

# **МЕТОД ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ В СИСТЕМЕ «МЕХАНИЧЕСКИЙ КЛИНОВИДНЫЙ НАНОДВОЙНИК – ТРЕЩИНА» ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ СДВИГЕ**

**Введение.** Проблемы прочности и разрушения твердых тел в настоящее время представляется важной задачей, и интерес к этим проблемам не ослабевает ввиду огромного прикладного значения [1]. Под разрушением понимается мезоскопическое нарушение сплошности тела в результате воздействия на него деформирующих нагрузок. Одной из наиболее важных проблем является дислокационное формирование микротрешины, способной в определенных условиях приводить к разрушению целостности металла [2].

Таким образом, большой интерес вызывает оценка прочности, а так же анализ напряженно-деформированного состояния в системе «скольжение – поврежденность». Поэтому представляет интерес

моделирование условий, при которых реализуется зарождение трещины вблизи механического клиновидного нанодвойника.

Целью данной работы является методика расчета полей напряжений в системе «механический клиновидный нанодвойник – трещина».

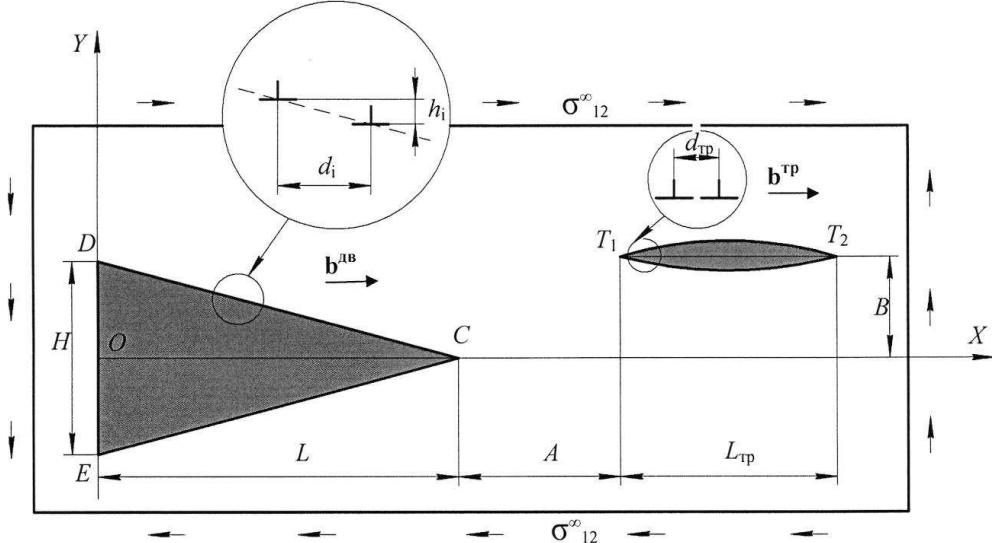
**Постановка задачи.** Рассмотрим схематическое изображение механического остаточного клиновидного нанодвойника (рис. 1), который находится вблизи трещины вдали от поверхности кристалла. Параметры  $d_i$  и  $h_i$  отвечают за расстояние между двойникоющими

---

**Влашевич Владислав Владимирович**, аспирант Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого.

**Остриков Олег Михайлович**, к.физ.-мат.н., доцент, зав. кафедрой «Инженерная графика» Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого.

Беларусь, ГГТУ, 246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.



**Рисунок 1 – Схематическое изображение системы «механический клиновидный нанодвойник – трещина» при поперечном сдвиге до снятия нагрузки**

дислокациями на некогерентном участке границы нанодвойника,  $L$  – длина некогерентного участка нанодвойника,  $H$  – его наибольшая ширина (см. рис. 1). Пусть в поле напряжений двойника расположена трещина поперечного сдвига длиной  $L_{tp}$ , берега которой находятся под действием касательного напряжения  $\sigma^\infty_{12}$  (напряжения дальнего поля). После образования трещины нагрузка снята и на рис. 1 показана остаточная картина после снятия напряжений  $\sigma^\infty_{12}$ . Трещина моделируется линейным распределением краевых дислокаций. Вектор Бюргерса каждой дислокации параллелен оси  $OX$ :  $b_x = b^{tp}$ ,  $b_y = 0$ ,  $b_z = 0$  [1]. Расстояние между дислокациями в трещине  $d_{tp} = a$ , где  $a$  – межатомное расстояние [3].

Расчет полей напряжений у нанодвойника подробно рассмотрен в [4]. Формулы для расчета компонент тензора напряжений можно представить в виде [4]:

$$\sigma_{xx}^{AB}(x,y) = \frac{b_{kp}^{AB} \cdot \mu}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{(y+nh_1) \left[ 3 \cdot (x+nd_1-L_1)^2 + (y+nh_1)^2 \right]}{\left[ (x+nd_1-L_1)^2 + (y+nh_1)^2 \right]^2} + \right. \\ \left. \sum_{m=1}^M \frac{(y-mh_2) \left[ 3 \cdot ((x+md_2)-L_2)^2 + (y-mh_2)^2 \right]}{\left[ ((x+md_2)-L_2)^2 + (y-mh_2)^2 \right]^2} \right\} \quad (1)$$

$$\sigma_{yy}^{AB}(x,y) = \frac{b_{kp}^{AB} \cdot \mu}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{(y+nh_1) \left[ (x+nd_1-L_1)^2 - (y+nh_1)^2 \right]}{\left[ (x+nd_1-L_1)^2 + (y+nh_1)^2 \right]^2} + \right. \\ \left. \sum_{m=1}^M \frac{(y-mh_2) \left[ ((x+md_2)-L_2)^2 - (y-mh_2)^2 \right]}{\left[ ((x+md_2)-L_2)^2 + (y-mh_2)^2 \right]^2} \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_{xy}^{AB}(x,y) = \frac{b_{kp}^{AB} \cdot \mu}{2\pi(1-\nu)} \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{(y+nh_1) \left[ (x+nd_1-L_1)^2 - (y+nh_1)^2 \right]}{\left[ (x+nd_1-L_1)^2 + (y+nh_1)^2 \right]^2} + \right. \\ \left. \sum_{m=1}^M \frac{(y-mh_2) \left[ (x+md_2-L_2)^2 - (y-mh_2)^2 \right]}{\left[ (x+md_2-L_2)^2 + (y-mh_2)^2 \right]^2} \right\} \quad (3)$$

$N$ ,  $M$  – число двойникующих дислокаций на каждой из двойниковых границ;  $d_i$  и  $h_i$  – проекции на оси  $OX$  и  $OY$  отрезка соединяющие две соседние двойникующие дислокации на одной из двойниковых границ ( $i$  – индекс, определяющий принадлежность двойникующей дислокации к той или иной двойниковой границе);  $\mu$  – модуль сдвига;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $L_1$  – длина участка  $CE$  клиновидного нанодвойника  $CDE$ , где  $L_1=Nd_1$  (см. рис. 1);  $L_2$  – длина участка  $CD$  клиновидного нанодвойника  $CDE$ , где  $L_2=Md_2$  (см. рис. 1);  $b_{kp}^{AB}$  – модуль краевой составляющей вектора Бюргерса клиновидного нанодвойника.

Распределение полей напряжений, созданных трещиной с модулем вектора Бюргерса ( $b_{tp}$ ), находим с помощью соотношений:

$$\sigma_{xx}^{tp}(x,y) = \frac{b_{tp} \cdot \mu}{2\pi(1-\nu)} \cdot \int_0^{L_{tp}} p(\xi) \cdot \left[ \frac{(y-B) \left[ 3 \cdot ((x-\xi)-A)^2 + (y-B)^2 \right]}{\left[ ((x-\xi)-A)^2 + (y-B)^2 \right]^2} \right] d\xi \quad (4)$$

$$\sigma_{yy}^{tp}(x,y) = \frac{b_{tp} \cdot \mu}{2\pi(1-\nu)} \cdot \int_0^{L_{tp}} p(\xi) \cdot \left[ \frac{(y-B) \left[ ((x-\xi)-A)^2 + (y-B)^2 \right]}{\left[ ((x-\xi)-A)^2 + (y-B)^2 \right]^2} \right] d\xi \quad (5)$$

$$\sigma_{xy}^{tp}(x,y) = \frac{b_{tp} \cdot \mu}{2\pi(1-\nu)} \cdot \int_0^{L_{tp}} p(\xi) \cdot \left[ \frac{((x-\xi)-A) \left[ ((x-\xi)-A)^2 + (y-B)^2 \right]}{\left[ ((x-\xi)-A)^2 + (y-B)^2 \right]^2} \right] d\xi \quad (6)$$

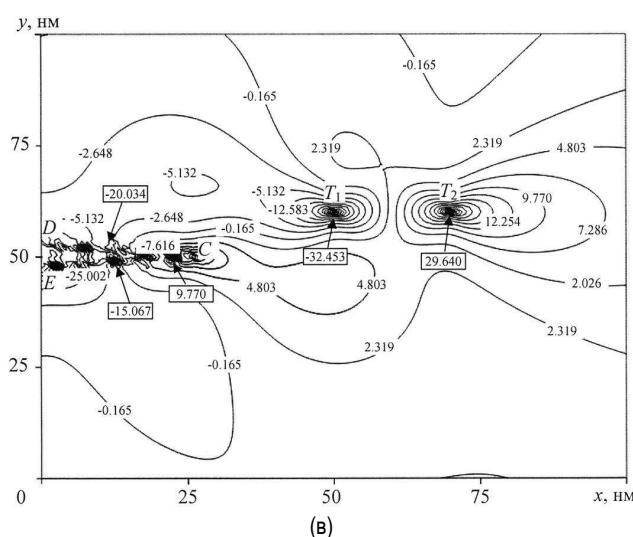
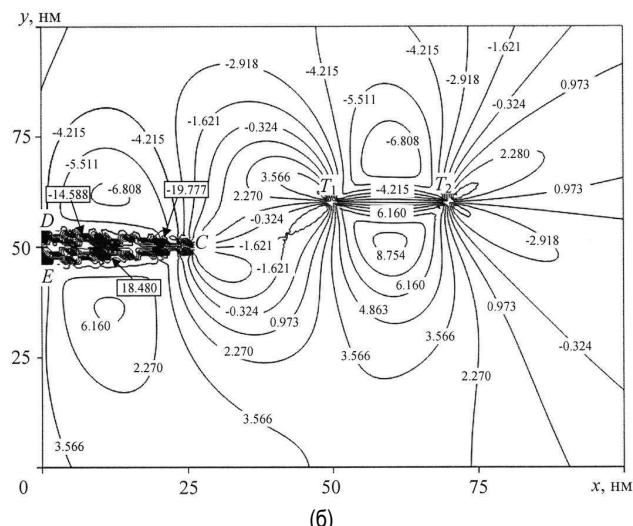
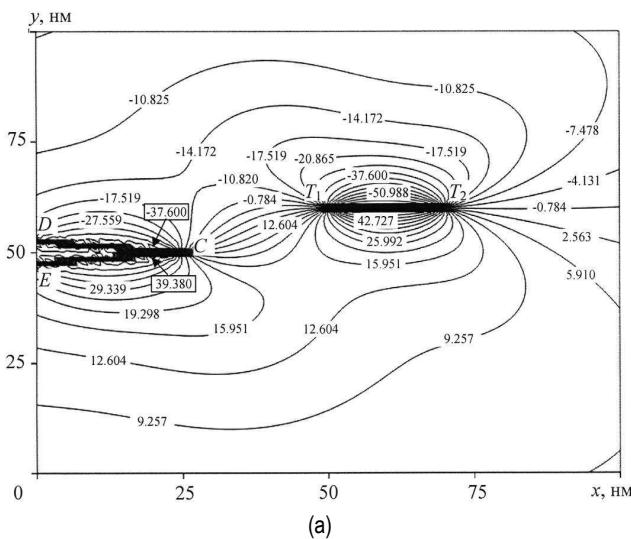
где  $A$  и  $B$  – проекции на оси  $OX$  и  $OY$ , позволяющие регулировать положение трещины относительно вершины  $C$  нанодвойника;  $L_{tr}$  – длина трещины.

Зная поля напряжений и используя соотношения распределения напряжений для трещин при поперечном сдвиге, рассмотренных Астафьевым В.И., Радаевым Ю.Н., Степановой Л.В. [1], применяя принцип суперпозиции, получаем формулы для расчета полей напряжений в системе «механический клиновидный двойник – трещина»:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx}(x,y) &= \sigma_{xx}^{\text{DB}}(x,y) + \sigma_{xx}^{\text{TP}}(x,y), \\ \sigma_{yy}(x,y) &= \sigma_{yy}^{\text{DB}}(x,y) + \sigma_{yy}^{\text{TP}}(x,y), \\ \sigma_{xy}(x,y) &= \sigma_{xy}^{\text{DB}}(x,y) + \sigma_{xy}^{\text{TP}}(x,y). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

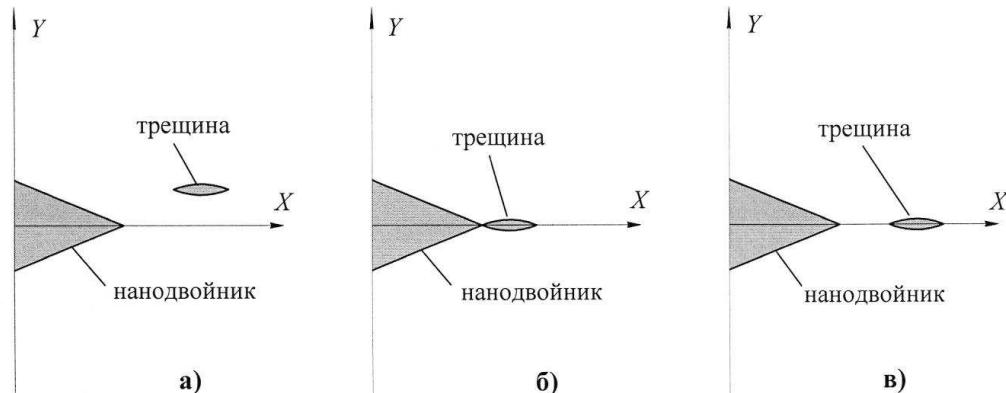
**Результаты расчетов и их обсуждение.** Результаты расчетов полей напряжений представлены на рис. 2–4. Принималось:  $N=10$ ;  $M=10$ ;  $\mu=81$  МПа;  $v=0,29$ ;  $d=2,5$  нм;  $h=0,25$  нм;  $b_{kp}^{\text{дв}}=0,5$  нм;  $b_{tp}=0,5$  нм;  $A=10$  нм;  $B=50$  нм;  $d_{tp}=1,17$  нм [5].

Участок  $CDE$  имеет клиновидную форму и является некогерентным, нанодвойник  $CDE$ , как и трещина  $T_1T_2$ , направлены вдоль оси  $OX$  (рис. 2, а). Вдоль границ нанодвойника, как и у берегов трещины, наблюдается локализация полей напряжений. На участке  $CE$  значения напряжений положительные, а на участке  $CD$  – отрицательные (рис. 2, а). Максимальные значения полей напряжений сконцентрированы на берегах трещины  $T_1T_2$ . С одной стороны напряжения сжимающие, а с другой растягивающие.

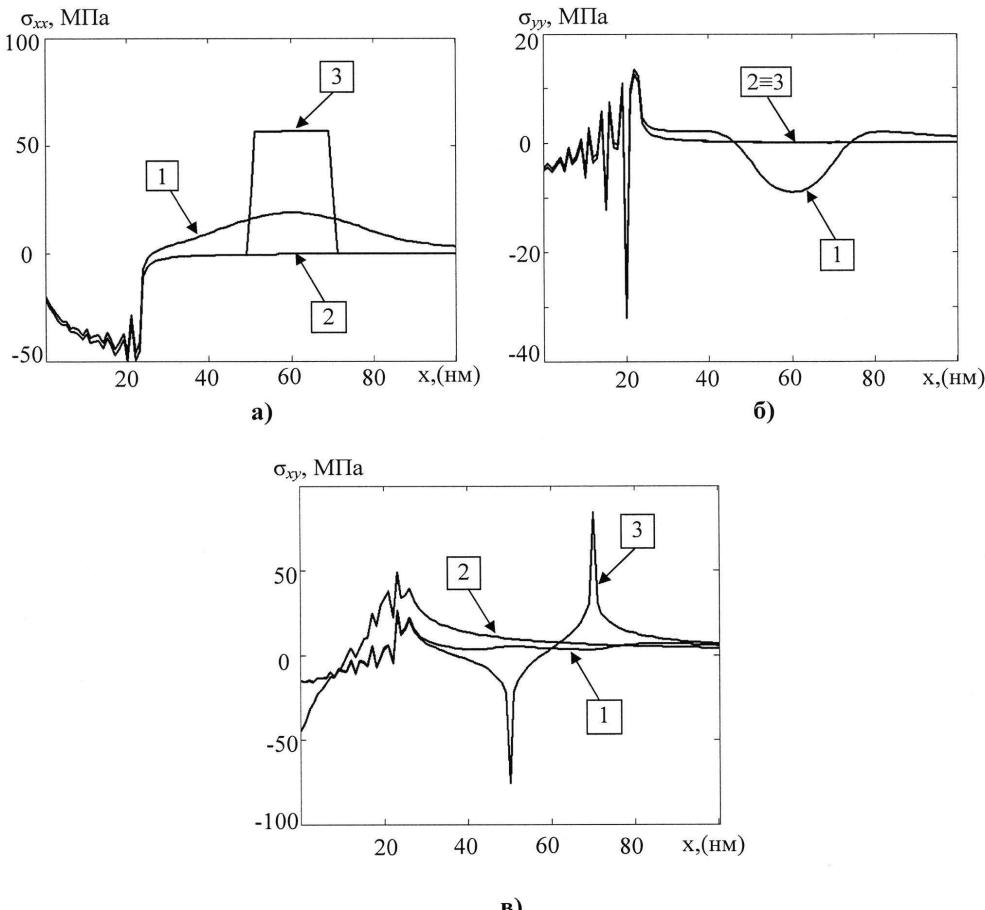


**Рисунок 2 – Распределение напряжений в системе «механический клиновидный двойник – трещина»: а)  $\sigma_{xx}(x,y)$ ; б)  $\sigma_{yy}(x,y)$ ; в)  $\sigma_{xy}(x,y)$  (МПа)**

На рис. 2, б представлено распределение нормальных напряжений  $\sigma_{yy}$ . Концентрация напряжений наблюдается в области нанодвойника  $CDE$ . Максимальные напряжения  $\sigma_{yy}$  сосредоточены в средней части нанодвойника, но на противоположных границах нанодвойника напряжения различны. У берегов и вершин трещины  $T_1 T_2$  значения полей напряжений имеют ярко выраженный минимум. Максимальные напряжения находятся в средней части трещины  $T_1 T_2$ . У вершин трещины  $T_1 T_2$  напряжения знакопеременны.



**Рисунок 3** – Схематическое изображение расположения трещины относительно нанодвойника: а) когда  $A$  и  $B \neq 0$ ; б) когда  $A$  и  $B = 0$ ; в) когда  $A = 50$  нм,  $B = 0$



**Рисунок 4 – Зависимость компонент тензора напряжений в системе «механический клиновидный двойник – трещина» при поперечном сдвиге:**  
а)  $\sigma_{xx}(x,y)$ ; б)  $\sigma_{yy}(x,y)$ ; в)  $\sigma_{xy}(x,y)$

Складывающие напряжения  $\sigma_{xy}$  показаны на рис. 2, в. Напряжения на участке нанодвойника  $DE$  отрицательны у точки  $C$  положительны. У вершин трещины  $T_1 T_2$  напряжения максимальны, но знакопеременные. В точке  $T_1$  напряжения сжимающие, в точке  $T_2$  – растягивающие. Это стимулирует рост трещины вдоль оси  $OX$  в направлении от нанодвойника.

Рассмотрим зависимость компонент тензора напряжений от расположения зарождающейся трещины (рис. 3). Расчет осуществлялся для трех случаев, когда  $A=50$  нм,  $B=10$  нм – первый случай (рис. 3, а), Второй случай –  $A=B=0$  (рис. 3, б), и третий случай  $A=50$  нм,  $B=0$  (рис. 3, в), где  $A$  – расстояние, позволяющее регулировать положение трещины относительно вершины нанодвойника вдоль оси  $OX$ ;  $B$  – расстояние, позволяющее регулировать положение трещины относительно оси  $OY$ .

Зависимость тензора напряжений  $\sigma_{xy}$  от расположения трещины показана на рис. 4, а, на котором изображены три случая расположения трещины относительно нанодвойника. Видно, что диапазон по оси  $OX$  от 0 до 30 нм указывает на напряжения нанодвойника, а от 40 до 80 нм – на напряжения трещины. Во всех трех случаях компоненты  $\sigma_{xy}$  напряжения нанодвойника отрицательны. Максимальные напряжения наблюдаются у трещины в третьем случае, когда ось  $OX$  проходит через трещину (при  $B=0$ ).

На рис. 4, б, на котором рассмотрена зависимость тензора напряжений  $\sigma_{yy}$  от расположения трещины, наблюдаются осцилляции напряжений у нанодвойника. Причем частота колебаний усиливается. Минимальные значения напряжений у трещины в первом случае, когда  $A$  и  $B \neq 0$ . Напряжения во втором и третьем случае равны, так как трещина лежит на оси  $OX$ .

Зависимость тензора напряжений  $\sigma_{xy}$  от расположения трещины показана на рис. 4, в. Максимум напряжений имеет нанодвойник во втором случае, затем резкое падение напряжений, в первом наобо-

рот – рост. В третьем случае, когда ось  $OX$  проходит через трещину, присутствуют ярко выраженные всплески напряжений. Это связано с сингулярностью у вершин трещины.

**Заключение.** В результате проведенного исследования, в системе «механический клиновидный двойник – трещина» при поперечном сдвиге установлено, что осцилляция напряжений у нанодвойника связана с дискретностью распределения двойникующих дислокаций. Ярко выраженные максимум и минимум напряжений находятся у трещины. Всплески напряжений, когда ось  $OX$  проходит через трещину, связаны с сингулярностью у вершин трещины.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Астафьев, В.И. Нелинейная механика разрушения / В.И. Астафьев, Ю.Н. Радаев, Л.В. Степанова – Самара: Издательство «Самарский университет», 2004. – 562 с.
2. Федоров, В.А. Дислокационные механизмы разрушения двойникующихся материалов / В.А. Федоров, Ю.И. Тялин, В.А. Тялина – М.: Издательство «Машиностроение – 1», 2004. – 336 с.
3. Остриков, О.М. Поле упругих деформаций и смещений в системе «клиновидный нанодвойник – цепочка полных дислокаций» // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого, Гомель. – 2011. – № 4. – С. 34–44.
4. Влашевич, В.В. Метод расчета напряженного состояния, обусловленного динамическим нанодвойником / В.В. Влашевич, О.М. Остриков // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого, Гомель. – 2014. – № 2. – С. 43–50.
5. Металловедение и термическая обработка стали. Справ. изд. в 3-х т. / Под ред. М.Л. Берштейна, А.Г. Ращадта. – 4-е изд., перераб. и доп. Основы термической обработки: в 2-х кн. – Кн. 1. – М.: Металлургия, 1995. – Т. 2. – 336 с.

Материал поступил в редакцию 11.01.2017

*Вестник Брестского государственного технического университета. №4. 2016*

---

**VLASHEVICH V.V., OSTRIKOV O.M. Method of numerical and analytical calculation of fields of tension in the "The mechanical wedge-shaped nanodouble-the crack" system at cross shift**

The article describes a new analytical method of determining of fields of tension and the formation of microcracks that could lead to the destruction of the integrity of the metal.