

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Обработка материалов давлением»

М. Н. Верещагин

ТЕОРИЯ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

КУРС ЛЕКЦИЙ

**по одноименной дисциплине для студентов
специальностей 1-36 01 05 «Машины и технология
обработки материалов давлением»,
1-42 01 01 «Металлургическое производство
и материалобработка (по направлениям)»,
1-36 20 02 «Упаковочное производство
(по направлениям)»
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2010

УДК 621.77.001.1(075.8)
ББК 34.62я73
В31

*Рекомендовано научно-методическим советом
механико-технологического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 5 от 22.10.2009 г.)*

Рецензент: зав. каф. «Технология машиностроения» ГГТУ им. П. О. Сухого канд. техн.
наук, доц. *М. П. Кульгейко*

В31 **Верещагин, М. Н.**

Теория обработки металлов давлением : курс лекций по одной дисциплине для студентов специальностей 1-36 01 05 «Машины и технология обработки материалов давлением», 1-42 01 01 «Металлургическое производство и материалобработка (по направлениям)», 1-36 20 02 «Упаковочное производство (по направлениям)» днев. и заоч. форм обучения / М. Н. Верещагин. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2010. – 91 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц; 32 Mb RAM; свободное место на HDD 16 Mb; Windows 98 и выше; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

Представлены физика процессов пластической деформации, элементы кристаллографии при описании кристаллических систем, подробно изложены вопросы напряженно-деформированного состояния твердого тела при его пластическом формоизменении.

Для студентов инженерно-технических специальностей дневной и заочной форм обучения.

УДК 621.77.001.1(075.8)
ББК 34.62я73

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2010

Введение

Задачей теории ОМД является анализ и разработка общих принципов основанных на рациональном построении процессов ОМД для получения изделий требуемой формы и соответственного качества.

Теория ОМД рассматривает и изучает:

1. Термические и механические условия максимального формоизменения металла.
2. Влияние ОМД на механические и физические свойства металла для получения изделий с заданными свойствами
3. Характерное формоизменение металла при различных операциях ОМД
4. Сопротивление металлов пластической деформации при ОМД для правильного выбора оборудования и прочностного расчета инструмента

Основной базой для прикладной теории ОМД является наука о пластической деформации металла (теория пластичности)

Пластическая деформация материала как наука в историческом ракурсе развивалась по 3м направлениям.

- 1) Физика процессов пластической деформации. Изучает механизм пластической деформации, устанавливает влияние различных параметров на данный процесс (степень деформации, скорость деформации).

2) Физика- химия процесса деформации изучает связь пластической деформации с химическим составом и фазовым составом тела.

3) Механика пластической деформации. Изучает вопросы напряженного деформационного состояния и распределение напряжений в пластически деформируемом теле.

Изучение напряженного деформированного состояния твердых тел под действием приложенных сил является общей частью механики деформированных сред.

Механика деформируемых твердых тел включает механику упруго - деформируемых твердых тел и механику пластически деформируемых тел.

Леонардо до Винчи (конец XV века) сформулировал положение и доказал экспериментально закономерности напряженно – деформированного состояния, твердого тела. Книга Галилео Галилея « Две новые науки » (XVII век) Явилась базой для механики упруго деформируемых тел и теории упругости.

В 1755 году Л. Эйлер сформулировал уравнения движения идеальной однородной сплошной среды, а в 1822 г. О. Л. Коши записал систему уравнений, характеризующих напряженное состояние материальных точек деформируемых тел и уравнения, связывающие деформации с перемещениями материальных точек. В конце XIX века была разработана теория упругости и решен ряд задач (Б. Сен- Венан, С. Пуассон, Л. Навье, У. Томсон).

Механика пластически деформируемых тел, где нет линейности в зависимости $G=f(\epsilon)$, развивалось с использованием достижений теории упругости и гидродинамики.

В 1868 году была выдвинута гипотеза Г. Треска - пластическая деформация в металле начинается при достижении максимальных касательных напряжений некоторой критической величины вне зависимости от схемы напряженного состояния.

В конце XIX начале XX столетия была сформулирована общая теория пластичности (М. Леви, Б. Сен-Венан, Р. Мизес, Г. Генки, В. Лоде, Л. Прондтль и др.)

Дальнейшее развитие теории пластической деформации было связано с разработкой двух центральных проблем:

1. Создание методов решения математических задач теории пластичности.
2. Экспериментальная проверка и уточнение физических уравнений связывающих напряженное и деформированное состояние.

В 30 года XX века успехи математической теории пластичности связаны с трудами ученых: А.А. Ильюшин, Н.И. Седов, В.В.Новожилов, В.В.Соколовский, Р.Хилла.

Математическая теория пластичности послужила основой для формирования теории ОМД как прикладной науки.

Одним из первых был разработан метод совместного решения приближенного уравнения равновесия и условия пластичности (инженерный метод) (Т. Карман). С развитием данного метода связаны работы А. А. Ильюшина, В. Джонсона, Х. Кудо, Э. Зибеля, Е. П. Унксона, А. И. Целикова и др.

Другим методом с большими возможностями является метод линий скольжения или характеристик (М. Леви). Прикладное применение метода характеристик для конкретных процессов ОМД было сделано в работах И. П. Ренне, А. Д. Томленова, У. Джонсона.

В 60-х годах XX в. были разработаны вариационные принципы решения задач теории ОМД – равенство работы внешних и внутренних сил на возможных перемещениях. Для отыскания кинематических полей и усилий деформирования, при заданных условиях нагружения (В. Л. Коамогоров, Л. М. Качанов, Л. И. Седов, А. А. Марков, Р. Хилл).

В 30-х годах XX века разработана теория дислокаций - линейного дефекта кристаллической решетки, которая объясняла механизм пластической деформации твердого тела и явления им сопутствующие (Ж. Фридель, И. А. Одинг).

Все методы решения задач теории ОМД совершенствовались в направлении учета большого числа факторов, воздействующих на процесс формообразования, а также повышения математической строгости решения.

Огромный вклад в развитие теории ОМД внес Губкин С. И., который ввел следующие положения:

- 1) В условии развитой пластической деформации критерием разрушения является деформация.
- 2) Деформация при пластической деформации должна быть меньше критической.
- 3) Ввел понятие о диаграмме пластичности.

4) Установил влияние напряженного состояния на пластичность материалов.

5) Ввел понятие механической схемы деформации.

Из белорусских ученых, внесших свой вклад в развитие ОМД, следует отметить академиков АН БССР С. Северденко, А. В. Степаненко, В. В. Клубовичи, Е. М. Макушко и др.

1. Природа пластической деформации.

1.1 Понятие о пластической деформации.

Твердые тела под действием внешних сил изменяют свою форму и размеры.

Деформация-это совокупность трех взаимно накладывающихся и последовательно протекающих процессов - упругая деформация, пластическая - деформация и разрушение.

Различают следующие виды деформации:

- 1) линейные - характеризует изменение одного размера тела.
- 2) угловые - характеризует изменение угла между двумя линиями, которые проведены в твердом теле.
- 3) поверхностные – характеризует изменение площади сечения или участка поверхности.
- 4) объемные - характеризует изменение объема твердого тела.

Данные виды деформации могут быть:

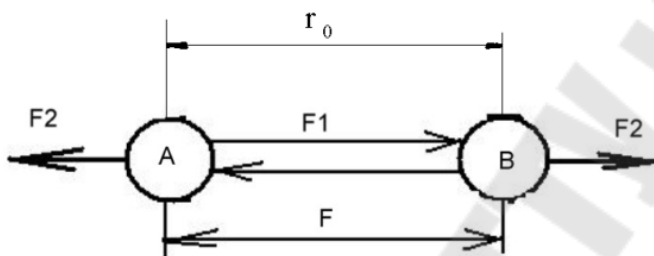
$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_0$ - абсолютные

$\varepsilon = \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0}$ - относительные

$$\delta = \ln \frac{\Delta \alpha}{\alpha_0} - \text{логарифмические}$$

Если деформация, вызванная внешними силами исчезает после прекращения действия сил и твердое тело полностью восстанавливает свои размеры и форму, то такая деформация называется упругой. В процессе деформации тело накапливает потенциальную энергию, которая расходуется на восстановление формы и размеров тела. Потенциальная энергия взаимодействия двух атомов характеризуется выражением

$$U = -\frac{A}{r^m} + \frac{B}{r^n} \quad (1.1)$$



m, n, A, B – некоторые постоянные

Рис. 1.1

r^m, r^n - расстояния между атомами

Равнодействующая межатомных сил - это производная потенциальной энергии по направлению r .

$$P = \frac{dU}{dr} = \frac{A}{r^{m+1}} - \frac{B}{r^{n+1}}$$

Когда силы F_1 и F_2 равны между собой, то потенциальная энергия принимает минимальное значение. Под действием внешних сил межатомное расстояние изменяется.

$$r = r_0 + \Delta r$$

В процессе деформирования расстояние изменяется на некоторую величину Δr

Для упругой деформации $\Delta r \leq 0.1r_0$. Учитывая данное соотношение, выражение для равнодействующей сил P можно разложить в сходящийся ряд по степеням Δr

$$P = P(r_0) + \left(\frac{1}{1!}\right)P'(r_0)\Delta r + \left(\frac{1}{2!}\right)P''(r_0)\Delta r^2 + \dots$$

Для недеформированного состояния величина $P(r_0) = 0$ и учитывая малость абсолютной упругой деформации Δr , данный ряд может быть ограничен первым членом.

$$P = a_1 \Delta r \quad (1.2)$$

Разделим последнее выражение на r_0^2 и получаем:

$$\frac{P}{r_0^2} = \frac{a_1 \Delta r}{r_0^2 r_0^2} \quad (1.3)$$

Имеем из (1.3) следующие законы Гука для упругой деформации:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.4)$$

$$\tau = G\varphi \quad (1.5)$$

Между параметрами E и G существует определенная связь

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

μ - коэффициент Пуассона

Данная запись уравнения Гука для упругой деформации является более сложной степенной зависимостью. В упругой области.

Показателем упругости деформации при линейном напряженном состоянии является число Пуассона μ , характеризующего отношение относительной деформации сужения к относительной деформации растяжения. Из условия постоянства объема $\mu = 0,5$.

Если после удаления приложенных сил тело не восстанавливает полностью форму и размеры, то в этом случае имеет место остаточная деформация.

$$\varepsilon_{\text{общ}} = \varepsilon_{\text{упр}} + \varepsilon_{\text{ост}} \quad (1.6)$$

Всякая остаточная деформация сопровождается способностью твердого тела получать остаточные деформации - называется пластичностью.

Пластичность характеризуется максимальной величиной остаточной или пластической деформации, которую может получить тело без разрушения.

Пластичность - это не свойство материалов, а его состояние. При пластической деформации, внешние силы совершающие работу деформации, которая по закону сохранения энергии переходит в тепло для преодоления сопротивления деформации.

Различают в зависимости степени упорядочения атомов в объеме: кристаллические и аморфные материалы.

Кристаллические тела характеризуются идентичным взаимным расположением атомов в пространстве на расстоянии значительно превышающим межатомное.

Аморфные материалы характеризуются отсутствием упорядоченного взаимного расположения атомов (ближний порядок).

1.2 Симметрия кристаллов

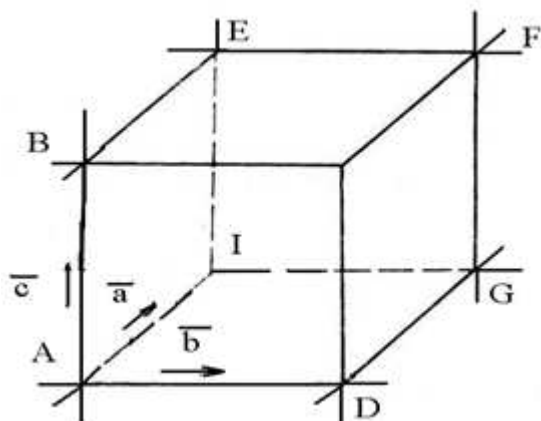


Рис. 1.2

Все металлы и сплавы в нормальных условиях охлаждения имеют кристаллическое строение, которое характеризуется закономерным и периодическим расположением атомов в пространстве.

Эксперименты подтверждают, что атомы расположены по прямым линиям к плоскостям т.е. кристалл может быть представлен в виде трехмерной сетки из прямых линий в точке пересечения которой расположен атом.

Минимальный многогранник АВ..I, путем переноса которого по основным кристаллографическим направлениям авс можно построить всю пространственную сетку называют элементарной ячейкой кристаллической решетки.

Совокупность соприкасающихся граней элементарных ячеек, расположенных в трех мерном пространстве, называется пространственной решеткой. Положения любого атома может быть определено некоторым радиусом вектором.

$$r_{uvw} = u\bar{a} + v\bar{b} + w\bar{c} \quad (1.7)$$

a, b, c – векторы трансляции, которые определяют направление и величину расстояния между соседними атомами.

u, v, w – целочисленные коэффициенты, описывающие положение атомов в решетке. Базисные векторы a, b, c для кристаллической структуры играют роль пространственных координат. В зависимости от природы кристалла оси могут быть равной и различной длины и направленных друг к другу под определенным углом в том числе прямым.

Путем перебора данных величин (расстояния и углов) природа создала 14 различных типов пространственных решеток которые носят название решеток Бравэ, которые впервые предложил построение пространственных решеток.

1.3 Кристаллические системы

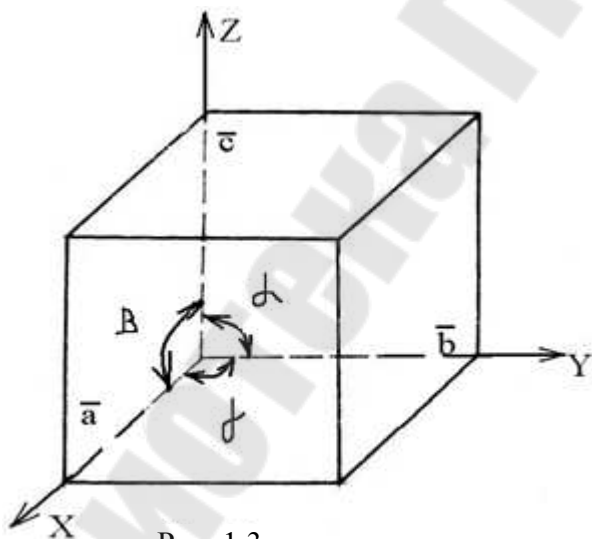


Рис. 1.3

Каждая из построенных решеток характеризуется некоторой стандартной системой координат. В кристаллографии используют 7 систем координат, которые отличаются друг от друга расстоянием и углом между вектором трансляции. Данные

системы координат носят название сингонии.

Различают следующие кристаллические системы (сингонии):

1. Триклинная: $a \neq b \neq c$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$
2. Моноклинная $a \neq b \neq c$, $\alpha = \gamma = 90^\circ$, $\beta \neq 90^\circ$
3. Ромбическая $a \neq b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
4. Тетрагональная $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
5. Кубическая $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
6. Гексагональная $a_1 = a_2 = a_3 \neq c$, $\gamma = 120^\circ$, $\alpha = \beta = 90^\circ$
7. Тригональная (ромбоэдрическая) $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$

1.4 Элементарные ячейки

Векторы трансляции a , b , c кристаллической решетки образуют ребра некоторого параллелепипеда. Расположение атомов в ячейке изображается с помощью точек в вершине пространственной решетки. Элементарная ячейка с атомами только в узлах пространственной решетки называется примитивной и им присвоен индекс P, по классификации Германа - Могена.

Если атом расположен в центре граней перпендикулярно оси Z, то такая решетка называется базоцентрированной (индекс C).

Атом, расположенный в центре объема - объемно центрированная решетка, которой присваивается (индекс I).

Атом, расположенный в центре граней – параллельных оси Z1 – гранецентрированная решетка с индексом F.

Примитивная ромбоэдрическая решетка имеет индекс R.

Таким образом, кроме семи примитивных пространственных решеток но и моноклинная имеет базоцентрированную решетку; ромбическая - базоцентрированную, гранецентрированную,

объемноцентрированную; тетрагональная – объемноцентрированную; кубическая - гранецентрированную, объемноцентрированную.

1.5 Индексы направлений и плоскостей кристаллической решетки

Чтобы определить направление в кристаллической решетке используется некоторая система индексов в виде целочисленных координат наименьших по абсолютной величине. Эти направления определяют координаты конца вектора, проведенного из некоторой точки кристаллической решетки до искомой точки. Индексы направления заключаются в квадратные скобки и обозначаются $[uvw]$

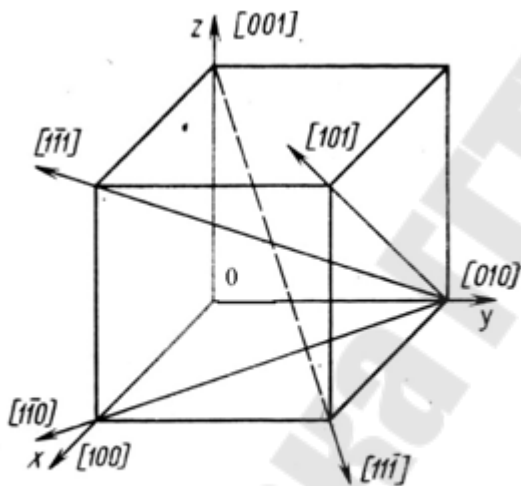


Рис. 1.4

Для оси x индексы направления - $[100]$; y - $[010]$; z - $[001]$.

Вследствие симметрии кристаллической структуры различные направления в кристалле могут быть эквивалентны, т.е образовывать семейства направлений, индексы

которых записываются в угловых скобках $\langle uvw \rangle$. Например для кубической элементарной ячейки ребра принадлежат к семейству направлений $\langle 100 \rangle$, диагоналей - $\langle 111 \rangle$.

Взаимное расположение атомов на различных кристаллографических плоскостях различно. Вследствие этого имеет место разное расстояние между атомами по различным

кристаллографическим направлениям. Это приводит к анизотропии свойств кристаллов.

Для обозначения граней кристаллов или его плоскостей пространственной решетки используются индексы Миллера. Они определяют ориентировку плоскостей относительно оси кристалла, но не позволяют вычислить положение плоскостей в пространстве относительно начальных координат. Индексы Миллера определяются с помощью измерений отрезков, отсекаемых данной плоскостью на осях координат причем величина этих отрезков измеряется в масштабе трансляций элементарной ячейки в соответствующем направлении.

Определение индексов Миллера:

1. Находятся точки пересечения данной плоскости с соответствующими осями координат в кристалле в масштабе соответствующих трансляции.

2. Берется обратная величина от найденных чисел.

3. Необходимо привести полученные числа к наименьшему целочисленному значению, при этом сохраняя их соотношения (приводим к общему знаменателю и знаменатель отбрасываем)

4. Полученное целочисленное значение заключается в круглые скобки (hkl) .

По аналогии с направлением, плоскости могут отсекают и отрицательные координаты. Тогда над индексом Миллера ставится черточка. По аналогии с направлением в заключенной в фигурных скобках $\{hkl\}$ кристаллической решетке существует совокупность эквивалентных плоскостей.

В кубической решетке грани куба образуют эквивалентные плоскости: $\{100\}=(100)+(010)+(001)+(\bar{1}00)+(0\bar{1}0)+(00\bar{1})$

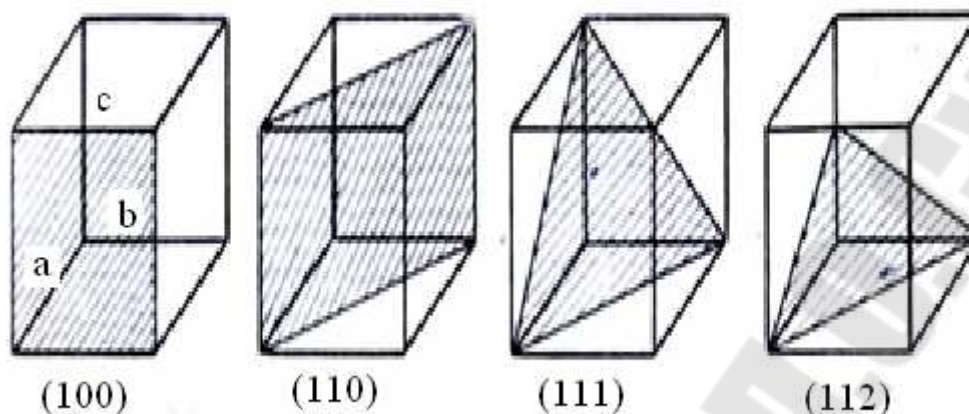


Рис. 1.5

Для гексагональной сингонии индексы Миллера записываются в след виде $(hkil)$, где

$$l = -(h + k)$$

Расстояние между плоскостями с большими индексами малы, по сравнению с расстояниями между плоскостью с малыми индексами т.е. в плоскостях с малыми индексами имеет место более плотное расположение атомов на единицу площади. При определении свойств твердых тел наиболее важны плоскости с малыми индексами.

1.6 Определение структуры кристаллов.

Атомы в кристаллических решетках расположены настолько близко друг от друга, что их нельзя обнаружить с помощью обычных грубых измерений. Видимый свет с длиной волны, равной 500Å не позволяет определить расположение атомов. Для изучения расположения атомов необходимо излучение имеющие длину волны,

соизмеримую с межатомным расстоянием.

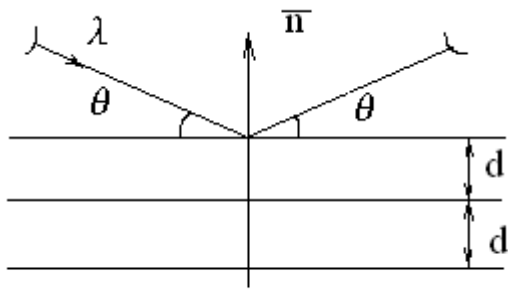


Рис. 1.6

Наиболее приемлемыми являются рентгеновские лучи. При облучении кристалла рентгеновскими лучами вследствие поглощения атомами данного излучения, а также рассеивание его, имеет место

интерференция. В результате наложения полученного отраженного сигнала имеют место усиление или ослабления результирующего сигнала. Реальные кристаллы трёхмерны и не имеют линейного порядка. Это приводит к тому, что возникает сложная дифракция по которой сложно судить о структуре. Бреггом было предложено заменить сложную дифракцию от многих атомов отражением от плоскостей решетки, т.е. любая кристаллическая решетка состоит из бесконечного числа параллельных атомных кристаллических плоскостей расположенных на равном расстоянии друг относительно друга. Бреггом было показано, что любой дифрагированный луч можно рассмотреть как результат отражения от одной из этих плоскостей, причем отражение возможно, если выполняется следующее условие:

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (1.8)$$

где n-параметр дифракции или порядок дифракции. (n= 0,1,2,...);

λ -длина падающей волны рентгеновского излучения;

d-расстояние между плоскостями

θ -угол падения и угол отражения

Уравнение (1.8) носит название закона Брэгга.

Согласно закону Брэгга для данной серии межплоскостных расстояний d параметр дифракции n и длины волны существует единственный угол, который характеризует кристаллическую структуру. В данном уравнении неизвестная величина d . Знание параметров позволяет по закону рассчитать величину d и в соответствии с полученной величиной d по картотеке межплоскостных расстояний ASTM определяют структуру кристалла.

2. Несовершенства в кристаллах.

Все реальные кристаллические тела не идеальны, в них имеется большое количество нарушений структуры дефектов. Дефекты структуры оказывают сильное воздействие на физико-механические и служебные свойства кристаллов. Свойства кристаллов, которые сильно зависят от степени совершенства в кристаллах, называются структурно-чувствительными. Свойства, которые не зависят от совершенства кристаллов называются структурно-нечувствительными (плотность, упругие свойства, удельную теплоемкость).

Различают следующие дефекты кристаллической решетки:

- 1) тепловые колебания атомов
- 2) точечные дефекты
- 3) линейные дефекты кристаллической решетки (дислокации)
- 4) поверхностные дефекты (наружная поверхность твердого тела, границы зерен и другие внутренние границы)

2.1. Тепловые колебания

В идеальных решетках атомы должны занимать именно те места, на которых они закреплены. Не один кристалл не является абсолютно жестким. Затратив конечную работу, можно сместить атомы с их места в идеальной решетке. Силы для смещения атома достаточно малы. Тепловой энергии самого кристалла уже достаточно для их перемещения из равновесного положения. При нормальной температуре данное смещение составляет в пределах 5-10% от межатомного. В равновесии потенциальная энергия атома или твердого тела должно быть минимальной и условие равновесия определяется равенством сил притяжения и отталкивания.

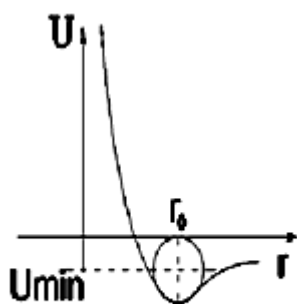


Рис.2.1

Наиболее важной является участок кривой вблизи точки минимума. Можно показать, что атомы вблизи точки минимума потенциальной энергии совершают гармонические колебания, частота которых определяются следующим образом

$$\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \quad (2.1)$$

где m - масса атома; α - некоторый параметр, который связывает изменение потенциальной энергии по соответствующим направлениям кристаллической решетки и расстояния между атомами.

$$\nu_D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \quad (2.2)$$

где ν_D - частота колебаний

коэффициент α определяет некоторую силу, при приложении которой к кубической решетке увеличивает длину ребра куба в 2 раза.

В реальных условиях для кубической решетки $\alpha = 25 \text{ Н/м}$. Масса элементов находящих в середине периодической таблицы, составляет 10^{-25} кг. Частота колебаний атомов при этом составит примерно Гц. Общая энергия твердого тела - есть сумма тепловой энергии и энергии тела при абсолютном нуле температуры.

Для твердых тел наибольшее распространение получила не сама энергия твердого тела, а ее производная по времени при постоянном объеме, которая называется теплоемкостью.

$$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V \quad (2.3)$$

Для твердого тела величина коэффициента теплоемкости изменяется в пределах от 0 до 6-8 кал/Моль.

2.2. Точечные дефекты

Тепловые колебания атомов твердых тел имеет большое значение, но не приводят к серьезным нарушениям идеальной структуры кристалла. Каждый атом находится на своем месте в кристаллической решетке и окружен необходимым количеством соседей. Невыполнение данного условия приводит к возникновению некоторых дефектов, которые исключают имеющееся наличие ближних соседей, т.е. приводят к нарушению расстояния между атомами. Точечные дефекты - это нарушение решетки в

изолированных друг от друга точках. Различают следующие точечные дефекты:

а) Вакансии- узлы решетки, где отсутствуют атомы.

Наличие вакансий определяется следующим выражением:

$$\frac{n}{N} = A e^{-\frac{E_v}{kT}}, \quad (2.4)$$

где n - число вакансий; N -количество атомов; E_v - суммарная энергия для образования вакансий; k - константа Больцмана; T - температура; A - некоторое постоянное число (энтропийный член)

В металле при энергии E_v примерно 1эВ создается $10^5 - 10^6$ вакансий вблизи температуры плавления.

б) атомы внедрения в кристаллах и примесные атомы замещения располагаются на позициях, где энергия деформации решетки минимальна. Их количество определяется из выражения

$$\frac{n}{N} = A e^{-\frac{E_i}{kT}}, \quad (2.5)$$

где E_i – суммарная энергия для образования дефектов внедрения или замещения.

В состоянии термодинамического равновесия в кристалле содержится конечное число точечных дефектов. Они появляются в результате теплового воздействия на кристалл, сильной деформации и бомбардировкой твердого тела частицами с высокой энергией.

2.3. Линейные дефекты кристаллической решетки.

Понятие линейного дефекта кристаллической решетки- дислокации было введено в 20-х гг. XX века Е.Орваном Я.И.Френкелем для объяснения фактора, что пластическое течение монокристалла $10^2 - 10^5$ раз меньше теоретической величины, предполагая, что одна часть кристаллической решетки смещена относительно другой как цельная конструкция.

Дислокация- это линия, вдоль которой нарушены связи между соседними атомами решетки и число ближайших соседей каждого атома не соответствует координатному числу. Наличие дислокации подтверждено прямыми методами исследования, а так же косвенными методами (метод ямок травления, муаровый эффект).

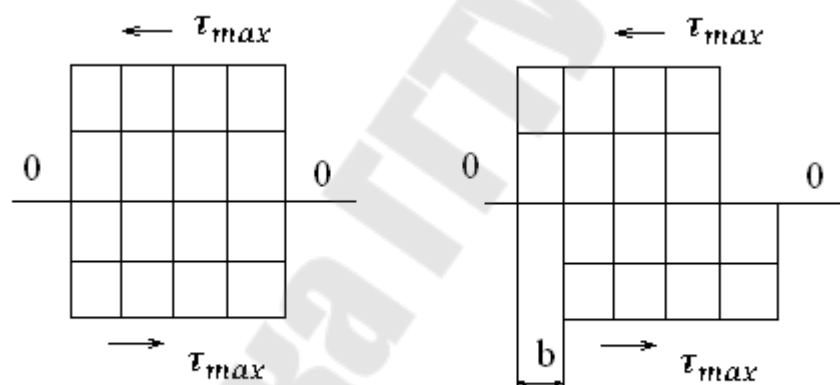


Рис.2.2

Основными типами дислокаций, которые встречаются в реальных кристаллах, являются: краевая дислокация и винтовая дислокации.

Краевая дислокация- это линейный дефект, где по одну сторону от плоскости скольжения, количество атомов плоскостей перпендикулярно последней, больше чем по другую.

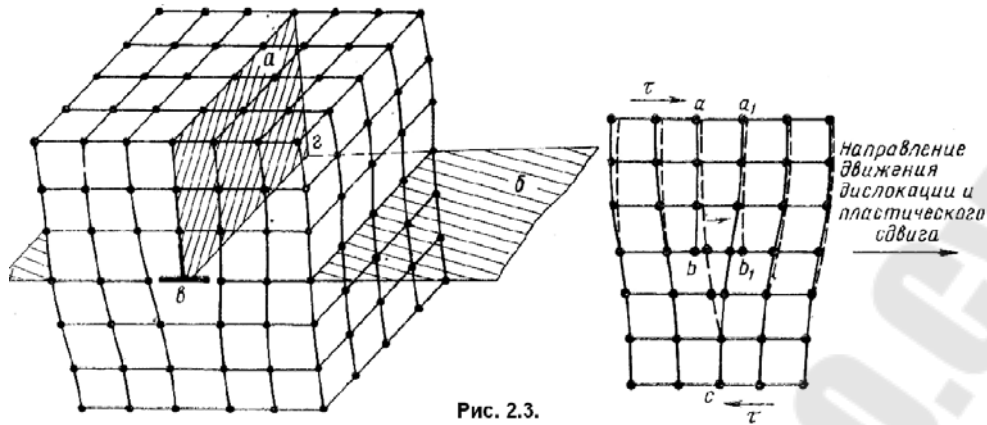


Рис. 2.3.

Здесь а- экстраплоскость; б- плоскость скольжения; вг- линия дислокации- пересечение плоскости а с плоскостью б.

Точка в и точка г центры дислокации.

Дислокации делятся на положительные и отрицательные. Наличие дополнительной плоскости приводит к нарушению правильности взаимного расположения атомов, которое соответствует минимуму потенциальной энергии. Максимальное нарушение кристаллической решетки имеет место по линии вг и в точках в и г., т.е в данном месте кристаллической решетки возникает силовое поле с повышенном уровнем потенциальной энергии. Под действием сдвигающих напряжений, которые действуют параллельно плоскости скольжения, краевая дислокация способна передвигаться. Смещение дислокации состоит в том, что дополнительной или экстраплоскостью поочередно становятся плоскости параллельные исходной плоскости а.

Винтовая дислокация- это такой дефект, когда плоскости перпендикулярны к плоскостям скольжения в результате получается изгиб. Винтовую дислокацию можно представить, если кристаллическую решетку разрезать по плоскости скольжения, а

полученные части сместить друг относительно друга на некоторое расстояние.

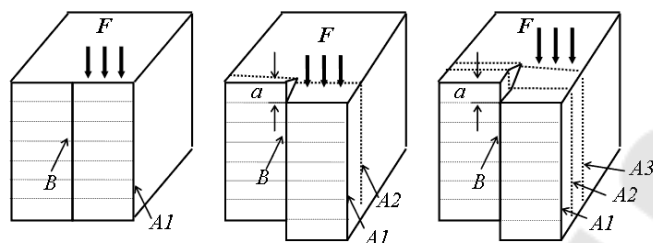


Рис.2.4. Схема зарождения и перемещения винтовой дислокации при сдвиговой деформации кристалла

Винтовая дислокация в зависимости от закручивания бывает правая и левая.

Левая дислокация- это такая дислокация, при которой движение сверху вниз следует обходить по спирали против часовой стрелки. И наоборот.

Пластическая деформации монокристалла происходит, если линия дислокации выходит на поверхность монокристалла (краевая дислокация) или образует замкнутую петлю (винтовая дислокация)

Краевые и винтовые дислокации перемещаются из одной плоскости скольжения в другую по следующим механизмам:

1) Движение дислокации характеризуется смещением дислокации вдоль одной плоскости скольжения, причем размеры дополнительных плоскостей остаются неизменными.

2) Переползание – это переход дислокации из одной плоскости скольжения в другую ей параллельную, а размеры дополнительной плоскости изменяются за счет переноса вещества путем диффузии вверх или в низ

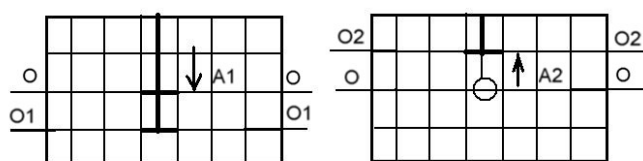


Рис.2.5.

При движении дислокации вниз размер экстра плоскости увеличивается, и дислокация поглощает из

кристалла дополнительные атомы.

При движении дислокации вверх размер экстра плоскости уменьшается и в кристаллической решетке образуется вакансия.

Для характеристики типа дислокации и степени нарушения, правильности взаимного расположения атомов вносимого дислокации в идеальную решетку используют вектор Бюргерса.

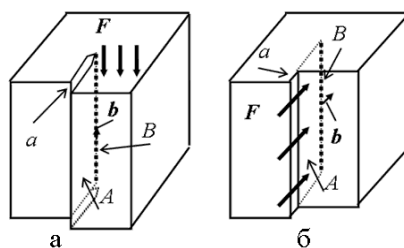


Рис.2.6. Схема смещения атомов кристалла в случае

винтовой и краевой дислокации. \vec{b} - вектор Бюргерса

Вектор Бюргерса определяет направление и расстояние, на которое атомы в одной области сместились над плоскостью скольжения по отношению к другим атомам, находящимся под этой плоскостью скольжения.

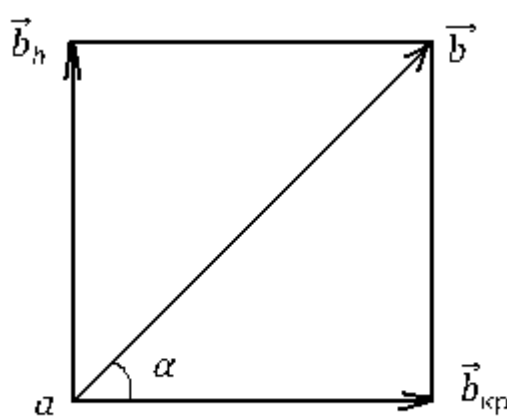
Если вектор Бюргерса равен параметру решетки, то такая дислокация называется единично.

Для краевой дислокации вектор Бюргерса перпендикулярен оси дислокации. Для винтовой дислокации вектор Бюргерса параллелен оси дислокации. Дислокации бывают полные и частичные. Полная дислокация - если вектор Бюргерса равен межатомному расстоянию решетки, а после прохождения дислокации симметрия кристаллической решетки восстанавливается полностью. Частичная дислокация - если вектор Бюргерса не равен межатомному расстоянию. После прохождения такой дислокации симметрия решетки не восстанавливается и возникает дефект упаковки.

Существуют смешанные дислокации, для которых вектор Бюргерса составляет с линией дислокацией угол отличный от 90

градусов. По правилу параллелограмма, смешанную дислокацию можно разложить на две составляющие: краевую и винтовую.

В процессе образования дислокации кристалл ведет себя как упругое твердое тело. Энергия дислокации в общем случае определяется:

$$U_D = \int \vec{F} \vec{b} dA \quad (2.6)$$


где \vec{F} - средняя сила приложенная к точке поверхности во время процесса смещения на величину вектор Бюргера.

Рис.2.7

Дислокация движется с определенными скоростями, величина которых существенно зависит от величины действующих напряжений и температурных условий.

Скорость дислокации можно определить из выражения

$$V_D = V_0 \exp\left(-\frac{A}{\tau T}\right) \quad (2.7)$$

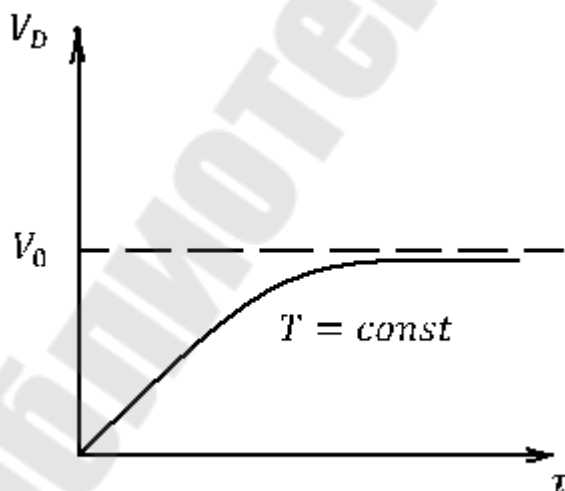
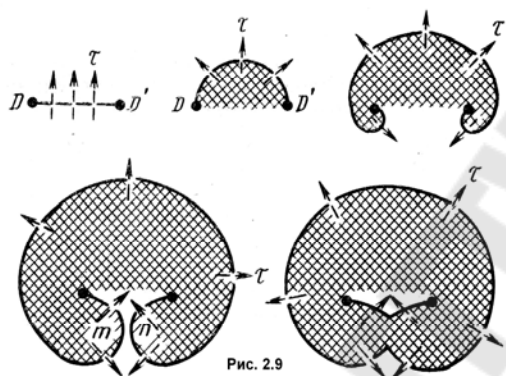


Рис.2.8

где A - константа материала; V_0 - скорость звука в металле; τ - действующее напряжение; T - температура.

Энергия дислокации для вольфрама составляет 13 ЭВ, для алмаз 29 ЭВ.

В реальных кристаллах дислокация возникает в процессе кристаллизации и в процессе пластической деформации. Механизм образования дислокаций при кристаллизации из жидкого расплава весьма разнообразен и связан с несовершенством условий кристаллизации. Срастание слегка разорентированных ветвей дендритов в пределах $10'$ – $20'$ приводит к образованию краевой дислокации. Инородные атомы и примеси, подложка образуют винтовые дислокации.



При пластической деформации наиболее обоснованной гипотезой образования дислокаций является гипотеза Франка-Рида.

В процессе пластической деформации плотность дислокации для монокристалла высокой частоты увеличивается при пластической деформации от величины 10^3 до 10^{10} – 10^{13} см⁻².

В области дислокации имеет место поле напряжений которое увеличивает потенциальную энергию кристалла.

Данные силовые поля дислокаций взаимодействуют:

1) между собой, разноименные уничтожаются, одноименные отталкиваются, увеличивая потенциальную энергию;

2) с силовыми полями примесных атомов. Примесные атомы притягиваются дислокациями, в результате чего вокруг дислокации образуется облако примесных атомов – облако Катрелла.

В процессе движения дислокаций образуются стенки из одного типа дислокаций. Наличие стенок дислокации в монокристалле приводит к разделению монокристалла на субзерна или блоки мозаики.

3) с плоскостями скольжения. В узлах пересечения плоскостей скольжения дислокации застревают и образуется так называемая сидячая дислокация.

3. Механизмы пластической деформации.

3.1 Механизмы пластической деформации в моно кристаллах.

Пластическая деформация монокристалла происходит по трем основным механизмам: скольжение; двойникование; скол.

При скольжении пластическая деформация происходит путем смещения тонких слоев монокристалла относительно друг друга по кристаллографическим плоскостям скольжения и по направлениям скольжения, с малыми индексами. Пластическая деформация не происходит.

Линия пересечения в промежутках между слоями поверхности скольжения с наружной поверхностью кристалла называется полосой сдвига (скольжение). В зависимости от условий деформации толщина деформированного слоя скольжения составляет 10^{-3} - 10^{-4} см⁻⁴.

Скольжение в монокристалле происходит анизотропно. Температура и скорость деформации оказывают существенное влияние на возможность смещения атомов по той или иной кристаллографической плоскости. В процессе сдвига под действием сдвигающих напряжений происходит смещение одной кристаллографической плоскости относительно другой на величину некоторого расстояния x .

$$\tau = \frac{bG}{a2\pi} \sin \frac{2\pi x}{b} \quad (3.1)$$

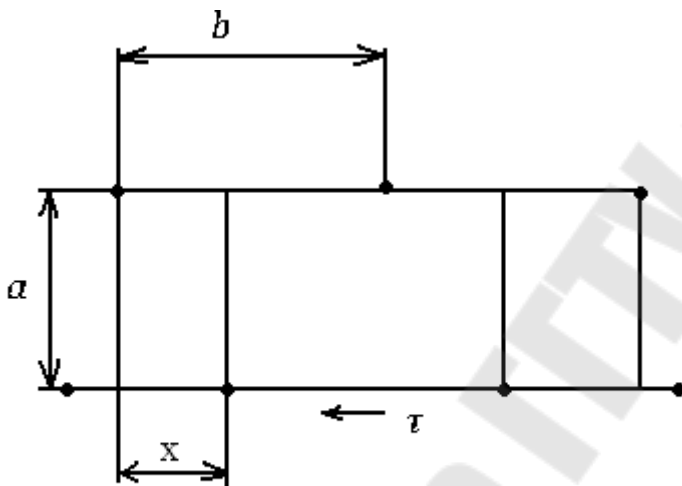


Рис.3.1

где G - Модуль сдвига второго рода; x - смещение атома; a, b –параметры решетки.

Критическое скалывающее напряжение, при котором кристаллическая решетка

неустойчива, и должен произойти сдвиг равно

$$\tau = \frac{bG}{a2\pi} \sin x = 1, \quad (3.2)$$

Когда $a=b$, имеем

$$\tau = \frac{G}{2\pi}$$

Полученная величина на несколько порядков выше величины сдвига для реальных условий пластической деформации кристаллов. При рассмотрении пластической деформации монокристалла сдвигающее напряжение, необходимое для её начала, для данного металла при данной температуре и скорости деформации есть величина постоянная, не зависящая от ориентировки плоскостей скольжения относительно действующих на это тело сил.

Рассмотрим растяжение монокристалла с сечением A к которому приложена сила F растяжения.



Рис. 3.2

Площадь скольжения может быть выражена через площадь поперечного сечения монокристалла как

$$S_{ск} = \frac{A}{\cos \varphi}$$

Тогда величина сдвигающего напряжения на направление скольжения равно

$$\tau = \frac{F}{S_{ск}} = \frac{F}{A} \cos \varphi \cos \lambda \quad (3.3)$$

Плоскости и направления скольжения, лежащие в этих плоскостях, образуют систему скольжения. Для ГЦК решетки существует 12 систем скольжения – 4 плоскости [111] и 3 направления [110].

По другим плоскостям и по другим направлениям отличным от системы скольжения, пластическая деформация не происходит. При наличии систем скольжения пластическая деформация скольжения происходит при достижении τ_{\max} .

В основе теории пластичности лежат следующие положения:

1. Вещество в плоскостях скольжения в ходе пластической деформации скольжения остается кристаллическим;
2. Скольжение распространяется по плоскостям скольжения последовательно, а не одновременно;
3. Скольжение начинается от мест нарушения кристаллической решетки.

Скольжение атомов начинается в одном или нескольких участках плоскости скольжения, затем распространяется на всю плоскость скольжения. Это связано с дефектами кристаллической решетки.

Двойникование

Два смежных кристалла - есть двойники отражения, если их решетки являются зеркальным отражением друг друга по отношению к плоскости двойникования на расстояния пропорциональные

расстоянию этих плоскостей по отношению к плоскости двойникования.

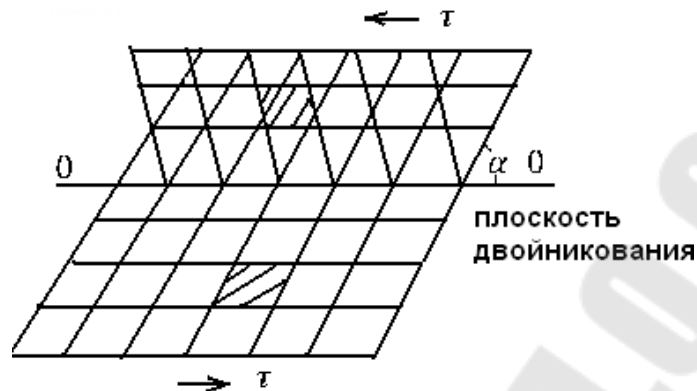


Рис.3.3

Независимо от типа двойников двойникование не изменяет размер, форму и структуру единичной решетки, но изменяет ее ориентировку. При двойниковании α до двойникования равно α после двойникования.

По аналогии с механизмом скольжения в кристаллах имеют место также системы двойникования. Например, для ГКЦ металлов система двойникования определяется плоскостью (111) и направлением сдвига [112].

Двойники могут образовываться в процессе деформации, кристаллизация из расплава, кристаллизация из газообразного состояния, при термообработке в процессе обжига, в ходе газовых превращений.

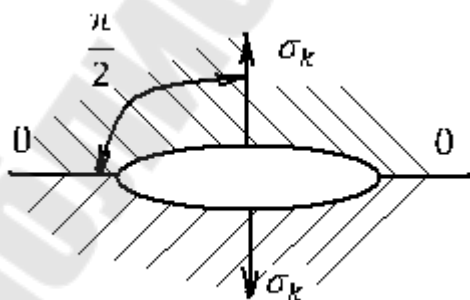


Рис.3.4

Скол. Пластическая деформация монокристаллов не может протекать бесконечно. В процессе взаимодействия дислокации с барьерами, накапливание дислокации,

взаимодействии двойников с барьерами, наличие хрупких составляющих приводит к образованию большого поля напряжения.

Высокие поля напряжений в местах нарушений приводит к нарушению плотности, т.е. к возникновению зародышной трещины. Раскрытие трещины связано с вектором действующего напряжения и плоскости скола.

Раскрытие трещины имеет место, когда скалывающее напряжение σ_k и плоскость скола $0-0$ образуют угол, равный $\pi/2$, а σ_k достигает некоторой критической величины. По аналогии с двойникованием и скольжением существуют плоскости скола в простых кристаллах. Например, для О.Ц.К. кристаллов эта плоскость

(001), ромбоэдрической решетки – (111), (110), (11) и др.

3.2. Другие механизмы пластической деформации в монокристаллах:

1) Аморфный механизм – отсутствие порядка в последовательности смещения атомов из установившегося равновесия;

2) Механическое пластинкование. Отличается от двойникования несимметричностью смещения атомов;

3) Сложное скольжение. На механизмы трансляционного скольжения накладываются явления кристаллографического и механического характера - изгиб, скручивание, двойное скольжение и т.д.;

4) Междублочный механизм. В реальных монокристаллах и зерна поликристаллов состоят из блоков (блоки мозаики) с правильным строением. Их размер - $10^{-4} - 10^{-6}$ см.

3.3. Межкристаллитная или межзеренная деформация поликристалла

Пластическая деформация, при которой происходит поворот, сдвиг и относительное перемещение зёрен называется межкристаллитной деформацией.

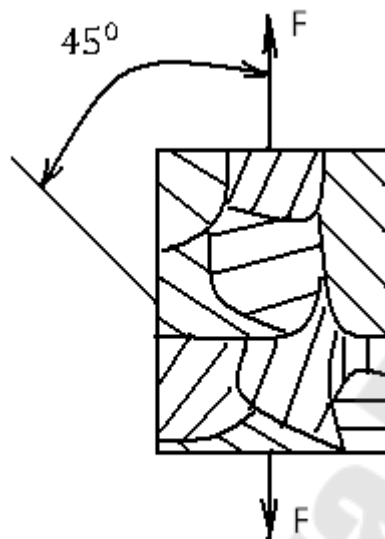


Рис. 3.5

Пластическая деформация поликристалла складывается из деформации отдельных зёрен и межзеренной деформации.

Деформация поликристалла существенно отличается от деформации монокристалла, т.к. в отдельных зёрнах плоскости скольжения ориентированы не одинаково. Это приводит к

неодинаковости пластической деформации отдельных зёрен. В первую очередь деформируются те зёрна, у которых наиболее благоприятно ориентированы плоскости скольжения, т.е. совпадающими с площадками действия максимальных сдвиговых напряжений. Остальные зёрна деформированы упруго или могут претерпевать относительное смещение. При линейном растяжении или сжатии наиболее благоприятны для начала пластической

деформации зерна с плоскостями скольжения, составляющими 45° по отношению к действительному усилию. Внешним проявлением групповых сдвигов наиболее благоприятно ориентированных зёрен, являются линии скольжения, которые наблюдаются на поверхности тела виде линий Чернова-Люберса.

По мере увеличения деформационных сил касательные напряжения, действующие в менее благоприятно ориентированных зёрнах, достигают величины, необходимой для начала пластической деформации в них. Напряжения, при которых в пластическую деформацию включается максимальное количество зёрен, и есть предел текучести. Межзёренная деформация является преобладающей при образовании площадки текучести. Дальнейшая деформация поликристалла за предел текучести ведет к вытягиванию зёрен в направлении интенсивной деформации или течению металла. Эта ориентировка зерен называется полосчатостью микроструктуры.

Дальнейшая пластическая деформация ведет к повороту кристаллических осей отдельных зёрен в пространстве и по мере накопления пластической деформации данное направление вытягивается в направлении интенсивного течения металла. Возникает текстура деформации, что ведет к анизотропии свойств.

Разная ориентировка плоскостей скольжения в зёрнах приводит после разгрузки к различной упругой деформации зёрен, т.е. возникновению остаточных деформаций второго рода.

Неодновременность включений в пластическую деформацию отдельных зерен и возникновение напряжений второго рода ведет к особенностям пластической деформации поликристалла:

1.Нарушение линейной зависимости между напряженными деформациями при нагружении выше предела пропорциональности.

2.Упругое последствие- образец под действием нагрузки, не превышающей предел текучести, с течением времени получает дополнительную деформацию, а после снятия внешних сил имеет некоторую остаточную деформацию, которая со временем уменьшается или может исчезнуть. Под действие нагрузки небольшие напряжения в зёрнах с благоприятно ориентированными плоскостями скольжения приводят к пробегам дислокации и возникновению элементарной пластической деформации в зёрнах. Это приводит к большой упругой деформации сильных зёрен смежных со слабыми. Сильные зёрна- зёрна с менее благоприятно ориентированными плоскостями скольжения. После снятия нагрузки тело восстанавливает свою форму. Это приводит к возникновению напряжений в слабых зёрнах обратного знака.

3.Упругий гистерезис

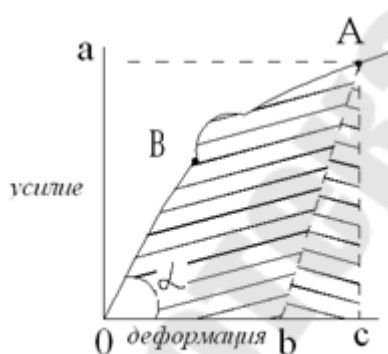


Рис.3.6

При быстрой разгрузке линия идет по Ас с дальнейшим движением в точку b, при медленной разгрузке зависимость протекает по линии Аб.

При пластической деформации совершается работа, которая выделяется в виде тепла в деформационном теле.

Тангенс угла наклона линии ОВ - есть модуль Юнга E .

4. Эффект Баушингера - металл предварительно деформируется за предел текучести или пропорциональности уменьшает сопротивление деформированию при последующей деформации обратного знака.

5. Наличии площадки текучести – участок диаграммы где удлинение происходит при постоянном напряжении, соответствующем σ_T .

4. Упрочнение при холодной деформации.

Пластическая деформация приводит к значительному изменению механических, физических и химических свойств металла. С ростом деформации увеличиваются показатели сопротивления деформации и одновременно уменьшаются пластические свойства.

Совокупность явлений связанных с изменением механических и физико-химических свойств материала в процессе пластической деформации называется упрочнением или наклепом. Причинами упрочнения металла являются:

1) Образование пространственной сетки от пересечения плоскостей скольжения друг с другом

2) Образование стенок дислокации на границах зерен, которые являются потенциальными барьерами для стока дислокаций.

3) Образование сидящих дислокаций

4) Выделение субмикроскопических частиц по плоскостям скольжения и распад твердых растворов с выделением дисперсных частиц

5) Блокообразование и искривление плоскостей скольжения

Кривая упрочнения - это кривая, построенная в координатах истинного напряжения и деформации. Деформация может быть пяти видов:

1) $\delta = \frac{L_1 - L_0}{L_0}$ - деформация удлинения

2) $\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0}$ - деформация сужения

3) $\ln \frac{F_1}{F_2}$ - логарифмическая деформация

4) φ_{\max} сдвига - деформация сдвига

5) $\varphi_{\text{окт}}$ - деформация октаэдрическая

Истинное напряжение находится следующим образом

$$\sigma_{\text{ист}} = f(\varepsilon) = \frac{P}{f},$$

где f - фактическая площадь поперечного сечения образца в каждый момент времени. При испытаниях на растяжения также используется величина условного напряжения.

$$\sigma_0 = \frac{P}{F_0},$$

где F_0 - площадь поперечного сечения исходного образца.

Так как площадь поперечного сечения образца непрерывно изменяется, условное напряжение не является мерой фактического растягивающего напряжения, которое возникает в поперечном сечении образца.

Между параметрами деформации ε, ψ , а также площадями F_0 и F_2 в момент образования шейки при растяжении существует определенная связь, которая выводится из условия постоянства объема при пластической деформации.

Из условия постоянства объема следует:

$$F_2 = \frac{F_0}{1 + \varepsilon}$$

С другой стороны относительное сужение определяется следующим образом:

$$\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} = 1 - \frac{F_2}{F_0} = 1 - \frac{F_0}{F_0(1 + \varepsilon)} = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}$$

Выразим деформации ε и ψ друг через друга, имеем

$$\varepsilon = \frac{\psi}{1 - \psi}$$

$$F_2 = \frac{F_0}{1 - \frac{\psi}{1 - \psi}} = F_0(1 - \psi)$$

Таким образом, получим

$$\sigma_{\text{ист}} = \frac{P}{F_2} = \frac{\sigma_0}{1 + \varepsilon} = \frac{P}{F_0(1 - \psi)} = \frac{\sigma_0}{1 - \psi} = \sigma_0(1 + \varepsilon)$$

Зависимость между напряжениями и деформациями носит сложный характер для различных металлов и сплавов. Для отыскания приближенной зависимости, учитывающей упрочнения на процесс деформирования в теории обработки материалов давлением используют линейную аппроксимацию кривой упрочнения, в качестве прямой, характеризующей зависимость используют касательную, проведенную к кривой упрочнения в точке окончания этапа равномерного удлинения и начала образования шейки. В любой момент деформации можно записать, что усилие растяжения в момент образования шейки определяется зависимостью

$$P = \sigma_{\text{ш}} F_2,$$

где $\sigma_{\text{ш}}$ -напряжение текучести в момент образования шейки;

F_2 - площадь образца при образовании шейки

На стадии равномерного растяжения при образовании шейки присутствуют два конкурирующих процесса. Упрочнение материала способствует росту напряжений, а уменьшение площади поперечного сечения способствует уменьшению усилия. Таким образом, исходя из минимума функции, имеем

$$dP = (dF_2 \sigma_{\text{ш}} + d\sigma_{\text{ш}} F_2) = 0$$

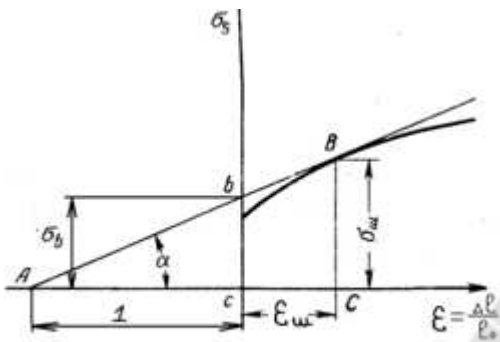


Рис.4.1

шейки. На осях координат

Из данного равенства могут быть выведены свойства кривой упрочнения, которые характеризуются длиной отрезков, отсекаемых касательной к кривой упрочнения в точке образования

$$F_{\text{ш}} = \frac{F_0}{1 + \epsilon_{\text{ш}}}$$

$$dF_{\text{ш}} = \frac{-F_0 d\epsilon_{\text{ш}}}{(1 + \epsilon_{\text{ш}})^2}$$

$$-\sigma_{\text{ш}} \frac{F_0 d\epsilon_{\text{ш}}}{(1 + \epsilon_{\text{ш}})^2} + \frac{d\sigma_{\text{ш}} F_0}{1 + \epsilon_{\text{ш}}} = dP_{\text{ш}} = 0$$

отсюда

$$\frac{\sigma_{\text{ш}}}{1 + \epsilon_{\text{ш}}} = \frac{d\sigma_{\text{ш}}}{d\epsilon_{\text{ш}}} = \tan(\alpha)$$

где α – угол наклонной касательной.

Из треугольника ABC: находим, что

$$A_c + \varepsilon_{ш} = \frac{\sigma_{ш}}{\operatorname{tg} \alpha} = 1 + \varepsilon_{ш}$$

Учитывая предыдущее равенство, получаем $A_c = 1$

1 свойство:

Касательная к кривой упрочнения 1 рода в точке, соответствующей началу появления шейки, отсекает на оси абсцисс влево от начала координат отрезок, численно равный 1 относительного удлинения.

Из подобия $\triangle ABC$ и $\triangle A_{ш}B_{ш}C_{ш}$ следует, что

$$\frac{b_{ш}}{\sigma_{ш}} = \frac{1}{1 + \varepsilon_{ш}}$$

откуда

$$b_{ш} = \frac{\sigma_{ш}}{1 + \varepsilon_{ш}}$$

Из условия постоянства объема, следует что

$$\sigma_{ш} = \frac{\sigma F_0}{F_2}$$

тогда

$$b_{ш} = \frac{\sigma F_0}{F_2(1 + \varepsilon_{ш})} \sigma_{ш}$$

2 свойство:

Касательная к кривой упрочнения 1 рода отсекает на нулевой ординате отрезок численно равный пределу прочности.

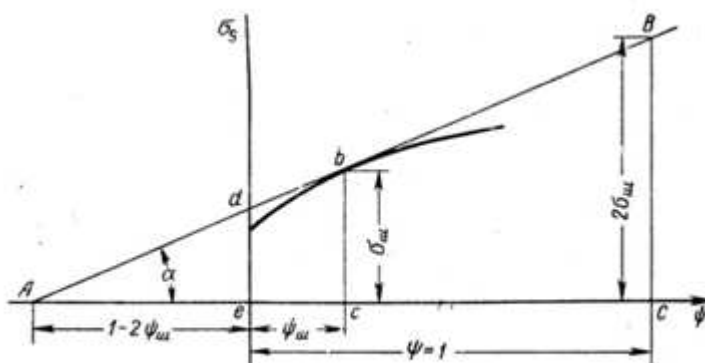


Рис. 4.2

Свойство кривой 2 рода:

Из подобия треугольников ABC и A_{bc} можно определить, что на отрицательном направлении оси абсцисс касательная проведенная в точке начала образования шейки отсекает отрезок численно равный $1-2\psi\sigma_{ш}$, а на перпендикуляре, к той же оси в точке $\psi=1$ отрезок численно равный $2\sigma_{ш}$.

5. Влияние температуры и скорости деформации на процесс деформирования.

5.1 Деформация при повышенных температурах. Возврат и рекристаллизация.

При нагреве деформируемого металла в нем возникает разупрочняющие процессы-возврат и рекристаллизация. При повышенных температурах одновременно протекают упрочняющие и разупрочняющие процессы. При холодной деформации зерна получают разную величину упругой деформации, что после снятия нагрузки обуславливает возникновение остаточных напряжений.

Причинами остаточных напряжений являются:

- 1) Неодинаковость направлений и плоскостей скольжения.
- 2) Неравномерность распределения деформации в объеме заготовок.
- 3) Различие формы, размеров и свойств зерен.

При нагревании до температуры порядка (0,25 – 0,3)

Амплитуда тепловых колебаний атомов увеличивается настолько, что ведет к снижению внутренних остаточных

напряжений. Общая энергия тела понижается, то есть наступает возврат, который приводит к некоторому уменьшению сопротивления деформации и увеличению пластичности.

Деформация при температуре возврата сопровождается упрочнением, но с меньшей интенсивностью. Температура возврата при деформации металла не влияет на размеры и форму зерна, а также не препятствует образованию текстуры.

Процесс возврата протекает во времени, с увеличением температуры скорости возврата увеличивается.

Эффект данного процесса зависит от соотношения между температурами и скоростью деформации. Рост скорости деформации при данной температуре снижает эффект возврата. Дальнейшее повышение температуры ведет к процессу рекристаллизации, который приводит к возникновению и росту новых зерен взамен деформированных. При температуре выше температуры рекристаллизации сопровождается двумя противоположными процессами, деформация зерен разупрочнение и их рекристаллизация. Процесс рекристаллизации протекает во времени и зависит от температуры и степени деформации. Чем выше температура и степень деформации, тем выше скорость рекристаллизации. При высокой скорости рекристаллизации все зерна получают равноосную форму, а их кристаллическое строение соответствует недеформированных зерен.

Температура рекристаллизации соответствует $0,4 T_{ш}$.

Процесс иногда сопровождается процессом старения металла. Старение – это выпадение мелкодисперсных частиц примесей по

плоскостям скольжения, концентрация примесных атомов вблизи дислокации. Процесс старения ведет к понижению пластических свойств металла и как следствие возможное его разрушение.

5.2 Диаграмма рекристаллизации второго рода.

Размеры зерен после окончания процесса деформации зависят от температуры, степени деформации и скорости деформации.

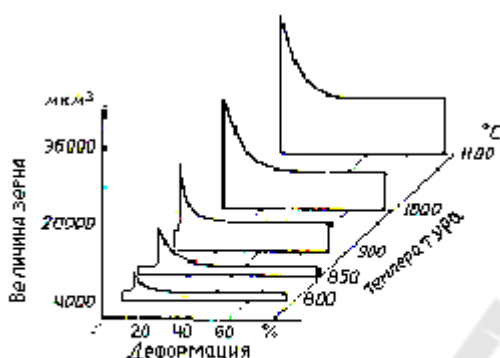


Рис. 5.1

Связь между размером зерна степенью деформации и температурой диаграмма рекристаллизации второго рода.

Особенностью данной диаграммы соответствует

является наличие критической степени деформации $\epsilon_{кр}$, когда происходит резкое увеличение размера зерна без значительного увеличения степени деформации. С ростом температуры $\epsilon_{кр}$ смещается к началу координат.

В начальной стадии деформации происходит в основном за счет внутрикристаллитных процессов без нарушения межкристаллитного вещества. Увеличение размеров зерен путем их объединения затруднено. При $\epsilon_{кр}$ межкристаллитное вещество частично разрушается, что приводит к непосредственному контакту кристаллитов между собой. Это ведет к объединению зерен, и как следствие, к росту размеров рекристаллизованных зерен.

Рост зерен обусловлен стремлением атомов в процессе перестройки занять положение с минимальной потенциальной энергией.

5.3 Диаграмма рекристаллизации первого рода.

Связь между размерами зерна, температурой отжига, и степенью деформации металла и есть диаграмма рекристаллизации – первого рода.

В процессе нагрева холодно деформированного металла до температуры несколько выше температуры рекристаллизации низкий или рекристаллизованный отжиг, также происходит рекристаллизация.

Характер диаграммы аналогичен предыдущей. Здесь также имеется критическая степень деформации, где имеет место значительное увеличение размеров рекристаллизованных зерен.

Температура начала рекристаллизации уменьшается с увеличением степени предварительной холодной деформации.

Данный процесс может сопровождаться образованием текстуры рекристаллизации, которая может отличаться от текстуры деформации. Текстура рекристаллизации ведет к анизотропии свойств в отожженном металле.

5.4 Виды деформации при ОМД

Упрочняющие и разрушающие процессы при ОМД протекают во времени с определением скоростей, которые

обусловлены условиями деформациями (температурой, степенью деформации, скоростью деформации).

С.И. Губкиным было предложено 4 вида деформации в зависимости от температуры и протекающих при этом процессов.

1) Горячая деформация (полное разупрочнение). В данном случае рекристаллизация протекает полностью. Микроструктура полностью рекристаллизованные, без следов упрочнения.

2) Неполная горячая деформация (неполное разупрочнение) процесс рекристаллизации протекает не полностью, структура двухфазная. Включает в себя рекристаллизованные и деформированные зерна. Данная гетерогенная структура металла при деформации может привести к разрушению. Это сочетание ведет к увеличению неравномерности деформации, уменьшается пластичность металла, увеличивается вероятность его разрушения.

3) Неполная холодная деформация (неполное упрочнение). При данной температуре процесс рекристаллизации отсутствует, а процесс возврата протекает полностью. Металл получает полосчатую микроструктуру, а при значительной деформации текстуру деформации.

4) Холодная деформация (полное упрочнение)– отсутствуют процессы разупрочнения и присутствуют процессы упрочнения. В зависимости от химического состава данный вид деформации протекает ниже температуры возврата.

5.5 Влияние температуры на свойства металла.

Температура деформации является главным фактором, определяющим физико-механические свойства металла и упругие константы (модуль упругости). Повышение температуры изменяет характеристики пластичности - относительное удлинение и т.д.

Упругие константы понижаются с увеличением температуры, так как увеличивается параметр кристаллической решетки. Изменение механических и физических показателей с изменением температуры подчиняется экспоненциальной зависимости для металлов и сплавов, не имеющих в данном температурном интервале фазовых превращений (закон Курнакова).

Кривая пластичности не имеет монотонности, подчиняясь закону Курнакова. По крайней мере в интервале температур от 0 до $T_{пл}$ кривая пластичности разбивается на 3 интервала, где эти характеристики минимальные:

- 1) – зона хладноломкости (выше 273 К).
- 2) – зона тепловой хрупкости (фазовые превращения) (~600 К).
- 3) Область ~1723 – начинаются процессы окисления и разрушения межкристаллитного вещества (перегрев и пережог).

Пластическая деформация при температуре 293 К сопровождается упрочнением металла и снижением пластичности.

Упрочнение обуславливает повышение σ_T с увеличением степени деформации, причем упрочнение происходит особенно интенсивно при малых степенях деформации. С повышением степени деформации эта интенсивность уменьшается. Степень интенсивности упрочнения ослабевает.

Для низкоуглеродистых и среднеуглеродистых сталей порог упрочнения составляет 20-30%.

Причинами упрочнения являются:

Возникновение и накопление дислокаций на плоскости скольжения.

Блокировка дислокаций.

Превращение плоскости скольжения в поверхность скольжения.

Дробление кристаллов на блоки с не параллельными осями.

Концентрация мелких блоков и примесных атомов на плоскости скольжения.

5.6 Условие постоянства объема

Объем пластически деформируемого тела остается постоянным или объем тела до деформации равен объему тела после деформации. Из этого не следует, что объем тела под нагрузкой равен объему тела после деформации, т.е. пластическая деформация любого твердого тела всегда сопровождается упругой, которая подчинена закону Гука.

Если взять элементарный параллелепипед с размерами сторон (x_0, y_0, z_0) . Объем его будет составлять V

$$V = x_0 y_0 z_0$$

После деформации размеры данного параметра изменятся

$$(x_\partial y_\partial z_\partial) = V$$

Из условия постоянства объема можно записать равенство

$$x_\partial y_\partial z_\partial = x_0 y_0 z_0 = V$$

$$\frac{x_\partial y_\partial z_\partial}{x_0 y_0 z_0} = 1$$

Если прологарифмировать предыдущее равенство, получаем:

$$\delta_x + \delta_y + \delta_z = 0$$

$\delta_x, \delta_y, \delta_z$ - истинные или действительные степени деформации. В зависимости какая деформация будет иметь место, такой знак будут иметь $\delta_x, \delta_y, \delta_z$. Из равенства следует, что при пластичной деформации алгебраическая сумма логарифмических деформаций по трем взаимно перпендикулярным направлениям равна нулю.

Одна из степеней деформации имеет знак, обратный знаку двух других, а по абсолютной величине равна их сумме

$$|\delta_x| = |\delta_y + \delta_z|$$

Степень деформации можно выразить иначе

$$\varepsilon_x = \frac{x_\partial - x_0}{x_0} = \frac{\Delta x}{x_0}; \quad \varepsilon_y = \frac{X_\partial - Y_0}{Y_0} = \frac{\Delta Y}{Y_0}; \quad \varepsilon_z = \frac{Z_\partial - Z_0}{Z_0} = \frac{\Delta Z}{Z_0}$$

Степенями деформации первого рода ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$). Между логарифмической деформацией и деформацией первого рода существует связь

$$\delta_x = \frac{\ln x_\partial}{x_0} = \frac{\ln((x_0 + \Delta x))}{x_0} = \ln(1 + \varepsilon_x)$$

Разложим $\ln(1 + \varepsilon)$ в ряд

$$\delta_x = \frac{\ln x_\partial}{x_0} = \frac{\ln((x_0 + \Delta x))}{x_0} = \ln(1 + \varepsilon_x) = \varepsilon_x - \frac{\varepsilon_x^2}{2} + \frac{\varepsilon_x^3}{3} - \dots$$

Ряд $\varepsilon_x < 1$ сходящийся. Членами более низшего порядка можно пренебречь. Тогда $\delta_x \approx \varepsilon_x$. Для малых деформаций ($\varepsilon < 0,1$) разница между δ и ε составляет менее 5%. Получаем $\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$

Если умножить соответствующую деформацию (ε_i или δ_i) на объем деформируемого тела, то получим

$$\begin{cases} V\varepsilon_x + V\varepsilon_y + V\varepsilon_z = 0 \\ V\delta_x + V\delta_y + V\delta_z = 0 \end{cases}$$

Произведение V тела на соответствующую деформацию называется смещенным объемом V_ε

$$V_{\varepsilon x} + V_{\varepsilon y} + V_{\varepsilon z} = 0$$

Сумма смещенных объема по трем взаимно перпендикулярным направлениям равна 0. При пластической деформации следует различать понятия:

1. Скорость деформирования – скорость перемещения деформирующего инструмента, м/с
2. скорость смещения тех или иных точек в процессе деформации
3. скорость деформации

$$\delta = \frac{d\delta}{dt} = \frac{1}{V_\varepsilon} \frac{dV_\varepsilon}{dt} [\text{с}^{-1}]$$

При пластической деформации с одной и той же скоростью деформации скорость деформации может быть различной, а скорости смещения точек тела изменяются от 0 до максимума. Между скоростью деформации и скоростью деформирования существует определенная связь

$$\dot{\epsilon}_t = \frac{V}{Z_{0,t}}$$

V- скорость деформирования

$Z_{0,t}$ - размер исходного образца до деформации

5.7 Влияние скорости деформации на пластичность и напряжение текучести

Данному вопросу посвящены многочисленные исследования, которые отражаются в различных литературных источниках.

Установлено, что при изотермическом процессе деформирования и относительно невысоких степенях деформации повышение скорости деформации приводит к повышению σ_s и понижению пластичности. Наиболее приемлемыми зависимостями связи напряжения текучести и скорости деформации являются:

$$\sigma_s = \sigma_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}_t}{\dot{\epsilon}_0} \right)^n$$

$$\sigma_s = \sigma_0 + m \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}_t}{\dot{\epsilon}_0} \right)$$

σ_s, σ_0 - напряжения текучести, которые соответствуют скоростям деформации $\dot{\epsilon}_t$ и $\dot{\epsilon}_0$;

n, m – некоторые постоянные, (n < 1; m < 1)

С. И. Губкин считал, что первая формула наиболее приемлема для процессов с полным или не полным упрочнением, а вторая – для процессов с полным или не полным разупрочнением.

Увеличение степени деформаций и скорости деформации ведет к возрастанию напряжения текучести. Следует заметить, что зависимость между напряжением текучести и интенсивностью,

скоростей деформации и температурой носит более сложный характер. В данную зависимость в неявном виде входит фактор, определяющий структуру материала и ее изменение в следствие рекристаллизации. Для практических расчетов удельных усилий используют империческую зависимость в табличном виде:

$$\sigma_s = \sigma_{\epsilon_0} * \psi$$

ψ - некоторый коэффициент, зависящий от соотношения скоростей деформации $\dot{\epsilon}_1 / \dot{\epsilon}_0$ и соотношения $T_{\text{деф}} / T_{\text{плавл}}$.

5.8 Понятие о сверхпластичности

Сверхпластичность – это состояние металла, при котором возможность деформирования без разрушения резко возрастает с одновременным снижением напряжений текучести.

Впервые данное явление было описано А.Д Бочваном и З.А.Свидерским на примере эвтектоидных и заэвтектоидных цветных сплавов.

Данное явление реже наблюдается в сплавах черных металлов. (Fe-C, Ni-Fe и др.)

Для проявления сверхпластичности необходима совокупность определенных условий:

1. Температура деформации
2. Скорость деформации
3. Размер зерна (1-2 мкм, равноосные)
4. Состояние границ кристалла

Так как пластическая деформация поликристалла протекает главным образом по границам зерен, то для реализации явления сверхпластичности металла необходимо увеличить потенциальную энергию поликристаллического вещества. За счет:

1) повышение энергии пограничных участков зерна уменьшение размера зерен увеличивает суммарную поверхность.

2) созданием дефектов в кристаллической решетке (дислокации, точечные дефекты и др.).

3) увеличением подвижности границ зерен при определенных повышенных температурах.

Температура сверхпластичности – это температура фазовых переходов. Скорость нагрева до температуры сверхпластичности должна быть максимально возможной в пределах $200\text{-}^{\circ}\text{C}/\text{с}$ для исключения возможного роста зерна.

На эффект сверхпластичности существенное влияние оказывает скорость деформации. Оптимальная скорость деформации при сверхпластичности является та, когда скорости процессов упрочнения и разупрочнения одинаковы.

Рост оптимальной скорости деформации выше ведет к упрочнению материала, когда подавляются процессы, способствующие сверхпластичности, диффузии.

Уменьшение оптимальной скорости деформации ведет к преобладанию разупрочняющих процессов – уменьшению дефектности кристаллической решетки, росту зерна при рекристаллизации.

6 Напряжения.

6.1 Напряжения в координатных площадках.

Тело, находящееся под действием внешних сил, имеет некоторое напряженное состояние. Внешней силы могут быть двух видов:

1) поверхностные, которые приложены к поверхности твердого тела.

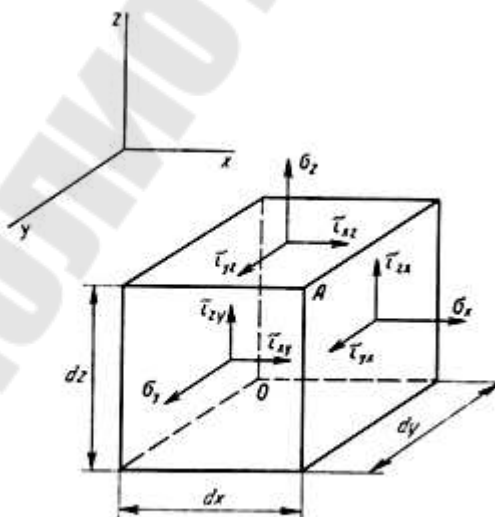
2) объемные силы, которые действуют на все материальные точки твердого тела.

Теория пластичности при рассмотрении напряженного состояния деформированное тело принимается однородным, изотропным и представляющим собой систему непрерывных материальных точек. Под действием внешних сил внутри тела возникает напряжение.

Напряжение в общем случае:

$$\sigma = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}$$

где ΔP -некоторая внутренняя сила, действующая на элемент площадки, ΔF



Каждая точка деформированного тела находится под действием всех её окружающих точек, т.е. в любой плоскости действующие

Рис.6.1

напряжения, характеризуются величиной и направлением.

По правилу параллелепипеда любое напряжение может быть разложено на три составляющих: одно нормальное и два касательных.

Если провести элементарный параллелепипед в пределах некоторой точки, когда размеры его будут стремиться к нулю, то в результате получим следующие напряжения, которые действуют по соответствующим граням элементарного параллелепипеда.

Нормальные напряжения обозначаются через σ_i , а касательные- τ_{ij} , где

$$(i, j) = x, y, z$$

При записи касательных напряжений τ_{ij} , i показывает направление оси, вдоль которой действует данное напряжение, j показывает координатную ось, перпендикулярную плоскости действия касательных напряжений.

Напряжения σ_i направленные по соответствующей оси и вызывающие растяжение и имеют знак “плюс“, знак касательных напряжений τ_{ij} определяется направлением нормальных напряжений.

Таким образом, напряженное состояние точки может быть представлено в виде матрицы

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

С учетом парности напряжений $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{zy} = \tau_{yz}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ напряженное состояние точки может быть представлено в виде следующей матрицы.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{pmatrix}$$

6.2. Напряжения в наклонных площадках.

Если заданы напряжения в трёх взаимно перпендикулярных площадках, то можно определить напряжения в любой произвольно расположенной площадке и её направление в данной точке.

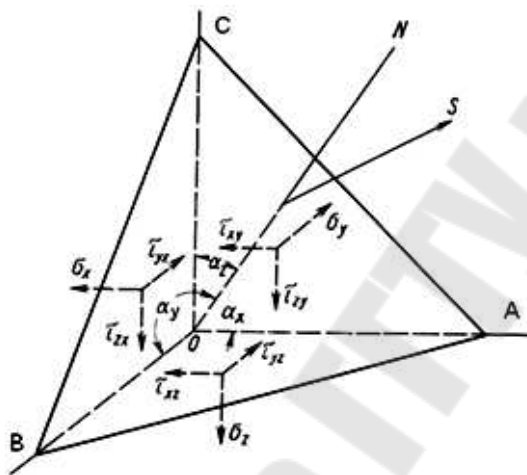


Рис. 6.2

Проведем плоскость ABC, которая наклонна к соответствующим осям. Получим фигуру OABC-тетраэдр, объем которого стремится к нулю.

Нормаль N определяет положение наклонной

площадки

соответствующими направляющими косинусами.

$$\cos(a_x) = \cos(\vec{N} \cdot x) = a_x$$

$$\cos(a_y) = \cos(\vec{N} \cdot y) = a_y$$

$$\cos(a_z) = \cos(\vec{N} \cdot z) = a_z$$

Пусть площадь треугольника ABC равна ΔF , площади соответствующих граней тетраэдра соответственно равны: $OBC = \Delta F_x$, $OBA = \Delta F_y$, $OAC = \Delta F_z$.

Условие равновесия полученного тетраэдра определяется по принципу Даламбера равенством проекций сил действующих по граням тетраэдра. Проекция полученного напряжения S по соответствующим координатам S_x, S_y, S_z .

$$\sum X = (S_x \cdot \Delta F - \sigma_x \cdot \Delta F_x - \tau_{xy} \cdot \Delta F_y - \tau_{xz} \cdot \Delta F_z) = 0$$

$$\sum Y = (S_y \cdot \Delta F - \sigma_y \cdot \Delta F_y - \tau_{yx} \cdot \Delta F_x - \tau_{yz} \cdot \Delta F_z) = 0$$

$$\sum Z = (S_z \cdot \Delta F - \sigma_z \cdot \Delta F_z - \tau_{zy} \cdot \Delta F_y - \tau_{zx} \cdot \Delta F_x) = 0$$

Площади соответствующих граней ΔF_i ($i = x, y, z$) можно выразить через площадь площадки ABC ΔF и соответствующие направляющие косинусы.

$$\Delta F_x = \Delta F \cdot a_x$$

$$\Delta F_y = \Delta F \cdot a_y$$

$$\Delta F_z = \Delta F \cdot a_z$$

Подставляя соответствующие площади в полученные уравнения и сокращая на величину ΔF , можно получить соответствующие значения проекций напряжения на соответствующие оси x, y, z

$$S_x = \sigma_x \cdot a_x + \tau_{xy} \cdot a_y + \tau_{xz} \cdot a_z$$

$$S_y = \tau_{yx} \cdot a_x + \sigma_y \cdot a_y + \tau_{yz} \cdot a_z$$

$$S_z = \tau_{zx} \cdot a_x + \tau_{zy} \cdot a_y + \sigma_z \cdot a_z$$

Полное напряжение в наклонной площадке

$$S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$$

Нормальное напряжение определяется как сумма проекций компонентов S_x, S_y, S_z на нормаль N

$$\sigma_N = S_x \cdot a_x + S_y \cdot a_y + S_z \cdot a_z,$$

$$\text{или } \sigma_N = \sigma_x \cdot a_x^2 + \sigma_y \cdot a_y^2 + \sigma_z \cdot a_z^2 + 2\tau_{xy} \cdot a_x \cdot a_y + 2\tau_{xz} \cdot a_x \cdot a_z + 2\tau_{yz} \cdot a_y \cdot a_z$$

По правилу параллелограмма полное касательное напряжение равно:

$$\tau^2 = S^2 - \sigma_N^2$$

Таким образом, зная напряжения в трёх взаимно перпендикулярных площадках, можно определить напряжение в любой наклонной площадке к соответствующим осям координат.

6.3. Главное нормальное напряжение

Исследуем выражения для нормального напряжения σ_N . В системе координат $[x,y,z]$ можно провести некоторую площадку, в которой компоненты касательных напряжений отсутствуют, а действуют только нормальные напряжения. Такие площадки называются главными, а действующие напряжения в них являются главными напряжениями. Направления, совпадающие с направлением главных площадок, являются главными направлениями, а оси координат совпадающие с главными направлениями являются главными осями. В теории ОМД их обозначают: 1,2,3. Отложим по направлению нормали N в наклонной площадке некоторый вектор,

величина которого равна:

$$\bar{\tau}_k = \frac{A}{\sqrt{|\sigma_N|}},$$

Где A -некоторая константа, которая определяет масштаб;

Или

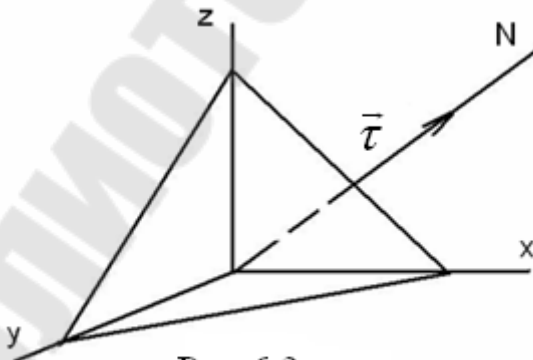


Рис. 6.3

$$\sigma_N = \pm \frac{A^2}{r^2}$$

Проекции вектора \vec{r} по соответствующим координатам будут равны:

$$x = r \cdot a_x; \quad y = r \cdot a_y; \quad z = r \cdot a_z$$

Тогда

$$a_x = \frac{x}{r}; \quad a_y = \frac{y}{r}; \quad a_z = \frac{z}{r}$$

Подставляя в выражение для нормального напряжения σ_N и сокращаем на величину r получаем следующее выражение:

$$A^2 = \sigma_x x^2 + \sigma_y y^2 + \sigma_z z^2 + 2\tau_{xz} xz + 2\tau_{yz} yz + 2\tau_{xy} xy \quad (6.1)$$

Данное выражение определяет поверхность второго порядка отнесенное к центру. С изменением положения наклонной площадки изменяется направление и координаты $[x, y, z]$ конца вектора τ , но конец его будет всегда лежать на поверхности, которое определяется уравнением (6.1). Данная поверхность полностью определяет напряженное состояние точки. Данная поверхность называется поверхностью напряжения О.Л. Коши.

Тогда напряжения в наклонной площадке имеют вид:

$$S_1 = \sigma_1 a_1; \quad S_2 = \sigma_2 a_2; \quad S_3 = \sigma_3 a_3$$

Полное напряжение:

$$S^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2$$

Нормальное напряжение:

$$\sigma_N = \sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2$$

Касательное напряжение

$$\tau^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 - (\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2)^2.$$

6.4. Понятие о тензоре напряжений

В отличие от скалярной величины, где она определена числом и векторной величины, определяемой числом и направлением напряженное состояние точки выражается поверхностью напряжений Коши (6.1), т.е. она является величиной тензорной.

Поверхность определяется девятью напряжениями:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

T_{σ} -является симметричным тензором второго ранга, т.е. напряженное состояние T_{σ} точки равно тензору напряжений по соответствующим осям координат. С учетом парности касательных напряжений данный тензор может быть записан следующим образом:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{pmatrix}$$

В случае наличия главных осей тензор напряжения T_{σ} записывается:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

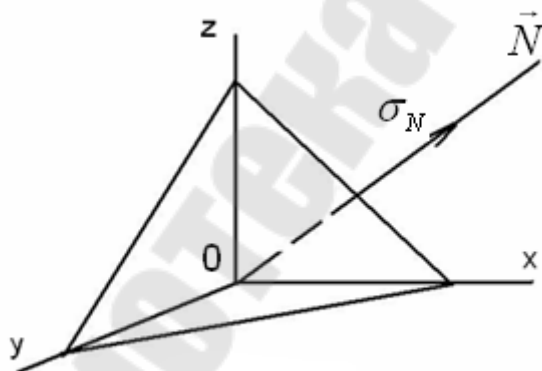


Рис. 6.4

Определим величину главных напряжений и положение главных плоскостей по тензору напряжений T_σ в произвольной системе координат.

Проекция соответствующего нормального напряжения на оси координат будут соответственно равны σ_{ax} , σ_{ay} , σ_{az} .

Учитывая выражения для проекций σ_x , σ_y , σ_z можно записать:

$$\sigma a_x = \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z$$

$$\sigma a_y = \tau_{yx} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z$$

$$\sigma a_z = \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z$$

Переносим в правую часть значения проекций нормального напряжения, получаем систему однородных уравнений:

$$(\sigma_x - \sigma) a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z = 0$$

$$\tau_{yx} a_x + (\sigma_y - \sigma) a_y + \tau_{yz} a_z = 0$$

$$\tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + (\sigma_z - \sigma) a_z = 0$$

Так как направляющие косинусы a_x , a_y , a_z одновременно не могут быть равны нулю, то равен нулю определитель данной системы:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

Раскрывая данный определитель по правилу Крамера, в результате будем иметь следующее кубическое уравнение:

$$\sigma^3 - i_1 \sigma^2 + i_2 \sigma - i_3 = 0$$

При выводе данного уравнения оси координат были выбраны произвольно. Уравнение имеет три корня главные напряжения σ_1 , σ_2 , σ_3 . При данном напряженном состоянии они имеют единственное

значение. Таким образом, коэффициенты кубического уравнения имеют одни и те же значения независимо от выбора осей координат, т.е. коэффициенты кубического уравнения (i_1, i_2, i_3) – инвариантны к преобразованию осей координат.

i_1, i_2, i_3 – инварианты тензора напряжения – линейный, квадратичный и кубический.

i_1 – линейный или первый инвариант тензора напряжений.

$$i_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

i_3 – кубический или третий инвариант тензора напряжений.

$$i_3 = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

i_2 – второй инвариант тензора напряжений – сумма миноров третьего инварианта.

$$i_2 = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_y & \tau_{xz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

Для определения находятся ли точки в одном напряженном состоянии необходимо значения тензоров напряжений подставить в инварианты тензоров напряжений точки будут иметь одно напряженное состояние. Если все инварианты тензора напряжений будут равны между собой, то точки будут иметь данное напряженное состояние.

Если на любой стадии подстановки в инварианты тензора напряжений равенства не будет, то данные точки с соответствующими значениями тензора напряжений будут находиться в различных напряженных состояниях.

6.5. Эллипсоид напряжения.

Пусть компоненты полного напряжения в некоторой наклонной площадке будут определяться следующими выражениями:

$$S_1 = \sigma_1 a_1, S_2 = \sigma_2 a_2, S_3 = \sigma_3 a_3$$

Возведем данные выражения в квадрат и определим величину направляющих косинусов:

$$a_1^2 = \frac{S_1^2}{\sigma_1^2}, a_2^2 = \frac{S_2^2}{\sigma_2^2}, a_3^2 = \frac{S_3^2}{\sigma_3^2}.$$

Из аналитической геометрии известно, что сумма квадратов направляющих косинусов равна единице:

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1,$$

Подставленное в последнее уравнение значение a_i^2 , находим

$$\left(\frac{S_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{S_2}{\sigma_2}\right)^2 + \left(\frac{S_3}{\sigma_3}\right)^2 = 1$$

Данное уравнение - это уравнение трехосного эллипсоида, полуоси которого есть главные напряжения в данной точке, а координаты точек поверхности, есть проекции полного напряжения S для различных наклонных площадок.

Данное уравнение или эллипсоид напряжения является геометрическим смыслом тензора напряжений.

Данный эллипсоид носит название эллипсоид Ламэ. Длина любого отрезка, проведенного из центра начала координат до точки пересечения с поверхностью Ламэ-

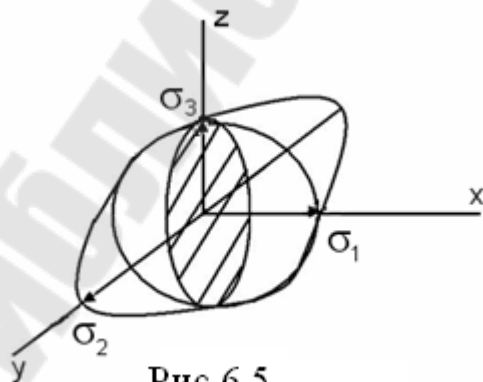


Рис. 6.5

есть полное напряжение в некоторой наклонной плоскости .

Если два из трех главных напряжений равны между собой, то эллипсоид напряжений превращается в эллипсоид вращения.

Если три главных напряжения равны между собой, то эллипсоид напряжения превращается в шар. В этом случае:

$$T_{\sigma}^{\Delta} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix}$$

То есть точка в этом случаи находится в состоянии всестороннего объемного растяжения или сжатия (шаровой тензор напряжений).

Шаровой тензор напряжений инвариантен к преобразованию системы координат.

Если одно из главных напряжений равно нулю, то эллипсоид напряжений переходит в эллипс, а напряженное состояние становится плоским.

Если два главных напряжения равны нулю, то эллипсоид напряжений переходит в отрезок линии, а напряженное состояние - линейное.

6.6. Главные касательные напряжения.

Касательные напряжения в наклонных площадках, если тензор напряжения дан в главных компонентах, выражается следующим уравнением:

$$\tau^2 = S^2 - \sigma_N^2 = (\sigma_1^2 \cdot a_1^2 + \sigma_2^2 \cdot a_2^2 + \sigma_3^2 \cdot a_3^2) - (\sigma_1 \cdot a_1^2 + \sigma_2 \cdot a_2^2 + \sigma_3 \cdot a_3^2)$$

Для получения экстремальных значений касательных напряжений необходимо выражение, для квадрата касательных напряжений продифференцировать по величине соответствующих направляющих косинусов и приравнять их к нулю, то есть:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tau^2}{\partial a_2} = 0 \\ \frac{\partial \tau^2}{\partial a_1} = 0 \end{cases}$$

Решение данной системы дает следующее значение направляющих косинусов, где действуют экстремальные или максимальные касательные напряжения

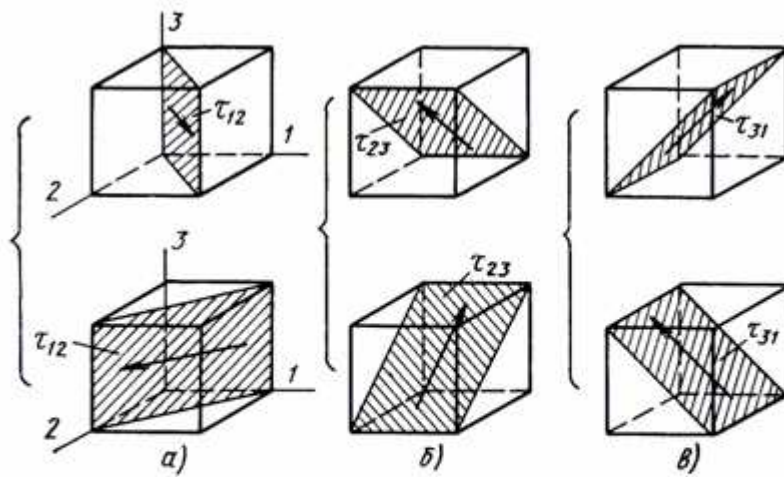
1. $a_1 = 0; a_2 = 0; a_3 = \pm 1$ - это координаты плоскости, которые являются главными и где отсутствуют компоненты касательных напряжений;

2. $a_1 = 0; a_2 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}; a_3 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}};$

3. $a_2 = 0; a_1 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}; a_3 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}};$

4. $a_3 = 0; a_1 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}; a_2 = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}.$

Данным направляющим косинусам будут соответствовать плоскости, в которых касательные напряжения достигают максимальных значений:



$$\tau_{12} = \pm \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \quad \tau_{23} = \pm \frac{1}{2} \cdot (\sigma_2 - \sigma_3) \quad \tau_{31} = \pm \frac{1}{2} \cdot (\sigma_3 - \sigma_1)$$

Рис. 6.6

Если величина главных нормальных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ равны между собой, то сумма главных экстремальных касательных напряжений равна нулю

$$\tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{13} = 0$$

В данных площадках, кроме касательных напряжений действуют и нормальные напряжения, величину которых можно определить, если подставить значение направляющих косинусов в выражение нормальных напряжений.

Из выражений для экстремальных значений касательных напряжений $\tau_{ij}(1,2,3)$ следует, что увеличение или уменьшение главных напряжений на одну и ту же величину не изменяет значение главных касательных напряжений.

Таким образом, тензор напряжений можно представить в виде двух составляющих. Найдем среднее нормальное напряжение:

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{i_1}{3},$$

т.е. среднее нормальное напряжение равно 1/3 первого инварианта тензора напряжений. Составим шаровой тензор:

$$T_{\sigma}^0 = \begin{pmatrix} \sigma_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{cp} \end{pmatrix}$$

Вычтем его из тензора напряженного состояния точки

$$T_{\sigma} - T_{\sigma}^0 = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sigma_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{cp} \end{pmatrix}$$

$$T_{\sigma} - T_{\sigma}^0 = \begin{pmatrix} \sigma_x - \sigma_{cp} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_{cp} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_{cp} \end{pmatrix} = D_{\sigma} \quad - \quad \text{девиатор}$$

напряжений

Таким образом, $T_{\sigma} = T_{\sigma}^0 + D_{\sigma}$,

T_{σ}^0 - шаровой тензор напряжений изменяет объем при упругой деформации и характеризует разрушение;

D_{σ} - девиатор напряжений, характеризующий изменение формы твердого тела без изменения объема.

6.7. Октаэдрические напряжения.

Определим напряжение в площадках, которые одинаково наклонены к главным осям координат. Для данных площадок

направляющие косинусы могут быть определены следующим образом:

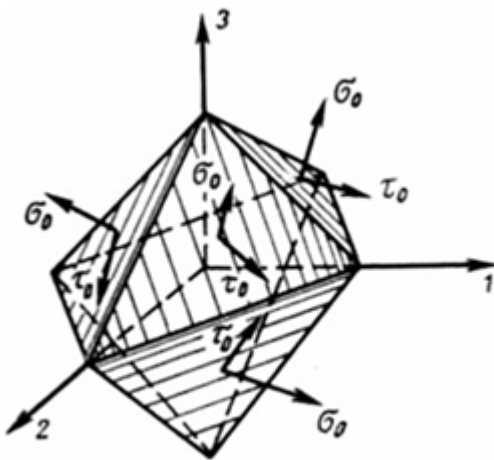


Рис. 6.7

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$$

$$3a^2 = 1$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Для определения величины октаэдрического напряжения необходимо подставить величину направляющих косинусов в выражение для нормальных и касательных

напряжений

$$\sigma_N = \sigma_1 \cdot a_1^2 + \sigma_2 \cdot a_2^2 + \sigma_3 \cdot a_3^2 = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{i_1}{3}$$

Нормальные октаэдрические напряжения равны среднему нормальному напряжению или одной третьей первого инварианта тензора напряжений

$$\tau^2 = S^2 - \sigma_N^2 = (\sigma_1^2 \cdot a_1^2 + \sigma_2^2 \cdot a_2^2 + \sigma_3^2 \cdot a_3^2) - \sigma_N^2$$

$$\tau^2 = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{1}{9} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

Возведя в квадрат и выполняя преобразования получим следующее выражение для

$$\tau^2 = \frac{2}{9} \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3)$$

Учитывая выражение для максимальных касательных напряжений после преобразования, можно получить следующее выражение для октаэдрического касательного напряжения:

$$\tau_0 = \pm \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$\tau_0 = \pm \frac{2}{3} \sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2}$$

Касательные октаэдрические напряжения равные 1/3 корня квадратного из суммы квадратов разности главных нормальных напряжений

$$\tau_0^2 = \frac{2}{9} \cdot (i_1^2 - 3i_2)$$

Таким образом, можно определить величину октаэдрического напряжения через компоненты, действующие по случайным не главным ортогональным площадкам, используя выражение для первого и второго инварианта тензора напряжений

$$\tau_0 = \pm \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

По своей абсолютной величине октаэдрического касательного напряжения близки к максимальным касательным напряжениям

$$0.816 \leq \frac{\tau_0}{\tau_{\max}} \leq 0.94.$$

7. Условие пластичности.

Пластическое равновесие возможно только при определенных нагрузках в отличие от упругого состояния. Тело, материал которого несжимаем, не упрочняем, называется идеально пластичным. Вид диаграммы деформации для данного материала представляется как зависимость истинного напряжения от деформации удлинения.

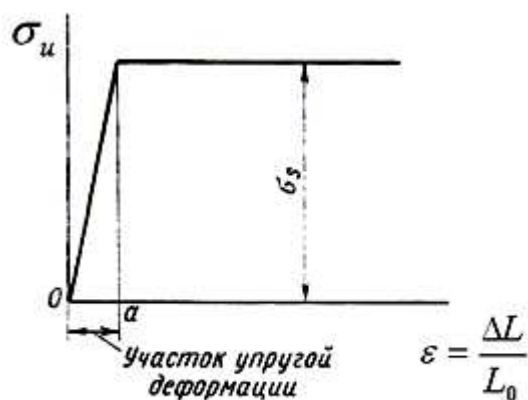


Рис. 7.1

Переход из упругого в пластическое состояние обусловлен некоторым соотношением между напряжением и его механическими свойствами при данных температурно- скоростных условиях.

В 1913-1914гг М. Губером- Р. Мизесом была выдвинута гипотеза: любая элементарная частица металлического тела переходит из упругого в пластическое состояние, когда интенсивность напряжения достигает величины равной пределу текучести материала при линейном напряженном состоянии соответствующим температурно- скоростным условиям деформирования и деформации, т.е.

$$\sigma_i = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_s$$

Условие пластичности может быть записано через октаэдрические напряжения и интенсивность касательных напряжений.

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_s$$

$$\tau_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_s = k$$

$$k = 0.585 \sigma_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_s - \text{постоянная пластичности.}$$

Условие пластичности записывается следующим образом

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

При пластической деформации сумма квадратов разности главных нормальных напряжений - есть величина определенная и равная $2\sigma_s^2$.

$$[\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2] = \frac{1}{2} \sigma_s^2$$

При пластическом деформировании сумма квадратом главных касательных напряжений - есть величина определенная и равная $\frac{1}{2} \sigma_s^2$

7.1 Физический смысл условия пластичности.

Полная потенциальная энергия деформации твердого тела складывается из потенциальной энергии изменения объема и потенциальной энергии изменения формы.

$$A_n = A_n^0 + A_\phi$$

Откуда

$$A_\phi = A_n - A_n^0$$

Из теории упругости следует, что A_n есть половина скалярного произведения тензора напряжений на тензор деформации.

$$A_n = \frac{1}{2} T_\sigma \cdot T_\varepsilon$$

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \text{ и } T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

Откуда:

$$A_n = \frac{1}{2} (\sigma_1 \cdot \varepsilon_1 + \sigma_2 \cdot \varepsilon_2 + \sigma_3 \cdot \varepsilon_3)$$

Необходимо в данное выражение подставить соотношение связывающее главные деформации и главные напряжения

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)); \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)); \varepsilon_3 = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)),$$

где μ – коэффициент Пуассона

Подстановка данных соотношений позволяет определить величину A_n

$$A_n = \frac{1}{2E} \left[(\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 + (\sigma_3)^2 - 2 \cdot \mu (\sigma_1 \cdot \varepsilon_1 + \sigma_2 \cdot \varepsilon_2 + \sigma_3 \cdot \varepsilon_3) \right]$$

Удельная потенциальная энергия изменения объема A_n^0 определяется как половина скалярного произведения шарового тензора напряжения на шаровой тензор деформации:

$$A_n^0 = \frac{1}{2} T_\sigma^0 \cdot T_\varepsilon^0,$$

$$\text{где } T_\sigma^0 = \begin{pmatrix} \sigma_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{cp} \end{pmatrix} \text{ и } T_\varepsilon^0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{cp} \end{pmatrix}$$

Подстановка значений T_σ^0 и T_ε^0 позволяет определить величину A_n^0

$$A_n^0 = \frac{3}{2} \sigma_{cp} \cdot \varepsilon_{cp} = \frac{1}{6E} \left[(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - 2\mu(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \right],$$

$$\text{где } \sigma_{cp} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \varepsilon_{cp} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$$

Удельная потенциальная энергия изменения формы A_ϕ при этих значения A_n и A_n^0 равны

$$A_\phi = \frac{1+\mu}{6E} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]$$

$$A_{\phi} = \frac{1+\mu}{6E} \cdot 2(\sigma_s)^2$$

Таким образом, количество удельной потенциальной энергии упругой деформации формы элемента тела при его пластической деформации для данных условий деформирования- есть величина постоянная независимо от схемы напряженного состояния.

Данное выражение носит название энергетического условия пластичности Губера-Мизеса.

7.2. Геометрический смысл условия пластичности.

Если в энергетическом условии пластичности

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \cdot (\sigma_s)^2$$

рассматривать напряжения $\sigma_{1,2,3}$ как текущие координаты, то данное уравнение есть поверхность неограниченного по длине круглого

цилиндра с радиусом $r = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sigma_s$, ось которого проходит через начало координат и одинаково наклонена к осям координат, составляет с каждой из них угол, косинус которого равен $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

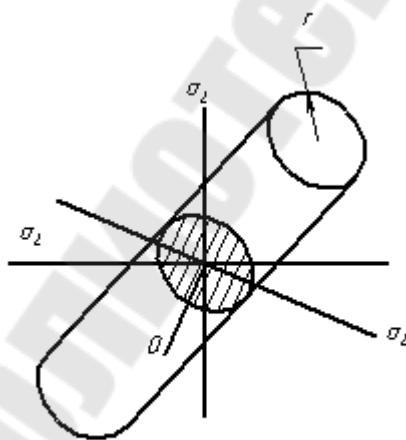


Рис. 7.2

При нахождении точки на поверхности цилиндра, т.е. при определенном соотношении напряжений $\sigma_{1,2,3}$, тело находится в пластичном состоянии. Данная поверхность, есть предельная поверхность пластической деформации.

Если точка находится внутри данного цилиндра, то сочетание напряжений $\sigma_{1,2,3}$ характеризует упругое состояние.

При определенном соотношении $\sigma_{1,2,3}$, когда точка расположена вне цилиндра, данное соотношение напряжений теряет физический смысл.

Чем больше предел текучести σ_s , тем больше радиус цилиндра, т.е. при упрочнении радиус цилиндра увеличивается. Окружность на поверхности цилиндра определяет геометрическое место точек, которое характеризует предельное напряженное состояние, т.е. напряженное состояние с одинаковым шаровым тензором.

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = p \cdot \sqrt{3}$$

где p - длина нормали от начала координат до соответствующей плоскости.

Для круга проходящего через начало координат, сумма соответствующих напряжений равно нулю, т.е. напряженное состояние чисто денаторное.

Пусть одно из главных напряжений, например, $\sigma_2 = 0$, тогда условие пластичности заменяется следующим образом:

$$(\sigma_1)^2 + (\sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \cdot (\sigma_s)^2$$

Или

$$(\sigma_1)^2 + (\sigma_3)^2 - \sigma_3 \cdot \sigma_1 = (\sigma_s)^2$$

Данное уравнение определяет эллипс с центром в начале координат и осями, наклоненными под углом $\frac{\pi}{4}$ к соответствующим осям координат.

Напряженное состояние, в этом случае, характеризуется плоским напряженным состоянием. Эллипс есть предельный контур пластичности для плоского напряженного состояния.

7.3. Частные случаи выражения пластичности.

Если оси выражены в произвольной системе координат, то условия пластичности для этого случая, принимает следующий вид

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \cdot [(\tau_{xy})^2 + (\tau_{yz})^2 + (\tau_{zx})^2] = 2 \cdot (\sigma_s)^2$$

Для плоского напряженного состояния компоненты напряжения с осью y равны нулю

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = \sigma_y = 0$$

Тогда пластичность запишется следующим образом

$$(\sigma_x)^2 + (\sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \cdot \tau_{zx}^2 = 2 \cdot \sigma_s^2$$

$$\sigma_x^2 + \sigma_z^2 + \sigma_x \cdot \sigma_z + 3 \cdot \tau_{zx}^2 = \sigma_s^2$$

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 + \sigma_1 \cdot \sigma_3 = \sigma_s^2$$

Плоское деформированное состояние характеризуется следующими значениями напряжений

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$$

Постановка последних в условии пластичности позволяет получить следующее выражение

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2 = \frac{4}{3} \sigma_s^2$$

Так как $k = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_s$ и $\sigma_s^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s$, условие пластичности переписывается в виде

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4 \cdot \tau_{zx}^2 = 4 \cdot k^2$$

В главных напряжениях условия пластичности примет вид

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s = \pm \sigma_s^* = \pm 2 \cdot k$$

Учитывая связь главных напряжений и максимального касательного напряжения можно получить

$$\tau_{13} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_s = \pm \frac{1}{2} \sigma_s^* = \pm k$$

7.4. Влияние среднего по величине главного напряжения.

При пластическом формоизменении существуют следующие неравенства:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Напряжение σ_2 называется средним главным напряжением и обозначается $\sigma_{сз}$. Данное напряжение не является средним $\sigma_{сз} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$. Пусть среднее главное напряжение $\sigma_2 = \sigma_{сз} = \sigma_1$

Подстановка данного напряжения в условия пластичности дает следующую зависимость:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \sigma_s \text{ или } \tau_{13} = \pm \frac{1}{2} \sigma_s.$$

Пусть $\sigma_2 = \sigma_{сз} = \sigma_3$. Тогда $\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \sigma_s$ или $\tau_{13} = \pm \frac{1}{2} \sigma_s$.

Знаки "±" подставлена потому, что $\sigma_s > 0$, а $\sigma_1 - \sigma_3$ может иметь любой знак.

Пусть $\sigma_2 = \sigma_{c2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$. Тогда $\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s$.

В общем случае имеем

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \beta \cdot \sigma_s,$$

Где $\beta = \left(1 \dots \frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 1 \dots 1,15$ - переменный коэффициент,

достигающий максимума при плоском деформированном состоянии.

Напряжение состояния твердого тела характеризуется параметром ν_σ , определяемой по диаграмме напряжений Мора.

$$\nu_\sigma = \frac{2 \cdot \sigma_{c2} - \sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} = \frac{2 \cdot \sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

Определяем значение параметра напряжения состояния ν_σ , когда среднее главное соответственно равны крайним- $\sigma_{c2} = \sigma_1 = \sigma_3$

и равно полусумме крайних- $\sigma_{c2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$

- 1) При $\sigma_2 = \sigma_{c2} = \sigma_1$, $\nu_\sigma = 1$
- 2) При $\sigma_2 = \sigma_{c2} = \sigma_3$, $\nu_\sigma = -1$
- 3) При $\sigma_2 = \sigma_{c2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$, $\nu_\sigma = 0$

Из выражения для ν_σ можно определить величину σ_2

$$\sigma_2 = \frac{\nu_\sigma (\sigma_1 - \sigma_3)}{2} + \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2}$$

Подстановка данного выражения в условие пластичности дает следующие выражение

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3 + \nu_\sigma^2}} = \sigma_s, \text{ т.е. } \beta = \frac{2}{\sqrt{3 + \nu_\sigma^2}}.$$

График изменения параметра β в зависимости от ν_σ носит название кривой Лодэ.

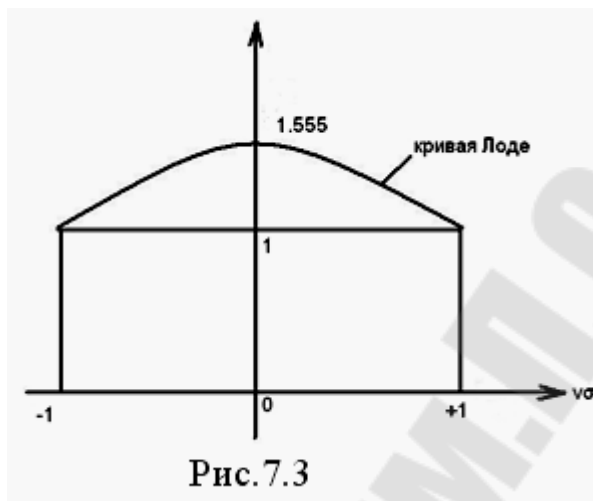


Рис. 7.3

7.5.Связь между напряжениями деформации при пластическом деформировании.

Экспериментально установлено, что в каждый момент активной пластической деформации:

1) направления главных линейных деформаций совпадает с направлениями главных нормальных напряжений.

2) Диаграмма напряжений Мора для деформированного состояния геометрически подобна диаграмме Мора для напряжения.

Диаграмма напряжений по Мору дает графическое представление о совокупности векторов напряжения, действующих в различных наклонных площадках, рассматриваемых в системе главных осей. Аналогична, диаграмма Мора для деформации.

3) сохраняется условие постоянства объема, т.е.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$$

Из подобия диаграмм Мора для деформированного и напряженного состояния следует связь между последними:

$$\frac{2 \cdot \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} = \frac{2 \cdot \sigma_{сз} - \sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} = \frac{2 \cdot \sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

$$\nu_{\sigma} = \nu_{\varepsilon}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2} (\sigma_2 - \sigma_3) \right]$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2 \cdot G} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2} (\sigma_2 + \sigma_3) \right]$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\varepsilon_2 - \varepsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} = 2G',$$

где $G' = \frac{1}{3} E'$ - модуль деформации 2-го рода

7.6. Компоненты перемещений и деформаций в элементарном объеме.

При обработке давлением металл получает остаточные значительные деформации. Если тело деформируется, то каждая точка смещается из своего первоначального положения. Однако тело находится в равновесии и не имеет возможности перемещаться на единое целое. Перемещение точки при пластической деформации происходит исключительно в следствие деформации.

Если координаты точки в начальный момент соответственно равны x, y, z , а после деформации x', y', z' , то проекции перемещений на координатные оси равны

$$U_x = x' - x$$

$$U_y = y' - y$$

$$U_z = z' - z$$

Компоненты перемещений точек тела и их производные являются непрерывными функциями координат.

В общем случае элементарный прямоугольный параллелепипед после деформации изменит не только свое положение, но и свою форму. Длина ребер изменяется, а углы перестанут быть прямыми. В пределах малых деформаций будут иметь место наличие двух видов деформаций относительные: линейные деформации величина которых равна ε_i и угловые или относительные сдвиги $\gamma_{ij}(i, j = x, y, z)$, т.е.

$$\varepsilon_i (i = x, y, z)$$

$$\gamma_{ij} (i, j = x, y, z)$$

В процессе деформации имеем 6 компонент деформаций

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} & \gamma_{yz} & \gamma_{zx} \end{vmatrix}$$



Рис. 7.4

В процессе деформации происходит поворот соответственных ребер ab в направлении оси y на угол α_{xy} , а ребра ac на угол α_{yx} в направлении оси x , причем суммарная сдвиговая деформация

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \alpha_{xy} + \alpha_{yx}.$$

Выразим компоненты деформации через компоненты перемещений точек элементарного параллелепипеда. Для этого выделим в окрестностях точки M деформированного тела элементарный параллелепипед с малыми ребрами dx, dy, dz , параллельными осям координат, а его вершина совпадает с точкой M .

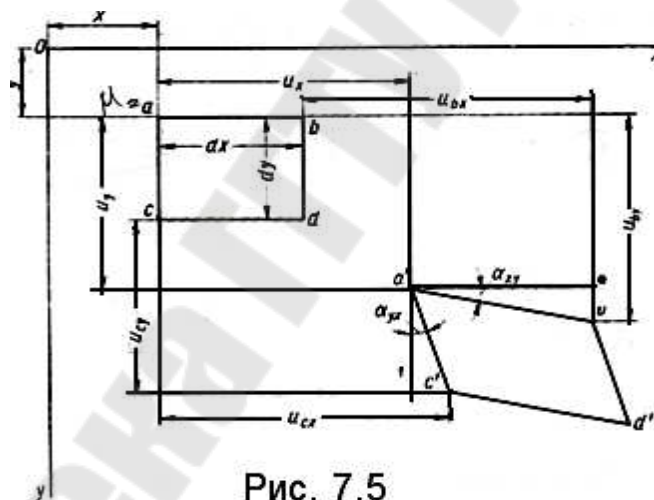


Рис. 7.5

Здесь $abcd$ – проекция элементарного параллелепипеда на плоскость xy до деформации.

Точка a совпадает с точкой M . После деформации точки $abcd$ получили перемещения

$$a \rightarrow a'$$

$$b \rightarrow b'$$

$$c \rightarrow c'$$

$$d \rightarrow d'$$

В результате деформации точка а получили перемещения U_x и U_y .

Точка b находится на бесконечно малом расстоянии dx от точки а оси x. Перемещение точки В будет отличаться от перемещения точки а на бесконечно малое приращение, т.е.

$$U_{bx} = U_x + \frac{\partial U_x}{\partial x} dx$$

Аналогично перемещение точки с в направлении оси у будет отличаться от перемещения точки а в направлении оси у на бесконечно малую величину, т.е.

$$U_{cy} = U_y + \frac{\partial U_y}{\partial y} dy$$

Относительные деформации при этом равны

$$\varepsilon_x = \frac{U_{bx} - U_x}{dx} = \frac{U_x + \frac{\partial U}{\partial x} dx - U_x}{dx} = \frac{\partial U_x}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{U_{cy} - U_y}{dy} = \frac{U_y + \frac{\partial U}{\partial y} dy - U_y}{dy} = \frac{\partial U_y}{\partial y}$$

Аналогично можно получить $\varepsilon_z = \frac{\partial U_z}{\partial z}$

Перемещение точки U_{by} будет отличаться от перемещения точки U_y на бесконечно малую величину:

$$U_{by} = U_y + \frac{\partial U_y}{\partial x} dx$$

Аналогично определяется перемещение точки U_{cx}

$$U_{cx} = U_x + \frac{\partial U_x}{\partial y} dy$$

Считается, что тангенсы угла поворота α_{xy} и α_{yx} для малых деформаций равны соответствующим углам. Их треугольника $a'b'e$ при малости угла α_{xy}

$$\alpha_{xy} = \frac{eb'}{a'e} = \frac{U_{by} - U_y}{U_{bx} + dx - U_x} = \frac{U_y + \frac{\partial U_y}{\partial x} dx - U_y}{U_x + \frac{\partial U_x}{\partial y} dx + dx - U_x} = \frac{\frac{\partial U_y}{\partial x} dx}{dx(\frac{\partial U_x}{\partial y} + 1)} = \frac{\partial U_y}{\partial x}$$

Для малых деформаций величина $\frac{\partial U_x}{\partial y}$ является малой величиной меньше 1, т.е.

$$\alpha_{xy} = \frac{\partial U_y}{\partial x}$$

Аналогично из треугольника $a'c'f$ можно получить

$$\alpha_{yx} = \frac{fc'}{a'f}; \alpha_{yx} = \frac{\partial U_x}{\partial y}$$

Результирующая сдвиговая деформация определяется как сумма последних

$$\gamma_{xy} = \alpha_{xy} + \alpha_{yx} = \frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial y}$$

Поступая аналогичным образом можно определить все выражения, характеризующие линейные и сдвиговые деформации:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial U_y}{\partial y}; \varepsilon_z = \frac{\partial U_z}{\partial z};$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U_y}{\partial x} + \frac{\partial U_x}{\partial y}; \gamma_{yz} = \frac{\partial U_z}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial z}; \gamma_{zx} = \frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x}$$

Данные уравнения носят названия уравнения О.Л.Коши

Величина пластических сдвигов γ_{ij} является суммой углов поворота ребер элементарного параллелепипеда в направлении соответствующей оси. Результат изменения формы безразличен в отношении значений углов α , лишь бы их сумма оставалась постоянной и равной γ . Это дает возможность представлять данные сдвиговых деформаций равными между собой и воспользоваться записью тензора напряжений, т.е. деформированное состояние характеризуется некоторым тензором T_ε :

$$T_\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{Bmatrix}$$

По аналогии с напряженным состоянием тензор деформации может быть разложен на две составляющие:

$$T_\varepsilon = T_\varepsilon^0 + D_\varepsilon,$$

где T_ε^0 - шаровой тензор деформаций;

D_ε - девиатор деформаций;

Из условия постоянства объема: $T_\varepsilon^0 = 0, T_\varepsilon = D_\varepsilon$

7.7. Неразрывная деформация.

Компоненты деформации в уравнении О.Л.Коши определяются тремя компонентами перемещения U_x, U_y, U_z . Деформированное состояние не является произвольным, а между ними существует некоторая связь. Данная связь между линейными и сдвиговыми деформациями определяется условием совместности или неразрывности деформации.

Для плоского напряженно-деформированного состояния уравнения О.Л.Коши записываются в виде

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial U_z}{\partial z}$$
$$\gamma_{zx} = \frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x}$$

Дифференцируем первое уравнение дважды по Z , второе дважды по X . Имеем

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^3 U_x}{\partial x \partial z^2}; \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 U_z}{\partial z \partial x^2}$$

Сложим почленно и преобразуем

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial x \partial z}$$

Полученное уравнение носит название - уравнение неразрывности деформации.

7.8.Скорость перемещения, скорость деформации.

В процессе деформации материальные точки последовательно перемещаются с некоторой скоростью \dot{U}_i , которая является компонентой координат и времени, т.е.

$$\dot{U}_i = f(i, t); (i = x, y, z)$$

$$\dot{U}_x = \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

$$\dot{U}_y = \frac{\partial u_y}{\partial t}$$

$$\dot{U}_z = \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

Скорость деформации $\dot{\varepsilon}_x$ есть компонент производной скорости перемещения по соответствующей координате.

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{\partial \dot{U}_x}{\partial x} = \frac{\partial U_x}{\partial x \partial t} = \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t}$$

Аналогично для других скоростей деформации имеем

$$\dot{\varepsilon}_y = \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t}; \dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t}$$

Скорость сдвиговой деформации:

$$\dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial \dot{U}_y}{\partial x} + \frac{\partial \dot{U}_x}{\partial y} = \frac{\partial U_y}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial y \partial t} = \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t}$$

Т.е. компоненты скорости деформации равны частной производной от скорости перемещения по соответствующей координате.

Тензор скоростей деформации может быть представлен в виде

$$\dot{T}_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_x & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{xy} & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{xz} \\ \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{yx} & \dot{\varepsilon}_y & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{yz} \\ \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{zx} & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{zy} & \dot{\varepsilon}_z \end{pmatrix}$$

При пластической деформации объем тела не изменяется и тензор скоростей деформации является девиатором деформации.

$$\dot{T}_{\varepsilon} = \dot{T}_{\varepsilon} + \dot{D}_{\varepsilon}; \quad \dot{T}_{\varepsilon} = \dot{D}_{\varepsilon}$$

7.9. Однородная деформация.

Из уравнения О.Л.Коши следует, что компоненты малой деформации элементарного параллелепипеда являются линейной функцией от производной перемещения по координатам. Если перемещение есть линейная функция координат, а величина относительной деформации постоянна, то такая деформация называется однородной. Она характеризуется:

- 1) Плоскость и прямые до деформации остаются ими же и после деформации.
- 2) Параллельные плоскости и прямые остаются ими же и после деформации.

3) Две подобные фигуры подобно расположенные в пространстве при однородной деформации остаются геометрически подобными и подобно расположенными.

Содержание

Введение.....	3
1. Природа пластической деформации.....	7
Понятие о пластической деформации.....	7
Симметрия кристаллов.....	11
Кристаллические системы.....	12
Элементарные ячейки.....	13
Индексы направлений и плоскостей кристаллической решётки.....	14
Определение структуры кристаллов.....	16
2. несовершенства в кристаллах.....	18
Тепловые колебания.....	19
Точечные дефекты.....	20
Линейные дефекты кристаллической решётки.....	22
3. Механизмы пластической деформации.....	29
Механизмы пластической деформации в монокристаллах.....	29
Другие механизмы пластической деформации в монокристаллах.....	34
Межкристаллитная или межзеренная деформация.....	35
4. Упрочнение при холодной деформации.....	38
5. Влияние температуры и скорости деформации на процесс деформирования.....	43
Деформация при повышенных температурах. Возврат и рекристаллизация.....	43
Диаграмма рекристаллизации второго рода.....	45
Диаграмма рекристаллизации первого рода.....	46
Виды деформации при ОМД.....	46
Влияние температуры на свойство металла.....	47
Условие постоянства объема.....	49
Влияние скорости деформации на пластичность и напряжение текучести.....	52
Понятие о сверхпластичности.....	53

6. Напряжения.....	55
Напряжения в координатных площадках.....	55
Напряжения в наклонных площадках.....	57
Главное нормальное напряжение.....	59
Понятие о тензоре напряжений.....	61
Эллипсоид напряжения.....	64
Главные касательные напряжения.....	65
Октаэдрические напряжения.....	68
7. Условие пластичности.....	70
Физический смысл условия пластичности.....	72
Геометрический смысл условия пластичности.....	74
Частные случаи выражения пластичности.....	76
Влияние среднего по величине главного напряжения.....	77
Связь между напряжениями и деформациями при пластической деформации.....	79
Компоненты перемещений и деформаций в элементарном объеме.....	80
Неразрывная деформация.....	86
Скорость перемещения, скорость деформации.....	87
Однородная деформация.....	88

Верещагин Михаил Николаевич

**ТЕОРИЯ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ
ДАВЛЕНИЕМ**

**Курс лекций
по одноименной дисциплине для студентов
специальностей 1-36 01 05 «Машины и технология
обработки материалов давлением»,
1-42 01 01 «Металлургическое производство
и материалобработка (по направлениям)»,
1-36 20 02 «Упаковочное производство
(по направлениям)»
дневной и заочной форм обучения**

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 10.06.10.

Пер. № 6Е.
E-mail: ic@gstu.by
<http://www.gstu.by>