

ЛОКАЛЬНО-НЕРАВНОВЕСНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ НА ДВУХМЕРНЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ТЕПЛОВЫЕ СТРУКТУРЫ

*О.Н. Шабловский**, *Д.Г. Кроль**

*Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого (Республика Беларусь)

Решена задача о динамическом внешнем воздействии стоячей волны на стационарные периодические тепловые структуры: «полосы», «прямоугольники», «треугольники», «ячейки». Центральным пунктом применяемой модели является учет локально-неравновесных свойств теплопереноса в рамках релаксационной модели Максвелла. Для уравнений теплопереноса построено новое точное аналитическое решение, описывающее воздействие на материал двух источников энергии: знакопеременный объемный источник моделирует конкуренцию между температурными областями с тепловыделением и теплоотдачей; внешний по отношению к среде источник действует на линии разрыва теплового поля и возбуждает стоячую волну. Стационарная часть полученного решения относится к установившейся во времени температуре и определяет пострелаксационный пространственно-периодический тепловой режим. Нестационарная часть решения несет информацию о колебаниях и волнах в системе «среда – источник энергии». Получены в явном аналитическом виде выражения для компонент вектора теплового потока. Вычислен сдвиг фазы колебаний продольного и поперечного к разрыву тепловых потоков. Изучены дозвуковые и сверхзвуковые (по отношению к скорости распространения тепловых возмущений) процессы генерации стоячей волны. Установлен нелинейный характер взаимодействия возбуждающих колебаний с неравновесной средой. Проведен детальный анализ поведения тепловых чисел Маха, определяющих свойства волн в продольном и поперечном к разрыву направлениях. Построен безразмерный параметр неравновесности системы, и показано его существенное влияние на дозвуковой и сверхзвуковой режимы распространения волн. Определены морфологические свойства изотерм. Построен фазовый портрет теплофизической системы в пространстве «продольная компонента вектора теплового потока – поперечная компонента – температура». Указаны значения частоты колебаний, для которых получается замкнутая либо незамкнутая фазовые траектории. Представлены примеры расположения фазовых траекторий на цилиндре и торе. Прикладные аспекты данной задачи связаны с проблемой формирования периодических структур при взрывной кристаллизации аморфных пленок, напыленных на подложку.

Ключевые слова: *стоячая тепловая волна, источник энергии, локально-неравновесный теплоперенос, периодические тепловые структуры, взрывная кристаллизация.*

Контактное лицо: Шабловский Олег Никифорович, *адрес:* 246746, Республика Беларусь, г. Гомель, просп. Октября, д. 48; *e-mail:* shablovsky-on@yandex.by

Для цитирования: Шабловский О.Н., Кроль Д.Г. Локально-неравновесное воздействие стоячей волны на двухмерные периодические тепловые структуры // Вестн. Сев. (Арктич.) федер. ун-та. Сер.: Естеств. науки. 2016. № 3. С. 106–115. doi: 10.17238/issn2227-6572.2016.3.106

Теплофизические аспекты проблемы формирования периодических структур при взрывной кристаллизации аморфных пленок [1–5] рассмотрены в работе [6]. Установлено, что в среде, обладающей локально-неравновесными тепловыми свойствами, пространственно-периодические структуры («полосы», «ячейки», «решетки» и др.) образуются под влиянием конкуренции между температурными областями с тепловыделением и теплоотдачей. Примером такой конкуренции является выделение кристаллизационного тепла на фазовой границе и теплоотдача в подложку, на которую напылена аморфная пленка. Важным параметром процесса служит температура $T = T_0$, при которой тепловыделение и теплоотдача уравновешиваются, т. е. взрывная кристаллизация прекращается. (Далее изотерму T_0 называем нейтральной.) В данной работе рассматриваются локально-неравновесные свойства динамического внешнего воздействия на уже сформировавшиеся тепловые структуры. В рамках классической модели теплопроводности Фурье этот вопрос был рассмотрен нами в [7].

Изучаемая теплофизическая система содержит следующие элементы: 1) среда, обладающая локально-неравновесными тепловыми свойствами; 2) знакопеременный объемный источник энергии $q_v = q_v^1(T - T_0)$, $q_v^1 > 0$, $q_v^1, T_0 - \text{const}$; 3) внешний по отношению к среде источник энергии W , действующий на линии $x = 0$ и возбуждающий стоячую волну. Рассматриваем интересный в практическом отношении случай, когда вне линии $x = 0$ двумерное температурное поле среды (материала) представляет собой в исходном состоянии стационарную пространственно-периодическую структуру. Цель исследования – проанализировать локально-неравновесные процессы воздействия стоячей волны на материал.

Релаксационная модель переноса тепла Максвелла [8] в плоском двумерном случае имеет вид

$$c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = q_v; \quad (1)$$

$$q_x + \gamma \frac{\partial q_x}{\partial t} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}; \quad q_y + \gamma \frac{\partial q_y}{\partial t} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y},$$

$$\lambda, c, \gamma - \text{const}. \quad (2)$$

Здесь c – объемная теплоемкость; T – температура; t – время; $\mathbf{q}(q_x, q_y)$ – вектор удельного теплового потока; x, y – прямоугольные декартовы координаты; q_v – мощность внутренних источников тепла; λ – коэффициент теплопроводности.

Уравнения теплопереноса (1), (2) преобразуем к одному гиперболическому уравнению

$$c \left(\frac{\partial \tau}{\partial t} + \gamma \frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2} \right) + q_v + \gamma \frac{\partial q_v}{\partial t}, \quad (3)$$

где $\tau = T - T_0$ – отклонение температуры от ее равновесного значения T_0 . Для размерных и безразмерных уравнений применяем одинаковую форму записи, полагая

$$\lambda \rightarrow \bar{\lambda} \lambda'; \quad c \rightarrow \bar{c} c'; \quad \gamma \rightarrow \gamma'; \quad q_v \rightarrow \bar{q}_v q'_v; \quad T \rightarrow T';$$

$$q_x \rightarrow q'_x; \quad q_y \rightarrow q'_y; \quad t \rightarrow t'; \quad x \rightarrow x'; \quad y \rightarrow y',$$

где штрихом отмечены безразмерные величины. Безразмерные комплексы

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_b T_b}{x_b q_b}; \quad \bar{c} = \frac{c_b T_b x_b}{t_b q_b}; \quad \bar{q}_v = (q_v)_b \frac{x_b}{q_b}$$

составлены из масштабов величин (они отмечены индексом b), применяемых для обезразмеривания: $c = c' c_b$; $\lambda = \lambda' \lambda_b$; $\gamma = \gamma' t_b$; $T = T' T_b$; $q_x = q'_x q_b$; $q_y = q'_y q_b$; $q_v = q'_v (q_v)_b$; $x = x' x_b$; $y = y' y_b$; $t = t' t_b$; $q_b = \lambda_b T_b / x_b$; $(q_v)_b = \lambda_b T_b / x_b^2$. Все вычисления выполнены в безразмерных переменных при $\bar{\lambda} = 1$; $\bar{c} = 1$; $\bar{q}_v = 1$; $\lambda' = 1$; $c' = 1$. Далее штрих над безразмерными величинами не пишем.

Стоячая волна в неравновесном тепловом поле. Решение уравнения (3) представляем в виде

$$\tau(x, y, t) = \tau_s(x, y) + \tau_{nst}(x, y, t), \quad (4)$$

где $\tau_s(x, y)$ – стационарная часть решения, относящаяся к установившейся во времени $t \rightarrow \infty$ температуре; $\tau_{nst}(x, y, t)$ – нестационарное решение, учитывающее время релаксации теплового потока и определяющее волновые свойства

температурного поля. Для стационарной температуры $\tau_s(x, y)$ рассматриваем случай, когда нейтральная изотерма $\tau_s = 0$ представляет собой решетку, т. е. семейство «прямоугольников»:

$$\tau_s(x, y) = D \cos(h_1 x) \sin(h_2 y);$$

$$h_1^2 + h_2^2 = q_0^1 / \lambda; \quad h_1, h_2, D - \text{const.} \quad (5)$$

Эти «прямоугольники» образованы линиями $h_1 x = 2\pi n_0 \pm (\pi/2)$, $h_2 y + \beta = \pi n_0$, где $n_0 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – любое целое число. Очевидно, что в частном случае $h_1 = 0$ решение (5) дает зависимость $\tau_s(x, y) = D \sin(h_2 y)$, и нейтральная изотерма образует семейство «полос» $h_2 y = \pi n_0$. Полосчатую структуру рассматриваем как отдельный вариант, потому что он важен в практическом отношении и включает в себе многие существенные свойства изучаемого процесса. Еще одним примером стационарной периодической структуры являются «ячейки» треугольного вида:

$$\tau_s(x, y) = 2A_3 \sin(y) [\cos(y) - \cos(x\sqrt{3})], \quad q_0^1 / \lambda = 4. \quad (6)$$

Здесь $\tau_s = 0$ вдоль линий $y = \pi n_0$, $x\sqrt{3} \pm y = \pi n_0$. Зависимость (6) является частным случаем ($m = 2$) стационарного решения

$$\tau_s(x, y) = A_s [\sin(my) - m \sin(y) \cos(k_s x)], \quad (7)$$

для которого линии нейтральной изотермы могут образовывать ячеистые структуры («ячейки») замысловатой геометрической формы.

Рассматриваемые здесь «полосы», «прямоугольники», «треугольники» и «ячейки» являются наиболее часто встречающимися в экспериментальных наблюдениях [1, 3, 9–14] элементами пространственно-периодических структур, образующихся в кристаллической фазе после взрывной кристаллизации аморфных пленок.

Нестационарную составляющую температуры представляем выражением

$$\tau_{nst}(x, y, t) = A(x, t) \sin(hy), \quad h \equiv \text{const}, \quad (8)$$

где $A(x, t)$ должна удовлетворять уравнению

$$(c - \gamma q_0^1) \frac{\partial A}{\partial t} + c\gamma \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + A(q_0^1 - \lambda h^2).$$

Строим решение

$$A(x, t) = A_1 \exp(-rx) [\sin(\omega t - kx) + B_1 \cos(\omega t - kx)], \quad (9)$$

где A_1, B_1 – произвольные постоянные, и находим

$$\omega^2 = \frac{1}{c\gamma} [\lambda(k^2 - r^2) + \lambda h^2 - q_0^1],$$

$$k = \frac{\omega(c - \gamma q_0^1)}{2\lambda r} \frac{1}{2}. \quad (10)$$

Не нарушая качественных свойств решения (9), принимаем далее, что $q_0^1 = \lambda h^2$. Таким образом, частота колебаний по времени равна $\omega = 2\lambda r^2 / [(c - \gamma q_0^1)^2 - 4\lambda r^2 c\gamma]^{1/2}$, причем параметры процесса должны удовлетворять неравенству

$$(c - \gamma q_0^1)^2 > 4\lambda r^2 c\gamma. \quad (11)$$

Физическая интерпретация решений (4), (8) состоит в следующем. Температурное поле располагается в двух областях. Область 1 – это правая полуплоскость $x \geq 0, r > 0$. Область 2 – это левая полуплоскость $x \leq 0, r < 0$. Линию $x = 0$ принимаем за разрыв теплового поля, на котором действует внешний для данной среды источник энергии W . На таком разрыве должно быть выполнено динамическое условие совместности [15], являющееся следствием интегрального закона сохранения энергии: $W = q_x^{(1)} - q_x^{(2)}$, где W – поверхностная плотность распределения на разрыве притока энергии; q_x – нормальная к разрыву составляющая вектора теплового потока. По мере удаления от сильного разрыва получаем $x \rightarrow \pm\infty, \tau_{nst} \rightarrow 0$.

В классе решений, представленном формулами (4), (8), компоненты вектора теплового потока $q(q_x, q_y)$ следующие:

$$q_x = -\lambda(\partial\tau_s/\partial x) + q_x^{nst}; \quad q_y = -\lambda(\partial\tau_s/\partial y) + q_y^{nst},$$

где q_x^{nst}, q_y^{nst} соответствуют нестационарной части решения (4) и определяются законом Максвелла (2). Отсюда получаем

$$q_x^{nst} \Big|_{x=0, t \rightarrow \infty} = \frac{\lambda A_1 \sin(hy)}{(\omega^2 \gamma^2 + 1)} [D_1 \cos(\omega t) + D_2 \sin(\omega t)], \quad (12)$$

$$D_1 = (k - \gamma r \omega)^{-1} \left[(k - \gamma r \omega)^2 + (r + \gamma k \omega)^2 \right];$$

$$D_2 = r + \gamma k \omega - B_1 (k - \gamma r \omega);$$

$$q_y^{nst} \Big|_{x=0, t \rightarrow \infty} = -\lambda A_1 A_2 h \frac{\cos(hy)}{(\omega^2 \gamma^2 + 1)} \sin(\omega t + \delta), \quad (13)$$

$$A_2 = (C_1^2 + C_2^2)^{1/2}; \quad \operatorname{tg} \delta = C_1 / C_2,$$

$$C_1 = B_1 - \gamma \omega; \quad C_2 = 1 + \gamma \omega B_1.$$

Эти выражения характеризуют установившиеся во времени ($t \rightarrow \infty$, $\exp(-t/\gamma) \rightarrow 0$) колебания теплового потока при $x = 0$. Далее для более выразительной записи волновой части решения берем частное значение константы $B_1 = (r + \gamma k \omega) / (k - \gamma r \omega)$. Тогда формулы (12), (13) представляют две встречные волны:

$$q_x^{nst} \Big|_{x=0} = \frac{\lambda A_1 \left[(k - \gamma r \omega)^2 + (r + \gamma k \omega)^2 \right]}{2(\omega^2 \gamma^2 + 1)(k - \gamma r \omega)} \times \\ \times [\sin(hy + \omega t) + \sin(hy - \omega t)]; \quad (14)$$

$$q_y^{nst} \Big|_{x=0} = \frac{\lambda A_1 A_2 h}{2(\omega^2 \gamma^2 + 1)} \times \\ \times [\sin(hy - \omega t - \delta) - \sin(hy + \omega t + \delta)]. \quad (15)$$

Видим, что существует сдвиг δ фазы колебаний продольного q_x^{nst} и поперечного q_y^{nst} к разрыву тепловых потоков: $\operatorname{tg} \delta = r/k$. На основе оценки (11) запишем для параметра затухания r следующее выражение: $r^2 = \varepsilon^2 (c - \gamma q_v^1)^2 / (4\lambda c \gamma)$, где ε^2 – свободный параметр из интервала (0, 1). В результате вычислений имеем

$$\omega^2 = 4\lambda^2 r^4 / \left[(1 - \varepsilon^2)(c - \gamma q_v^1)^2 \right]. \quad (16)$$

Скорость распространения тепловых возмущений $w = (\lambda/c\gamma)^{1/2}$. Квадраты тепловых чисел Маха, соответствующих осям x и y , равны

$$M_x^2 = v_x^2 / w^2; \quad M_y^2 = v_y^2 / w^2,$$

где $v_x^2 = \omega^2 / k^2$; $v_y^2 = \omega^2 / h^2$. Отсюда находим, применяя (10) и (16): $M_x^2 = \varepsilon^2$, $0 < \varepsilon^2 < 1$. Значит, вдоль оси x , ортогональной сильному разрыву, процесс – дозвуковой. Аналитическое выражение для стоячей волны возбуждения имеет вид $W = \left(q_x^{nst} \Big|_{x=0} \right)^{(1)} - \left(q_x^{nst} \Big|_{x=0} \right)^{(2)}$, см. (14). На разрыве $x = 0$, т. е. вдоль оси y

$$M_y^2 = \varepsilon^4 (1 - \bar{\gamma})^2 / \left[4\bar{\gamma}(1 - \varepsilon^2) \right], \quad (17)$$

где $\bar{\gamma} = \gamma q_v^1 / c$ – безразмерный параметр неравновесности системы «среда – источник энергии».

На основе формулы (16) безразмерную частоту возбуждающих колебаний можно записать так: $\bar{\omega} = \omega \gamma$, $\bar{\omega}^2 = \left[\varepsilon^4 (1 - \bar{\gamma})^2 \right] / \left[4(1 - \varepsilon^2) \right]$, и тогда

$$M_y^2 = \bar{\omega}^2 / \bar{\gamma}. \quad (18)$$

Волновой процесс вдоль линии сильного разрыва – сверхзвуковой, если $M_y^2 > 1$: $\left[\varepsilon^4 / (1 - \varepsilon^2) \right] > \left[4\bar{\gamma} / (1 - \bar{\gamma})^2 \right]$. Такая ситуация наблюдается, в частности, если $\varepsilon^2 = 1 - 0$, $\bar{\gamma} = +0$. Это означает, что вдоль оси x процесс – околозвуковой: число M_x^2 находится в левой окрестности единицы, а неравновесность выражена слабо. Волновой процесс вдоль сильного разрыва – дозвуковой, если $0 < M_y^2 < 1$. Это выполнено, например, если $\varepsilon^2 = +0$, $\bar{\gamma} = 1 \pm 0$, т. е. когда неравновесность системы отчетливо выражена, а число M_x^2 находится в правой окрестности нуля.

Таким образом, в данном двухмерном процессе величина M_y^2 , см. (17) и (18), мультипликативным образом зависит от двух факторов: 1) дозвукового режима распространения тепловых волн вдоль оси x ; количественной характеристикой здесь служит дробь $\varepsilon^4 / (1 - \varepsilon^2)$; 2) степени неравновесности системы, т. е. величины $(1 - \bar{\gamma})^2 / \bar{\gamma}$. Следовательно, формула (18) демонстрирует нелинейность взаимодействия возбуждающих колебаний с локально-неравновесной средой.

Морфологические свойства поля изотерм. Типичные изображения поля изотерм $\tau(x, y, t) = \operatorname{const}$ для «полос» и «прямоугольников» представлены на *рис. 1*, а для «треугольников» и «ячеек» – на *рис. 2*, см. с. 110–111. Данные изотермы построены на плоскости (x, y) справа от разрыва ($x \geq 0$) при $t = 2\pi n_1 / \omega$, $n_1 = 0, 1, 2, 3, \dots$, где $2\pi/\omega$ – период колебаний во времени, см. (14), (15). Важным параметром задачи является безразмерная частота внешнего теплового воздействия $\Omega = \omega c / q_v^1$; ясно, что $\bar{\omega} = \Omega \bar{\gamma}$.

На рис. 1–3 левый столбец относится к низкочастотному ($0 < \Omega < 1$) воздействию, правый – к высокочастотному ($\Omega > 1$). Основой полученных периодических структур являются линии нейтральной изотермы $\tau = 0$. Обращает на себя внимание шахматный порядок расположения изотерм.

Для данной задачи локально-неравновесная ($\gamma > 0$) и классическая ($\gamma = 0$) модели теплопереноса имеют многовариантный спектр количественных различий. Об этом можно судить, в частности, по проведенному выше анализу формул (17), (18), когда был рассмотрен интервал значений параметра неравновесности от $\bar{\gamma} = +0$ до $\bar{\gamma} = 1 \pm 0$. Анализ количествен-

ных данных об интенсивности теплообмена и сравнение вариантов $\gamma = 0$ и $\gamma > 0$ выполнены с помощью нестационарных аналогов критерия Нуссельта $Nu_1 = q_x / (\lambda Tr)$, $Nu_2 = q_y / (\lambda Th)$. Результаты этих многочисленных расчетов здесь не приводятся за недостатком места. Вместе с тем качественные закономерности воздействия стоячей волны на стационарные периодические тепловые поля оказались в основном аналогичны тем, что были получены в рамках параболической модели [7].

Перечислим основные признаки данного процесса. Морфологические свойства исходной стационарной периодической структуры изменяются под воздействием стоячей волны.

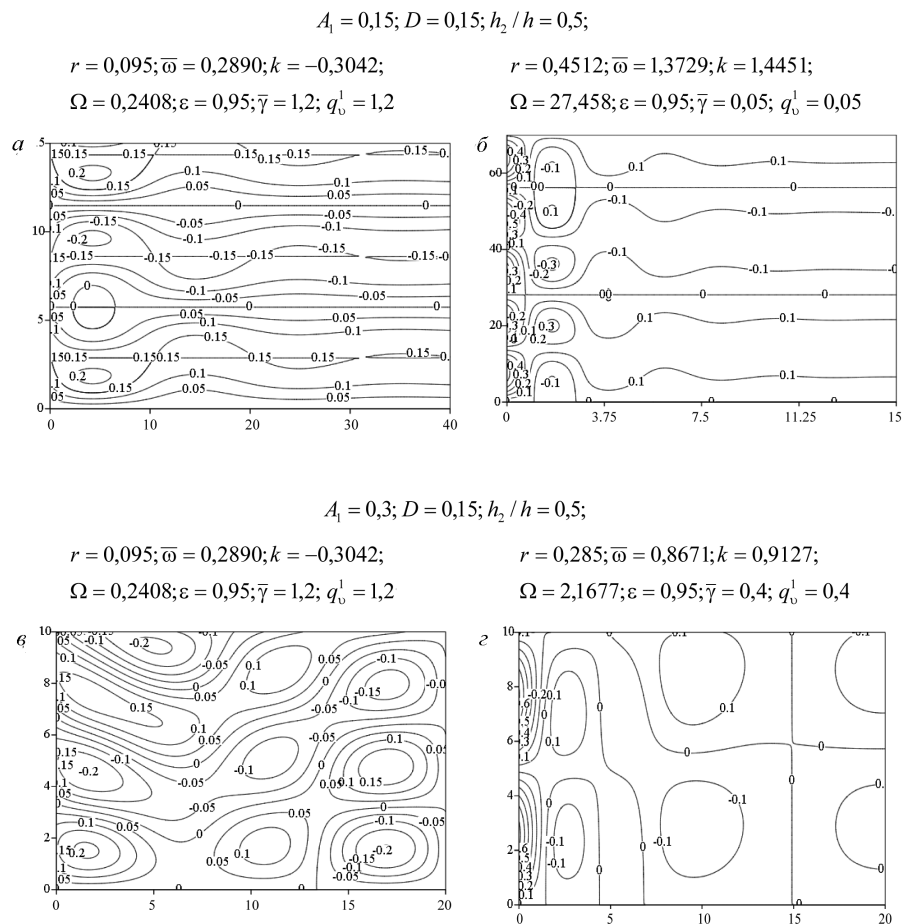


Рис. 1. Типичное промежуточное состояние линий изотерм: а, б – «полосы»; в, з – «прямоугольники»

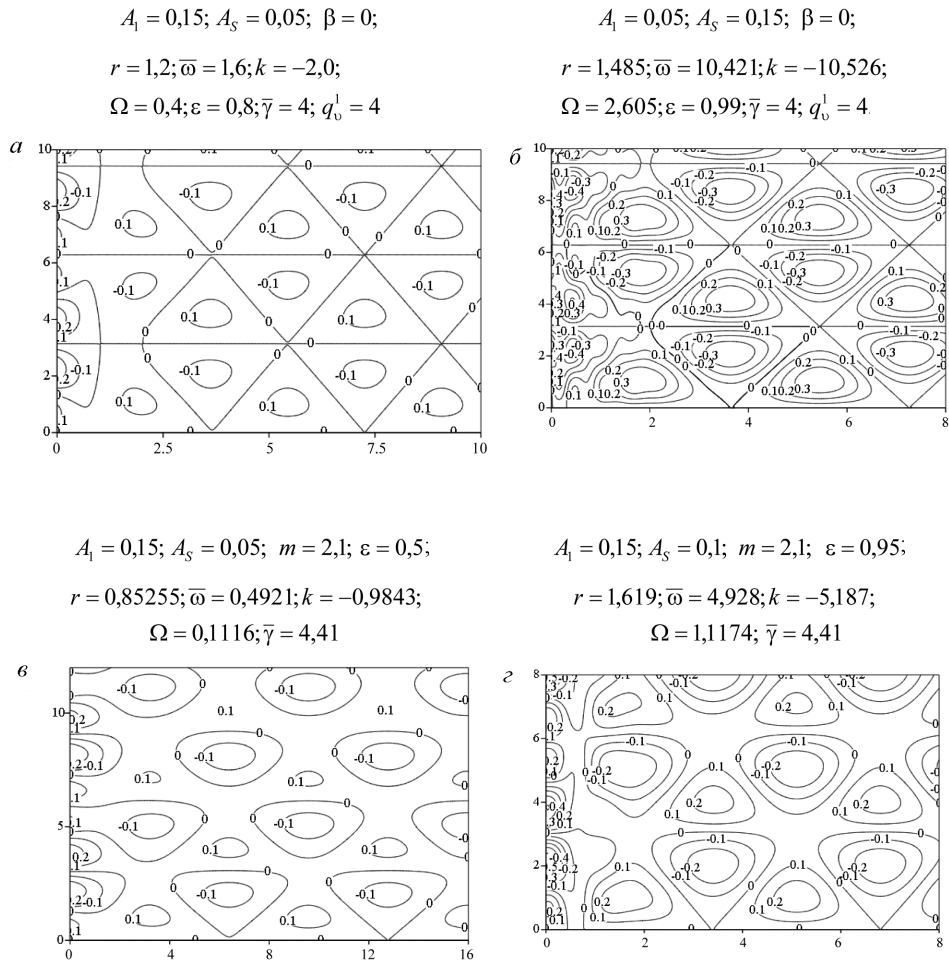


Рис. 2. Типичное промежуточное состояние линий изотерм: а, б – «треугольники»; в, г – «ячейки»

На рис. 1, 2 видно, что эти изменения локализованы в конечной окрестности разрыва $x = 0$. Характер деформирования нейтральной изотермы определяется прежде всего геометрическими свойствами исходной стационарной структуры температурного поля. В ходе колебаний устанавливается режим пульсаций, при котором деформированные линии отдельных изотерм сближаются / удаляются друг от друга. Частота пульсаций линий деформированных изотерм естественным образом коррелирует с частотой Ω : для фиксированного $\bar{\gamma}$ она возрастает / убывает при увеличении / уменьшении

Ω . Для иллюстрации поведения температуры и компонент вектора теплового потока был построен фазовый портрет изучаемой теплофизической системы в трехмерном пространстве $\{(q_x)_j, (q_y)_j, \tau_j\}$, $t \geq 0$. Здесь индекс j означает, что подсчет функции выполняется при $x = 0$ на фронте волны $y_j = \omega t/h$, см. (14). Фазовые портреты на рис. 3 относятся к случаю воздействия стоячей волны на «прямоугольники» (рис. 3а, б) и «ячейки» (рис. 3в, г).

Незамкнутые фазовые траектории получают, если отношение частот h_2/h и параметр m – числа иррациональные либо трансцендент-

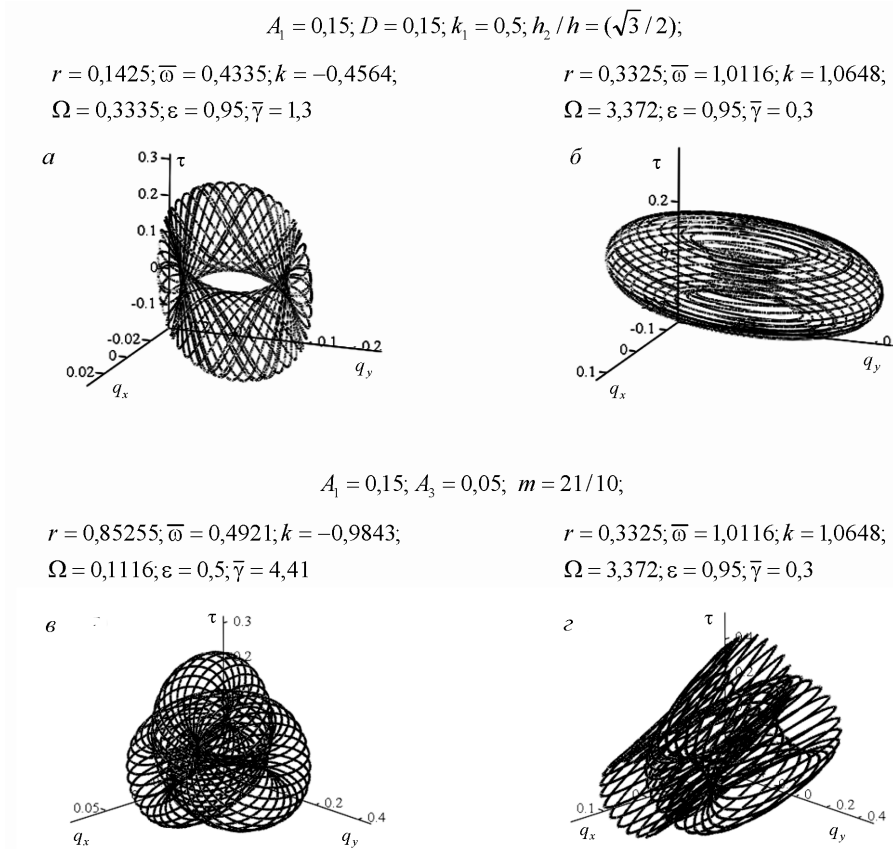


Рис. 3. Фазовый портрет теплофизической системы при воздействии стоячей волны на «прямоугольники» (*a, б*) и «ячейки» (*в, г*)

ные. Если же эти числа рациональные, то соответствующие фазовые траектории замкнуты. Для «прямоугольников» незамкнутая фазовая траектория располагается на цилиндрической (*рис. 3а*) либо тороидальной (*рис. 3б*) поверхности; в отдельных случаях тор не имеет отверстия, и на трехмерном диске наблюдается впадина. На *рис. 3а, б* показаны только фрагменты незамкнутых траекторий, относящиеся к начальной стадии процесса, когда эволюционирующая во времени траектория еще не успела покрыть сплошным образом цилиндр либо тор. Это сделано для наглядности, чтобы фазовая траектория наметила контуры трехмерной

поверхности, на которой она располагается. В случае «ячеек» незамкнутая траектория заполняет сплошным образом трехмерную область замысловатой геометрической конфигурации (эти варианты здесь не приводятся). На *рис. 3в, г* показаны типичные замкнутые траектории для «ячеек».

Заключение. Изучены локально-неравновесные процессы волнового воздействия на материал, стационарное тепловое состояние которого определяется периодическими структурами типа «прямоугольники», «полосы», «треугольники» и «ячейки», см. (5)–(7). Выполнен анализ влияния степени неравновесности

системы на частотные и волновые параметры процесса. В результате установлен нелинейный характер взаимодействия возбуждающих колебаний с локально-неравновесной средой. Обнаружен режим пульсаций изотерм в конеч-

ной окрестности линии $x = 0$, вдоль которой действует стоячая волна. Рассмотрены морфологические свойства поля изотерм и построен трехмерный фазовый портрет изученной теплофизической системы.

Список литературы

1. Александров Л.Н. Кинетика кристаллизации и перекристаллизации полупроводниковых пленок. Новосибирск, 1985. 224 с.
2. Шкловский В.А., Кузьменко В.М. Взрывная кристаллизация аморфных веществ // УФН. 1989. Т. 157, вып. 2. С. 311–338.
3. Grigoropoulos C., Rogers M., Ko S.H., Golovin A.A., Matkowsky B.J. Explosive Crystallization in the Presence of Melting // *Physical Review B*. 2006. Vol. 73. P. 184125-1–184125-15.
4. Nikolova L., Stern M.J., MacLeod J.M., Reed B.W., Ibrahim H., Campbell G.H., Rosei F., Lagrange T., Siwick B.J. In Situ Investigation of Explosive Crystallization in a-Ge: Experimental Determination of the Interface Response Function Using Dynamic Transmission Electron Microscopy // *J. Appl. Phys.* 2014. Vol. 116. P. 093512-1–093512-9.
5. Buchner C., Schneider W. Explosive Crystallization in Thin Amorphous Layers on Heat Conducting Substrates // *J. Appl. Phys.* 2015. Vol. 117. P. 245301-1–245301-12.
6. Шабловский О.Н., Кроль Д.Г. Формирование периодических тепловых структур при взрывной кристаллизации аморфных пленок // *Тепловые процессы в технике*. 2009. № 5. С. 178–182.
7. Шабловский О.Н., Кроль Д.Г. Возбуждение стоячей волны в пространственно-периодическом тепловом поле // *Тепловые процессы в технике*. 2015. № 5. С. 222–226.
8. Жоу Д., Касас-Баскес Х., Лебон Дж. Расширенная необратимая термодинамика. М.; Ижевск, 2006. 528 с.
9. Mullis A.M. The Origins of Spontaneous Grain Refinement in Deeply Undercooled Metallic Melts // *Metals*. 2014. Vol. 4. P. 155–167.
10. Ohdaira K., Fujiwara T., Endo Y., Nishizaki S., Matsumura H. Explosive Crystallization of Amorphous Silicon Films by Flash Lamp Annealing // *J. Appl. Phys.* 2009. Vol. 106. P. 044907-1–044907-8.
11. Bostanjoglo O. Time-Resolved TEM of Pulsed Crystallization of Amorphous Si and Ge Films // *Phys. Stat. Sol.* 1982. Vol. 70. P. 473–481.
12. Мязков В.Г., Квеглис Л.И., Жигалов В.С., Фролов Г.И. Дендритная кристаллизация аморфных пленок железа // *Изв. РАН. Сер. физическая*. 1995. Т. 59, № 2. С. 152–156.
13. Жарков С.М., Квеглис Л.И. Кристаллизация пленок железо–углерод, инициированная электронным пучком // *Физика твердого тела*. 2004. Т. 46, вып. 5. С. 938–943.
14. Olemskoi A.I., Khomenko A.V., Koverda V.P. Explosive Crystallization Mechanism of Ultradisperse Amorphous Films // *Physica A*. 2000. Vol. 284. P. 79–96.
15. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М., 1973. Т. 1. 536 с.

References

1. Aleksandrov L.N. *Kinetika kristallizatsii i perekristallizatsii poluprovodnikovyykh plenok* [The Kinetics of Crystallization and Recrystallization of Semi-Greenhouse Films]. Novosibirsk, 1985. 224 p.
2. Shklovskiy V.A., Kuz'menko V.M. Vzryvnaya kristallizatsiya amorfnykh veshchestv [Explosive Crystallization of Amorphous Substances]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 1989, vol. 157, no. 2, pp. 311–338.
3. Grigoropoulos C., Rogers M., Ko S.H., Golovin A.A., Matkowsky B.J. Explosive Crystallization in the Presence of Melting. *Physical Review B*, 2006, vol. 73, pp. 184125-1–184125-15.
4. Nikolova L., Stern M.J., MacLeod J.M., Reed B.W., Ibrahim H., Campbell G.H., Rosei F., Lagrange T., Siwick B.J. In Situ Investigation of Explosive Crystallization in aGe: Experimental Determination of the Interface Response Function Using Dynamic Transmission Electron Microscopy. *J. Appl. Phys.*, 2014, vol. 116, pp. 093512-1–093512-9.

5. Buchner C., Schneider W. Explosive Crystallization in Thin Amorphous Layers on Heat Conducting Substrates. *J. Appl. Phys.*, 2015, vol. 117, pp. 245301-1–245301-12.
6. Shablovskiy O.N., Krol' D.G. Formirovanie periodicheskikh teplovykh struktur pri vzryvnoy kristallizatsii amorfnykh plenok [Formation of Periodic Heat Structures in the Explosive Crystallization of Amorphous Films]. *Teplovye protsessy v tekhnike* [Thermal Processes in Engineering], 2009, no. 5, pp. 178–182.
7. Shablovskiy O.N., Krol' D.G. Vozbuzhdenie stoyachey volny v prostranstvenno-periodicheskom teplovom pole [Excitation of a Standing Wave in a Spatially Periodic Thermal Field]. *Teplovye protsessy v tekhnike* [Thermal Processes in Engineering], 2015, no. 5, pp. 222–226.
8. Zhou D., Kasas-Baskes Kh., Lebon Dzh. *Rasshirennaya neobratimaya termodinamika* [Extended Irreversible Thermodynamics]. Moscow; Izhevsk, 2006. 528 p.
9. Mullis A.M. The Origins of Spontaneous Grain Refinement in Deeply Undercooled Metallic Melts. *Metals*, 2014, vol. 4, pp. 155–167.
10. Ohdaira K., Fujiwara T., Endo Y., Nishizaki S., Matsumura H. Explosive Crystallization of Amorphous Silicon Films by Flash Lamp Annealing. *J. Appl. Phys.*, 2009, vol. 106, pp. 044907-1–044907-8.
11. Bostanjoglo O. Time-Resolved TEM of Pulsed Crystallization of Amorphous Si and Ge Films. *Phys. Stat. Sol.*, 1982, vol. 70, pp. 473–481.
12. Myagkov V.G., Kveglis L.I., Zhigalov B.C., Frolov G.I. Dendritnaya kristallizatsiya amorfnykh plenok zheleza [Dendritic Crystallization of Amorphous Iron Films]. *Izvestiya RAN. Seriya fizicheskaya* [Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics], 1995, vol. 59, no. 2, pp. 152–156.
13. Zharkov S.M., Kveglis L.I. Kristallizatsiya plenok zhelezo–uglerod, initsiirovannaya elektronnyim puchkom [The Crystallization of the Iron-Carbon Films, Initiated by an Electron Beam]. *Fizika tverdogo tela*, 2004, vol. 46, no. 5, pp. 938–943.
14. Olemskoi A.I., Khomenko A.V., Koverda V.P. Explosive Crystallization Mechanism of Ultradisperse Amorphous Films. *Physica A*, 2000, vol. 284, pp. 79–96.
15. Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoy sredy* [Continuum Mechanics]. Moscow, 1973, vol. 1. 536 p.

doi: 10.17238/issn2227-6572.2016.3.106

Oleg N. Shablovskiy*, **Dmitriy G. Krol'***

*Sukhoi State Technical University of Gomel (Gomel, Republic of Belarus)

LOCAL NONEQUILIBRIUM STANDING WAVE EFFECT ON TWO-DIMENSIONAL PERIODIC THERMAL STRUCTURES

The problem of dynamic external influence of a standing wave on the stationary periodic thermal structures – “stripes”, “rectangles”, “triangles”, “cells” is solved. The central point of the used model is based on the local nonequilibrium properties of heat transfer within the Maxwell relaxation model. For the heat transfer equations we have built a new exact analytical solution describing the effect of two energy sources on a substance. An alternating volume source simulates the competition between the temperature ranges with heat release and heat exchange. The external source acts on the rupture line of the thermal field and excites a standing wave. The stationary part of the solution refers to the stationary temperature and determines the post-relaxation space-periodic thermal rate. The non-stationary part of the solution describes oscillations and waves in the “medium – energy source” system. Explicit analytical expressions for the vector component of the heat flux are obtained; and the phase shift of longitudinal and traversal oscillations with respect to the rupture of thermal fluxes is calculated. The processes of the standing wave generation are studied both in the sub-sonic and super-sonic regimes with regard to the velocity of the thermal perturbations propagation. A non-linear nature of the interaction of the exciting oscillations and the non-equilibrium medium is established. The detailed analysis of the thermal behavior of the Mach numbers, defining the properties of waves in the longitudinal and transverse directions to rupture, is carried out. The dimensionless parameter of the non-equilibrium system is built; its significant

impact on the sub-sonic and super-sonic modes of wave propagation is demonstrated. Morphological properties of isotherms are determined. The phase portrait of the thermophysical system is built in space of “longitudinal component of the heat flux vector – transverse component – temperature”. The values of the oscillation frequency obtained for a closed or non-closed phase trajectories are indicated. The examples of trajectories on a cylinder and a torus are presented. The applications of the problem are associated with the formation of periodic structures at explosive crystallization of amorphous films deposited on a substrate.

Keywords: *standing heatwave, energy source, local nonequilibrium heat transfer, periodic thermal structure, explosive crystallization.*

Received on May 06, 2016

Поступила 06.09.2016

Corresponding author: Oleg Shablovskiy, *address:* Oktyabrya ave., 48, Gomel, 246746, Republic of Belarus; *e-mail:* shablovsky-on@yandex.by

For citation: Shablovskiy O.N., Krol’ D.G. Local Nonequilibrium Standing Wave Effect on Two-Dimensional Periodic Thermal Structures. *Vestnik Severnogo (Arkticheskogo) federal’nogo universiteta. Ser.: Estestvennye nauki*, 2016, no. 3, pp. 106–115. doi: 10.17238/issn2227-6572.2016.3.106