Q_z , крутящий момент T и изгибающие моменты M_x и M_z (рис. 2.2).

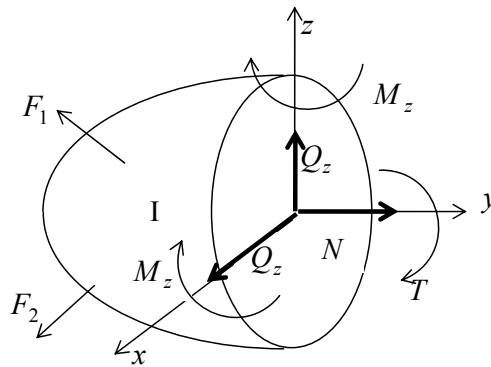


Рис. 2.2

В зависимости от действующих внутренних силовых факторов различают виды нагружения бруса.

Растяжение – сжатие – когда в поперечном сечении действует только продольная сила N .

Чистый сдвиг – когда в поперечном сечении действует только поперечная сила Q_x или Q_z .

Кручение – когда в поперечном сечении действует только крутящий момент T .

Прямой чистый изгиб – когда в поперечном сечении действует только изгибающий момент M_x или M_z .

Прямой поперечный изгиб – когда в поперечном сечении действуют только поперечная сила Q_x и изгибающий момент M_x или Q_z и M_z .

Понятие о напряжениях. Метод сечений позволяет выявить внутренние силовые факторы, но для оценки прочности необходимо знать внутренние силы в любой точке сечения. С этой целью введем числовую меру интенсивности внутренних сил – напряжение.

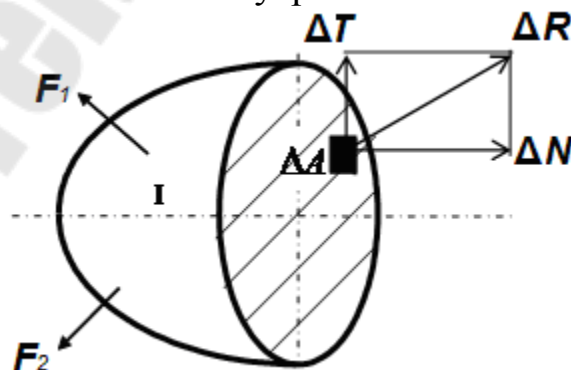


Рис. 2.3

Выделим в сечении площадку размером ΔA (рис. 2.3). равнодействующая внутренних сил, действующих на площадку равна ΔR ,

модуль которой зависит от размера выделенной площадки. Равнодействующую ΔR разложим на две составляющие: ΔN и ΔT .

Отношение $\frac{\Delta R}{\Delta A}$ называется средним напряжением по площадке ΔA и обозначается p_{cp} . Вектор среднего напряжения совпадает по направлению с вектором равнодействующей ΔR .

При уменьшении площадки ΔA изменяются как модуль, так и направление равнодействующей ΔR , а среднее напряжение приближается к истинному значению напряжения p в заданной точке.

Числовое значение истинного напряжения выражается равенством

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

Отношение $\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \sigma$ называется нормальным напряжением,

а отношение $\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} = \tau$ называется касательным напряжением.

Зависимость между напряжениями p , σ и τ имеет вид:

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

Перемещения и деформации. Все тела под действием нагрузки деформируются. В результате деформации возникают перемещения.

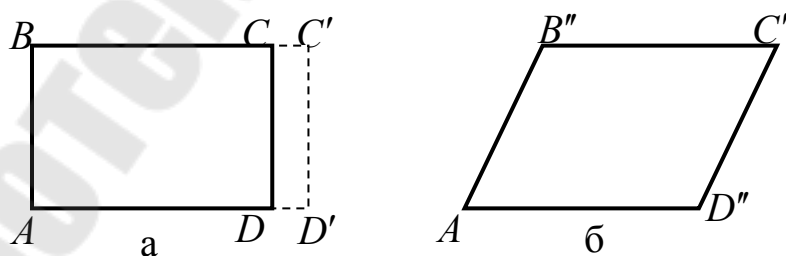


Рис. 2.4

В механике материалов рассматриваются только упругие деформации, которые подразделяются на два вида: линейные и угловые. В первом случае происходит уменьшение или увеличения длины от-

резка (рис. 2.4,а), во втором случае наблюдается искажение прямого угла (рис. 2.4,б).

При растяжении бруса длиной l его длина увеличивается на величину Δl , а его диаметр d уменьшается на величину Δd (рис. 2.5).

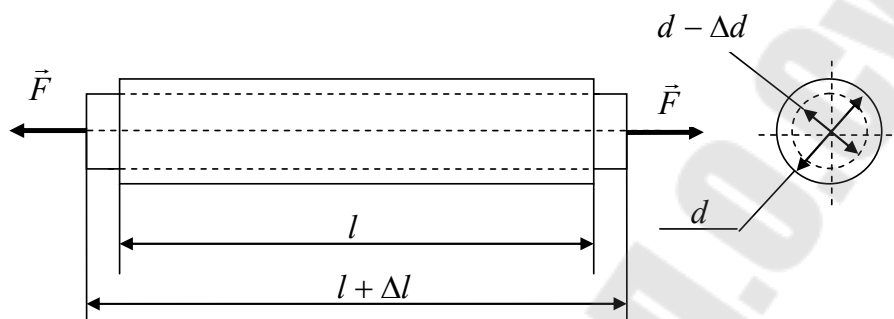


Рис. 2.5

Величина Δl называется абсолютной продольной деформацией, а Δd – абсолютной поперечной деформацией. О степени деформирования бруса нельзя судить по значениям Δl и Δd , так как они зависят не только от действующих сил, но и от начальных размеров бруса.

Для характеристики деформации бруса вводятся понятия относительная продольная деформация ε и относительная поперечная деформация ε' , которые рассчитываются по зависимостям

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}; \quad \varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}.$$

Отношение относительной продольной деформации ε к относительной поперечной деформации ε' называется коэффициентом Пуассона, который равен $\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$.

Расчетные схемы. Все многообразие форм конструкций и деталей машин сводится к трем расчетным схемам.

Брус – любое тело, у которого длина значительно больше других размеров. Геометрическое место точек, совпадающих с центрами тяжести площадей поперечных сечений бруса, называется **осью бруса**. Брус, работающий при растяжении, называется **стержнем**, при изгибе – **балкой**, при кручении – **валом**.

Оболочка – любое тело, у которого толщина намного меньше двух других размеров. Оболочка, срединная поверхность которой представляет собой плоскость, называется **пластиной**.

Массивное тело – тело, у которого три размера одного порядка.

Диаграмма растяжения. Основные механические свойства материала. Основными механическими свойствами материалов являются прочность, упругость, пластичность и твердость. Необходимые сведения о различных механических свойствах материала получают экспериментальным путем.

Испытание на статическое растяжение представляет собой основной вид механических испытаний, который позволяет определить прочностные и пластические свойства материала.

Испытание производят на разрывной машине стандартного образца, который бывает цилиндрический (рис. 2.6) или плоский.

Цилиндрические образцы бывают двух видов: нормальные (с расчетной длиной $l_{\text{расч}} = 10d$) и укороченные (с $l_{\text{расч}} = 5d$).

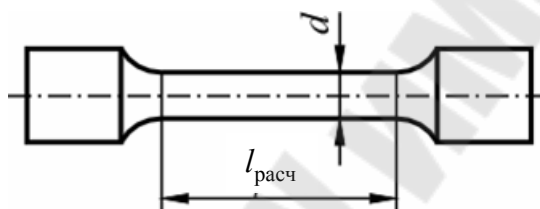


Рис. 2.6

При нагружении снимают показание растягивающей силы и длину образца. Затем строится условная диаграмма растяжения в координатах ε и σ . Напряжение в сечении определяют по зависимости

$$\sigma = \frac{F}{A},$$

где F – сила нагружения;

A – площадь поперечного сечения образца.

Относительная линейная деформация определяется из выражения

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где $\Delta l = l_i - l$ – относительное удлинение образца;

l – исходная длина образца;

l_i – длина образца в данный момент отсчета.

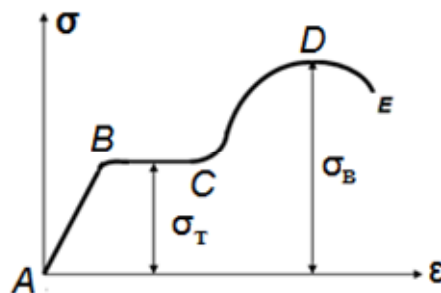


Рис. 2.7

Диаграмма растяжения для пластичных материалов имеет вид, показанный на рис. 2.7.

На диаграмме растяжения можно выделить четыре характерных участка.

Участок AB – участок пропорциональности. На этом участке выполняется закон Гука $\sigma = \varepsilon E$.

Участок BC – площадка текучести. На этом участке происходит удлинение образца без изменения нагрузки. Напряжение, при котором происходит течение образца, называется пределом текучести и обозначается σ_T .

Участок CD – участок упрочнения. На этом участке для дальнейшего удлинения образца необходимо увеличить нагрузку.

В точке D происходит образование шейки и на участке DE происходит местное удлинение образца. Напряжение, при котором образуется шейка, называется пределом прочности и обозначается σ_B .

Допускаемые напряжения. На участке AB имеют место упругие деформации, т.е. после снятия нагрузки образец примет первоначальные размеры. Поэтому для деталей, изготовленных из пластичных материалов, действующие напряжения не должны превышать напряжения текучести σ_T . С этой целью вводят понятия допускаемых напряжений, которые рассчитываются по зависимости:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]},$$

где $[s]$ – допускаемый коэффициент запаса прочности, который зависит от назначения детали, точности расчетных формул и ряда других факторов.

Тема 3. Растяжение – сжатие

Нормальная сила. При растяжении или сжатии в поперечных сечениях бруса возникает только один внутренний силовой фактор – нормальная сила N , которая представляет собой равнодействующую внутренних нормальных сил, распределенных по площади поперечного сечения.

Напряжение и деформации при растяжении-сжатии. Рассмотрим брус (рис. 3.1), нагруженный сосредоточенной силой \vec{F} . До нагружения его длина была равна l , а после приложения нагрузки она изменилась на величину Δl .

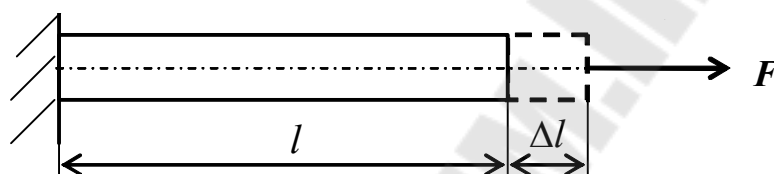


Рис. 3.1

Определим напряжения, которые возникают в поперечных сечениях бруса.

Статическая сторона задачи при растяжении. При данном виде нагружения в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний фактор – продольная сила N . Значение продольной силы будет определяться по зависимости:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA.$$

Геометрическая сторона задачи при растяжении. Согласно гипотезе Бернулли (гипотеза плоских сечений) все продольные волокна бруса деформируются одинаково, а это означает, что сечения под действием внешней нагрузки перемещаются параллельно поступательно. В этом случае абсолютная и относительная деформации

$$\Delta l = \text{const} \quad \text{и} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \text{const}.$$

Физическая сторона задачи при растяжении. В соответствии закона Гука

$$\sigma = E\varepsilon.$$

В этом случае

$$N = \int_A \sigma \cdot dA = \int_A E\varepsilon \cdot dA = E\varepsilon \int_A dA = E\varepsilon A.$$

В этом случае относительная и абсолютная деформации

$$\varepsilon = \frac{N}{EA}; \quad \Delta l = \frac{Nl}{EA}.$$

Напряжения в поперечном сечении бруса

$$\sigma = E\varepsilon = \frac{EN}{EA} = \frac{N}{A}.$$

Произведение EA называется жесткостью бруса при растяжении (сжатии).

Построение эюр. В качестве примера рассмотрим ступенчатый брус (рис. 3.2), нагруженный силой F . Для данного бруса можно выделить два характерных участка.

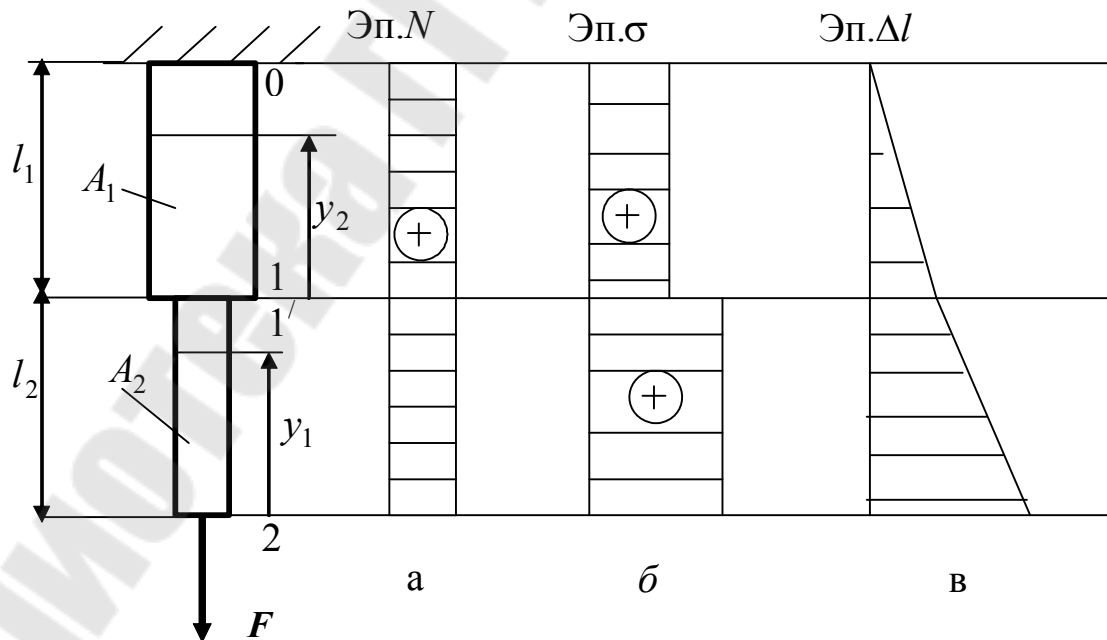


Рис. 3.2

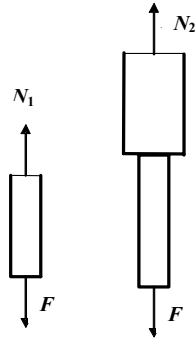


Рис. 3.3

Для определения значения нормальной силы N воспользуемся методом сечения. На расстоянии y_1 проведем сечение на первом участке и рассмотрим равновесие отсеченной части (рис. 3.3). Нормальную силу всегда показывают от сечения, что соответствует растяжению бруса. Условие равновесия на ось y

$$N_1 - F = 0, \quad \text{откуда} \quad N_1 = F.$$

Проведем на втором участке сечение на расстоянии y_2 . Рассматривая равновесие отсеченной части, получаем $N_2 = F$. Строим эпюру нормальных сил (рис. 3.2,а).

Рассчитывая напряжения и перемещения в каждом сечении, строим эпюру нормальных напряжений (рис. 3.2,б) и эпюру продольных перемещений сечений бруса (рис. 3.2,в).

$$\sigma_0 = \frac{N}{A_1}; \quad \sigma_1 = \frac{N}{A_1}; \quad \sigma_{1'} = \frac{N}{A_2}; \quad \sigma_2 = \frac{N}{A_2}.$$

$$\Delta l_0 = 0; \quad \Delta l_{10} = \frac{Nl_1}{EA_1}; \quad \Delta l_1 = \Delta l_0 + \Delta l_{10}; \quad \Delta l_{21} = \frac{Nl_2}{EA_2}; \quad \Delta l_2 = \Delta l_1 + \Delta l_{21}.$$

Расчет на прочность. Условие прочности при растяжении и сжатии соответственно имеет вид:

$$\sigma_p \leq [\sigma_p], \quad \sigma_{сж} \leq [\sigma_{сж}].$$

Расчет на жесткость. Расчет на жесткость заключается в сравнении перемещение конца стержня с допустимым перемещением

$$\Delta l \leq [\Delta l].$$

Тема 4. Геометрические характеристики плоских сечений

Площадь. Простейшей геометрической характеристикой поперечного сечения является площадь A .

Любое сечение (рис. 4.1) можно представить в виде суммы бесчисленного множества элементарных площадок dA , в этом случае площадь сечения $A = \int_A dA$.

Статические моменты сечения. Пусть положение элементарной площадки dA определяется координатами x и y . Статическим моментом сечения S называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на расстояние до оси.

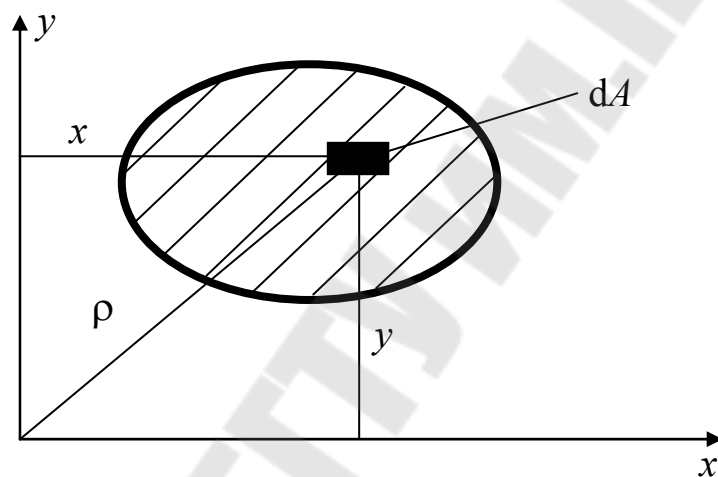


Рис. 4.1

Статические моменты сечения относительно осей x и y будут соответственно равны

$$S_x = \int_A dA \cdot y; \quad S_y = \int_A dA \cdot x.$$

Статические моменты используют для определения координат центра тяжести сечения

$$y_c = \frac{S_x}{A}; \quad x_c = \frac{S_y}{A}.$$

Точка C (рис. 4.2) пересечения осей x_c и y_c является центром тяжести сечения, а оси, проходящие через центр тяжести сечения, называются центральными осями.

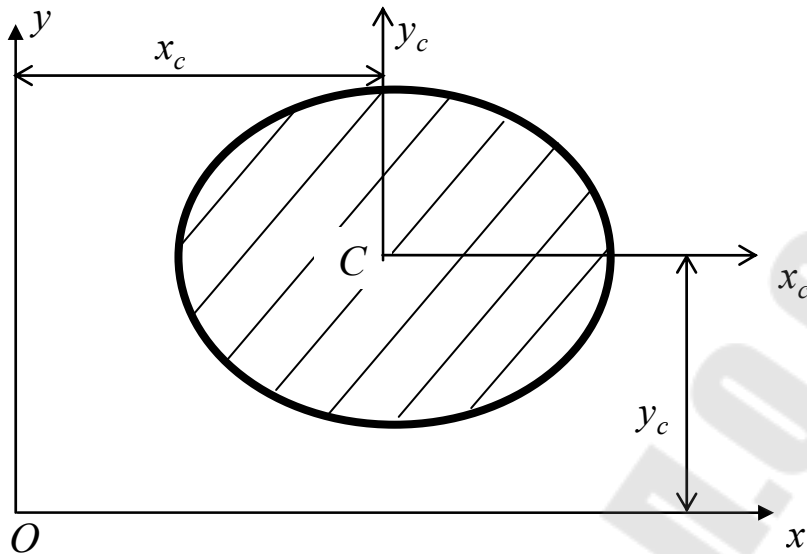


Рис. 4.2

Точка C пересечения осей x_c и y_c является центром тяжести сечения, а оси, проходящие через центр тяжести сечения, называются центральными осями.

Моменты инерции сечения. Осевым моментом инерции сечения I называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на квадрат расстояния до оси. Осевые моменты инерции сечения относительно осей x и y будут соответственно равны

$$I_x = \int_A dA \cdot y^2; \quad I_y = \int_A dA \cdot x^2.$$

Полярным моментом инерции сечения I_ρ называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на квадрат расстояния до начало координат.

$$I_\rho = \int_A dA \cdot \rho^2.$$

Из рис. 4.1 видно, что $\rho^2 = x^2 + y^2$, тогда получаем

$$I_\rho = \int_A dA \cdot (x^2 + y^2) = \int_A dA \cdot x^2 + \int_A dA \cdot y^2 = I_y + I_x.$$

Следовательно, полярный момент инерции сечения равен сумме осевых моментов инерции сечения.

Центробежным моментом инерции сечения I_{xy} называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на расстояния до осей.

$$I_{xy} = \int_A dA \cdot x \cdot y.$$

Если сечение имеет ось симметрии, то центробежный момент инерции сечения равен нулю.

Момент сопротивления сечения. Момент сопротивления сечения относительно оси представляет собой отношение момента инерции относительно данной оси к расстоянию до наиболее удаленной точки сечения от этой же оси.

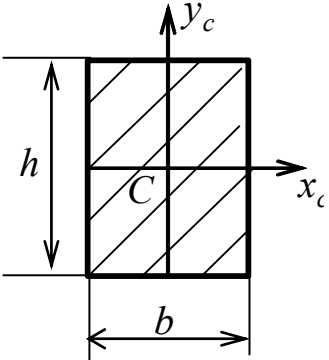
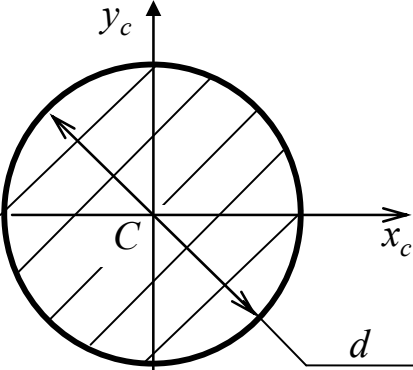
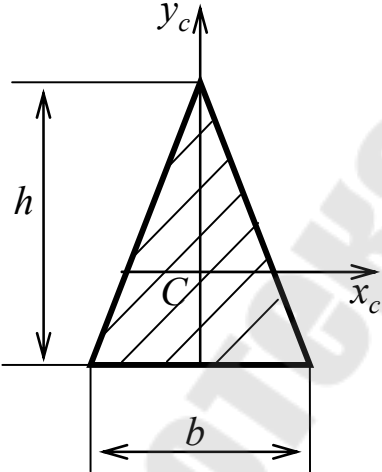
$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}, \quad W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}.$$

Полярный момент инерции представляет собой отношение полярного момента инерции к наибольшему расстоянию от центра тяжести сечения до наиболее удаленной точки сечения

$$W_\rho = \frac{I_\rho}{\rho_{\max}}.$$

Для некоторых плоских сечений расчетные зависимости приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1. – Геометрические характеристики плоских сечений

Форма сечения	Площадь	Момент инерции	Момент сопротивления
	$A = bh$	$I_{xc} = \frac{bh^3}{12};$ $I_{yc} = \frac{hb^3}{12}$	$W_{xc} = \frac{bh^2}{6};$ $W_{yc} = \frac{hb^2}{6}$
	$A = \frac{\pi d^2}{4}$	$I_{xc} = \frac{\pi d^4}{64};$ $I_{yc} = \frac{\pi d^4}{64}$	$W_{xc} = \frac{\pi d^3}{32};$ $W_{yc} = \frac{\pi d^3}{32}$
	$A = \frac{1}{2}bh$	$I_{xc} = \frac{bh^3}{36};$ $I_{yc} = \frac{hb^3}{48}$	$W_{xc} = \frac{bh^2}{24};$ $W_{yc} = \frac{hb^2}{24}$

Тема 5. Чистый сдвиг. Кручение

Чистый сдвиг. Чистым сдвигом называют такой вид нагружения, при котором в его поперечных сечениях действует только поперечная сила. Сдвиг, как вид нагружения, встречается редко и имеет место в заклепочных и сварных соединениях.

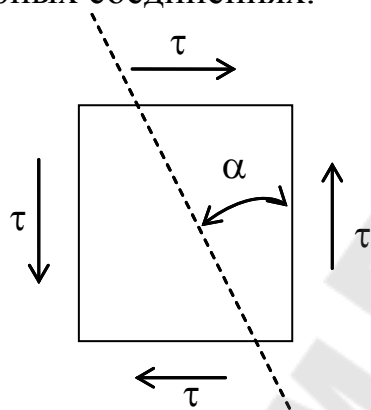


Рис. 5.1

При чистом сдвиге (рис. 5.1) в окрестности точки можно выделить элементарный параллелепипед с боковыми гранями, находящийся под действием одних лишь касательных напряжений.

Внутренняя поперечная сила при чистом сдвиге определяется методом сечений. Распределение касательных напряжений принимается равномерным и тогда связь между поперечной силой и касательным напряжением имеет вид:

$$Q = \int_A \tau dA; \tau = \text{const}; Q = \tau A, \text{ откуда } \tau = \frac{Q}{A}.$$

Деформации при чистом сдвиге. При чистом сдвиге длины ребер элементарного параллелепипеда не изменяются, а изменяются лишь углы между боковыми гранями. Первоначально прямые углы становятся равными $90^\circ + \gamma$ и $90^\circ - \gamma$ (рис. 5.2).

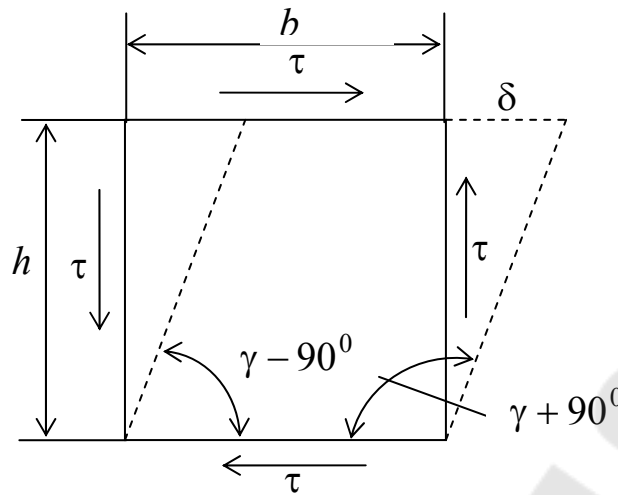


Рис. 5.2

Величина δ называется абсолютным сдвигом. Отношение абсолютного сдвига δ к расстоянию между противоположными гранями называется относительным сдвигом. При малых деформациях имеем

$$\operatorname{tg}\gamma \approx \gamma = \frac{\delta}{h},$$

т.е. относительный сдвиг равен углу сдвига.

Угол сдвига γ пропорционален касательным напряжениям. Математическая зависимость между углом сдвига и касательным напряжением называется законом Гука при сдвиге.

$$\tau = \gamma G,$$

где G – коэффициент пропорциональности или модуль упругости второго рода.

Связь между модулем упругости первого рода E и модулем упругости второго рода G имеет вид:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

Кручение. Кручением называют такой вид деформации, когда в поперечных сечениях бруса возникает только один силовой фактор –

крутящий момент T . Брус, работающей на кручение называется валом.

Кручение вала происходит при нагружении его внешним скручивающимся моментом (рис. 5.3), плоскость действия которого перпендикулярна оси вала.

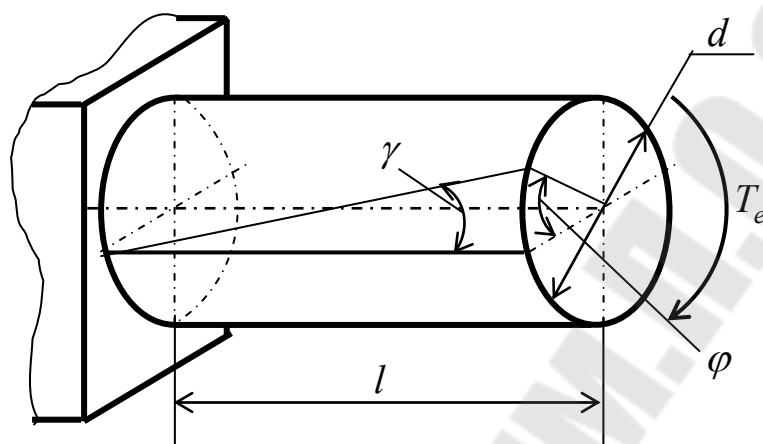


Рис. 5.3

Крутящий момент в произвольном сечении вала определяется методом сечения и численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, приложенных по одну сторону от сечения. Знак крутящего момента выбирается произвольно, так как он не влияет при расчетах на прочность и жесткость, и его придерживаются до конца решения.

Поворот правого торцового сечения вала относительно неподвижного левого на угол φ вызывает поворот продольных волокон на угол γ . Угол φ называется абсолютным углом закручивания, а угол γ – углом сдвига.

При рассмотрении теории кручения принимают следующие положения:

1. Поперечные сечения вала плоские до деформации остаются плоскими и после деформации. Они лишь поворачиваются вокруг.
2. Радиусы, проведенные в сечении, остаются прямыми и не изменяют своей длины.
3. Расстояния между поперечными сечениями в процессе деформации остаются постоянными. Ось вала не искривляется.
4. Материал бруса при деформации следует закону Гука.

Построение эпюр крутящих моментов. Крутящий момент в сечении бруса определяется методом сечений. По модулю он численно сечения равен алгебраической сумме внешних моментов слева или справа от сечения.

Брус разбивается на участки и на каждом участке проводится сечение (рис. 5.4).

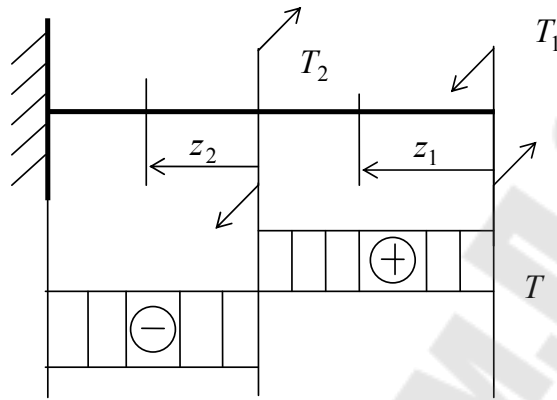


Рис. 5.4

В каждом сечении определяется крутящий момент, а затем строится эпюра крутящих моментов. Для случая, изображенного на рис. 5.4, крутящие моменты в сечениях 1 и 2 будут равны

$$T_{z_1} = T_1; \quad T_{z_2} = T_1 - T_2.$$

Напряжения и деформации при кручении бруса. Для определения напряжения и перемещения при кручении рассмотрим три стороны задачи.

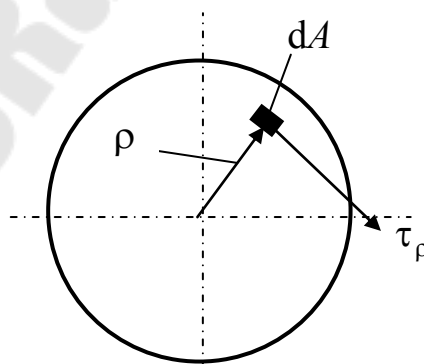


Рис. 5.5

1. Статическая сторона задачи. Интегральное уравнение равновесия, связывающее крутящий момент с касательным напряжением (рис. 5.5), имеет вид:

$$T = \int_A \tau \rho \cdot dA.$$

2. Геометрическая сторона задачи. Выделим из вала, изображенного на рис. 67 элементарный цилиндр длиной dz (рис. 5.6). Будем считать, что левое сечение бруса жестко закреплено. Под действием крутящего момента T правое сечение повернется на некоторый угол $d\varphi$, при этом точка D переместится в точку D_1 .

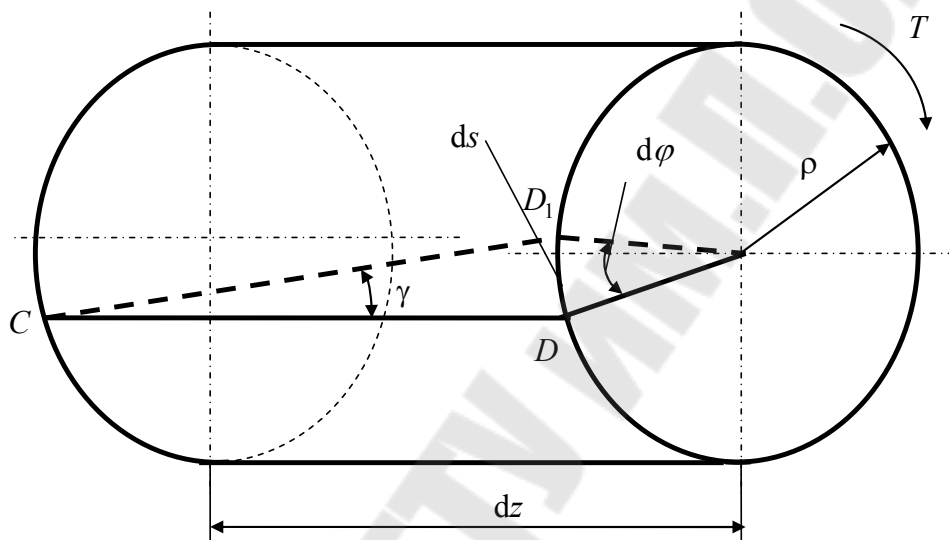


Рис. 5.6

Выразим длину дуги DD_1 через угол сдвига γ и элементарный угол закручивания $d\varphi$

$$DD_1 = ds = dz \cdot \gamma; \quad DD_1 = ds = \rho \cdot d\varphi.$$

Откуда

$$dz \cdot \gamma = \rho \cdot d\varphi.$$

Тогда угол сдвига

$$\gamma = \frac{d\varphi}{dz} \rho.$$

Обозначая, $\theta = \frac{d\varphi}{dz}$, получаем

$$\gamma = \theta\rho,$$

где θ – относительный угол закручивания.

3. Физическая сторона задачи. Согласно закону Гука при сдвиге, имеем

$$\tau = G\gamma = G\theta\rho.$$

Крутящий момент в сечении в этом случае будет равен

$$T = \int_A \tau\rho \cdot dA = \int_A G\theta\rho^2 \cdot dA = G\theta \int_A dA \cdot \rho^2 = G\theta I_\rho.$$

Откуда относительный угол закручивания

$$\theta = \frac{T}{GI_\rho},$$

а касательные напряжения

$$\tau = G\theta\rho = \frac{T}{I_\rho} \rho.$$

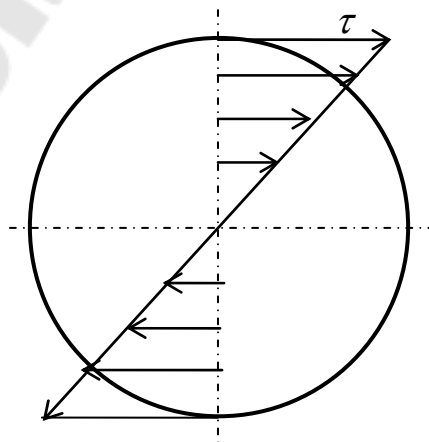


Рис. 5.7

Касательные напряжения, возникающие в поперечных сечениях вала при кручении в каждой точке его сечения, направлены перпендикулярно прямой, соединяющей данную точку с центром сечения, а их значение прямо пропорционально расстоянию от центра до точки. В центре сечения касательные напряжения равны нулю. Характер их изменения вдоль диаметра круглого сечения имеет вид (рис. 5.7).

Из определения относительного угла закручивания, что $\theta = \frac{d\varphi}{dz}$, элементарный угол закручивания будет равен

$$d\varphi = \theta \cdot dz = \frac{T \cdot dz}{GI_{\rho}}.$$

Полный угол закручивания вала длиной l

$$\varphi = \int_l \frac{T \cdot dz}{GI_{\rho}}.$$

В случае постоянства крутящего момента вдоль оси вала полный угол закручивания

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_{\rho}}.$$

Величину GI_{ρ} называют жесткостью при кручении

Максимальное касательное напряжение в поперечном сечении бруса будет определяться по зависимости:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{I_{\rho}} \rho_{\max} = \frac{T}{\frac{I_{\rho}}{\rho_{\max}}} = \frac{T}{W_{\rho}}.$$

Таким образом, максимальное касательное напряжение в поперечном сечении вала равно частному от деления крутящего момента на полярный момент сопротивления.

Подбор сечения вала при кручении. Опасными считаются все точки контура сечения, геометрическими характеристиками прочности и же-

сткости сечения являются соответственно полярный момент сопротивления и полярный момент инерции, значения которых зависят не только от площади, но и от формы сечения.

Необходимо уметь рассчитывать диаметр вала из условия прочности

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_{\rho}} \leq [\tau]$$

и условия жесткости

$$Q = \frac{180^0 T_{\max}}{\pi G I_{\rho}} \leq [Q].$$

Требуемый диаметр вала в этих случаях соответственно рассчитывают по зависимостям:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T_{\max}}{\pi[\tau]}}; \quad d \geq \sqrt{\frac{180^0 \cdot 32T_{\max}}{\pi^2 G [[Q]}}.$$

Диаметр вала согласуют с рядом длин и принимают наибольшим.

Для бруса из пластичного материала принимают $[\tau] = (0,55 \dots 0,6)$ $[\sigma_p]$, для валов из конструкционных сталей обычно принимают $[\tau] = 20 \dots 50$ МПа.

Допускаемый относительный угол закругления в машиностроении принимают: $[Q] = 0,25 \dots 1,00$ град/м.

Тема 6. Плоский изгиб

Основные понятия и определения. В отличие от деформации растяжения-сжатия и кручения изгиб представляет такую деформацию, при которой происходит искривление оси прямого бруса. Осью бруса называется геометрическое место точек центров тяжести поперечных сечений бруса.

Если в сечении бруса действует только один изгибающий момент, то изгиб называется чистым. Если в поперечных сечениях кроме изгибающего момента действует и поперечная сила, то изгиб называется поперечным.

Брус, работающий на изгиб, называется балкой. Изгиб называется плоским, если ось балки после деформации остается плоской линией. В противном случае имеет место кривой изгиб.

Дифференциальные зависимости при изгибе. Пусть на балку действует плоская система сил (рис. 6.1,а). Выделим из балки элемент, поперечные сечения которого отстоят друг от друга на расстоянии dz , так, чтобы на него не действовали внешние сосредоточенные силы и моменты (рис. 6.1,б).

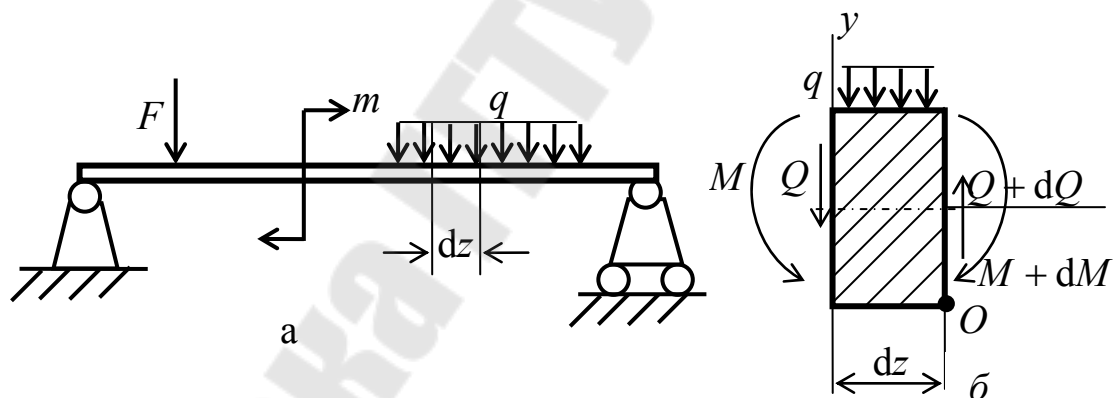


Рис. 6.1

На левый торец выделенного элемента действуют внутренние усилия Q и M , а на правый $Q + dQ$ и $M + dM$, а также на элемент действует распределенная нагрузка q .

Так как вся балка находится в равновесии, то в равновесии находится и элемент dz . Составим условие равновесия выделенного элемента в виде суммы проекций всех сил на ось y

$$\Sigma F_y = 0; -Q - q \cdot dz + (Q + dQ) = 0,$$

откуда $\frac{dQ}{dz} = q$.

Следовательно, первая производная от поперечной силы по абсциссе сечения равна интенсивности распределенной нагрузки.

Составим условие равновесия моментов всех сил, действующих на выделенный элемент относительно точки O .

$$\Sigma M_K = 0; +M + Q \cdot dz + q \cdot dz \cdot \frac{dz}{2} - (M + dM) = 0,$$

откуда, пренебрегая величинами второго порядка малости, получаем

$$\frac{dM}{dz} = Q.$$

Таким образом, производная изгибающего момента по абсциссе сечения равна поперечной силе.

Данные зависимости называются дифференциальными зависимостями Журавского при изгибе.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

При расчете балок на прочность необходимо знать характер изменения изгибающего момента и поперечной силы вдоль оси балки и знать положение опасного сечения. С этой целью строят эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Поперечная сила Q_y в сечении численно равна алгебраической сумме всех внешних сил справа или слева от сечения. Если внешняя сила стремится повернуть отсеченную часть по часовой стрелке относительно рассматриваемого сечения, то поперечная сила положительна (рис. 6.2).



Рис. 6.2

Изгибающий момент M_x в сечении численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил справа или слева от сечения.

Изгибающий момент будет положительным, если при действии момента внешних сил балка искривляется выпуклостью вниз (рис. 6.3).

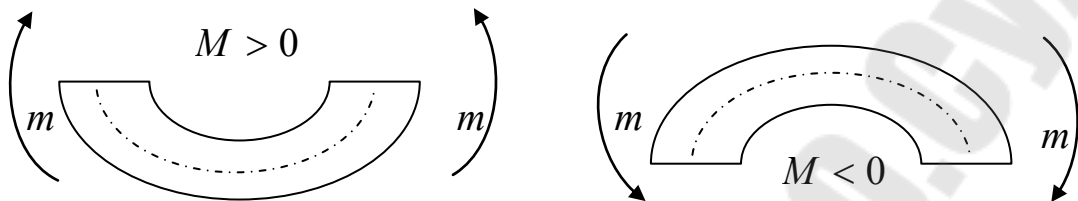


Рис. 6.3

Нормальные напряжения при чистом прямом изгибе. В случае *чистого плоского изгиба* балки, из шести внутренних силовых факторов, которые могут действовать в ее поперечных сечениях при чистом изгибе будет только изгибающий момент M_x .

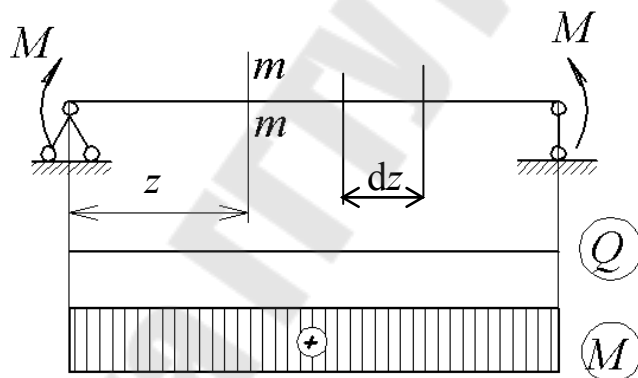


Рис. 6.4

Выведем формулу для вычисления напряжений в любой точке сечения. Рассмотрим статическую сторону задачи.

Статическая сторона задачи о чистом изгибе. Проведем поперечное сечение $m - m$ на произвольном расстоянии x от начала координат (рис. 6.4). В полученном сечении выделим элемент площади dA (рис. 6.5), координаты которого y и x .

При чистом изгибе на элемент dA будет действовать усилие $dN = \sigma \cdot dA$.

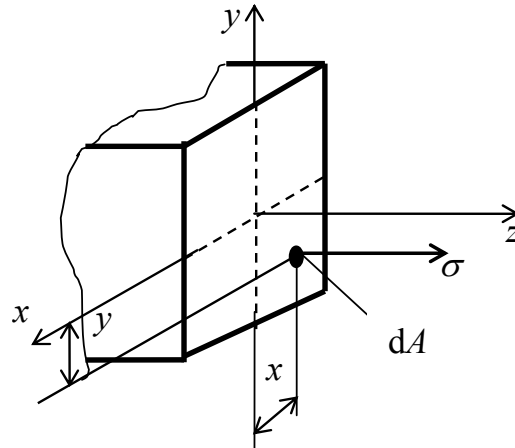


Рис. 6.5

В этом случае изгибающий момент, действующий в сечении балки, будет определяться выражением

$$M_x = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA.$$

Данное выражение представляет собой статическую сторону задачи о чистом изгибе.

Однако его нельзя использовать для определения нормальных напряжений, так как неизвестен закон распределения напряжений по сечению.

Геометрическая сторона задачи о чистом изгибе. При чистом изгибе, как показывают опыты, балка деформируется следующим образом:

- а) продольные линии искривляются по дуге окружности;
- б) контуры поперечных сечений остаются плоскими;
- в) линии контуров сечений всюду пересекаются с продольными волокнами под прямым углом.

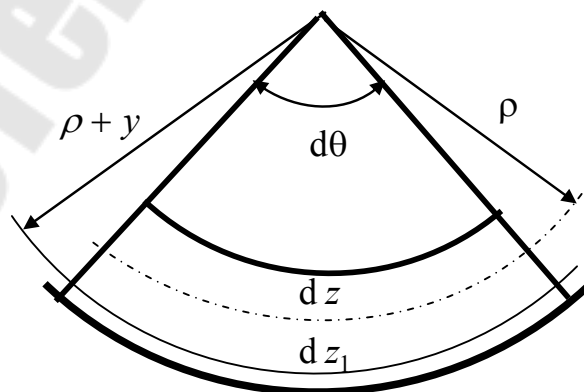


Рис. 6.6

На основании этого можно предположить, что при чистом изгибе поперечные сечения балки остаются *плоскими* и поворачиваются так, что остаются *нормальными* к изогнутой оси балки. Следовательно, при чистом изгибе будет справедлива *гипотеза плоских сечений*.

Выделим двумя поперечными сечениями элемент балки длиной dz (рис. 6.4).

Под нагрузкой нейтральная ось искривляется, а сечения поворачиваются относительно своих нейтральных линий на угол $d\theta$ (рис. 6.6).

Длина отрезка волокон нейтрального слоя при этом остается неизменной

$$dz = \rho \cdot d\theta.$$

Определим длину отрезка волокон, отстоящего от нейтрального слоя на расстоянии y

$$dz_1 = (\rho + y) \cdot d\theta.$$

Относительное удлинение в этом случае будет

$$\varepsilon = \frac{dz_1 - dz}{dz} = \frac{(\rho + y)dz - \rho \cdot dz}{\rho \cdot dz} = \frac{y}{\rho}.$$

Зависимость $\varepsilon = \frac{y}{\rho}$ отражает геометрическую сторону задачи о чистом изгибе, из которой видно, что деформации продольных волокон изменяются по высоте сечения по линейному закону.

Физическая сторона задачи о чистом изгибе. Используя закон Гука при осевом растяжении, получаем

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{y}{\rho}.$$

Подставив в выражение, отражающее статическую сторону задачи о плоском изгибе, значение σ , получаем

$$M_x = \int_A \sigma y dA = \int_A E \frac{y}{\rho} y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = \frac{E}{\rho} I_x,$$

откуда

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}.$$

Подставив значение $\frac{1}{\rho}$ в исходную формулу, получаем

$$\sigma = E \frac{M_x}{EI_x} y = \frac{M_x}{I_x} y.$$

Данное выражение отражает физическую сторону задачи о чистом изгибе, которое дает возможность рассчитать нормальные напряжения по высоте сечения.

Хотя это выражение получено для случая чистого изгиба, но как показывают теоретические и экспериментальные исследования, оно может быть использовано и для плоского поперечного изгиба.

Нейтральная линия. Положение нейтральной линии определим из условия равенства нулю нормальной силы в сечениях балки при чистом изгибе

$$N = \int_A \sigma dA = \int_A \frac{M_x}{I_x} y dA.$$

Так как $M_x \neq 0$ и $I_x \neq 0$, то необходимо, чтобы нулю был равен интеграл $\int_A y dA$. Данный интеграл представляет собой статический момент сечения относительно нейтральной оси. Так как статический момент сечения равен нулю только относительно центральной оси, следовательно, нейтральная линия при плоском изгибе совпадает с главной центральной осью инерции сечения.

Условие прочности по нормальным напряжениям. Максимальные напряжения имеют место на поверхности сечения. Поэтому условие прочности по нормальным напряжениям будет иметь вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{I_x} y_{\max} = \frac{M_{\max}}{\frac{I_x}{y_{\max}}} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma],$$

где M_{\max} – максимальный изгибающий момент, действующий в сечении балки;

y_{\max} – максимальное расстояние от нейтральной оси до края сечения;

I_x – осевой момент инерции сечения относительно оси x ;

W_x – осевой момент сопротивления сечения относительно оси x ;

$[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение.

Касательные напряжения. При поперечном изгибе, когда в сечениях бруса изгибающий момент M и поперечная сила, возникают не только нормальные напряжения σ , но и касательные напряжения τ .

Формула для определения касательных напряжений при поперечном изгибе впервые была получена Д. И. Журавским и носит его имя:

$$\tau = \frac{QS_{xo}}{bI_x},$$

где Q – поперечная сила в рассматриваемом сечении балки;

S_{xo} – статический момент площади отсеченной части сечения относительно нейтральной оси балки;

b – ширина сечения в рассматриваемом слое;

I_x – момент инерции сечения относительно нейтральной оси.

Касательные напряжения равны нулю в крайних волокнах сечения и максимальны в волокнах нейтрального слоя.

Условие прочности по касательным напряжениям. Максимальные касательные напряжения имеют место на нейтральном слое сечения. Поэтому условие прочности по касательным напряжениям будет иметь вид:

$$\tau = \frac{QS_{xo}}{bI_x} \leq [\tau],$$

где $[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение.

Тема 7. Гипотезы прочности

Основные положения. Для определения напряженного состояния в какой-либо точке тела нужно вокруг этой точки выделить элементарный параллелепипед. В общем случае по граням этого параллелепипеда будут действовать нормальные и касательные напряжения. Зная эти напряжения можно определить главные площадки, по которым будут действовать только нормальные напряжения σ_1 , σ_2 и σ_3 , которые называются главными напряжениями.

Опыты показывают, что начало стадии пластических деформаций, и характер разрушения зависит от модуля, знака и соотношения главных напряжений. Поэтому, чтобы судить о прочности материала при сложном напряженном состоянии, нужно знать в какой момент при той или иной комбинации главных напряжений наступает опасное состояние материала.

В связи с этим возникает задача, что, зная максимально допустимое напряжение при простом растяжении, найти равное эквивалентное ему напряжение из комбинации главных напряжений при сложном напряженном состоянии.

Единственным практическим путем решения этой задачи является установление общих критериев разрушения, которые позволили бы оценить опасность перехода материала в предельное состояние при сложном напряженном состоянии, используя лишь данные опытов на растяжение. Так как универсального критерия, позволяющего рассчитать предельное состояние для любого материала, нет, то было разработано несколько различных теорий прочности.

Гипотезы прочности представляют собой предположения о преимущественном влиянии на прочность материала того или иного фактора.

Наиболее важными факторами, связанными с возникновением опасного состояния материала являются: нормальные и касательные напряжения, линейные деформации и потенциальная энергия деформации.

Эквивалентным напряжением называется напряжение, которое следует создать в растянутом образце, чтобы его напряженное состояние стало равноопасным заданному напряженному состоянию.

Заменяя сложное напряженное состояние эквивалентным растяжением, получаем возможность использовать при сложном напряженном состоянии условие прочности при простом растяжении:

$$\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma_p].$$

Сложное сопротивление. К сложному сопротивлению относятся такие виды нагружения бруса, при которых в поперечных сечениях возникают одновременно не менее двух внутренних силовых факторов. Исключением является поперечный изгиб, который не принято рассматривать как случай сложного сопротивления, хотя в сечениях возникает изгибающий момент и поперечная сила. Это связано с тем, что в большинстве случаев расчеты на прочность и жесткость проводятся без учета влияния поперечной силы.

Случаи сложного сопротивления можно словно разделить на две группы.

К первой группе относятся такие случаи сложного сопротивления, когда в опасных точках бруса напряженное состояние является одноосным. В эту группу относят косой изгиб (рис. 7.1,а), изгиб с растяжением (рис. 7.1,б), внецентренное растяжение-сжатие (рис. 7.1,в) и др.

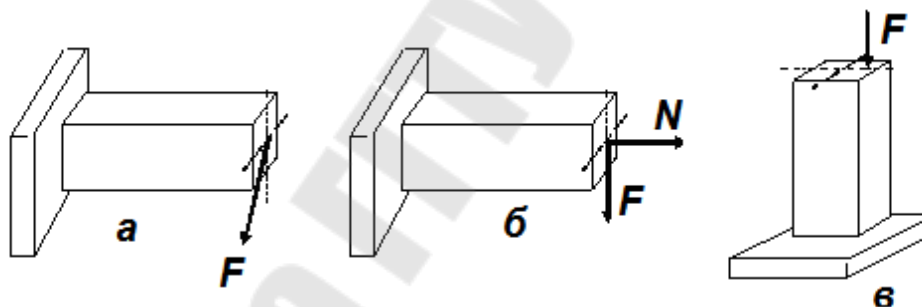


Рис. 7.1

При косом изгибе условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_x}{I_x} y_{\text{max}} + \frac{M_y}{I_y} x_{\text{max}} \leq [\sigma_p]$$

Условие прочности при изгибе с растяжением, пренебрегая действием поперечных сил, имеет вид:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_x}{I_x} y_{\text{max}} + \frac{N}{A} \leq [\sigma_p].$$

Ко второй группе относятся такие случаи сложного сопротивления, когда напряженное состояние является плоским. Например, изгиб с кручением (рис. 7.2,а), когда действует внешний вращающий момент T_e и сила F .

Для случая нагружения, относящейся к первой группе, в отличие от второй группы, нет необходимости в применении гипотез прочности.

Изгиб с кручением. На практике часто встречается брус круглого и некруглого сечения, подверженный одновременному действию крутящих и изгибающих моментов. Такому нагружению наиболее часто подвержены валы машин и механизмов.

Для расчета вала в таком случае необходимо в первую очередь установить опасные сечения. Для этого необходимо построить эпюры изгибающих (рис. 7.2,б) и крутящих моментов (рис. 7.2,в).

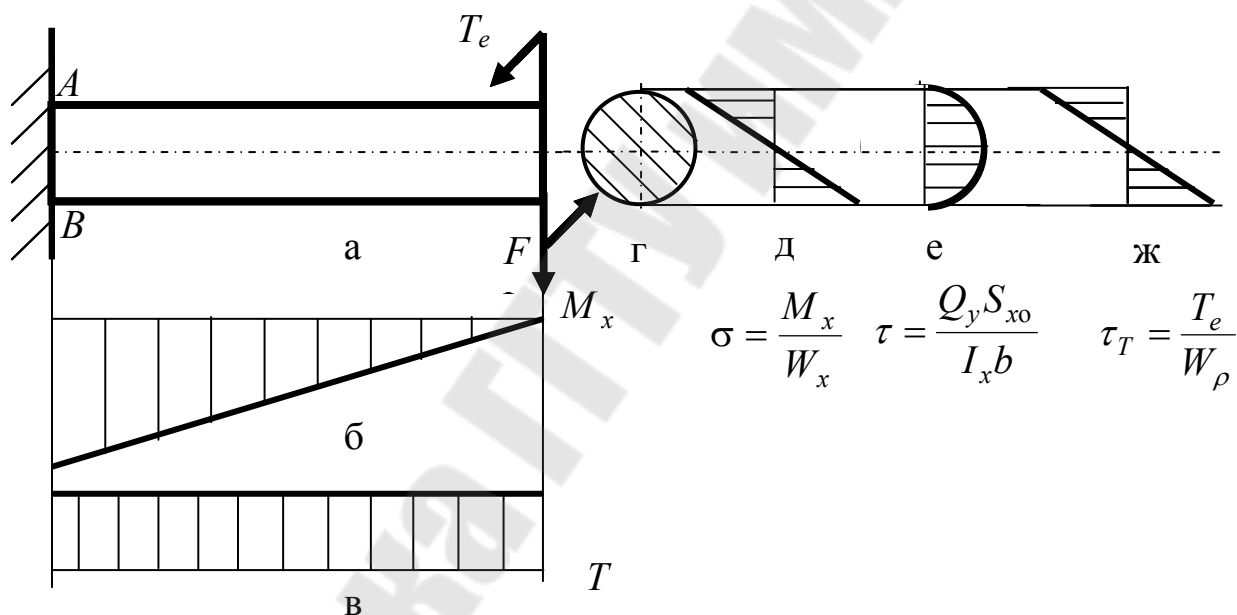


Рис. 7.2

Пользуясь принципом независимости действия сил, необходимо отдельно определить напряжения, возникающие в сечении вала (рис. 7.2, г) при изгибе и кручении.

При изгибе в поперечных сечениях вала возникают нормальные напряжения, достигающие наибольшего значения в крайних волокнах бруса (рис. 7.2,д) $\sigma = \frac{M_x}{W_x}$ и касательные напряжения, достигающие наибольшего значения у нейтральной оси, определяемые по формуле Журавского (рис. 7.2.е)

$$\tau = \frac{Q_y S_{x0}}{I_x b}.$$

От кручения в поперечных сечениях бруса возникают касательные напряжения, достигающие наибольшего значения в точках контура сечения

$$\tau_T = \frac{T_e}{W_\rho}.$$

Учитывая, что касательные напряжения от действия поперечной силы значительно меньше касательных напряжений от крутящего момента, поэтому ими пренебрегают.

Опасное сечение вала будет у заделки, где действуют максимальные напряжения от изгиба и кручения. Опасными точками будут точки A и B .

В настоящей момент наибольшее распространения при расчетах получили распространение третья и четвертая теории прочности.

Третья теория прочности. В основу этой теории была положена гипотеза наибольших касательных напряжений, выдвинутая Кулоном в 1773 году. Согласно данной гипотезе опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда наибольшее касательное напряжение достигает значения, предельного для данного материала.

При объемном напряженном состоянии

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

Условие прочности по третьей теории прочности имеет вид

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq [\tau] = \frac{[\sigma_p]}{2},$$

или

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma_p].$$

Подставляя значения главных нормальных напряжений, выраженных через нормальные и касательные напряжения, получаем

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_p].$$

Четвертая теория прочности. В основу этой теории была положена гипотеза энергии формоизменения, выдвинутая Бельтрами в 1885 году и Губером в 1904 году. Согласно данной гипотезе опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда удельная потенциальная энергия изменения формы достигает предельного для данного материала значения.

При объемном напряженном состоянии удельная потенциальная энергия изменения формы, выраженная через главные напряжения, определяется следующим уравнением:

$$u_{\phi} = \frac{1 + \mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2].$$

Предельное значение при простом растяжении

$$u_{\phi \text{ пред}}^p = \frac{1 + \mu}{3E} \sigma_T^2.$$

Условие прочности в этом случае имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma_p]$$

Подставляя значения главных нормальных напряжений, выраженных через нормальные и касательные напряжения, получаем

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}.$$

Тема 8. Неразъемные соединения деталей машин

Из неразъемных соединений наибольшее распространение получили сварные соединения и заклепочные соединения.

Сварные соединения. Сварные соединения являются наиболее совершенной и распространенной разновидностью неразъемных соединений. По конструктивным признакам сварные соединения делятся на следующие разновидности: соединения стыковые (рис. 8.1,а), соединения внахлестку (рис. 8.1,б) и соединения тавровые (рис. 8.1,в).

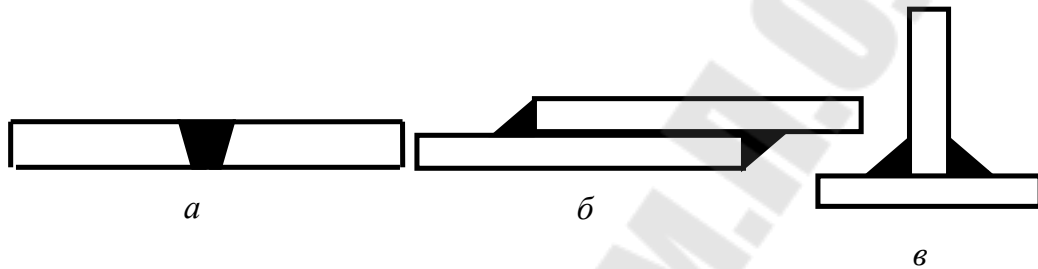


Рис. 8.1

Соединения стыковые. При действии на стыковое соединение растягивающей силы F (рис. 8.2) условие прочности имеет вид:

$$\sigma'_p = \frac{F}{bs} \leq [\sigma'_p],$$

где σ'_p – растягивающее напряжение в сварном шве;

F – сила, действующая на сварное соединение;

b – ширина свариваемых деталей;

s – толщина свариваемых деталей.

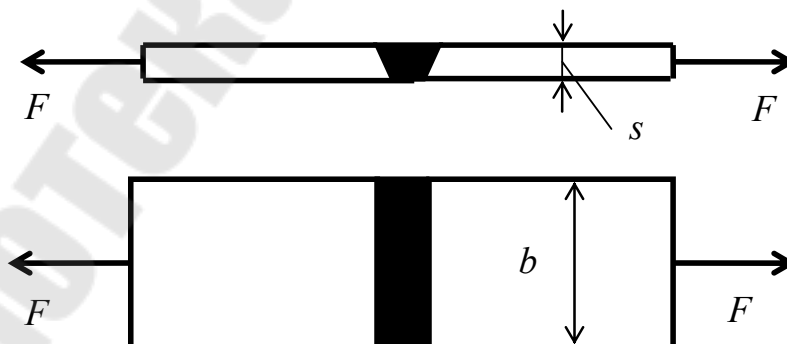


Рис. 8.2

Соединения внахлестку. Соединения внахлестку выполняются с помощью угловых швов (рис. 8.3), которые в зависимости от формы поперечного сечения подразделяются на выпуклые 1, нормальные 2 и вогнутые 3 швы.

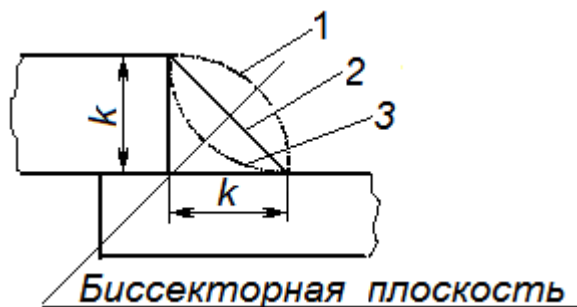


Рис.8.3

При расчете сварных соединений принимают, что угловой шов нормальный. Разрушение углового шва происходит по бисекторной плоскости.

В зависимости от расположения сварного шва они подразделяются на лобовые, фланговые, косые и комбинированные.

Минимальное значение катета $k = 3$ мм. В большинстве случаев $k = \delta$.

Лобовой шов накладывается перпендикулярно к линии действия нагрузки F .

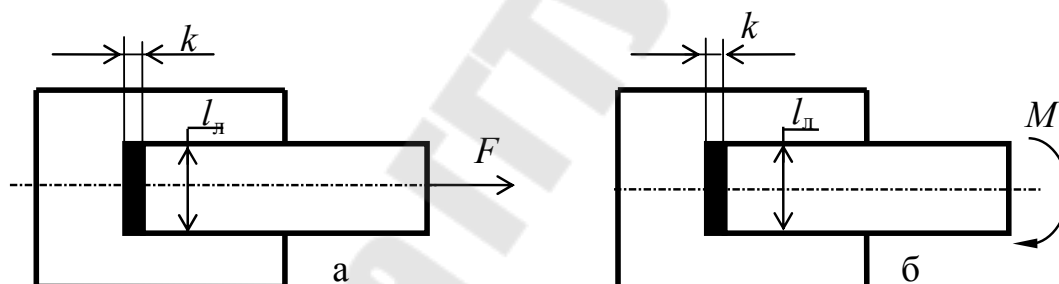


Рис. 8.4

Условие прочности для лобового шва при действии силы F (рис. 8.4,а)

$$\tau' = \frac{F}{A_{\text{ср}}} = \frac{F}{0,7kl_{\text{л}}} \leq [\tau'],$$

где k – катет шва,

$l_{\text{л}}$ – длина лобового шва,

$[\tau']$ – допускаемое напряжение на срез.

В случае действия изгибающего момента M (рис. 8.4,б) условие прочности записывается в следующем виде:

$$\tau' = \frac{M}{W_{\text{и}}} = \frac{6M}{0,7kl_{\text{л}}^2} \leq [\tau']$$

Фланговый шов. Фланговым сварным шов называется шов, направление которого параллельно направлению усилия (рис. 8.5).

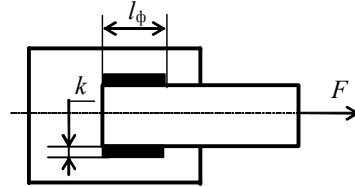


Рис. 8.5

На практике длину фланговых швов ограничивают условием $l_{\phi} \leq 50k$, а условие прочности при действии на сварное соединение силы F имеет вид:

$$\tau' = \frac{F}{A_{\text{ср}}} = \frac{F}{0,7kl_{\phi}z} \leq [\tau'],$$

где z – количество швов.

Косой шов. Направление косого сварного шва составляет с направлением внешней нагрузки некоторый угол α . Условие прочности для косого шва при действии силы F в плоскости стыка будет иметь вид:

$$\tau' = \frac{F}{0,7kl_{\text{к}}} \leq [\tau'],$$

где $l_{\text{к}}$ – длина косого шва.

Комбинированный шов. Данный шов состоит из сочетания лобовых и фланговых швов (рис. 8.6).

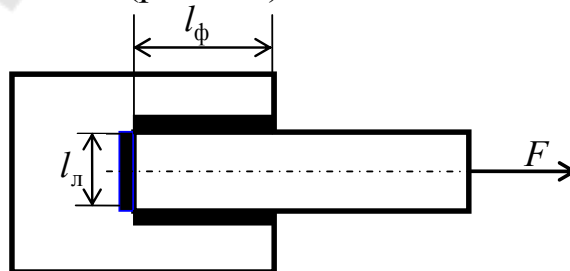


Рис. 8.6

При действии внешней нагрузки, проходящей через центр тяжести шва, условие прочности будет иметь вид:

$$\tau' = \frac{F}{0,7k(2l_{\phi} + l_{\perp})} \leq [\tau'].$$

Соединения тавровые. При данном виде соединения соединяемые элементы расположены во взаимно перпендикулярно расположенных плоскостях. Тавровые соединения могут выполняться как стыковым (рис. 8.7,а), так и угловым (рис. 8.7,б) швом. Расчет тавровых соединений различается в зависимости от вида шва, которым выполнено соединение.

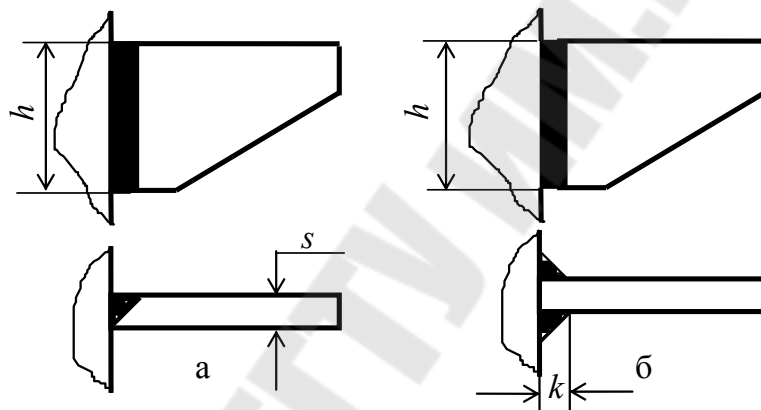


Рис. 8.7

Сварное тавровое соединение, выполненное стыковым швом, рассчитывают по нормальным напряжениям, а в случае применения углового шва расчет ведут по касательным напряжениям.

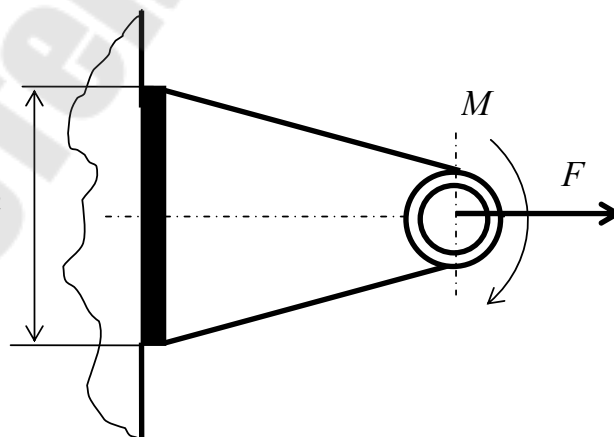


Рис. 8.8

Условие прочности таврового соединения (рис. 8.8), нагруженно-го силой F , линия действия которой проходит через центр стыка, и моментом M , имеет вид:

для стыкового шва

$$\sigma' = \frac{F}{A_p} + \frac{M}{W_{и}} = \frac{F}{sh} + \frac{6M}{sh^2} \leq [\sigma'],$$

для углового шва

$$\tau' = \frac{F}{A_{ср}} + \frac{M}{W_{и}} = \frac{F}{0,7zkh} + \frac{6M}{0,7zkh^2} \leq [\tau'],$$

где s – толщина соединяемой детали;

z – число сварных швов;

k – катет сварного шва;

h – высота привариваемой детали к стойке.

Определение допускаемых напряжений. В случае действия статической нагрузки, допускаемые напряжения в сварных швах задаются в долях допускаемого напряжения для основного материала $[\sigma_p]$, которые определяются по зависимости:

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_T \varepsilon}{[s] k_\sigma},$$

где σ_T – предел текучести основного материала;

$\varepsilon = 0,9$ – коэффициент масштабного фактора;

$[s]$ – коэффициент безопасности ($[s] = 1,2 \dots 1,3$ – для углеродистых сталей и $[s] = 1,3 \dots 1,5$ – для низколегированных сталей);

$k_\sigma = 1 \dots 1,2$ – коэффициент концентрации напряжений при статических нагрузках (большее значение для лобовых швов).

При действии нагрузки переменной по величине и направлению допускаемое напряжение понижают.

Заклепочные соединения. Заклепочные соединения в основном применяются в тех случаях, когда невозможно применить сварное соединение. Заклепочное соединение – неразъемное соединение деталей при помощи *заклепок*.

Заклепка – крепежная деталь, состоящая из стержня цилиндрической формы и закладной головки. Основные типы заклепок показаны на (рис. 8.9).

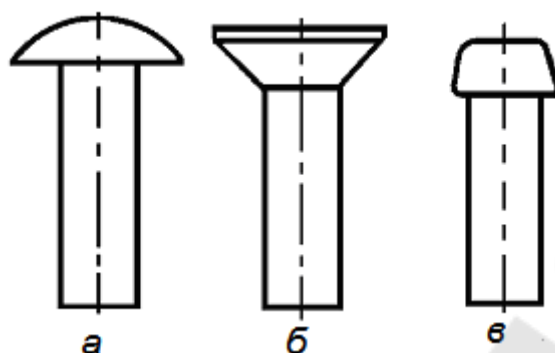


Рис. 8.9

В соответствии с назначением заклепочные соединения подразделяются на прочные, плотные и прочноплотные соединения.

Прочные заклепочные соединения применяются в стальных конструкциях подъемно-транспортных сооружений, фермах, узлах машин общего назначения.

Плотные заклепочные соединения применяются в конструкциях, требующих герметичность соединения.

Прочноплотные заклепочные соединения применяются в тех случаях, когда они должны обеспечивать кроме прочности еще и герметичность.

Формирование замыкающей головки происходит в результате расклепывания стержня заклепки, вставленной в отверстия, соединяемых деталей.

Для облегчения ввода заклепки отверстия в деталях делают несколько больше, чем диаметр заклепки. Изготовление отверстий осуществляют путем сверления (точный способ) или путем продавливания (грубый способ). Диаметр отверстия d_0 в деталях выбирается в зависимости от диаметра заклепки d и способа изготовления отверстия.

В процессе клепки за счет протекания поперечной упругопластической деформации стержня заклепки происходит заполнения технологического зазора между стержнем и стенками отверстия. Клепку производят без нагрева заклепок, если их диаметр не превышает 12 мм, и с нагревом до температуры 1000 ... 1100⁰С, если диаметр больше 12 мм. Формирование замыкающей головки у заклепок из цветных металлов и сплавов проводят без нагрева.

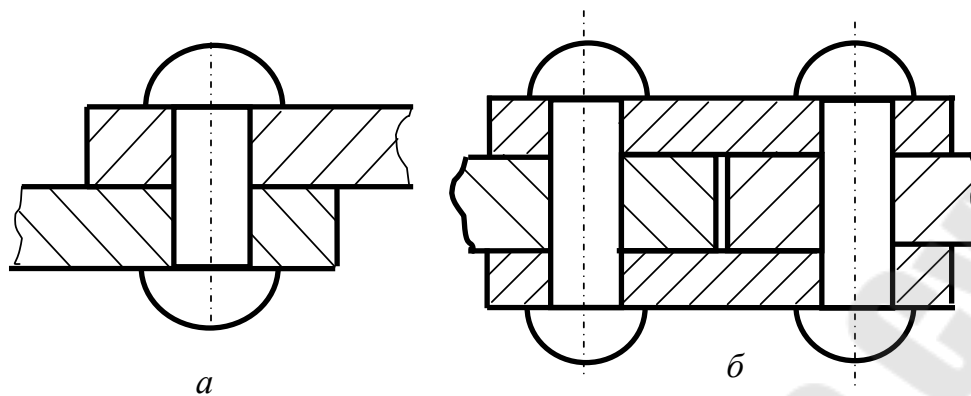


Рис. 8.10

Виды и параметры заклепочных швов. В зависимости от расположения соединяемых деталей различают заклепочные швы внахлестку (рис. 8.10,а) и встык с одной накладкой и двумя накладками (рис. 8.10,б).

Геометрические параметры заклепочного шва определяют по эмпирическим зависимостям.

Диаметр заклепки определяют по зависимости:
в односрезном заклепочном соединении

$$d = 2s;$$

в двухсрезном заклепочном соединении

$$d = 1,5s.$$

где s - толщина соединяемых деталей.

Минимальный шаг t размещения заклепок определяется из условия удобства формирования замыкающей головки. Максимальный шаг заклепочного соединения определяется условием плотного соприкосновения листов и зависит от жесткости соединяемых элементов. Обычно он изменяется в пределах $t = (3 \dots 6)d$.

Расстояние e от центра заклепки до края листа в направлении действующей силы принимают в зависимости от способа изготовления отверстия:

$$e = 1,5d \text{ (отверстия сверленные)} \text{ и } e = 2d \text{ (отверстия продавленные)}.$$

В конструкциях из легких сплавов – $e = 2d$.

Расстояние e_1 от центра заклепки до края листа в направлении, перпендикулярном линии действия силы $e_1 = 1,5d$.

При расчете заклепочного соединения, нагруженного силой в плоскости стыка, необходимо обеспечить:

- 1) прочность заклепок *на срез*;
- 2) прочность заклепок и стенок отверстий в соединяемых элементах *на смятие*;
- 3) прочность соединяемых элементов по сечениям, ослабленным отверстиями под заклепки, *на растяжение*;
- 4) прочность краев соединяемых элементов *на срез* заклепками.

Рассмотрим расчетные зависимости на примере однорядного заклепочного шва, выполненного внахлестку (рис. 100).

При действии внешней силы разрушение стержня заклепки в результате среза происходит по сечению, лежащему в плоскости стыка соединяемых деталей (на рис. 100 сечение условно показано волнистой линией).

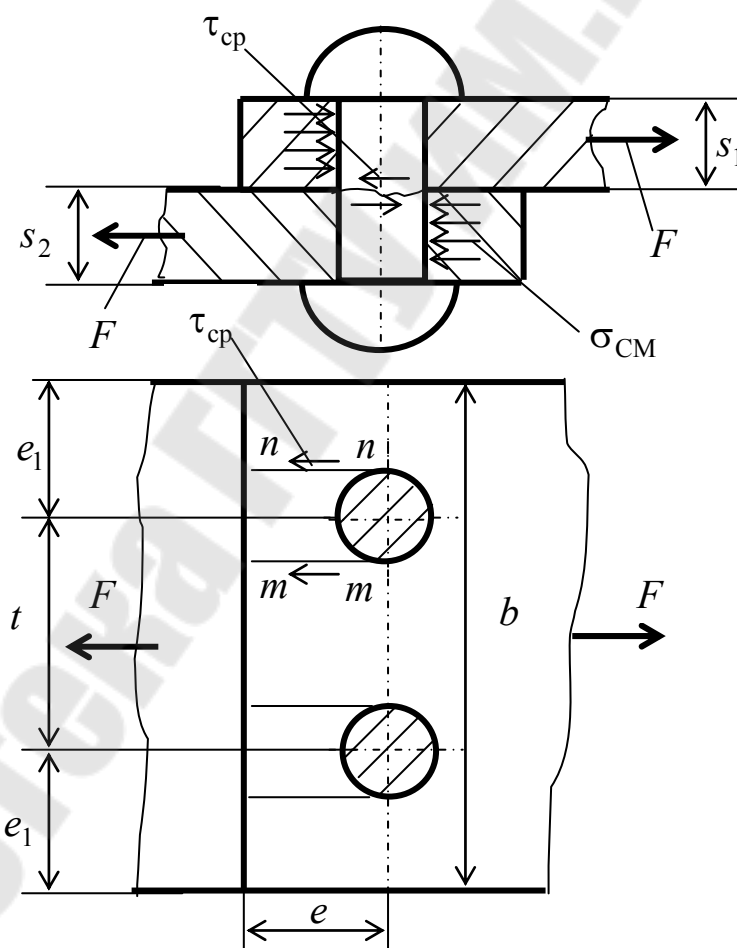


Рис. 100

Условие прочности заклепки по допускаемым напряжениям среза имеет вид:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{A_{\text{ср}}} = \frac{4F}{\pi d_0^2 z i} \leq [\tau_{\text{ср}}]$$

где F - внешняя сила, действующая на заклепочное соединение;

d_0 - диаметр отверстия;

i - число плоскостей среза стержня заклепки;

$[\tau_{\text{ср}}]$ - допускаемое напряжение на срез для материала заклепки.

При изготовлении заклепки из менее прочного материала, чем материал соединяемых деталей, то при нагружении соединения внешней силой возможно смятие стержня заклепки. Условие прочности по допускаемым напряжениям смятия имеет вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{s_{\text{min}} d_0 z} \leq [\sigma_{\text{см}}]$$

где s_{min} - наименьшая толщина соединяемых деталей;

$[\sigma_{\text{см}}]$ - допускаемое напряжение на смятие материала заклепки.

Под действием внешней нагрузки может произойти разрушение детали по нормальному сечению, так как оно ослаблено отверстиями под заклепки. Для обеспечения прочности соединяемых деталей нормальное растягивающее напряжение в этом сечении должно удовлетворять условию:

$$\sigma_{\text{р}} = \frac{F}{S_{\text{min}} (b - d_0 z_{\text{р}})} \leq [\sigma_{\text{р}}];$$

где b - ширина соединяемых деталей;

$z_{\text{р}}$ - число заклепок в рассматриваемом сечении;

$[\sigma_{\text{р}}]$ - допускаемое напряжение на разрыв для материала листа.

Условие прочности на срез края соединяемых деталей

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{2S_{\text{min}} (e - 0,5d_0) z} \leq [\tau_{\text{ср}}]$$

Материалы и допускаемые напряжения. При выборе материала заклепки необходимо руководствоваться тем, чтобы коэффици-

ент линейного расширения заклепки и соединяемых деталей был примерно одинаков.

При расчете на прочность допускаемые напряжения на срез и на смятие $[\sigma_{см}]$ определяют в зависимости от допускаемого напряжения на растяжение $[\sigma_p]$ основного материала по следующим зависимостям:

$$[\tau_c] = (0,8 \dots 0,9)[\sigma_p] \text{— при сверленных отверстиях;}$$

$$[\tau_c] = (0,67 \dots 0,7)[\sigma_p] \text{— при продавленных отверстиях;}$$

$$[\sigma_{см}] = 2[\sigma_p] \text{— при сверленных отверстиях;}$$

$$[\sigma_{см}] = 1,7[\sigma_p] \text{— при продавленных отверстиях.}$$

При действии знакопеременной нагрузки на заклепочное соединение, допускаемые напряжения понижаются путем умножения на коэффициент γ

$$\gamma = \frac{1}{a + b \frac{F_{\min}}{F_{\max}}},$$

где a, b - коэффициенты, зависящие от материала заклепок.

F_{\min}, F_{\max} - минимальное и максимальное значение действующей силы.

Тема 9. Разъемные соединения деталей машин

Резьбовые соединения. Резьбовые соединения являются наиболее распространенным видом разъемных соединений. Резьбовыми называют разъемные соединения, выполняемые с помощью резьбовых крепежных деталей - винтов, гаек, шпилек, гаек или резьбы, непосредственно нанесенной на соединяемые детали.

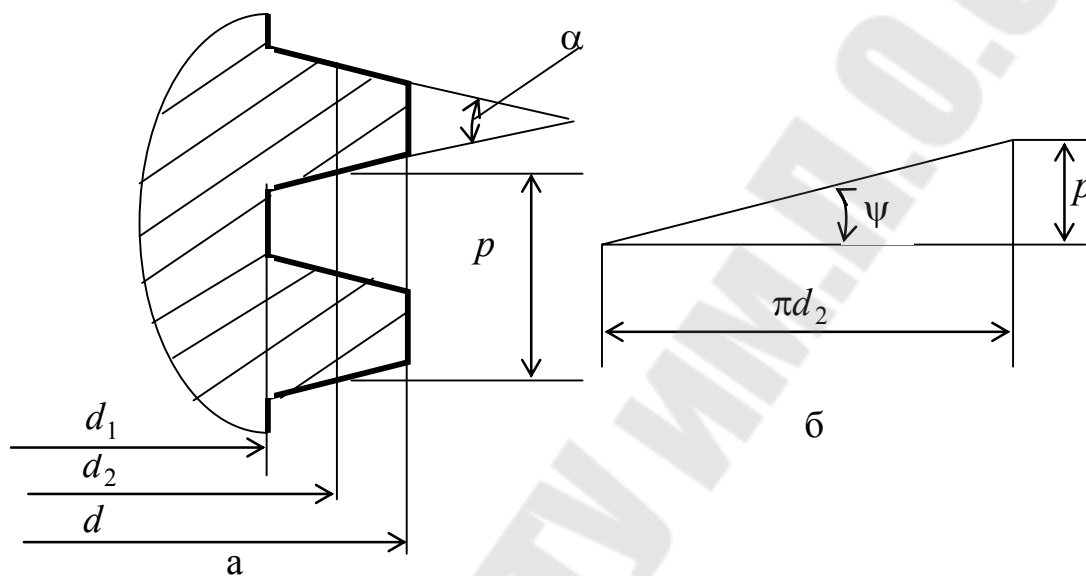


Рис. 9.1

По форме основной поверхности резьбы подразделяют на цилиндрические и конические. Широкое применение имеют детали с цилиндрической резьбой.

Любая резьба имеет три диаметра (рис. 9.1,а) внутренний d_1 , средний d_2 и наружный d .

Профиль резьбы характеризуют углом профиля α , т. е. углом между прямолинейными боковыми сторонами профиля резьбы.

Расстояние между одноименными сторонами двух соседних профилей, измеренное в направлении оси резьбы, называется шагом резьбы и обозначается p . Для многозаходной резьбы используют термин ход резьбы, который обозначается p_h , и равен произведению шага на число заходов. При повороте гайки на один оборот она перемещается вдоль оси винта на шаг или на ход.

Угол подъема ψ (рис. 9.1,б) развертки винтовой линии по среднему диаметру резьбы определяется соотношением

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{P}{\pi d_2}.$$

По направлению винтовой линии различают правую и левую резьбу. Левую резьбу применяют только в специальных случаях.

Резьбы также подразделяются по назначению и форме профиля. Крепежная резьба бывает треугольная и круглая. Для винтовых механизмов применяют трапецеидальную, упорную или прямоугольную резьбу.

Метрическая резьба является основным видом крепежных деталей.

Момент завинчивания гайки. При завинчивании гайки необходимо преодолеть трение в резьбе и на опорной поверхности гайки (рис. 9.2).

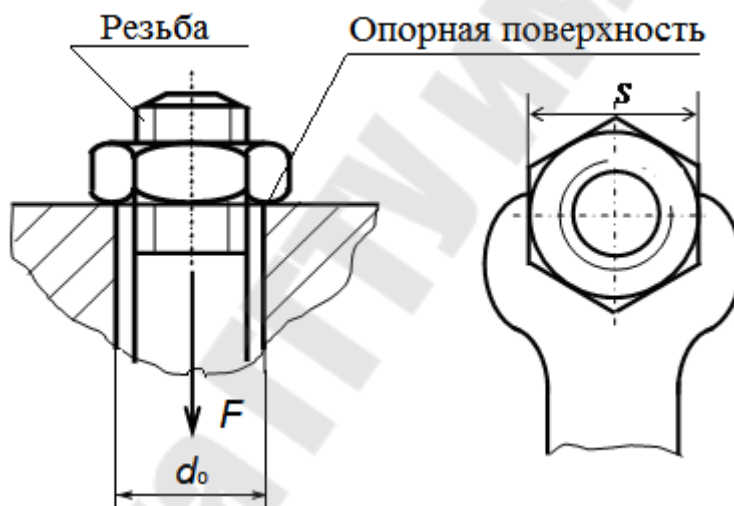


Рис. 9.2

Момент T_p , необходимый для преодоления сил трения в резьбе при завинчивании гайки, равен

$$T_p = F \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\psi + \varphi').$$

Момент T_r , необходимый для преодоления трения на торце гайки

$$T_r = Ff \frac{d_c}{2}.$$

Тогда требуемый момент заворачивания гайки равен

$$T_{\text{зав}} = T_p + T_c = F \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\psi + \varphi') + Ff \frac{d_c}{2} = F \frac{d_2}{2} \left[\operatorname{tg}(\psi + \varphi') + f \frac{d_c}{d_2} \right],$$

где F – осевая сила, действующая в винтовой паре;

d_2 – средний диаметр резьбы;

ψ – угол подъема резьбы;

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{f}{\cos \frac{\alpha}{2}} \text{ – приведенный угол трения;}$$

$\alpha = 60^\circ$ – угол профиля метрической резьбы;

f – коэффициент трения материала гайки по материалу болта;

$d_{\text{cp}} = \frac{S + d_0}{2}$ – средний диаметр опорной поверхности гайки;

S – размер под ключ;

d_0 – диаметр отверстия в деталях.

Условие самоторможения для треугольной резьбы выполняется при условии, если $\psi < \varphi'$.

Расчет стержня болта на прочность. Основным критерием работоспособности резьбовых соединений является прочность. Рассмотрим случаи расчета стержня болта на прочность, когда известна сила, действующая на болт.

Случай 1. На болт действует растягивающая сила (рис. 9.3,а)

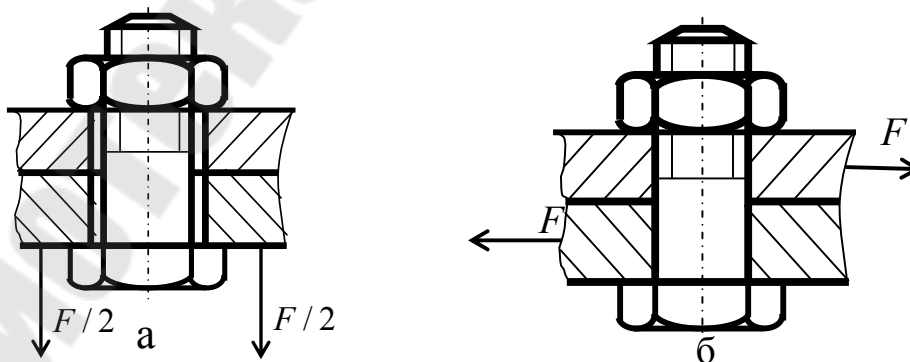


Рис. 9.3

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_p = \frac{F}{\frac{\pi d_1^2}{4}} \leq [\sigma_p],$$

откуда требуемый внутренний диаметр болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma_p]}}.$$

В данном случае не играет роли, как установлен болт с зазором или без зазора.

Случай 2. Болт установлен без зазора и на него действует сила в плоскости стыка (рис. 9.3,б).

Условие прочности болта в этом случае имеет вид:

$$\tau_{cp} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_{cp}],$$

откуда требуемый наружный диаметр болта

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\tau_{cp}]}}.$$

Случай 3. Болт установлен с зазором и на него действует сила в плоскости стыка (рис. 9.4).

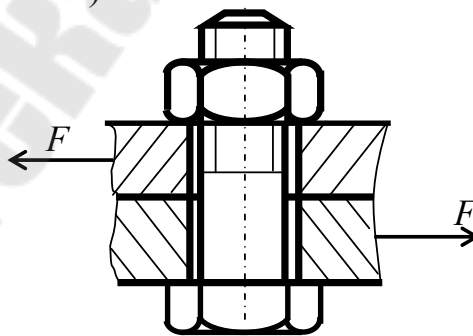


Рис. 9.4

Чтобы не произошло смещение одной детали относительно другой необходимо на поверхности контакта создать силу трения $F_{тр}$, которая была бы больше сдвигающей силы F . Принимают, что сила трения $F_{тр}$ должна быть больше сдвигающей силы F на 20%.

$$F_{\text{тр}} = 1,2F.$$

Сила трения на поверхности контакта создается путем завинчивания гайки, при этом болт испытывает растяжение от силы затяжки $F_{\text{зат}}$ и кручение за счет трения в резьбе. В сечении болта будут действовать нормальные напряжения σ и касательные напряжения τ .

Для определения эквивалентных напряжений используют третью теорию прочности

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_p].$$

Нормальные напряжения от силы затяжки равны

$$\sigma = \frac{F_{\text{зат}}}{\frac{\pi d_1^2}{4}}.$$

Касательные напряжения от момента трения в резьбе

$$\tau = \frac{T_p}{W_\rho} = \frac{F_{\text{зат}} \frac{d_2}{2} \text{tg}(\psi + \varphi')}{\frac{\pi d_1^3}{16}},$$

где φ' – приведенный угол трения.

Подставляя значения σ и τ , получаем условие прочности болта в следующем виде:

$$\sigma_p = \frac{1,3 \cdot 1,2F}{f \frac{\pi d_1^2}{4}} \leq [\sigma_p],$$

откуда требуемый внутренний диаметр болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot 1,2F}{\pi f [\sigma_p]}}.$$

Материалы и допускаемые напряжения в резьбовых соединениях. При выборе материала резьбовых деталей учитывают различные факторы: условия работы, величину и характер нагрузки, способ изготовления, ответственность соединения и др.

При статических нагрузках допускаемые напряжения на растяжение $[\sigma_p]$ вычисляют по зависимости

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_T}{[n]},$$

где $[n]$ – требуемый коэффициент запаса прочности, который зависит от контроля затяжки болта, температурного воздействия, масштабного фактор, ответственности резьбового соединения.

Допускаемые напряжения на срез $[\tau_c]$ для болтов, установленных без зазора

$$[\tau_c] \leq (0,2 \dots 0,3)\sigma_T.$$

При действии переменных нагрузок значения $[\tau_c]$ и $[\sigma_{см}]$ понижают в 1,25 ... 1,5 раза.

Соединения типа «вал-ступица». К данному виду соединений относятся шпоночные, шлицевые, штифтовые, профильные соединения, а также соединение с натягом.

Наибольшее распространение получили шпоночные соединения.

На основные виды шпонок имеются ГОСТы, которые предусматривают размеры их поперечных сечений и соответствующих пазов в валу и втулке в зависимости от диаметра вала. Длина шпонки выбирается исходя из длины ступицы, но ее исполнительная длина, должна быть стандартной.

Шпоночные соединения разделяют на соединения ненапряженные и напряженные.

К ненапряженным шпоночным соединениям относятся соединения призматической шпонкой (рис. 9.5,а), сегментной шпонкой (рис. 9.5,б) и круглой шпонкой (рис. 9.5,в).

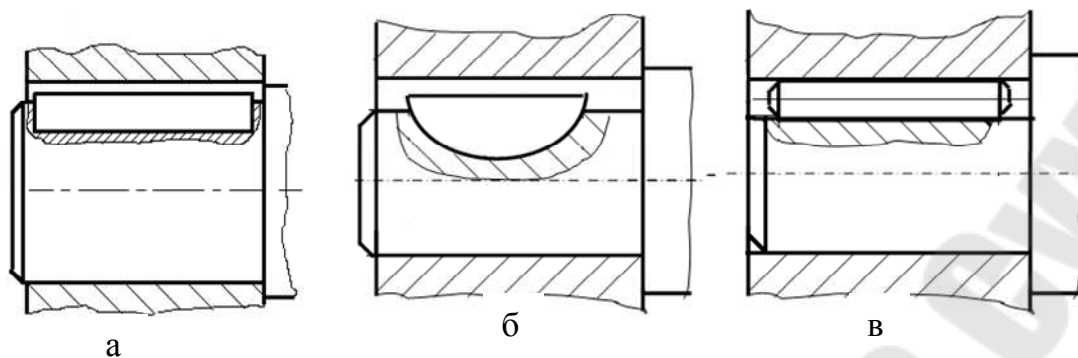


Рис. 9.5

К напряженным шпоночным соединениям относятся соединения клиновыми шпонками. К ним относятся соединения врезной клиновой шпонкой (рис. 9.6,а), шпонкой на лыске (рис. 9.6,б), фрикционной шпонкой (рис. 9.6,в), и тангенциальной шпонкой (рис. 9.6,д).

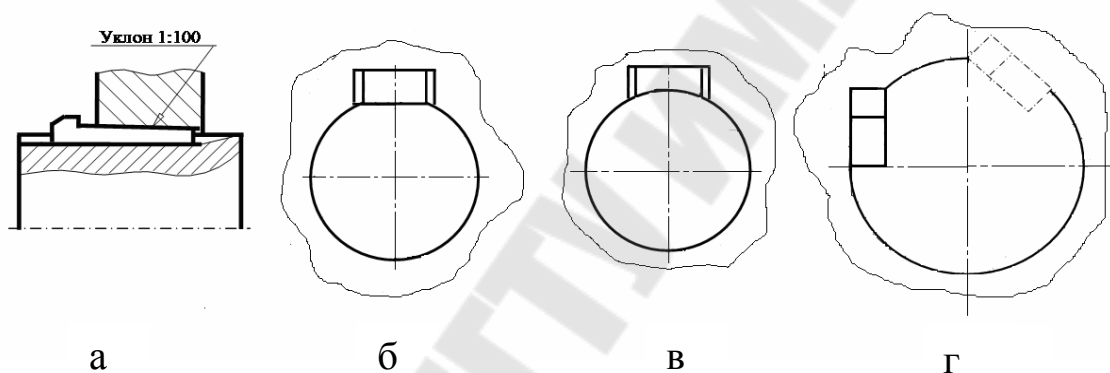


Рис. 9.6

Призматическая шпонка. Соединения призматической шпонкой получили наибольшее распространение. Эти шпонки (рис. 9.8) имеют прямоугольное поперечное сечение. Размеры $b \times h$ этих шпонок и пазов в вале t_1 и ступице t_2 регламентированы ГОСТом 23360-78 в зависимости от диаметра вала d .

Размеры $b \times h$ подобраны таким образом, что среза шпонки не происходит, поэтому шпонку проверяют по напряжениям смятия.

Условие равновесия моментов всех сил и моментов относительно оси вала имеет вид:

$$T - F_t \frac{d}{2} = 0.$$

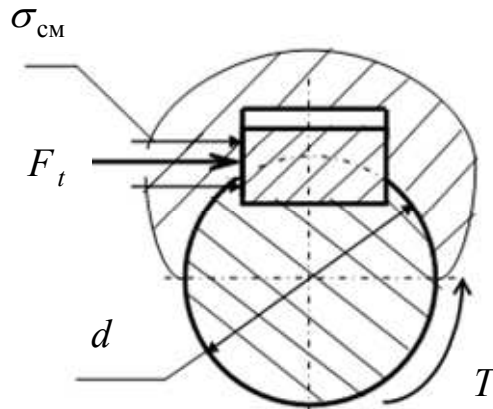


Рис. 9.7

Принимается, что напряжения смятия на выступающую часть шпонки равномерно распределены как по высоте, так и по длине шпонки, в этом случае

$$F_t = \sigma_{\text{см}} (h - t_1) l_p.$$

Условие прочности на смятие в этом случае принимает вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T}{d l_p (h - t_1)} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где T – вращающий момент, передаваемый валом;

d – диаметр вала;

h – высота шпонки;

t_1 – глубина шпоночного паза в валу;

l_p – рабочая длина шпонки.

Аналогичным образом получают зависимости для проверки условия смятия для других видов шпоночных соединений.

Шлицевые соединения. Шлицевые соединения (рис. 9.10) можно рассматривать как многошпоночные, когда шпонки выполнены заодно с валом.

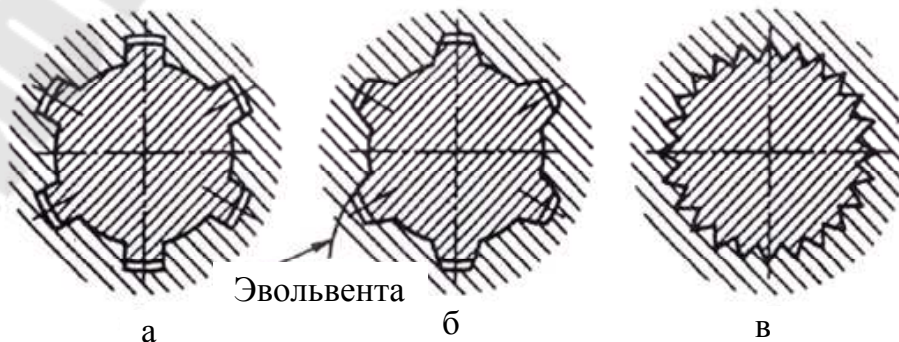


Рис. 9.10

Соединения с прямоблочным профилем шлица (рис. 9.10,а) в настоящее время получили наибольшее распространение.

Шлицевые соединения с эвольвентным профилем (рис. 9.10,б) шлица являются перспективными, так как обладают повышенной точностью и технологичностью, создают меньшую концентрацию напряжений у основания шлица.

Шлицевые соединения треугольного профиля (рис. 9.10,в) мелкие, поэтому мало ослабляют вал, однако они способны передавать лишь относительно небольшую нагрузку и применяют при стесненных габаритах.

В зависимости от количества шлицов различают три серии шлицевых соединений: легкая, средняя и тяжелая.

На шлицевые соединения действуют напряжения смятия, изгиба, среза, а также они подвергаются износу.

Основным расчетом считается расчет на смятие. Условие прочности по напряжениям смятия имеет вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T}{\upsilon zhld_{\text{cp}}} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где T – вращающий момент, передаваемый соединением;

υ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки между шлицами;

h – высота поверхности контакта шлицов;

d_{cp} – средний диаметр поверхности контакта;

$[\sigma_{\text{см}}]$ – допускаемое напряжение на смятие.

Допускаемое напряжение на смятие определяют по зависимости:

$$[\sigma_{\text{см}}] = \frac{\sigma_{\text{T}}}{sK_{\text{см}}K_{\text{Д}}},$$

где σ_{T} – предел текучести материала;

s – коэффициент запаса прочности при расчете на смятие;

$K_{\text{см}}$ – общий коэффициент концентрации нагрузки при расчете на смятие;

$K_{\text{Д}} = \frac{T_{\text{max}}}{T}$ – коэффициент динамичности нагрузки.

Тема 10. Механические передачи

Общие сведения о передачах. Механическими передачами или просто передачами называют механизмы, служащие для передачи механической энергии на расстояние, как правило, с преобразованием скоростей и моментов, иногда с преобразованием видов и законов движения.

Основные причины применения передач в машинах следующие:

1) требуемые скорости движения рабочих органов машины, как правило, не совпадают с частотами вращения двигателей общемашиностроительного применения, обычно ниже.

2) для большинства технологических и транспортных машин необходима возможность регулирования скорости.

3) двигатели обычно выполняют для равномерного вращательного движения, а в машинах часто оказывается необходимым поступательное движение с заданным законом изменения скорости;

4) двигатели не всегда могут быть непосредственно соединены с исполнительными механизмами из-за требования к габаритам машины, условий техники безопасности, удобства обслуживания, а иногда должны приводить в движение несколько механизмов.

Передачи по принципу работы разделяют:

1) на передачи зацеплением с непосредственным контактом, к которым относятся зубчатые передачи (рис. 10.1,а), червячные передачи (рис. 10.1,б) и передача винт – гайка (рис. 10.1,в), и с гибкой связью, к которым относятся цепные передачи (рис. 10.1,г);

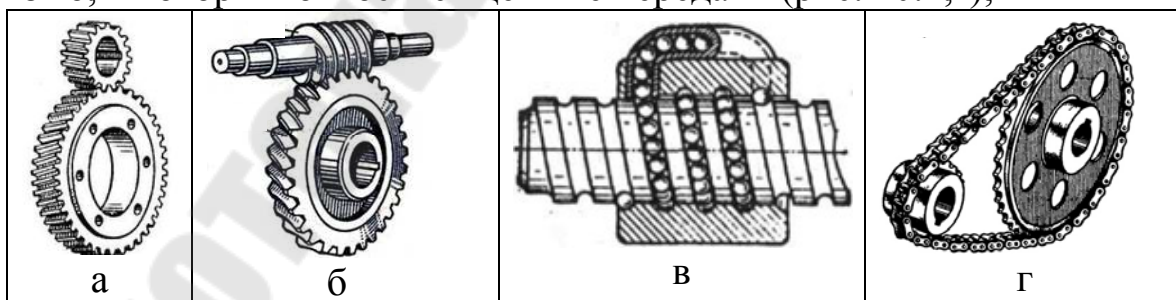


Рис.10.1

2) на передачи трением с непосредственным контактом тел качения, к которым относятся фрикционные передачи (рис. 10.2,а), и с гибкой связью, к которым относятся ременные передачи (рис. 10.2,б).

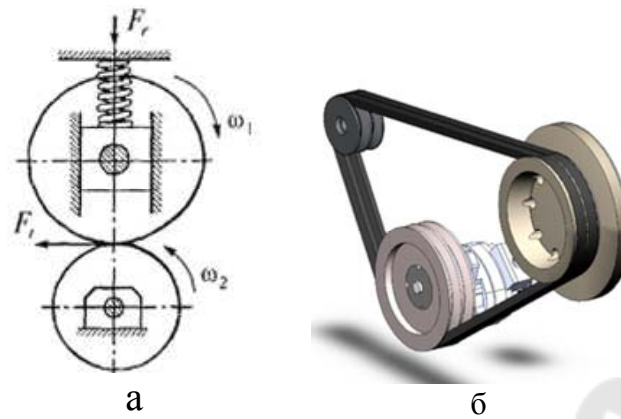


Рис.10.2

В зависимости от назначения передачи выполняют с постоянным или с переменным передаточным отношением. В последнем случае применяют ступенчатое или бесступенчатое регулирование. Ступенчатое регулирование дешевле и осуществляется более простыми и надежными механизмами. Бесступенчатое регулирование вследствие возможности выбора оптимального процесса способствует повышению производительности и качественных показателей работы машины.

Основные кинематические и силовые соотношения. Любая механическая передача характеризуется следующими основными параметрами: мощностью P_2 на выходе; быстроходностью, которая выражается угловой скоростью ведомого вала ω_2 или частотой вращения n_2 и передаточным числом i .

Это три основные характеристики, необходимые для проекторно-вального расчета любой передачи.

Кроме основных характеристик различают производные характеристики, которыми часто пользуются при расчетах:

– коэффициент полезного действия

$$\eta = P_2 / P_1 ;$$

– для многоступенчатой передачи, состоящей из нескольких отдельных последовательно соединенных передач, общий КПД определяют по формуле

$$\eta_{\text{общ}} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_i ,$$

где $\eta_1\eta_2\eta_3 \dots \eta_i$ – КПД каждой кинематической пары, а также других звеньев привода, где имеются потери мощности;
– вращающий момент на валу

$$T = 9550 \frac{P}{n},$$

где P – мощность на валу в кВт;
 n – частота вращения вала в об/мин;
– окружная сила передачи

$$F_t = \frac{2T}{d},$$

где d – диаметр звена, установленного на валу;
– окружная скорость

$$V = \frac{\pi n d}{60 \cdot 1000}.$$

Вращающий момент ведущего вала T_1 является моментом движущих сил и его направление совпадает с направлением вращения вала. Вращающий момент на ведомом валу T_2 является моментом сопротивления и его направление противоположно вращению вала.

Передаточным отношением механической передачи называется отношение угловой скорости ведущего звена к угловой скорости ведомого звена

$$i = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2$$

Передаточным числом зубчатой передачи называют отношение числа зубьев большего колеса к числу зубьев меньшего колеса, которое называют шестерней и обозначают буквой u

$$u = z_2 / z_1.$$

Для ременных передач передаточное число приближенно определяют как отношения диаметра ведомого шкива к диаметру ведущего шкива

$$u \approx d_2/d_1.$$

Для цепных передач передаточное число равно отношению делительных диаметров ведомой и ведущей звездочек

$$u = d_{d2}/d_{d1}.$$

Если передача многоступенчатая, то ее передаточное число равно произведению передаточных чисел ступеней, т. е.

$$u_{\text{общ}} = u_1 u_2 \dots u_i.$$

Каждая механическая передача имеет как достоинства, так и недостатки, которые приведены при рассмотрении конкретной передачи.

Тема 11 . Зубчатые передачи

Общие сведения. Зубчатая передача – это механизм, состоящий из колёс с зубьями, которые сцепляются между собой и передают вращательное движение, обычно преобразуя угловые скорости и крутящие моменты.

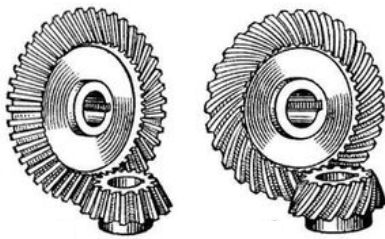
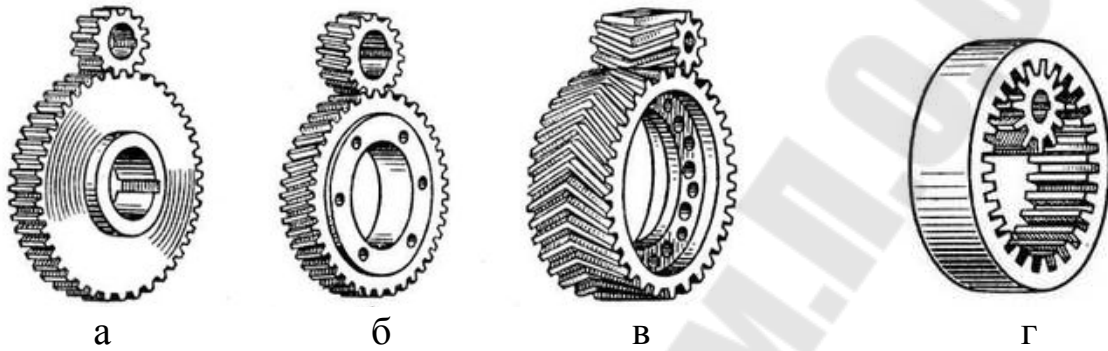


Рис. 11.2

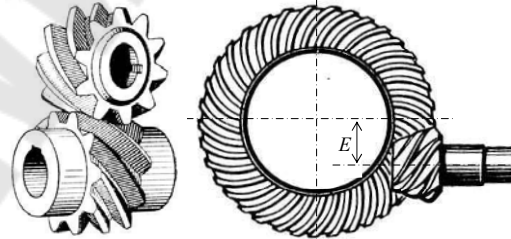


Рис. 11.3

По взаимному расположению осей валов зубчатые передачи подразделяются: с параллельными осями (рис. 11.1), с пересекающимися осями (рис. 11.2) и с перекрещивающимися осями (рис. 11.3).

По форме начальных поверхностей различают зубчатые передачи: цилиндрические, конические и глобоидные.

По типу зубьев зубчатые колеса подразделяют на прямозубые, косозубые, шевронные и криволинейные.

В открытых передачах и в коробках скоростей при невысоких и средних скоростях цилиндрические зубчатые колеса изготавливаются с прямыми зубьями (рис. 11.1,а). Для увеличения контактной длины и числа зубьев, находящихся в зацеплении, что необходимо для передачи большего момента и более плавной работы на повышенных частотах вращения, применяют косозубые цилиндрические зубчатые колеса (рис. 11.1,б). Серьезным недостатком косозубых колес является

наличие осевого усилия, возникающего в контакте зацепленных зубьев. С целью устранения этого недостатка в тяжёлых машинах для передач больших моментов и мощностей применяют шевронные зубчатые колеса (рис. 11.1,в).

По относительному вращению колёс и расположению зубьев зубчатые передачи делят на передачи с внешним зацеплением (вращение колёс в противоположном направлении (рис 11.1,а,б,в) и с внутренним зацеплением (вращение колёс происходит в одном направлении, рис. 11.1,г).

Для плавной работы и эффективной передачи энергии вращения зубья зубчатых колес должны иметь особую форму. В настоящее время почти все зубчатые колеса имеют эвольвентный профиль зуба. Преимуществом этого профиля является простота изготовления колёс, так как при этом используется один и тот же инструмент, независимо от числа зубьев. Профиль зубьев инструмента может быть прямолинейным, что удобно для изготовления и контроля. Эвольвентные зубчатые колеса обладают достаточно высокой нагрузочной способностью, малой чувствительностью к неточностям межцентрового расстояния. Однако эвольвентный профиль удовлетворяет не всем требованиям, предъявляемым к современным зубчатым передачам. Так, например, в мощных передачах внешнего зацепления, где контактируют выпуклые зубья с малыми радиусами кривизны профилей, происходит их быстрое разрушение из-за недостаточной контактной прочности. Одним из путей повышения контактной прочности является использование внутреннего зацепления, в котором профиль зуба одного из колёс вогнутый.

Зубчатое колесо передачи с меньшим числом зубьев называется шестерней, второе колесо с большим числом зубьев называется колесом. Если зубчатые колёса имеют одинаковое число зубьев, то в этом случае ведущее зубчатое колесо называется шестерней, а ведомое — колесом.

Основные достоинства зубчатых передач: значительно меньшие габариты, чем у других передач; высокий коэффициент полезного действия; большая долговечность и надёжность; отсутствие проскальзывания; малые нагрузки на валы.

К недостаткам зубчатых передач можно отнести шум при работе и необходимость точного изготовления, плохие амортизационные свойства, невозможность без ступенчатого изменения частоты вращения, они не предохраняют от опасных нагрузок.

Параметры прямозубого цилиндрического зубчатого колеса.

Расстояние между одноименными точками двух зубьев, измеренное по дуге окружности, называется шагом зубчатого колеса и обозначается буквой p (рис. 11.4).

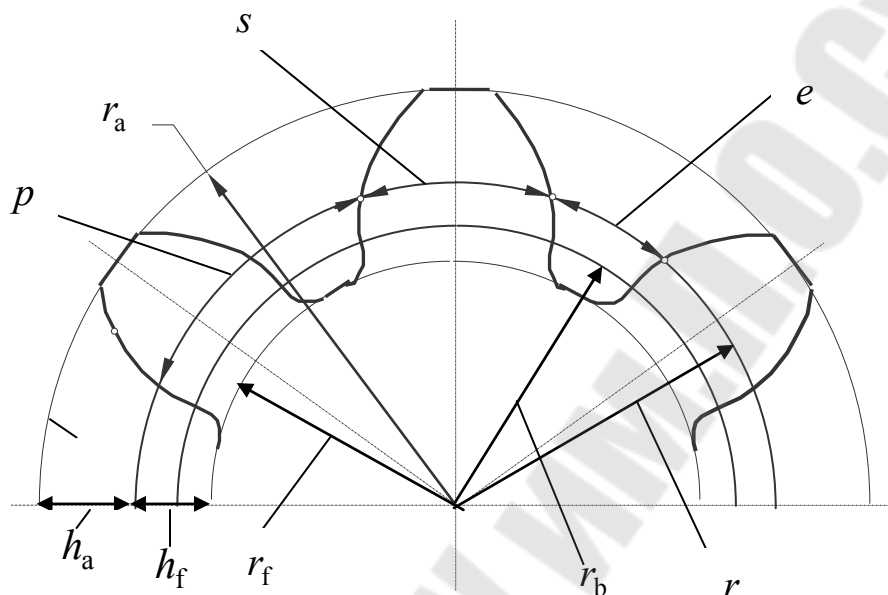


Рис. 11.4

Отношение шага зубчатого колеса к числу π , называется модулем зубчатого колеса и обозначается буквой m и измеряется в мм и является стандартной величиной

$$m = \frac{p}{\pi}.$$

Все размеры зубчатого колеса измеряется в долях модуля.

Зубчатое колесо состоит из тела зубчатого колеса и зубьев. Окружность, которая разделяет тела зубчатого колеса от зубьев, называется окружностью впадин. Все размеры, которые относятся к окружности впадин, имеют индекс f .

Окружность максимального радиуса зубчатого колеса называется окружностью вершин зубьев. Все размеры, которые относятся к окружности вершин зубьев, имеют индекс a .

Окружность, которая делит зуб на головку и ножку зуба, называется делительной окружностью. Все размеры, которые относятся к делительной окружности, индекса не имеют.

Размеры, относящиеся к основной окружности, имеют индекс b .

Зубчатые колеса, при нарезании которых, делительная прямая зубчатой рейки касается делительной окружности, называются нулевыми. Параметры нулевого зубчатого колеса рассчитываются по следующим зависимостям:

- шаг зубчатого колеса по делительной окружности $p = \pi m$;
- высота головки зуба $h_a = m$;
- высота ножки зуба $h_f = 1,25m$;
- толщина зуба по делительной окружности $s = \frac{\pi m}{2}$;
- ширина впадины по делительной окружности $e = \frac{\pi m}{2}$;
- диаметр делительной окружности $d = mz$;
- диаметр окружности вершин зубьев $d_a = m(z + 2)$;
- диаметр окружности впадин $d_f = m(z + 2,5)$;
- диаметр основной окружности $d_b = \frac{d}{\cos 20^\circ}$.

Параметры зубчатого зацепления. К параметрам зубчатого зацепления относятся:

- межосевое расстояние – это кратчайшее расстояние между осями зубчатых колес;
- дуга зацепления – это путь, проходимый точкой зуба за время его зацепления;
- практическая линия зацепления – это отрезок теоретической линии зацепления, на котором происходит контакт зубьев;
- шаг зубчатого зацепления равен шагу зубчатого колеса;
- модуль зубчатого зацепления равен модулю зубчатого колеса;
- коэффициент перекрытия ε_α равен отношению дуги зацепления к шагу по одноименной окружности;
- радиальный зазор $c = 0,25m$ – это расстояние между окружностью впадин одного колеса и окружностью вершин зубьев второго колеса, измеренное по линии межосевого расстояния.

В косозубой цилиндрической передаче (рис. 11.5) линия зуба наклонена к оси вращения под углом β_b . В связи с этим зуб входит в зацепления не сразу, а постепенно. В зацеплении может одновременно находиться несколько пар зубьев. В результате чего уменьшается шум и увеличивается плавность зацепления.

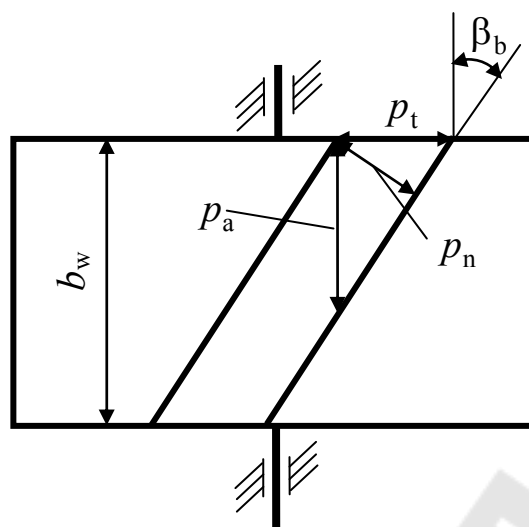


Рис. 11.5

В косозубой зубчатой передаче различают три шага: нормальный шаг p_n , торцовый шаг p_t и осевой шаг p_a , а следовательно, и три модуля: нормальный модуль m_n , который является стандартным, торцовый модуль m_t и осевой модуль m_a . Торцовый и осевой модули выражаются через нормальный по зависимостям:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta_b}; m_a = \frac{m_n}{\sin \beta_b}.$$

Делительный диаметр косозубого цилиндрического колеса рассчитывается по зависимости:

$$d = m_t z = \frac{m_n}{\cos \beta_b} z.$$

Высота головки и ножки зуба соответственно равны

$$h_a = m_n; h_f = 1,25m_n.$$

Коническая зубчатая передача. Конические зубчатые передачи (рис. 11.6) предназначены для передачи вращательного движения между пересекающимися осями. Угол Σ , под которым могут пересекаться оси, может изменяться от 10° до 170° . Наибольшее распространение нашли конические передачи, когда угол $\Sigma = 90^\circ$.

В конической передаче одно колесо имеет консольное расположение, поэтому ее нагрузочная способность на 15% ниже, чем у цилиндрической передачи.

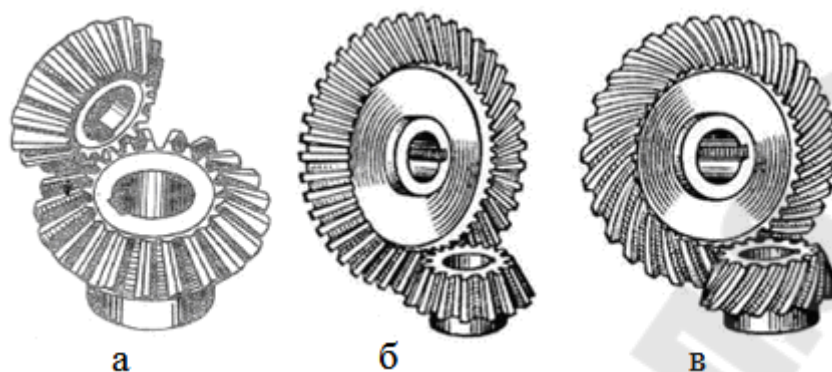


Рис. 11.6

Конические зубчатые колеса могут быть с прямым, косым и кривым зубом.

Если направление линии зуба колеса проходит через ось вращения, то такая передача называется – прямозубой (рис. 11.6,а). У конической косозубой передаче (Рис. 11.6,б) направление линии зуба является касательной к какой-то окружности. Линия зуба кривоzubого конического колеса очерчена по кривой линии (рис. 11.6,в), чаще всего по окружности.

Так как оси колес пересекаются, то начальные поверхности являются конусами, углы которых определяются по зависимостям:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{u + \cos \Sigma}; \quad \delta_2 = \Sigma - \delta_1,$$

где u – передаточное число.

Для ортогональных передач

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{u} = \frac{z_1}{z_2}; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = u = \frac{z_2}{z_1}.$$

Параметры прямозубых конических колес принято рассчитывать на поверхности внешнего дополнительного конуса, образующая которого перпендикулярна к образующей делительного конуса.

Делительный диаметр на дополнительном конусе

$$d_e = m_e z,$$

где m_e – внешний торцовый модуль.

Внешний торцовый модуль может иметь не стандартное значение, но на практике его чаще всего округляют до ближайшего стандартного значения.

Важнейшим параметром конической передачи является внешнее конусное расстояние R_e , которое рассчитывается следующим образом:

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{m_e z_1}{2 \sin \delta_1} = \frac{m_e z_1 \sqrt{1 + u^2}}{2}.$$

Ширину зубчатого венца b рекомендуется принимать $b \leq 0,3R_e$ или $b \leq 10m_e$. Внешняя высота головки зуба $h_{ae} = m_e$, а ножки зуба – $h_{fe} = 1,2m_e$.

Расчетная нагрузка для расчета зубчатых колес. По линии зацепления прямозубой цилиндрической передачи со стороны зуба одного колеса на зуб другой колеса действует нормальная сила F_n . Нормальную силу можно разложить на две составляющие: окружную силу F_t , направленную по касательной к начальным окружностям перпендикулярно линии межосевого расстояния, и радиальную F_r , направленную к оси вращения зубчатого колеса (рис. 11.7).

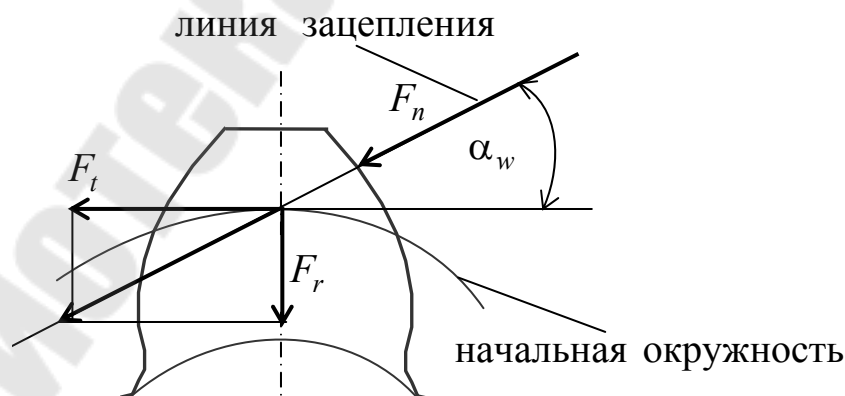


Рис. 11.7

Окружная и радиальная силы рассчитываются по зависимостям:

$$F_t = \frac{2T}{d_w}; \quad F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_w,$$

где T – вращающий момент на валу колеса;
 d_w – начальный диаметр зубчатого колеса;
 α_w – угол зацепления.

При расчете зубчатых колес на контактную прочность вводятся понятия удельной нагрузки ω и удельной расчетной нагрузки ω_H .

Удельная нагрузка определяется из условия, что силы передаются по всей длине l_Σ контактных линий

$$\omega = \frac{F_n}{l_\Sigma} = \frac{F_t}{l_\Sigma \cos \alpha_w}.$$

Общая длина l_Σ контактных линий зависит от ширины b_w венца колеса и коэффициента перекрытия ε_α , поэтому в расчетах используют минимальное значение длины контактной линии.

$$l_{\Sigma \min} = b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon,$$

где K_ε – коэффициент, учитывающий повышение несущей способности зубчатых колес с увеличением коэффициента перекрытия.

В этом случае удельная нагрузка будет равна

$$\omega = \frac{F_t}{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon \cos \alpha_w}.$$

В действительности нагрузка на зубья значительно отличается от удельной номинальной нагрузки. В связи с этим вводятся поправочные коэффициенты, которые учитывают условия эксплуатации, и расчетная удельная нагрузка ω_H определяется по зависимости:

$$\omega_H = \frac{F_t}{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon \cos \alpha_w} K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\nu},$$

где $K_{H\alpha}$ – коэффициент, учитывающий одновременное участие в передаче нагрузки нескольких пар зубьев;

$K_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий неравномерное распределение нагрузки по ширине зуба;

$K_{H\alpha}$ – коэффициент, учитывающий влияние удара в момент входа зуба в зацепление.

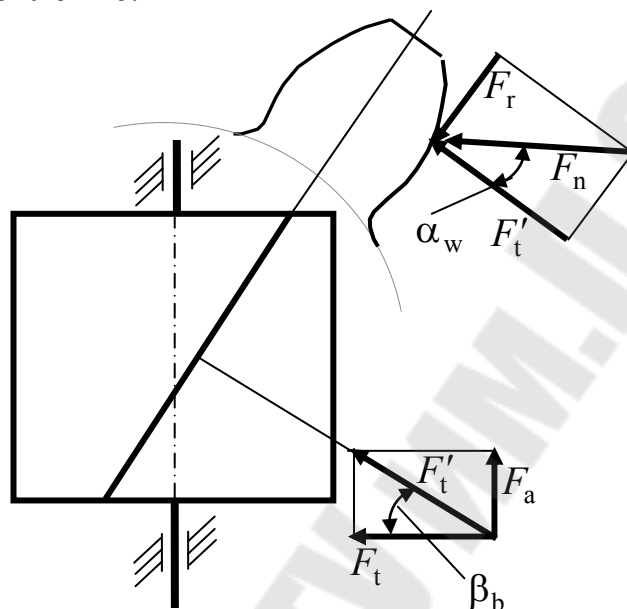


Рис. 11.8

Силы в зацеплении зубчатых передач. В косозубой цилиндрической зубчатой передаче нормальную силу F_n (рис. 11.8) раскладывают на три составляющие:

окружную силу $F_t = \frac{2T}{d_w}$, радиальную силу $F_r = F'_t \operatorname{tg} \alpha_w = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta_b}$ и осевую силу $F_a = F_t \operatorname{tg} \beta_b$.

В конической зубчатой передаче нормальную силу F_n раскладывают на три составляющие: окружную силу F_t , осевую силу F_a и радиальную силу F_r . Из условия равновесия сил (рис. 11.9) следует, что $F_{r1} = F_{a2}$ и $F_{r2} = F_{a1}$.

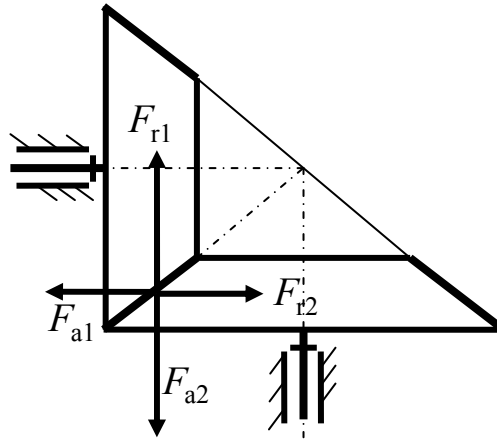


Рис. 11.9

Составляющие силы определяют по зависимостям:

$$F_t = F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2T_2}{d_{m2}};$$

$$F_{r1} = F_{a2} = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \cos \delta_1;$$

$$F_{a1} = F_{r2} = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \sin \delta_1.$$

Характер и причины разрушения зубчатых колес. Выход из строя зубчатых колес происходит по двум причинам: поломка зубьев и повреждение поверхности зубьев. Поломка зубьев связана с напряжениями изгиба, а разрушение поверхности зубьев с контактными напряжениями.

Максимальные контактные напряжения возникают, когда зацепление зубьев происходит в полюсе зацепления. В этом случае в зацеплении находится одна пара зубьев. В качестве исходной формулы принимаем формулу Герца для определения контактных напряжений в случае контакта двух цилиндров

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{qE_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}} 2\pi(1-\mu^2)}},$$

где q – удельная нагрузка;

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} \text{ – приведенный модуль упругости;}$$

$\rho_{\text{пр}}$ – приведенный радиус кривизны;

μ – коэффициент Пуассона.

Приведенный радиус кривизны определяется из соотношения

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2},$$

где ρ_1, ρ_2 – радиусы кривизны контактирующих профилей.

Критерии работоспособности зубчатых передач. Расчет на прочность зубчатых передач зависит от вида их исполнения.

В случае если зубчатая передача закрытая, когда она размещена в корпусе, хорошо смазывается и в зону контакта зубьев не попадает абразивный материал, имеет место разрушения поверхности зубьев и расчет ведут по контактным напряжениям.

У открытой зубчатой передачи из-за неблагоприятных условиям смазывания, попадания абразивного материала в зону контакта зубьев происходит их износ, приводящий к уменьшению поперечного сечения зуба, поэтому их расчет ведут по напряжениям изгиба.

Расчет зубчатых передач по контактным и напряжениям и напряжениям изгиба.

При проектном расчете прямозубой цилиндрической передачи определяют начальный диаметр шестерни при расчете по контактным напряжениям и модуль зубчатого колеса при расчете по напряжениям изгиба по формулам:

$$d_{w1} \geq K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} (u \pm 1)}{\psi_{bd} u \sigma_{HP}^2}}, \quad m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} Y_F}{\psi_{bd} z_1^2 \sigma_{FP}}},$$

где $K_d = 770 \text{ МПа}^{1/3}$ – коэффициент диаметра;

T_1 – вращающий момент на валу шестерни;

$K_{H\beta}, K_{F\beta}$ – коэффициент, учитывающий неравномерное распределение нагрузки по ширине зуба соответственно при расчете на контактную прочность и по напряжениям изгиба;

u – передаточное число;

ψ_{bd} – коэффициент ширины зуба;

σ_{HP} – допускаемое контактное напряжение;

Y_F – коэффициент формы зуба;

z_1 – число зубьев шестерни;

σ_{FP} – допускаемое напряжение изгиба.

При проектных расчетах других зубчатых передач используют эквивалентную цилиндрическую передачу. Косозубую цилиндрическую передачу заменяют эквивалентной цилиндрической прямозубой передачей, у которой число зубьев $z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta_b}$, а диаметр начальной

окружности – $d_v = \frac{d_w}{\cos^2 \beta_b}$. В этом случае формулы для определения

диаметра начальной окружности и нормального модуля такие же, как и для обычной прямозубой цилиндрической передачи. Отличие будет только в коэффициентах, которые принимают значения $K_d = 675 \text{ МПа}^{1/3}$, $K_m = 1,12$, а коэффициент формы зуба Y_F выбирается в зависимости от числа зубьев эквивалентного колеса.

После замены конической передачи эквивалентной цилиндрической прямозубой передачей, у которой $z_v = \frac{z}{\cos \delta}$ и $d_v = \frac{d_m}{\cos \delta}$, формулы для определения среднего диаметра закрытой прямозубой конической передачи и среднего модуля открытой прямозубой передачи имеют вид:

$$d_{m1} \geq K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85 \psi_b u \sigma_{HP}^2}}, \quad m_m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} Y_F}{\psi_{bd} z_1^2 \sigma_{FP}}}.$$

Для непрямозубой конической передачи применяют биэквивалентные цилиндрические прямозубые передачи, то есть вначале непрямозубую коническую передачу заменяют эквивалентной прямозубой, а затем заменяют эквивалентной цилиндрической прямозубой передачей.

Тема 12. Червячная передача

Общие сведения. Червячной называется передача, состоящая из двух подвижных звеньев – червяка и зубчатого колеса (рис. 12.1) и предназначенная для передачи и преобразования вращательного движения между перекрещивающимися осями обычно под углом 90° . Червяком называют звено, наружная поверхность которого имеет форму винта. Червячным колесом называется зубчатое колесо с косыми зубьями, которое зацепляется с червяком.

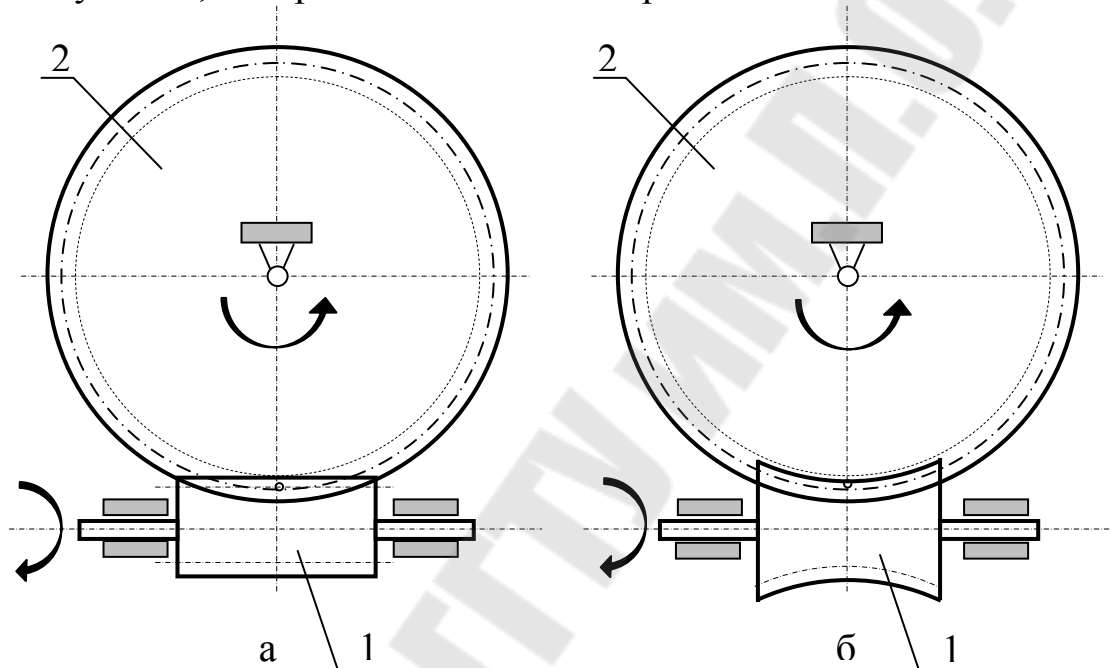


Рис. 12.1

Червячные передачи подразделяются:

- 1) по форме поверхности вершин витков червяка – цилиндрические червячные передачи (рис. 12.1, а) и глобоидные червячные передачи (рис. 12.1, б);
- 2) по направлению линии витков – с правым и левым направлением;
- 3) по числу витков – одно и многозаходные червяки;
- 4) по расположению червяка относительно колеса – с нижним, верхним и боковым расположением червяка;
- 5) по виду применяемого червяка – с архимедовым, конволютным, эвольвентным и нелинейчатым червяком.

Архимедов червяк в осевом сечении имеет трапецеидальный профиль витка и представляет собой обычный винт. В торцовом сечении его витки очерчены по спирали Архимеда.

Конволютный червяк имеет трапецевидальный профиль в нормальном к витку сечению, а в торцовом сечении очерчен удлиненной эвольвентой.

Эвольвентный червяк представляет собой косозубое колесо с малым числом зубьев и большим углом наклона.

Нелинейчатый червяк получают из конволютного червяка путем шлифования конусными кругами с прямолинейными образующими.

Достоинство червячных передач состоит в возможности получения передаточных чисел до 60 в одной ступени, плавности и бесшумности работы, возможности самоторможения.

К недостаткам червячных передач относятся низкий КПД, большое тепловыделение и необходимость применения цветных металлов.

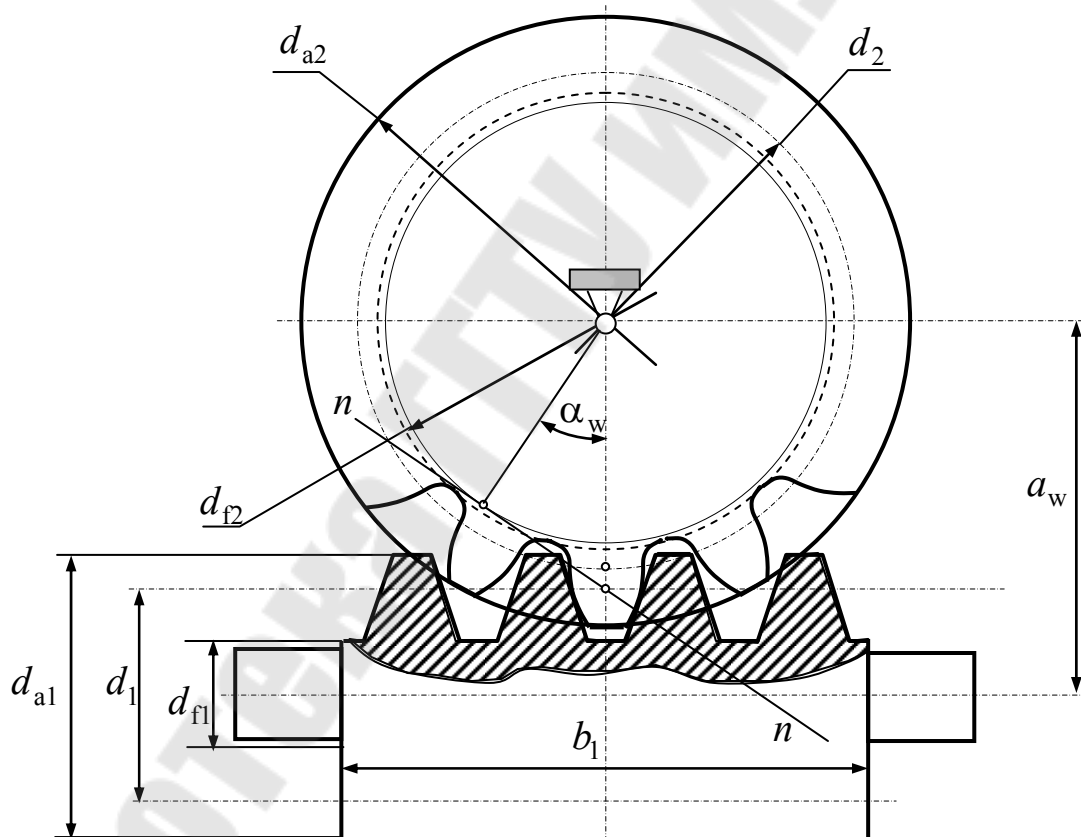


Рис. 12.2

Геометрия червячной передачи. Расстояние между одноименными точками соответствующих боковых сторон двух смежных витков червяка, измеренное параллельно оси, называется шагом червяка и обозначается p . Отношение шага p к числу π называется модулем

m . Для червяка он является осевым, а для червячного колеса – торцовым.

Делительный диаметр червяка, нарезанного без смещения, определяется по зависимости:

$$d_1 = mq,$$

где q – коэффициент диаметра червяка.

Угол подъема γ витков червяка на делительном диаметре равен

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{pz_1}{\pi d_1} = \frac{\pi m z_1}{\pi m q} = \frac{z_1}{q},$$

где z_1 – число заходов червяка.

Высота головки h_{a1} и ножки h_{f1} витка определяется по формуле

$$h_{a1} = h_{a1}^* m; \quad h_{f1} = h_{f1}^* m,$$

где $h_{a1}^* = 1$ – коэффициент высоты головки;

h_{f1}^* – коэффициент высоты ножки.

Для архимедовых, конволютных и нелинейчатых червяков коэффициент высоты ножки $h_{f1}^* = 1,2$. Для эвольвентных червяков он рассчитывается по зависимости

$$h_{f1}^* = 1 + 0,2 \cos \gamma.$$

Диаметр вершин d_{a1} и диаметр впадин d_{f1} червяка соответственно равны

$$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1}; \quad d_{f1} = d_1 - 2h_{f1}.$$

Длина b_1 нарезаемой части червяка определяется по эмпирической зависимости:

$$b_1 = (c_1 + c_2 z_2) m,$$

где c_1, c_2 – коэффициенты, зависящие от числа заходов червяка.

Делительный диаметр d_2 , а также диаметры окружности вершин d_{a2} и окружности впадин d_{f2} зубьев червячного колеса в среднем сечении определяются по формулам:

$$d_2 = mz_2; d_{a2} = d_2 + 2h_{a2}; d_{f2} = d_2 - 2h_{f2},$$

где z_2 – число зубьев червячного колеса.

Минимальное число зубьев червячного колеса в силовых передачах с одним витком принимают $z_{2\min} = 26 \dots 28$. Оптимальное число зубьев для силовых передач $z_2 = 32 \dots 63$.

Ширина зубчатого колеса принимается равной $b_2 \leq 0,75d_{a1}$ при одно- и двухзаходном червяке и $b_2 \leq 0,67d_{a1}$ – при четырехзаходном червяке.

Условный угол обхвата 2δ для расчета на прочность определяется из формулы:

$$\sin \delta = \frac{b_2}{d_{a1} - 0,5m}.$$

Межосевое расстояние червячной передачи

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2}(q + z_2).$$

Кинематические и силовые соотношения в червячной передаче. Работа червячной передачи сопровождается большими скоростями скольжения. Скорость скольжения $V_{ск}$ направлена по касательной к линии витка червяка и равна

$$V_{ск} = \frac{V_1}{\cos \gamma} = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 1000 \cdot \cos \gamma}.$$

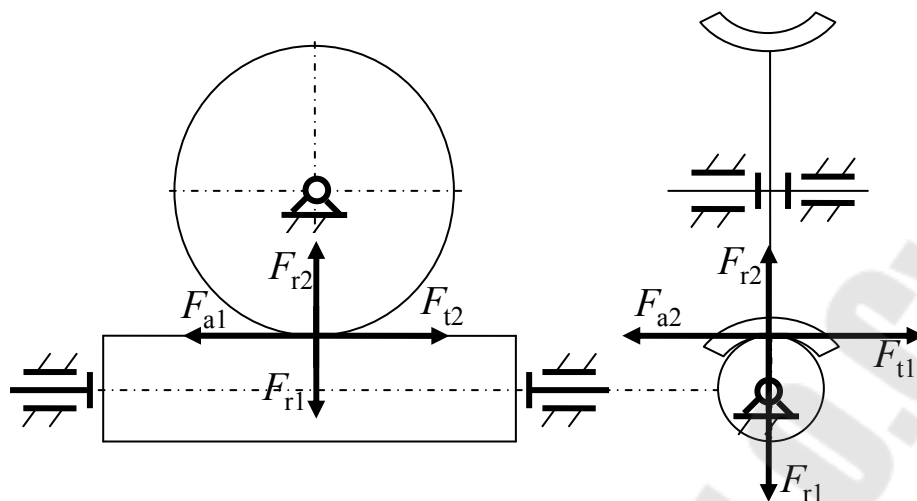


Рис. 12.3

Силы в зацеплении червячной передаче (рис. 12.3) считают приложенными полюсе зацепления и определяют по зависимостям:

$$F_{t2} = F_{a1} = \frac{2T_2}{d_2}; F_{t1} = F_{a2} = \frac{2T_1}{d_1}; F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \gamma}.$$

Особенности расчета на прочность. В червячном зацеплении наиболее слабым элементом является зуб червячного колеса. Для него возможны все виды разрушений и повреждений, характерных для зубчатых передач: изнашивание, заедание, усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев и поломка зубьев.

Опыт эксплуатации червячных передач показал, что причины выхода их из строя в порядке убывания частоты проявления отказов следующие:

1) износ зубьев колеса, интенсивность которого увеличивается при загрязнении смазочного материала, неточности монтажа зацепления и повышенной шероховатости рабочей поверхности витков червяка;

2) заедание при твердых материалах колес (чугун, алюминиево-железистые бронзы) происходит в ярко выраженной форме со значительными повреждениями поверхностей и последующим быстрым изнашиванием зубьев частицами колеса, приварившимися к червяку.

В случае применения мягких материалов колес (оловянистые бронзы) заедание проявляется в менее опасной форме в виде «намазывания» материала венца на витки червяка. В этом случае червячная передача может работать ещё достаточно продолжительное время

3) усталостное выкрашивание в червячной передаче наблюдается только на поверхности зубьев колес, изготовленных из материалов, стойких к заеданию.

4) поломка зубьев колеса происходит в результате значительного их износа или вследствие ошибок изготовления.

Учитывая, что стойкость против заедания и интенсивность износа зависят от контактной выносливости рабочих поверхностей, расчет по контактным напряжениям принят в качестве основного для закрытых передач с числом зубьев колеса $z_2 < 90$.

Для закрытых передач с числом зубьев колеса $z_2 \geq 90$, а также открытых передач и передач с ручным приводом проектный расчет выполняют из условия прочности зуба червячного колеса на изгиб.

Таким образом, работоспособность червячной передачи ограничивается стойкостью рабочей поверхности зубьев, а также изгибной усталостью зубьев.

При проектном расчете на контактную прочность с использованием формулы Герца определяют межосевое расстояние a_w по формуле:

$$a_w = \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right) \sqrt[3]{ \left(\frac{5400}{\sigma_{HP} z_2 / q} \right)^2 T_2 K }.$$

Полученное значение межосевого расстояния округляют до стандартного значения, а затем рассчитывают параметры червячной передачи.

Тепловой расчет червячной передачи. Учитывая, что червячные передачи работают с большим выделением теплоты, проводят проверку на нагрев в соответствии с тепловым балансом. Уравнения теплового баланса для закрытой червячной передачи имеет вид

$$(1 - \eta)P_1 = K_T (t_M - t_B) A(1 + \psi),$$

откуда температура смазочного материала

$$t_M = \frac{(1 - \eta)P_1}{A(1 + \psi)K_T} + t_B \leq [t_M],$$

где η – коэффициент полезного действия червячной передачи;

P_1 – передаваемая мощность;

A – площадь свободной поверхности охлаждения корпуса;

t_b – температура окружающей среды;

ψ – коэффициент, учитывающий отвод в раму или плиту;

$[t_m]$ – допустимая температура смазочного материала.

Тема 13. Ременные передачи

Общие сведения. Ременная передача – это передача гибкой связью (рис. 13.1), состоящая из ведущего 1 и ведомого 2 шкивов и надежного на них ремня 3. Основное назначение – передача механической энергии от двигателя передаточным и исполнительным механизмам, как правило, с понижением частоты вращения.

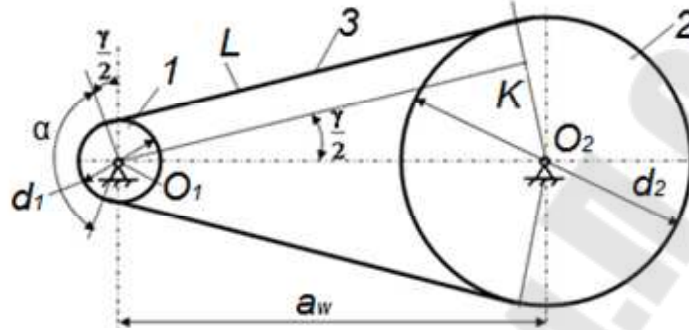


Рис. 13.1

По принципу работы различаются передачи трением и зацеплением (зубчато-ременные). Передачи зубчатыми ремнями по своим свойствам существенно отличаются от передач трением и не рассматриваются в данном курсе. Ремни передач трением по форме поперечного сечения разделяются на плоские (рис. 13.2,а), клиновые (рис. 13.2,б), поликлиновые (рис. 13.2,в) и круглые (рис. 13.2,г).



Рис. 13.2

Условием работы ременных передач трением является наличие натяжения ремня, которое можно осуществить следующими способами: предварительным упругим растяжением ремня; перемещением одного из шкивов относительно другого; натяжным роликом; автоматическим устройством, обеспечивающим регулирование натяжения в зависимости от передаваемой нагрузки.

Клиновые, поликлиновые, зубчатые и быстроходные плоские изготавливают бесконечными замкнутыми. Плоские ремни преимущественно выпускают конечными в виде длинных лент. Концы таких ремней склеивают, сшивают или соединяют металлическими скобами. Места соединения ремней вызывают динамические нагрузки, что ограничивает скорость ремня. Разрушение этих ремней происходит, как правило, по месту соединения.

Плоские ремни (рис. 13.2,а) отличаются большой гибкостью из-за малого отношения толщины ремня к его ширине.

Клиновые ремни (рис. 13.2,б) имеют трапециевидное сечение с боковыми рабочими сторонами, соприкасающимися с канавками на шкивах. Благодаря клиновому действию ремни этого типа обладают повышенным сцеплением со шкивами. Клиновые ремни выпускаются семи марок в зависимости от площади сечения (О, А, Б, В, Г, Д и Е). Число ремней в комплекте обычно от 2 до 8 и ограничивается неравномерностью распределения передаваемой нагрузки между ремнями.

Поликлиновые ремни (рис. 13.2,в) – бесконечные плоские ремни с продольными клиновыми ребрами на внутренней поверхности. Эти ремни сочетают гибкость плоских ремней и повышенное сцепление со шкивами, характерное для клиновых ремней.

Круглые ремни (рис. 13.2,г) выполняются резиновыми диаметром от 3 до 12 мм, используются для передачи небольших мощностей в приборах и бытовой технике.

К достоинствам ременных передач трением можно отнести: возможность передачи движения на значительные расстояния; возможность работы с высокими скоростями; плавность и малошумность работы; предохранение механизмов от резких колебаний нагрузки и ударов; защита от перегрузки за счет проскальзывания ремня по шкиву; простота конструкции, отсутствие необходимости смазочной системы; малая стоимость.

Основными недостатками ременных передач являются: значительные габариты; значительные силы, действующие на валы и опоры; непостоянство передаточного отношения; малая долговечность ремней в быстроходных передачах; необходимость защиты ремня от попадания масла.

Кинематические и геометрические параметры. Окружные скорости на шкивах определяются по зависимостям:

$$V_1 = \frac{\pi n_1 d_1}{60 \cdot 1000}; \quad V_2 = \frac{\pi n_2 d_2}{60 \cdot 1000},$$

где d_1 и d_2 – диаметры ведущего и ведомого шкивов, мм;

n_1 и n_2 – частоты вращения шкивов, об/мин.

Окружная скорость на ведомом шкиве V_2 меньше скорости на ведущем V_1 вследствие упругого скольжения:

$$V_2 = V_1(1 - \varepsilon),$$

где ε – коэффициент упругого скольжения.

Передаточное число:

$$u = \frac{d_2}{d_1(1 - \varepsilon)}.$$

Обычно коэффициент упругого скольжения находится в пределах 0,01...0,02 и растет с увеличением нагрузки.

К геометрическим параметрам ременной передаче относятся диаметры шкивов d_1, d_2 , межосевое расстояние a_w , угол обхвата α и длина ремня L .

Из рис. 13 видно, что угол обхвата α можно определить как

$$\alpha = 180 - 2 \frac{\gamma}{2}.$$

Выражая значения $\frac{\gamma}{2}$ через параметры ременной передачи, получаем зависимость для определения угла обхвата

$$\alpha = 180^\circ - 60^\circ \frac{d_2 - d_1}{a_w}.$$

Минимальный угол охвата α_{\min} должен быть: для плоскоремной передачи – 150° , для клиноремной передачи – 120° .

Длина ремня (без учета его деформации на шкивах) определяется как сумма длин прямолинейных участков и длин дуг обхвата ремнем малого и большого шкивов

$$L = 2a_w \cos \frac{\gamma}{2} + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \gamma \frac{(d_2 - d_1)}{2}.$$

Используя разложение в ряд Маклорена с точностью до первых двух членов $\cos \frac{\gamma}{2} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2$, получаем зависимость для определения длины ремня:

$$L \approx 2a_w + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a_w}.$$

Усилия и напряжения в ремнях. Для создания трения между ремнем и шкивом создают предварительное натяжение, при этом в ветвях ремня возникает усилие S_0 (рис. 13.3,а).

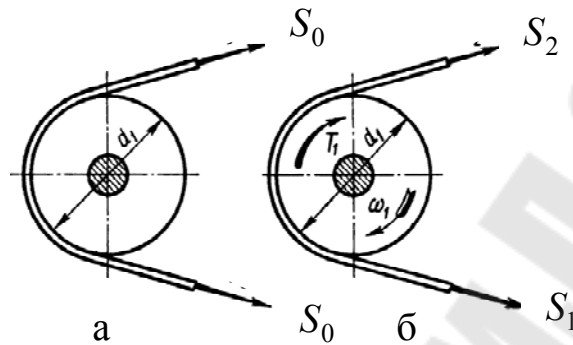


Рис. 13.3

После приложения рабочей нагрузки T происходит перераспределения натяжений в ветвях ремня. В ведущей ветви возникает усилие S_1 , а в ведомой ветви – усилие S_2 (рис. 13.3,б).

Из условия равновесия моментов внешних сил относительно оси вращения имеем

$$T_1 + S_2 \frac{d_1}{2} - S_1 \frac{d_1}{2} = 0; \quad S_1 - S_2 = \frac{2T_1}{d_1} = F_t,$$

где F_t – окружная сила на меньшем шкиве.

Окружная сила на ведущем шкиве определяется по зависимости:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{P_1}{V_1},$$

где T_1 – вращающий момент на валу ведущего шкива;

P_1 – мощность на валу ведущего шкива.

Согласно теореме Понселе сумма усилий натяжения ветвей ремня в состоянии покоя и под нагрузкой есть величина постоянная, имеем

$$S_1 + S_2 = 2S_0.$$

На основании следствия теоремы Понселе, следует, что при переходе от состояния покоя к состоянию работы под нагрузкой усилие в ведущей ветви увеличивается на величину, на которую усилие в ведомой ветви уменьшается.

$$S_1 = S_0 + \Delta S; \quad S_2 = S_0 - \Delta S.$$

Решая систему уравнений

$$\begin{cases} S_1 - S_2 = F_t \\ S_1 + S_2 = 2S_0 \end{cases},$$

получаем

$$\begin{cases} S_1 = S_0 + \frac{F_t}{2} \\ S_2 = S_0 - \frac{F_t}{2} \end{cases}.$$

В данной системе имеем три неизвестные S_1, S_2 и S_0 величины. Для определения этих неизвестных Эйлером была установлена зависимость между усилиями S_1 и S_2 , которая имеет вид:

$$S_1 = S_2 e^{\alpha f},$$

где α – угол обхвата;

f – коэффициент трения материала ремня о материал шкива.

Таким образом, получаем систему из трех уравнений

$$\begin{cases} S_1 = S_0 + \frac{F_t}{2}; \\ S_2 = S_0 - \frac{F_t}{2}; \\ S_1 = S_2 e^{\alpha f}. \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, получаем зависимости для определения S_1, S_2 и S_0 через окружную силу F_t .

$$S_1 = F_t \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}; S_2 = F_t \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}; S_0 = \frac{F_t}{2} \left(\frac{e^{f\alpha} + 1}{e^{f\alpha} - 1} \right).$$

При круговом движении ремня на каждый его элемент массой dm в пределах угла обхвата действуют элементарные центробежные силы $dF_{ин}$, которые вызывают дополнительное натяжение S_v ремня во всех его сечениях равное

$$S_v = \rho b \delta V^2,$$

где ρ – плотность материала ремня;

b – ширина ремня;

δ – толщина ремня;

V – скорость ремня.

Для построения эпюры напряжений в ремне ременной передачи определим напряжение от каждого силового фактора.

Напряжение от усилия S_1

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{A} = \frac{S_0 + F_t / 2}{A}.$$

Напряжение от усилия S_2

$$\sigma_2 = \frac{S_2}{A} = \frac{S_0 - F_t / 2}{A}.$$

Напряжение от действия центробежных сил

$$\sigma_v = \frac{S_v}{A} = \frac{\rho b \delta V^2}{b \delta} = \rho V^2.$$

В той части ремня, которая огибает шкив, возникают напряжения изгиба $\sigma_{и}$, которые определяются по закону Гука

$$\sigma_{и1} = \varepsilon E = \frac{y}{\rho_1} E = \frac{\delta}{d_1} E, \quad \sigma_{и2} = \varepsilon E = \frac{y}{\rho_2} E = \frac{\delta}{d_2} E.$$

В этом случае эпюра напряжений имеет вид (рис. 13.4).

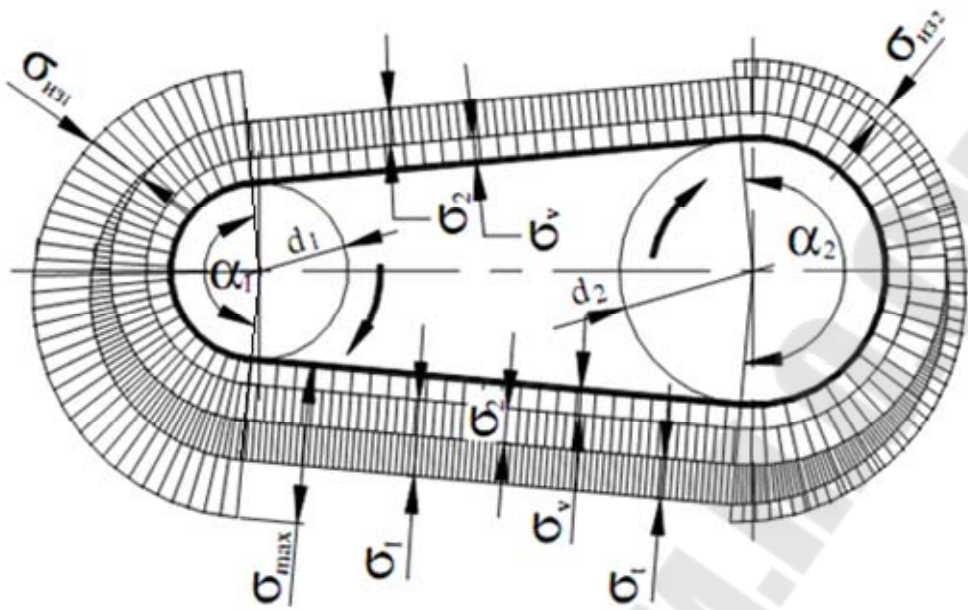


Рис. 13.4

Максимальное напряжение, которое возникает в ведущей ветви ремня, будет равно

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_v + \sigma_{и1}.$$

Критерии работоспособности и расчет ременных передач. Основными критериями ременных передач является тяговая способность и долговечность ремня.

При расчете на тяговую способность плоскоремненной передачи определяется требуемая ширина ремня, а при расчете клиноремненной передачи – потребное количество ремней.

$$b \geq \frac{F_t}{p_0 z C_\alpha C_v C_p C_\theta}; \quad z \geq \frac{P C_p}{P_0 C_L C_\alpha C_z},$$

где p_0 – допускаемая нагрузка на 1 мм ширины прокладки;

z – число прокладок;

C_α – коэффициент, учитывающий влияние угла обхвата;

C_v – коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости;

C_p – коэффициент, учитывающий влияние режима работы;

C_θ – коэффициент, учитывающий влияние угла наклона межосевой линии передачи;

P – передаваемая мощность;

P_0 – мощность, передаваемая одним ремнем;

C_L – коэффициент, учитывающий влияние длины ремня;

C_z – коэффициент, учитывающий влияние числа ремней в передаче.

Расчет ремня на долговечность заключается в определении числа часов работы ремня:

для плоскоремненной передачи

$$H = \frac{\sigma_{-1}^6 10^7 C_i C_H}{\sigma_{\max}^6 2 \cdot 3600 \lambda};$$

для клиноремненной передачи

$$H = \frac{\sigma_{-1}^8 N_{\text{Оц}} L C_i C_H}{\sigma_{\max}^8 60 \pi n_1 d_1},$$

где σ_{-1} – предел выносливости материала ремня;

10^7 – базовое число циклов перемены напряжений для плоскоремненной передачи;

$C_i = 1,5\sqrt[3]{u} - 0,5$ – коэффициент, учитывающий влияние передаточного числа;

C_H – коэффициент, учитывающий влияние вида нагрузки;

$\lambda = \frac{V}{L}$ – число пробегов ремня;

$N_{\text{Оц}}$ – базовое число циклов перемены напряжений для клиноремненной передачи.

Тема 14. Цепные передачи

Общие сведения. Цепная передача (рис. 14.1) относится к механическим передачам с гибкой связью.

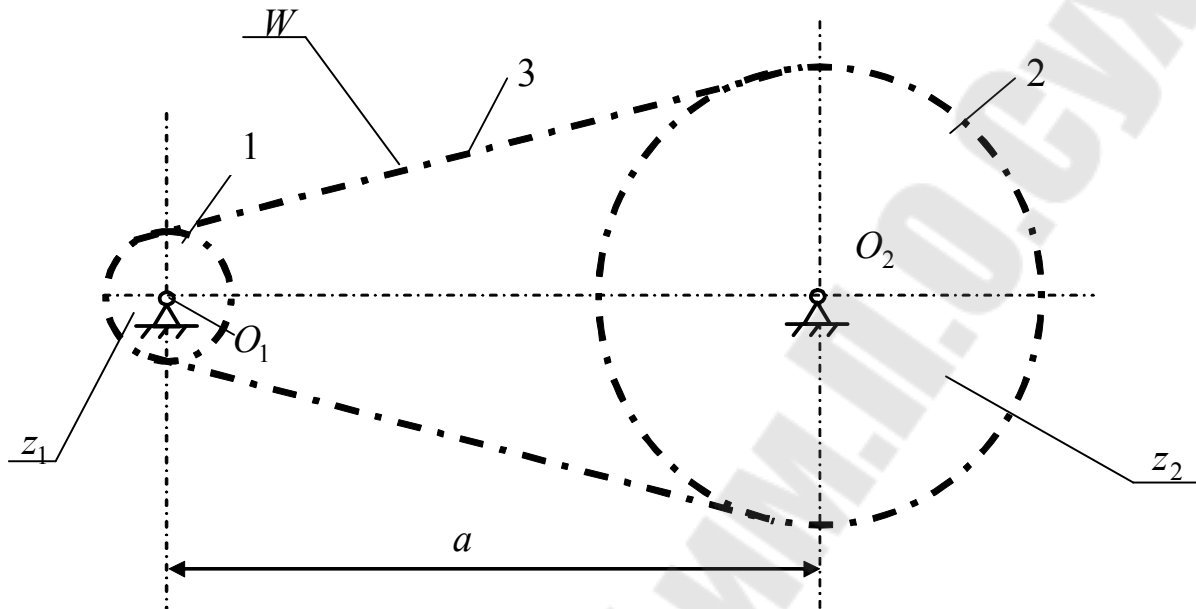


Рис. 14.1

На ведущем и ведомом валах передачи устанавливаются звездочки 1 и 2, которые входят в зацепление с охватывающей цепью 3.

Цепь в отличие от ремней изгибается только в одной плоскости, поэтому звездочки устанавливаются на строго параллельных валах. Принцип зацепления, а не трение, устраняет проскальзывание и буксование при работе передачи.

Мощность, которую можно передать с помощью цепной передачи, обычно не превышает 100 кВт. Межосевое расстояние может достигать 8 м. Частоты вращения звездочек и скорость цепи ограничиваются величиной силы удара в зацеплении, износом шарниров и шумом передачи. Скорость цепи обычно не должна превышать 15 м/с. Средняя скорость цепи рассчитывается по зависимости:

$$V = \frac{z_1 n_1 t}{60 \cdot 1000},$$

где z_1 – число зубьев ведущей звездочки;

n_1 – частота вращения ведущей звездочки, об/мин;

t – шаг цепи, мм.

Передаточное число цепной передачи

$$u = \frac{z_2}{z_1}.$$

Передаточное отношение ограничивается габаритами передачи, диаметром большой звездочки, малостью угла охвата цепью малой звездочки и не превышает обычно 7.

Минимальные числа зубьев звездочек ограничиваются износом шарниров, динамическими нагрузками и шумом передачи. Чем меньше число зубьев звездочки, тем больше износ. Минимальное число зубьев ведущей звездочки для силовых передач общего назначения выбирают по эмпирической зависимости

$$z_{1\min} = 29 - 2u.$$

Максимальное число зубьев ведомой звездочки ограничивается предельно допустимое увеличение шага цепи и обычно не превышает $z_{2\max} \leq 120$. Число зубьев ведущей звездочки предпочтительно принимать нечетное, что в сочетании с четным числом звеньев цепи способствует равномерному износу шарниров цепи и зубьев звездочек.

Делительные диаметры звездочек определяют по зависимости:

$$d = \frac{t}{\sin(180^\circ / z)}.$$

Минимальное межосевое расстояние определяют из условий размещения звездочек и минимального угла охвата цепью ведущей звездочки. Оптимальное межосевое расстояние $a = (30 \dots 50)t$. При $a < 30t$ наблюдается ускоренный износ шарниров цепи в связи с повышенной частотой входа каждого шарнира в зацепление. При $a > 50t$ даже небольшой износ каждого шарнира цепи вызывает значительное удлинение цепи, что приводит к нарушению зацепления цепи с зубьями звездочек.

Число звеньев цепи W зависит от межосевого расстояния a , шага t и чисел зубьев звездочек z_1 и z_2 и определяется по формуле:

$$w = \frac{2a}{t} + \frac{z_1 + z_2}{2} + \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2 \frac{t}{a}.$$

Полученное значение w округляют до большего ближайшего четного числа. Четное число звеньев цепи позволяет избежать применения переходных звеньев при соединении концов цепи.

Затем уточняют значение межосевого расстояния.

Цепь должна иметь некоторое провисание во избежание повышенной нагрузки на цепь и валы от силы натяжения и радиального биения звездочек. Для этого межосевое расстояние уменьшают на $(0,002 \dots 0,004)a$.

Цепные имеют как достоинства. Так и недостатки по сравнению с другими передачами.

Достоинства: возможность передачи мощности на большие расстояния (до 8 м); по сравнению с ременными передачами: могут передавать большие мощности; меньшая нагрузка на валы, так как напряженной под действием окружного усилия является только ведущая ветвь; позволяют реализовывать большее передаточное отношение при малом расстоянии между валами; более высокий коэффициент полезного действия; более компактны, возможность передачи движения одной цепью нескольким звездочкам с разным направлением их вращения.

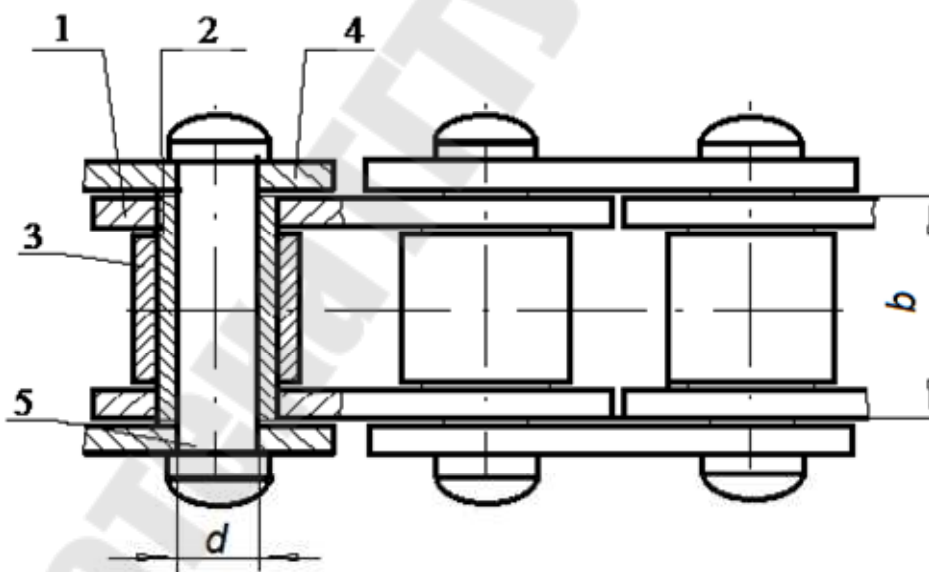


Рис. 14.2

Недостатки: сравнительно высокая стоимость цепей; вытягивание цепей вследствие износа в шарнирах; необходимость тщательного монтажа передачи и тщательного ухода за ней; неравномерность хода; повышенный шум вследствие удара звена цепи при входе в зацепление и дополнительные динамические нагрузки; непригодность передачи при периодическом реверсировании без пауз; чувствитель-

ность к ударам и резким изменениям нагрузки; сложность подвода смазки к шарнирам цепи; сравнительно небольшой срок службы цепей.

Конструкция приводной цепи. Наиболее широко применяют втулочно-роликовые цепи (рис. 14.2), которые образуются из последовательно чередующихся внутренних и наружных звеньев, имеющих форму, изображенную на рис. 14.3.

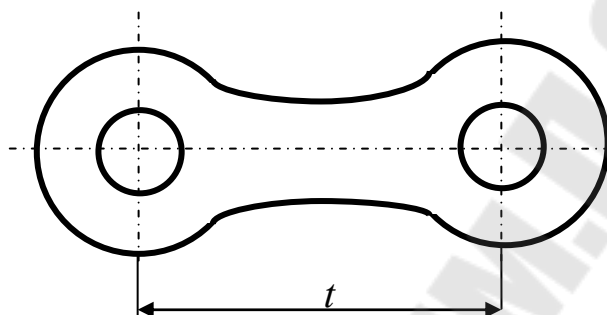


Рис. 14.3

Внутренние звенья состоят из внутренних пластин 1 и запрессованных в их отверстия гладких втулок 2, на которых свободно вращаются ролики 3. Наружные звенья состоят из наружных пластин 4 и запрессованных в их отверстия валиков 5. Концы валиков после сборки расклепывают. Благодаря натягу в соединениях наружных пластин с валиками и внутренних пластин с втулками и зазору между валиком и втулкой образуется шарнирное соединение.

Расчет цепной передачи по тяговой способности и на износостойкость шарнира. Расчет по тяговой способности заключается в сравнении максимальной окружной силы F_{tmax} , которая возникает в момент пуска передачи с силой $F_{\text{раз}}$ разрывающей цепь

$$F_{\text{tmax}} \leq \frac{F_{\text{раз}}}{S},$$

где S – коэффициент безопасности.

Расчет передачи по условию износостойкости шарниров цепи заключается в сравнении давления в шарнирах, которое не должно превышать допустимого в данных условиях эксплуатации.

$$p = \frac{F_t K_{\text{э}}}{A} \leq [p],$$

где A – площадь проекции шарнира на диаметральное сечение;
 $K_{\text{э}}$ – коэффициент эксплуатации.

Коэффициент эксплуатации $K_{\text{э}}$ представляют в виде частных коэффициентов

$$K_{\text{э}} = K_{\text{д}} K_{\text{а}} K_{\text{н}} K_{\text{рег}} K_{\text{см}} K_{\text{реж}} K_{\text{т}},$$

где $K_{\text{д}}$ – динамический коэффициент;

$K_{\text{а}}$ – коэффициент, учитывающий влияние длины цепи;

$K_{\text{н}}$ – коэффициент, учитывающий влияние наклона линии межосевого расстояния к горизонту;

$K_{\text{рег}}$ – коэффициент, учитывающий влияние способа регулирования натяжения цепи;

$K_{\text{см}}$ – коэффициент, учитывающий влияние способа смазки;

$K_{\text{реж}}$ – коэффициент, учитывающий влияния режима работы передачи;

$K_{\text{т}}$ – коэффициент, учитывающий влияние температуры окружающей среды.

Тема 15. Валы и оси

Общие сведения. Для поддержания вращающихся деталей в конструкциях используют валы и оси. Отличие вала от оси заключается в том, что вал всегда вращается и кроме изгибающей нагрузки передает вращающий момент, а также может воспринимать осевую нагрузку.

Валы подразделяются на прямые, коленчатые и гибкие валы. Прямые валы подразделяют на гладкие валы (рис. 15.1,а) и ступенчатые валы (рис. 15.1, б). Геометрические оси этих валов прямолинейны.

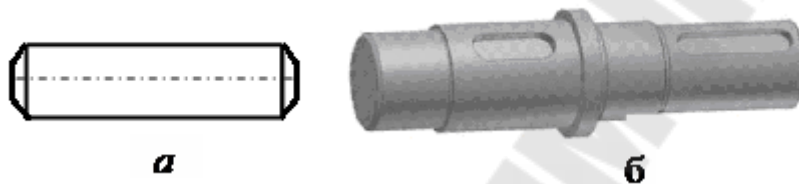


Рис. 15.1

Коленчатые валы (рис. 15.2) имеют ломаную ось.

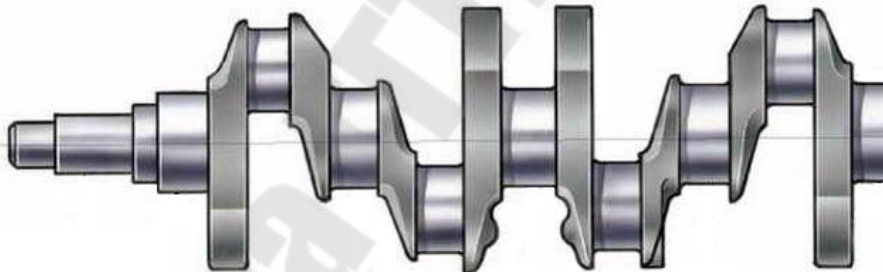


Рис. 15.2

Гибкие валы (рис. 15.3) имеют изменяемую форму геометрической оси при работе и применяются для передачи крутящего момента между узлами машин или агрегатами, меняющими свое относительное положение при работе. Такие валы обладают высокой жесткостью при кручении и малой жесткостью при изгибе.



Рис. 15.3

Они состоят из нескольких плотно навитых слоев (рис. 15.4), каждый из которых состоит из проволок.

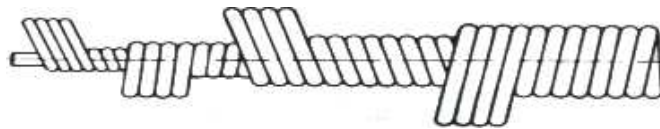


Рис. 15.4

Таким образом, гибкие валы представляют собой многослойные многозаходные витые пружины кручения. Толщина проволок наружных слоев больше, чем внутренних. Соседние слои имеют противоположное направление навивки. У валов правого вращения наружный слой навит в левую сторону, у валов левого вращения - в правую сторону, поэтому при передаче крутящего момента наружный слой уплотняет внутренние слои вала.

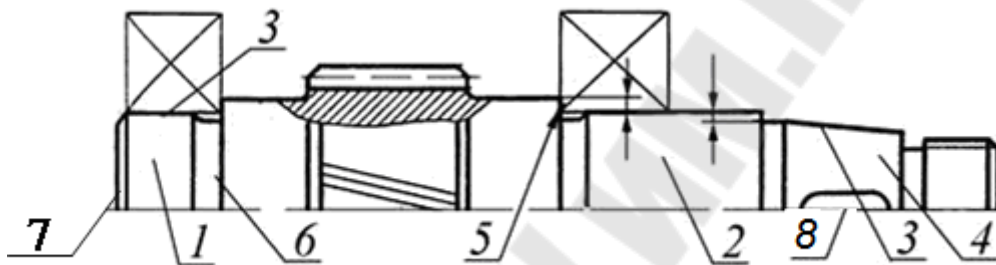


Рис. 15.5

Опорные части валов называются цапфами. При этом концевые цапфы 1 называются *шипами*, промежуточные 2 – *шейками*, а осевые – *пятями*. На *посадочных поверхностях* 3 располагают насаживаемые детали (подшипники, муфты и т. д.).

Выходные концы 4 валов бывают цилиндрические и конические. Конические концы валов изготавливают с конусностью 1:10. Их применяют для облегчения монтажа устанавливаемых на вал деталей.

Переходные участки между ступенями валов выполняют в виде буртиков 5, канавок 6 (рис. 15.6,а) или галтелей (рис. 15.6,б).

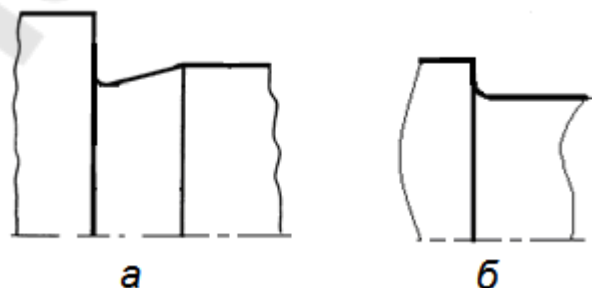


Рис. 15.6

На торце валов выполняют фаски 7. Передача вращающего момента от ступицы к валу осуществляется с помощью шпонки. Для установки шпонки на валу выполняется шпоночный паз 8.

Критерии работоспособности валов и их расчет. При проектировании вала различают три этапа: предварительный этап, конструкторский этап и проверочный этап.

На первом этапе (предварительный) при отсутствии данных об изгибающих моментах определяют диаметр вала по известному крутящему моменту из условия прочности по заниженным касательным напряжениям

$$d = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2[\tau]}}$$

где $[\tau] = 12 \dots 20$ МПа – допускаемое напряжение на кручение.

На втором этапе (конструкторский этап) разрабатывается конструкция вала, обеспечивающая условия изготовления и сборки. Определяются длины участков валов и назначаются диаметры валов на различных участках.

На третьем этапе (проверочный этап) производят оценку статической прочности и сопротивления усталости.

Расчет на статическую прочность. Так как валы работают в основном в условиях кручения и изгиба, а напряжения от осевых сил малы, то эквивалентное напряжение можно рассчитать, используя энергетическую теорию прочности

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_{\text{и}}^2 + 3\tau^2},$$

где $\sigma_{\text{и}}$ – напряжение изгиба в сечении вала;

τ – касательное напряжение в сечении вала.

Напряжения от действия изгибающего и крутящего момента в рассматриваемом сечении вала определяют по формулам:

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{M_{\text{и}}}{W_{\text{и}}}; \quad \tau = \frac{T}{W_{\rho}},$$

где $W_{\text{и}}, W_{\rho}$ – соответственно осевой и полярный момент сопротивления сечения вала.

Моменты сопротивления для круглого сечения равны

$$W_{и} = \frac{\pi d^3}{32}; W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16}.$$

Для круглого сечения со шпоночной канавкой моменты сопротивления рассчитывают по зависимостям:

$$W_{и} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt_1(2d - t_1)^2}{2d}; W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt_1(2d - t_1)^2}{2d},$$

где b – ширина шпоночной канавки;

t_1 – глубина шпоночной канавки.

Запас прочности по пределу текучести

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв}}} \geq [n_T],$$

где $[n_T] = 1,2 \dots 1,8$ – допустимый коэффициент запаса прочности.

Расчет на сопротивление усталости. Постоянные по направлению и величине силы вызывают во вращающемся валу переменные напряжения изгиба, изменяющиеся по симметричному циклу, с амплитудой и средним напряжением

$$\sigma_a = \sigma_{и} = \frac{M_{и}}{W_{и}}; \sigma_m = 0.$$

При расчете валов условно принимают, что напряжения кручения изменяются по отнулевому циклу, в котором амплитуда и среднее напряжение определяются по зависимости:

$$\tau_a = \tau_m = \frac{T}{2W_{\rho}}.$$

Коэффициент запаса прочности на сопротивление усталости определяют по формуле:

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}},$$

где n_{σ}, n_{τ} – соответственно коэффициенты запаса прочности на сопротивление усталости по нормальным и касательным напряжениям.

Эти коэффициенты рассчитывают по формулам:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \beta} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m}; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau} \beta} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m},$$

где σ_{-1}, τ_{-1} – пределы выносливости соответственно при изгибе и кручении;

k_{σ}, k_{τ} – эффективные коэффициенты концентрации напряжений соответственно при изгибе и кручении;

$\varepsilon_{\sigma}, \varepsilon_{\tau}$ – коэффициенты, учитывающие влияния размеров сечения соответственно при изгибе и кручении;

$\beta_{\sigma}, \beta_{\tau}$ – коэффициенты, учитывающие влияние упрочнения и шероховатости соответственно при изгибе и кручении;

$\psi_{\sigma}, \psi_{\tau}$ – коэффициенты, учитывающие чувствительность материала к асимметрии цикла напряжений соответственно при изгибе и кручении.

Условие запаса прочности на сопротивление усталости выполняется, если $n \geq [n] = 1,5$.

Тема 16. Подшипники качения

Общие сведения. Подшипники служат опорами для валов и осей. Они воспринимают радиальные и осевые нагрузки, приложенные к валу, и передают их на раму машины.

По виду трения подшипники подразделяются на подшипники качения и скольжения. Подшипники скольжения применяют в тех случаях, когда невозможно применить подшипник качения или его применение не рационально. К этим случаям можно отнести:

- 1) разъемные опоры, необходимые по условиям сборки;
- 2) опоры, работающие с окружными скоростями $V \geq 30$ м/с;
- 3) опоры прецизионных машин;
- 4) опоры, подверженные значительным толчкам и вибрации;
- 5) опоры близко расположенных валов;
- 6) опоры, работающие в агрессивных и загрязненных условиях;
- 7) опоры вспомогательных и тихоходных механизмов.

В подшипниках качения используются тела качения (шарики и ролики), которые работают на основе трения качения. К основным достоинствам подшипников качения по сравнению с подшипниками скольжения относятся: малые моменты сил трения; меньший расход смазочных материалов; незначительный расход цветных металлов; малые габариты в осевом направлении; значительно меньше теплообразование; более просты в эксплуатации.

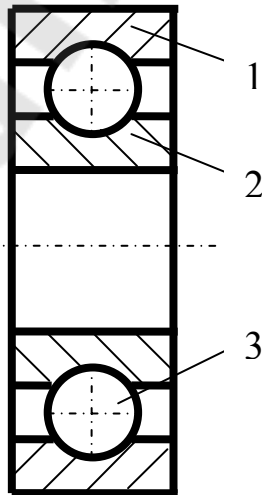


Рис. 16.1

К основным недостаткам подшипников качения можно отнести: повышенные диаметральные габариты; высокие контактные напряжения; меньшая способность демпфировать колебания; повышенный шум при высоких частотах вращения.

Подшипники качения (рис. 16.1) состоят из наружного кольца 1, внутреннего кольца 2, тел вращения 3 и сепаратора, который служит для разделения друг от друга тела качения.

Подшипники качения стандартизованы и изготавливаются централизованно в массовом производстве. В настоящее время они являются основными опорами валов и осей в машиностроении.

Классификация подшипников качения. По форме тел качения подшипники подразделяются на шариковые (рис. 16.1) и роликовые подшипники (рис. 16.2).

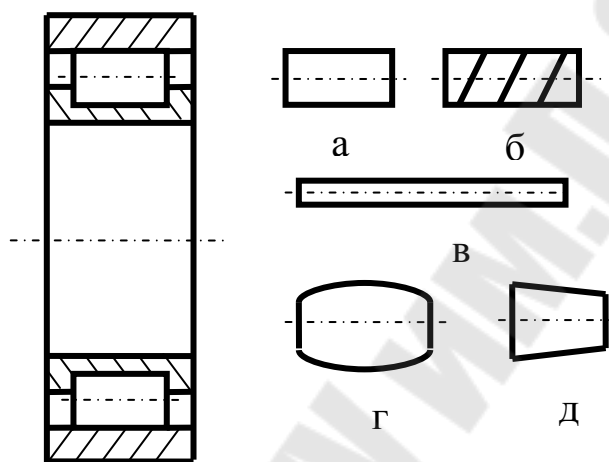


Рис. 16.2

Роликовые подшипники бывают с короткими цилиндрическими роликами (рис. 16.2,а), с цилиндрическими витыми роликами (рис. 16.2,б), с игольчатыми роликами (рис. 16.2,в), бочкообразными роликами (рис. 16.2,г) и коническими (рис. 16.2,д) роликами.

По числу рядов подшипники бывают одно-, двух- и многорядные.

По признаку самоустанавливаемости подшипники делят на самоустанавливающиеся (сферические) и несамоустанавливающие (все кроме сферических подшипников).

По направлению воспринимаемых относительно вала сил подшипники разделяются на типы:

- 1) радиальные, воспринимающие преимущественно радиальные нагрузки;
- 2) радиально-упорные, воспринимающие радиальные и незначительные осевые нагрузки;
- 3) упорно-радиальные, воспринимающие осевые и незначительные радиальные нагрузки;
- 4) упорные, воспринимающие только осевые нагрузки.

По габаритным размерам подшипники разделяют на размерные серии: по радиальным размерам и по ширине.

По радиальным размерам различают 7 серий: сверх легкая (2 серии), особо легкая (2 серии), легкая, средняя и тяжелая. По ширине имеется 4 серии: особо широкая, широкая, нормальная и узкая.

Работоспособность подшипника зависит от точности изготовления и качества сепаратора. Согласно ГОСТ 520–89 установлены следующие классы точности подшипников: 8, 7, 0, 6X, 6, 5, 4, 2 и Т. Перечень классов точности дан в порядке повышения точности. Классы точности подшипников характеризуются значениями предельных отклонений размеров, формы и расположения поверхностей подшипников. При повышении классов точности стоимость подшипников существенно возрастает.

Условное обозначение предназначено для маркировки подшипников во время их изготовления. Оно состоит из семи цифр (рис. 16.3), которые изображают на торце кольца или сепараторе. Каждая цифра или их сочетание характеризует определенный параметр подшипника в зависимости от места, занимаемого в условном обозначении.

7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---

Рис. 16.3

Первые две цифры справа обозначают внутренний диаметр подшипника.

Третья цифра справа характеризует размерную серию по диаметру.

Четвертая цифра справа характеризует тип подшипника. Всего имеется 10 типов подшипника, которые обозначаются цифрами от 0 до 9.

Пятая и шестая цифра справа характеризуют конструкторские особенности подшипника и обозначаются цифрами от 00 до 99.

Седьмая цифра справа обозначает размерную серию по ширине.

Все нули слева до первой значащей цифры не указываются. При расшифровке подшипника слева добавляют нули до семизначного числа.

Кроме основных знаков условного обозначения (семизначное число) могут быть и дополнительные знаки, которые располагаются слева или справа от основного обозначения подшипника (рис. 16.4).

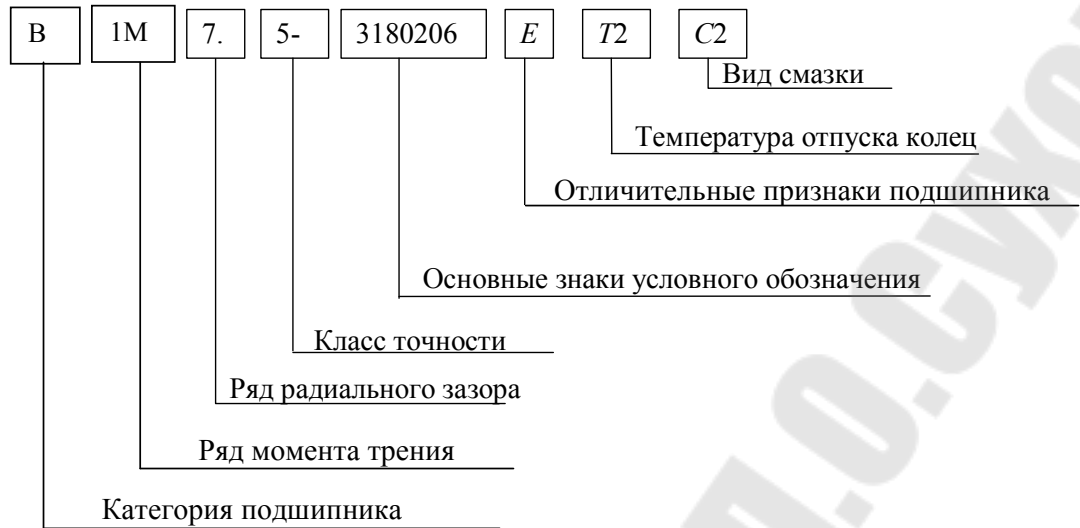


Рис. 16.4

Эквивалентная динамическая нагрузка. Работоспособность подшипников качения зависит от многих факторов, в том числе от характера приложенной нагрузки, температуры, частоты вращения. Все факторы при расчете подшипников не представляется возможным, поэтому вводится понятие «эквивалентная динамическая нагрузка», которая учитывает некоторые особенности работы подшипника.

Эквивалентная динамическая нагрузка P определяется по формуле:

$$P = (XVF_r + YF_a)K_0K_T,$$

где X – коэффициент радиальной нагрузки;

Y – коэффициент осевой нагрузки;

V – коэффициент вращения, зависящей от того какое кольцо вращается;

F_r – радиальная нагрузка;

F_a – осевая нагрузка;

K_0 – коэффициент безопасности;

K_T – температурный коэффициент.

Расчет долговечности подшипника качения. Учитывая, что подшипники качения выпускают на специальных заводах, то при проектировании механизмов их не рассчитывают, а осуществляют проверку на долговечность.

Долговечность работы подшипника в часах определяют по зависимости:

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P} \right)^{m'}$$

где C – динамическая грузоподъемность, то есть нагрузка, которую подшипник выдерживает, делая один миллион оборотов (табличное значение);

n – частота вращения вала;

P – эквивалентная динамическая нагрузка;

m' – показатель кривой усталости (для шарикоподшипников

$m' = 3$; для роликоподшипников. $m' = \frac{10}{3}$).

Долговечность подшипника должна быть более 10000 часов.

Тема 17. Муфты

Общие сведения. Муфтами приводов называют устройства, соединяющие валы совместно работающих агрегатов и передающие вращающий момент. Потребность в соединении валов связано с тем, что большинство машин компонуют из ряда отдельных частей с входными и выходными валами. Такими частями являются двигатель M , редуктор P и рабочая машина PM (рис. 17.1).

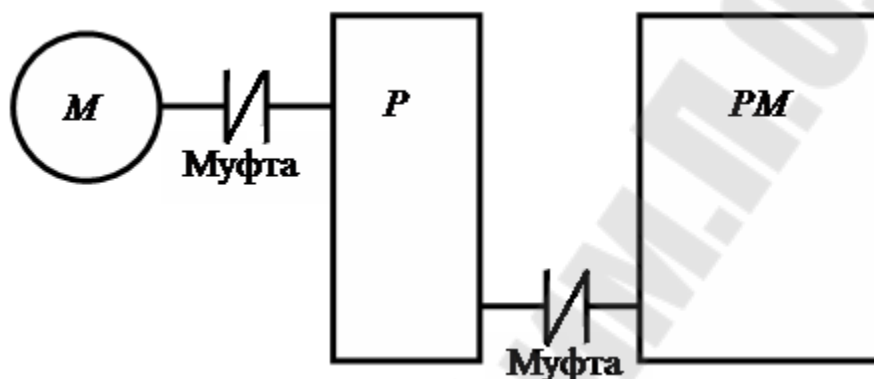


Рис. 17.1

Основное назначение муфт – соединение валов и передача вращающего момента. Муфты могут выполнять еще ряд важных дополнительных функций. По этому признаку и классифицируют муфты.

Существует класс **постоянных** (нерасцепляемых) муфт, обеспечивающих постоянное, в течение всего времени эксплуатации машины, соединение валов.

В некоторых машинах применяют муфты **сцепления**, обеспечивающие соединение агрегатов или их разъединение во время работы машины. В свою очередь муфты сцепления подразделяют на **управляемые и самоуправляемые**.

Управляемые муфты соединяют агрегаты машин по некоторой команде. Самоуправляемые муфты включаются автоматически, соединяя или разъединяя валы в зависимости от условий режима работы машины и принципа действия муфты.

Основной характеристикой нагрузки муфты является вращающий момент T .

Обычно расчетный вращающий момент T на муфте приближенно определяют в зависимости от динамических свойств машины, характеризуемых степенью неравномерности вращения и величиной

разгоняемых масс, т.е. величиной динамической составляющей вращающего момента на муфте:

$$T = T_n + T_d = T_n (1 + T_d / T_n) = k T_n ,$$

где T_n – номинальный момент обычно приближенно определяют по потребляемой мощности двигателя и по частоте вращения;

T_d – динамический момент;

k – коэффициент динамичности.

Все многообразие муфт можно разделить на шесть групп, а именно:

- 1) глухие муфты;
- 2) компенсирующие муфты;
- 3) упругие муфты;
- 4) сцепные муфты;
- 5) обгонные или муфты свободного хода;
- 6) предохранительные муфты.

Глухие муфты. Глухие муфты в основном применяются для соединения отдельных частей составного вала и в редких случаях для соединения строго соосных валов агрегатов.



Рис. 17.2

Представителем глухой муфты является фланцевая муфта (рис.17.2), состоящая из двух одинаковых полумуфт, выполненных в виде ступицы с фланцем. Фланцы между собой соединяют болтами.

Компенсирующие муфты. По экономическим и технологическим соображениям машины обычно выполняют из отдельных агрегатов, которые соединяют муфтами. Однако точная установка валов таких агрегатов невозможна из-за ошибок изготовления и монтажа; установки агрегатов на деформируемом основании, а также из-за упругих деформаций валов под нагрузкой.

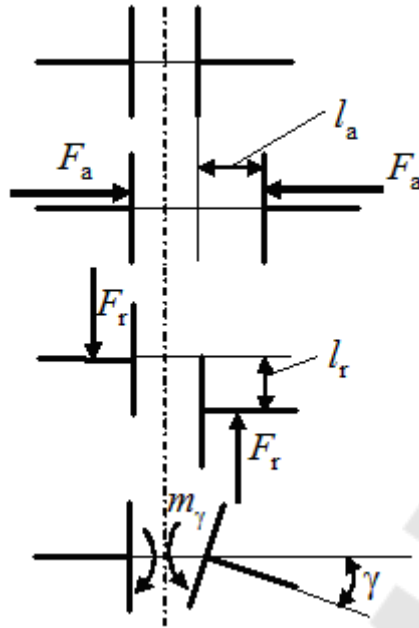


Рис. 17.3

Возможные виды смещений валов (осевое l_a , радиальное l_r и угловое γ) и возникающие вследствие этого дополнительные нагрузки на концах валов показаны на рис. 17.3.

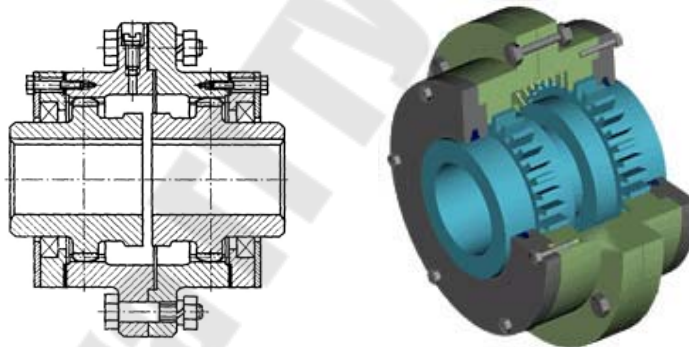


Рис. 17.4

Для соединения валов с несовпадающими осями применяют компенсирующие муфты. Благодаря своей конструкции эти муфты обеспечивают работоспособность машины даже при взаимных смещениях валов. Валы и опоры при этом дополнительно нагружаются осевыми F_a , радиальными F_r силами и изгибающими моментами m_γ , зависящими от величины и вида несоосности валов. Следует отметить, что с ростом смещений валов работоспособность муфты уменьшается.

К компенсирующим муфтам относятся зубчатая муфта (рис. 17.4), кулачково-дисковая муфта (рис. 17.5) и др. муфты.

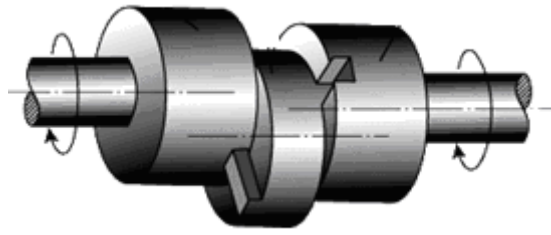


Рис. 17.5

Упругие соединительные муфты. Упругие муфты отличаются наличием упругого элемента и являются универсальными в том смысле, что, обладая некоторой крутильной податливостью, эти муфты также являются компенсирующими. Упругие муфты способны:

1) Смягчать толчки и удары вращающего момента, вызванные технологическим процессом или выбором зазора при пусках и остановках машины. При этом кинетическая энергия удара аккумулируется муфтой во время деформации упругого элемента, превращаясь в потенциальную энергию деформации;

2) Защищать привод машины от вредных крутильных колебаний;

3) Соединять валы, имеющие взаимные смещения. В этом случае деформируется упругий элемент муфты, и муфта функционирует как компенсирующая.

По материалу упругих элементов эти муфты подразделяются на муфты с неметаллическими упругими элементами и муфты с металлическими упругими элементами.

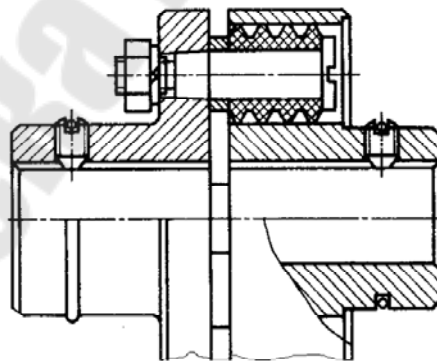


Рис. 17.6

Наибольшее применение в машиностроении получила упругая втулочно-пальцевая муфта (рис. 17.6).

К упругим муфтам относится также муфта со звездой (рис. 17.7) и с торовой резиновой оболочкой (рис. 17.8)

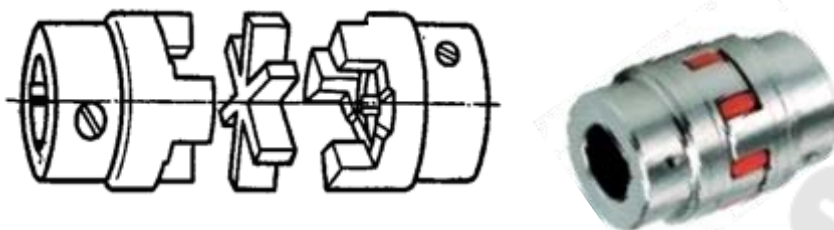


Рис. 17.7

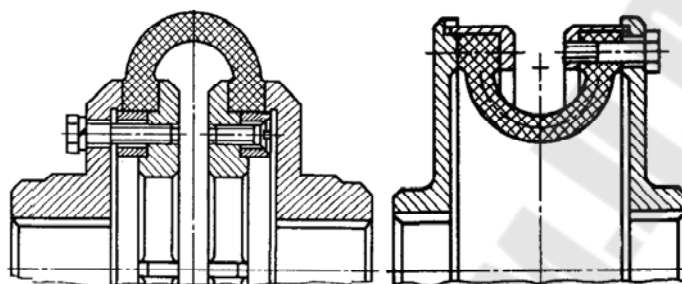


Рис. 17.8

Муфты сцепные управляемые. Сцепные муфты соединяют и разъединяют неподвижные или вращающиеся валы по управляющей команде. Эти муфты делят на муфты с профильным замыканием (кулачковые) и на фрикционные муфты. Последние широко используют при необходимости изменения режима работы машины без остановки двигателя.

Сцепные кулачковые муфты применяются для передачи больших вращающих моментов при нечастых включениях. Они имеют значительно меньшие габаритные размеры и массу, чем фрикционные муфты сцепления. Однако они соединяют валы, угловые скорости которых равны или незначительно различаются. При этом требуется точная соосность соединения полумуфт.

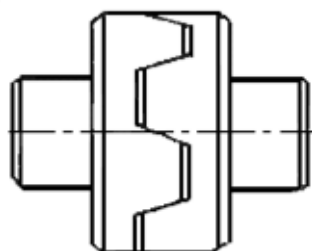


Рис.17.9

Выбор формы кулачков определяется в основном условиями включения муфты. На рис. 17.9 изображены сцепные муфты с торцевыми конусными кулачками.

Муфты сцепные фрикционные. Эти муфты допускают включение на ходу и передают вращающий момент за счет сил трения на рабочих поверхностях, создаваемых плавным прижатием рабочих поверхностей. Меняя силу прижатия, можно регулировать момент сил трения. За время включения фрикционной муфты рабочие поверхности проскальзывают. После завершения включения муфты скольжение отсутствует.

Конструкция этих муфт может быть выполнена с одним или несколькими дисками, с цилиндрическими или коническими поверхностями трения.

Конструкция простейшей многодисковой муфты приведена на рис. 17.10. На рабочие поверхности дисков наносят фрикционный слой или крепят накладки из фрикционного материала, повышающего силу трения.

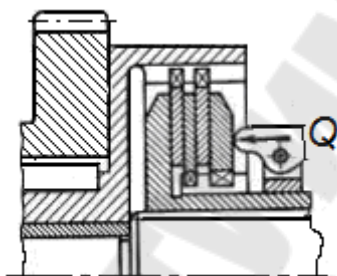


Рис. 17.10

Представителем муфты с цилиндрической поверхностью трения является пневмокамерная муфта (рис. 17.11), позволяющая создавать равномерное давление на обод, благодаря чему обеспечивают плавное включение механизмов и снижают динамические нагрузки. Не требуют регулировок, так как по мере износа фрикционных колодок автоматически увеличивается ход камеры.

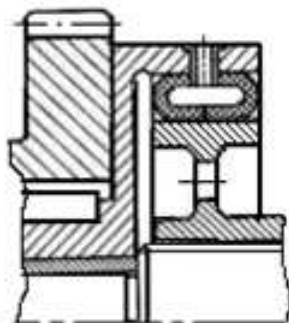


Рис. 17.11

К недостаткам этих муфт можно отнести значительную стоимость баллона, старение резины особенно при попадании на баллон масла, щелочи или кислоты и затруднение с подводом воздуха.

Схема простейшей с конической поверхностью трения изображена на рис. 17.12.

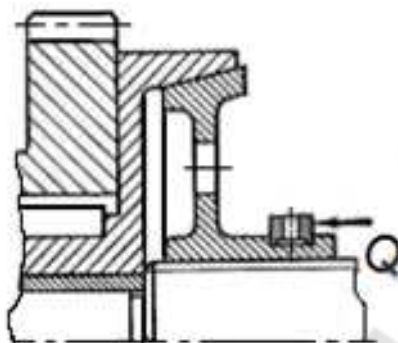


Рис. 17.12

Во избежание самозахватывания муфты и облегчения расцепления угол наклона образующей конуса выбирают больше угла трения покоя.

Достоинством конусных муфт является хорошая расцепляемость и простота конструкции. К существенным недостаткам этих муфт относятся значительные радиальные габариты и высокие требования к соосности соединяемых валов.

Обгонные муфты. Обгонные муфты применяют в механизмах, когда необходимо передавать движение в одном направлении и не передавать в другом.

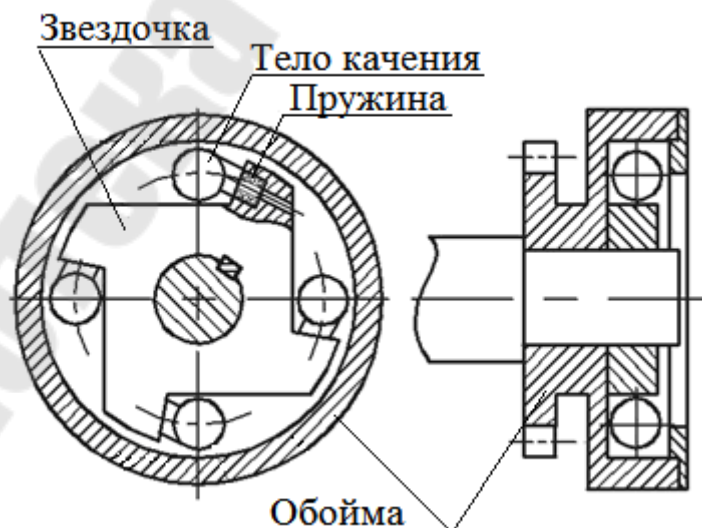


Рис. 17.13

Принцип работы обгонных муфт состоит в следующем. Звездочка жестко закреплена на ведущем валу. При его вращении по часовой стрелке тела качения под действием сил пружин и сил трения вкатываются в узкую часть клинового зазора и, заклиниваясь, передают вращательный момент от звездочки к обойме, свободно сидящей на валу и являющейся зубчатым колесом.

При вращении звездочки против часовой стрелки тела качения выходят в широкую часть клиновых зазоров, и вращение от вала к зубчатому колесу не передается.

Предохранительные муфты. Предохранительная муфта служит разъединения валов или вала с сидящей на нём деталью при перегрузке или недопустимой скорости вращения, т. е. предохраняющая машину от поломки в случае нарушения нормального режима работы. В связи с этим предохранительные муфты бывают с разрушающимся элементом, кулачковые и фрикционные.

Муфты предохранительные с разрушающимся элементом отличаются малыми габаритами и высокой точностью срабатывания. При перегрузке предохранительный элемент срезается, и полумуфты размыкаются. Конструкция такой муфты показана на рис. 17.14

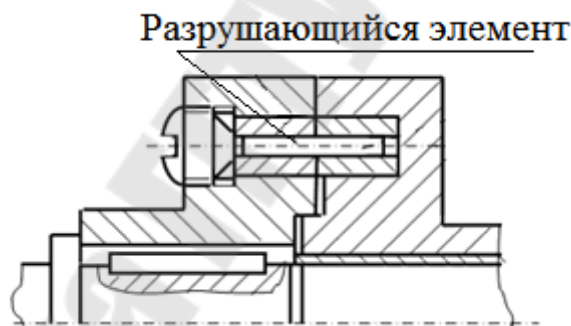


Рис. 17.14

Для восстановления работоспособности машины, ее необходимо остановить и заменить предохранительный элемент.

Кулачковые предохранительные муфты (рис. 17.15) удерживаются во включенном состоянии пружинами, до тех пор, пока возрастающий момент не создаёт величину осевой силы, способной преодолеть усилие пружины.

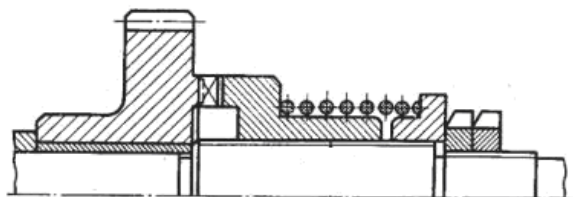


Рис. 17.15

Фрикционные предохранительные муфты автоматически восстанавливают работоспособность машины после прекращения действия перегрузки, однако, точность срабатывания их не высока из-за непостоянства коэффициента трения на трущихся поверхностях дисков.

На рис. 17.16 показана многодисковая фрикционная предохранительная муфта.

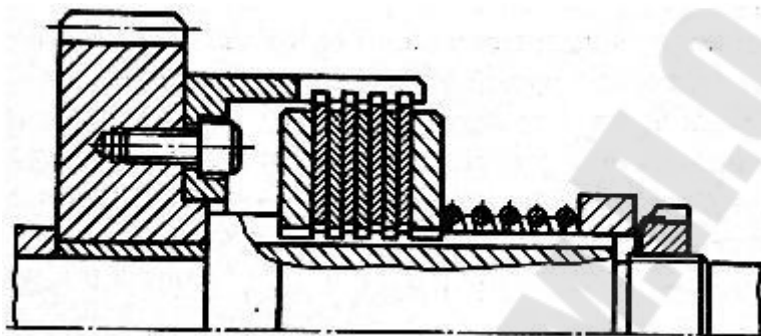


Рис. 17.16

Сила нажатия в них создается пружинами, отрегулированными на передачу предельного вращающего момента.

Литература

1. Прикладная механика: Учеб. пособие / А.Т. Скойбеда, А.А. Миклашевич, Е.Н. Левковский и др.; Под общ. ред. А.Т. Скойбеда. – Мн.: Выш. шк., 1997. – 552 с.
2. Першина С.В. Сопротивление материалов: Учеб. пособие. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. – 160 с.
3. Селиванов Ю.Т. Сопротивление материалов: Учеб. пособие. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – 76 с.
4. Мурин А.В., Осипов В.А. Прикладная механика: Учеб. пособие для вузов / под ред. А. В. Мурина. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета. 2010. – 326 с.
5. Аркуша А.И. Техническая механика: Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учеб. для машиностр. спец. Техникумов. - 2-е изд., доп. – М.: Высш. шк., 1989. – 352 с.
6. Иванов М.Н. Детали машин: Учеб. для студентов ВТУЗов / Под ред. В.А. Финогенова. – 6-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2000 – 383 с.
7. Сурин В.М. Прикладная механика: учебное пособие для вузов / В.М. Сурин – 3-е изд., испр., - Минск: Новое знание, 2008 – 387 с.
8. Завистовский В.Э. Техническая механика. Детали машин: учебное пособие / В. Э. Завистовский. – Минск: Беларуская Энцыклапедыя, 2010 – 349 с.
9. Прикладная механика : курс лекций по одноименной дисциплине для студентов электротехнических специальностей дневной и заочной форм обучения / А. Т. Бельский, Г. П. Тариков. - Гомель: ГГТУ, 2009 - 136 с.
10. Тариков Г.П. Прикладная механика: учебное пособие /Г.П. Тариков, А.Т. Бельский. – Гомель ГГТУ им. П.О. Сухого, 2012 – 105 с.

Оглавление

Тема 1. Общие сведения статики, кинематики и динамики механической системы	3
Тема 2. Основные сведения механики материалов	21
Тема 3. Растяжение – сжатие	28
Тема 4. Геометрические характеристики плоских сечений	31
Тема 5. Чистый сдвиг. Кручение	35
Тема 6. Плоский изгиб	43
Тема 7. Гипотезы прочности	50
Тема 8. Неразъемные соединения деталей машин	55
Тема 9. Разъемные соединения деталей машин	65
Тема 10. Механические передачи	74
Тема 11. зубчатые передачи	78
Тема 12. Червячная передача	90
Тема 13. Ременные передачи	97
Тема 14. Цепные передачи	105
Тема 15. Валы и оси	110
Тема 16. Подшипники качения	115
Тема 17. Муфты	120
Литература	129

А.Т. Бельский

**Прикладная механика
для слушателей специальности переподготовки 1-51 02 71
«Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений»**

Бельский Алексей Тимофеевич

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Пособие

**для слушателей специальности переподготовки
1-51 02 71 «Разработка и эксплуатация нефтяных
и газовых месторождений»
заочной формы обучения**

Подписано в печать 13.04.18.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 7,67. Уч.-изд. л. 8,08.

Изд. № 35.

<http://www.gstu.by>

Отпечатано на цифровом дуплекаторе
с макета оригинала авторского для внутреннего использования.

Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого».

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.