С. М. Евтухова (Гомель, Веларусь)

О конечных группах с ограниченными кофакторами подгрупп

Рассматриваются только конечные группы. Кофактором подгруппы H в группе G называют фактор-группу $H/core_GH$. Здесь

 $core_GH$ — ядро подгруппы H в группе G, т.е. наибольшая нормальная подгруппа группы G, содержащаяся в H. Через |X| обозначается порядок группы X. В работах [1-2] изучались группы с ограниченными кофакторами подгрупп. В частности, в работе [1] устанавливается метабелевость p-группы G, в которой $|H/core_GH| \leq p$, для всех собственных подгрупп H из G. В работе [2] перечислены неразрешимые группы с примарными или бипримарными кофакторами собственных подгрупп.

В настоящем сообщении развивается тематика подобных исследований. Доказывается следующая

Теорема. Если порядки кофакторов всех подгрупп конечной группы G меньше 12, то группа разрешима и $d(G/\Phi(G)) \le n(G) \le 3$.

Здесь $\Phi(G)$ — подгруппа Фраттини, а d(X) и n(X) — производная и нильпотентная длины разрешимой группы X соответственно.

Получена более подробная информация о подгрупповом строении рассматриваемой в теореме группы.

Отметим, что в простой группе PSL(2,5) имеется подгруппа порядка 12. Поэтому конечные группы, у которых имеются подгруппы с кофакторами порядков больше либо равных 12, могут быть неразрешимыми.

Литература

- G. Cutolo, E.I. Khukhro, J.C. Lennox, and J. Wiegold, S. Rinauro and H. Smith. Finite core-p p-groups // J. Algebra. - 1997. - V. 188. - P.701-719.
- [2] Е.Т. Огарков. Конечные группы с определёнными свойствами кофакторов // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-матэм. навук. – 1974, № 3. – С.118-120.