

**Учреждение образования  
ГОМЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
ФРАНЦИСКА СКОРИНЫ**

УДК 681.3.06:624.131

**ПРОКОПЕНКО**  
Дмитрий Викторович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ  
ОСАДКИ СВАЙНЫХ И ПЛИТНЫХ ФУНДАМЕНТОВ НА  
НЕЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМОМ ГРУНТОВОМ ОСНОВАНИИ**

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук  
по специальности 05.13.18 – математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**Гомель, 2016**

Работа выполнена в учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Научный руководитель

**Быховцев Виктор Емельянович**

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры вычислительной математики и программирования учреждения образования «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины»

Официальные оппоненты

**Липницкий Станислав Феликсович**

доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Объединённого института проблем информатики Национальной академии наук Беларуси

**Тариков Георгий Петрович**

доктор технических наук, профессор, профессор учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта»

Оппонирующая организация

Оппонирующая организация: Учреждение образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Защита состоится 16 декабря 2016 года в 10:00 на заседании совета по защите диссертаций К 02.12.01 при учреждении образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины» по адресу: 246019, г. Гомель, ул. Советская, 104, зал заседаний; тел. учёного секретаря: (8-0232) 60-42-37, факс: (8-0232) 57-81-11, e-mail: eisukach@gsu.by.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Автореферат разослан «20» октября 2016 года.

Учёный секретарь

совета по защите диссертаций,  
кандидат технических наук, доцент



Е.И. Сукач

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование деформационных процессов в твёрдых телах и их системах является, как известно, важнейшей задачей механики деформируемого твёрдого тела. Решение ее математическими методами основывается на построении физической модели и разработке её формального описания – математической модели. Оба типа моделей должны достаточно полно описывать реальные свойства объекта или системы: нелинейность деформирования, неоднородность структуры и т. д. Для систем механики грунтов задача построения математической модели является довольно затруднительной, что объясняется рядом особенностей структуры и физико-механических свойств грунтовых оснований и способов определения параметров законов их деформирования. Для систем нелинейно-деформируемых твёрдых тел принцип прямой суперпозиции неприемлем. В формализованной постановке задачи механики грунтов классифицируются как краевые задачи нелинейной математической физики. Математическая модель сложных нелинейных систем твёрдых тел может быть описана системами нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго или четвёртого порядка или энергетическими функционалами при соответствующих краевых условиях. Исследование таких моделей представляет значительные трудности. От степени изученности и точности формального описания свойств элементов системы и системы в целом, от уровня подхода к описанию функций системы и принятой методологии её исследования зависит энергоматериалоёмкость системы в физической реализации. Стремление к более точному учёту особенностей деформирования твёрдых тел и их систем приводило к разработке новых методов и методик.

В настоящей работе предлагается методика и методы исследования нелинейных деформационных процессов в сложных системах механики грунтов исходя из основных положений теории систем и системного подхода путём построения и исследования нелинейной математической модели системы как единого целого не накладывая ограничения на структуру и физико-механические свойства системы. Исследуется осадка и несущая способность винтовых свай, свай РИТ и плитных фундаментов на нелинейно-деформируемом локально уплотняемом грунтовом основании при действии произвольных внешних сил. При такой постановке учитываются многие особенности реальной физической системы, что позволяет снизить материалоёмкость возводимых конструкций фундаментов.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Связь работы с крупными научными программами и темами

Диссертационная работа выполнялась в рамках следующих государственных научных программ: 17-БФН/11 – «Провести комплекс работ по исследованию упрочнения малопрочных грунтов (песчаных и глинистых) под плитные фундаменты методом вертикального армирования с использованием набивных свай малого сечения ( $d_{100-200}$  мм), что позволит сократить материальные затраты на устройство фундаментов на 20%», раздел «Разработать методы расчёта по первому и второму предельным состояниям оснований с вертикальным армированием сваями малого сечения, в том числе с использованием численных методов расчёта». 9-ИФН/13 – «Провести комплекс НИР и усовершенствовать методы расчёта несущей способности и устройства РИТ (разрядно-импульсной технологии) сваи с учётом особенностей грунтовых условий Беларуси», пункт 06 «Усовершенствовать методы расчёта свай РИТ по первому и второму предельным состояниям с учётом особенностей грунтовых условий Беларуси в том числе с использованием численных методов», раздел «Разработать численный метод расчёта свай РИТ по первому и второму предельным состояниям с учётом особенностей грунтовых условий Беларуси».

### Цель и задачи исследования

*Целью исследования* настоящей работы является усовершенствование и развитие методов исследования состояния сложных локально уплотняемых нелинейных систем «фундамент – грунтовое основание» в соответствии с принципами системного подхода на основе метода математического и компьютерного моделирования.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

1. Разработка общей методики исследования осадок и несущей способности плитных и свайных фундаментов на нелинейно-деформируемом локально уплотняемом грунтовом основании.
2. Разработка механико-математической модели уплотнения нелинейно-деформируемого грунтового основания винтовой сваи при её устройстве.
3. Совершенствование численно-аналитических методов расчёта осадки одиночной и группы винтовых свай с учётом уплотнения грунта.
4. Исследование методом компьютерного моделирования несущей способности и осадки плитного и свайного фундаментов на нелинейно-деформируемом локально уплотняемом грунтовом основании.

5. Разработка методики расчёта осадки коробчатого плитного фундамента на нелинейно-деформируемом грунтовом основании.

6. Развитие методик расчёта свай РИТ по первому и второму предельным состояниям при учёте нелинейной деформируемости грунтового основания и его уплотнения в зоне разрядно-импульсной обработки.

### **Научная новизна**

Результаты исследований, проведённых в диссертационной работе, отличаются следующей новизной:

1. Разработана механико-математическая модель нелинейно-деформируемого грунтового основания винтовой сваи, которая описывает изменение модуля деформации уплотняемого грунтового основания сваи вследствие её устройства.

2. Усовершенствована методика определения осадки одиночной и группы винтовых свай, которая учитывает уплотнение грунта вокруг ствола сваи вследствие её устройства;

3. Разработана методика управления несущей способностью сложных нелинейно-деформируемых грунтовых оснований посредством их локального армирования;

4. Усовершенствованы методики расчёта свай РИТ по первому и второму предельным состояниям (по несущей способности и по деформациям), которые учитывают нелинейность деформирования грунтового основания и его уплотнение в зоне разрядно-импульсной обработки;

5. Методом компьютерного моделирования показано, что уплотнение нелинейно-деформируемого грунтового основания винтовой сваи, вследствие её устройства, повышает его несущую способность в среднем на 18%.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Механико-математическая модель нелинейно-деформируемого грунтового основания уплотняемого вследствие устройства винтовой сваи.

2. Обоснование разработанной механико-математической модели уплотняемого грунтового основания винтовой сваи.

3. Методика расчёта осадки коробчатого плитного фундамента на нелинейно-деформируемом грунтовом основании.

4. Методика управления несущей способностью сложных нелинейно-деформируемых грунтовых оснований посредством внедрения уплотняющих элементов.

5. Методика определения осадки одиночной сваи и группы винтовых свай, учитывающая уплотнение грунта вокруг ствола сваи вследствие её устройства.

6. Методика расчёта сваи РИТ по первому и второму предельным состояниям, учитывающая нелинейное деформирование грунтового основания и его уплотнение в зоне разрядно-импульсной обработки.

### **Личный вклад соискателя учёной степени**

В работах [2, 5, 6, 7, 11] содержатся результаты авторских исследований по определению несущей способности нелинейно-деформируемого грунтового основания одиночной сваи, группы винтовых свай и сваи сложной конфигурации (сваи РИТ) с учётом уплотнения грунта вследствие их устройства. Автору принадлежат исследования осадки и несущей способности свай РИТ, осадки винтовой сваи и плитного фундамента на сложном нелинейно-деформируемом грунтовом основании, выполненные методом математического и компьютерного моделирования и представленные в публикациях [3, 8, 9, 10, 12, 13]. Публикации без соавторов, полностью основаны на собственных исследованиях автора и подготовлены к печати лично. В публикациях с соавторами постановка целей и задач, обсуждение результатов исследований формирование выводов проводилось совместно.

### **Апробация диссертации и информация об использовании её результатов**

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректностью постановок рассматриваемых задач, строгостью математических выкладок и использованием обоснованных методов решения. Основные результаты работы докладывались и получили одобрение на следующих научных конференциях и форумах: XI, XII, XV, XVI, XVII республиканских научных конференциях студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 2008, 2009, 2012-2014.); XIII международной конференции «Информатика: проблемы, методология, технологии» (Воронеж, 2013); III, IX международных научных форумах студентов, магистрантов, аспирантов «Наука в исследованиях молодых» (Новосибирск, 2013); международной научно-технической конференции «Геотехника Беларуси: наука и практика» (Минск, 2008); юбилейной республиканской научно-технической конференции ГГУ. (Гомель, 2009).

Результаты проведённых в диссертационной работе исследований

внедрены в практику Республики Беларусь и Российской Федерации, что подтверждается актами о внедрении: 2 актами о внедрении (научно-исследовательское республиканское унитарное предприятие по строительству «Институт БелНИИС», Минстройархитектуры РБ); 2 актами о внедрении (ООО «Комплекс Стройпроект», г. Москва).

Разработанная компьютерная программа «ЭНЕРГИЯ-ОС-БП» зарегистрирована в Национальном центре интеллектуальной собственности Республики Беларусь (свидетельство №912 от 01.11.16).

Полученные результаты могут быть использованы при выполнении научно-исследовательских и проектных работ при проектировании фундаментов строительных объектов различного назначения, что подтверждается актами о внедрении.

### **Опубликование результатов диссертации**

По теме диссертации опубликовано 27 научных работ, в том числе 13 статей в научных рецензируемых журналах (из них без соавторов 5), 5 статей в сборниках и материалах конференций (из них без соавторов 2), 9 тезисов докладов научных конференций (из них без соавторов 9).

### **Структура и объём диссертации**

Диссертация включает в себя оглавление, введение, четыре главы, заключение, библиографический список и одно приложение. Полный объём диссертации составляет 106 страниц. Диссертация содержит 21 рисунок, занимающих в совокупности 6 страниц, и 18 таблиц, занимающих 5 страниц. Библиографический список включает 102 наименования и занимает 12 страниц.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** и общей характеристике работы изложена общая концепция работы, обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель и задачи диссертационной работы, изложена научная новизна и практическая значимость работы.

**Первая глава** содержит обзор современного состояния выбранного в диссертационной работе направления исследования. Рассматриваются основные виды фундаментов зданий и грунтовых оснований. Приведены существующие методы расчёта свайных и плитных фундаментов на грунтовом основании. Дается общий обзор существующего программного обеспечения расчёта

оснований фундаментов. Исходя из результатов проведённого исследования состояния проблемы на сегодняшний день, на диссертационное исследование выносятся следующие задачи:

1. Разработка общей методики исследования осадок и несущей способности плитных и свайных фундаментов на нелинейно-деформируемом локально уплотняемом грунтовом основании.

2. Разработка механико-математической модели уплотнения нелинейно-деформируемого грунтового основания винтовой сваи при её устройстве.

3. Совершенствование численно-аналитических методов расчёта осадки одиночной и группы винтовых свай с учётом уплотнения грунта.

4. Исследование методом компьютерного моделирования несущей способности и осадки плитного и свайного фундаментов на нелинейно-деформируемом локально уплотняемом грунтовом основании.

5. Разработка методики расчёта осадки коробчатого плитного фундамента на нелинейно-деформируемом грунтовом основании.

6. Развитие методик расчёта свай РИТ по первому и второму предельным состояниям при учёте нелинейной деформируемости грунтового основания и его уплотнения в зоне разрядно-импульсной обработки.

**Вторая глава** посвящена обзору подходов и методов исследования деформаций систем механики грунтов. Предложена методика исследования взаимодействия конструкций фундаментов с нелинейно-деформируемым грунтовым основанием методом математического моделирования. Разработана механико-математическая модель нелинейно-деформируемого грунтового основания винтовой сваи, при этом закономерность изменения модуля деформации грунта в уплотнённой зоне вокруг ствола сваи была принята в следующем виде:

$$\{E_i = ar_i^k, k < 0, A > 0\},$$

где  $r_i$  – расстояние  $i$ -й точки уплотнённого грунтового основания до ствола сваи, см;  $E_i$  – модуль деформации в  $i$ -й точке уплотнённого грунтового основания винтовой сваи, МПа.

При учёте радиуса зоны уплотнения для определения модуля деформации уплотнённого грунтового основания винтовой сваи получено

$$E_i = E_0 \left( \frac{r_{up}}{r_i} \right)^\mu, \quad (1)$$

где  $E_0$  – модуль деформации грунтового основания до устройства сваи, Мпа;  $r_{up}$  – радиус уплотнённой зоны винтовой сваи, см;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.



Методом компьютерного моделирования на основе результатов натурального эксперимента показано, что:

$$r_{up} = (1 + 3\mu)r_0,$$

где  $r_0$  – радиус сваи, см.

Предложено дальнейшее развитие метода конечных элементов для моделирования осадки винтовой сваи в нелинейно-деформируемом грунтовом основании с учётом уплотнения грунта вследствие устройства сваи используя разработанную механико-математическую модель (формула 1).

**В третьей главе** проводится компьютерное моделирование свайных и плитных фундаментов на нелинейно-деформируемом грунтовом основании при действии на них вертикальной равномерно распределённой внешней нагрузки.

**В разделе 3.1 и 3.2** приведены методика и технология компьютерного моделирования свайных и плитных фундаментов на нелинейно-деформируемом локально уплотняемом грунтовом основании.

**В разделе 3.3** рассматривается коробчатый плитный фундамент, на верхнюю плоскость которого действует нормальная внешняя равномерно распределённая нагрузка. Исследовано влияние геометрических размеров поперечного сечения продольной полости большеразмерной плиты на её осадку и работу плитного фундамента в зависимости от прочности грунтового основания.

По результатам компьютерного моделирования сделан вывод, что плита с открытым снизу вырезом (коробчатый плитный фундамент) перемещается практически как единый массив, за счёт уплотнения грунта в полости фундамента при действии внешней нагрузки и даёт осадки близкие к исходным (сплошной плитный фундамент). Экономический эффект такого типа фундамента будет значительным и определяется размерами полости коробчатого плитного фундамента.

**В разделе 3.4** рассматривается одиночная винтовая свая на нелинейно-деформируемом грунтовом основании. Целью исследования является изучение влияния уплотнения грунта вокруг ствола винтовой сваи на её осадку.

В этом разделе показано, что механико-математическая модель, разработанная во второй главе, определяющая модуль деформации уплотнённого грунтового основания винтовой сваи при компьютерном моделировании даёт результат близкий к эксперименту (отличие составляет в среднем 6,25%), и

увеличивает точность расчёта несущей способности грунтового основания винтовой сваи в среднем на 18%.

В разделе 3.5 выполнено моделирование плитного фундамента, расположенного в грунтовом основании, имеющем слой пониженной несущей способности ниже его подошвы. Целью исследования является разработка методики увеличения несущей способности указанного грунтового основания методом армирования его винтовыми сваями малого диаметра.

В этом разделе показано, что использование вертикального армирования слоя пониженной несущей способности грунтового основания сваями малого диаметра даёт возможность обеспечить необходимую несущую способность слабых грунтов и осадку фундаментов. При этом, варьируя количеством, размерами и физико-механическими характеристиками армирующих элементов малопрочных зон грунтов представляется возможным найти наиболее рациональные решения поставленной задачи.

Четвертая глава диссертации посвящена разработке приближённых численно-аналитических методов расчёта свайных и плитных фундаментов на грунтовом основании.

В разделе 4.1 определяется осадка коробчатого плитного фундамента. Формула осадки коробчатого плитного фундамента определяется на основе решения Буссинеска задачи о действии сосредоточенной силы на поверхности полупространства, метода энергетической линеаризации и условия равенства нулю горизонтальных составляющих перемещения грунта в горизонтальной контактной плоскости плиты:

$$W^n = \left( \frac{1+m}{2(1+\mu)^{1-m}} \frac{\beta_k \beta P}{AS} \right)^{\frac{1}{m}} H, \quad (2)$$

где

$$\beta = 1 - \frac{2\mu^2}{(1-\mu)}, \quad \beta_k = 1 + \mu^2.$$

$A, m$  – параметры закона деформирования нелинейно-деформируемого грунтового основания,  $A > 0, 0 < m < 1$ ;  $H$  – мощность деформируемой области, см;  $P$  – удельная нагрузка на плиту, кН;  $\beta_k$  – коэффициент формы коробчатого плитного фундамента;  $S$  – площадь плиты, см<sup>2</sup>.

Таблица 1. – Осадка коробчатого плитного фундамента

$S, \text{ см}$	$E, \text{ Мпа}$			
	25	35	45	55
$S_f$	0,97	0,6	0,42	0,32
$S_k$	1	0,58	0,38	0,27

Примечания

- 1  $S_f$  – осадка коробчатого плитного фундамента, полученная по формуле (2);
- 2  $S_k$  – осадка коробчатого плитного фундамента, полученная при помощи компьютерного моделирования.

Была проведена оценка полученного решения и показано хорошее соответствие данных, полученных по разработанной формуле и при помощи компьютерного моделирования (таблица 1).

В разделе 4.2 рассматривается одиночная и группа винтовых свай разного расположения на линейно- и нелинейно-деформируемом грунтовом основании. Все математические выкладки строятся на основе существования телескопического сдвига выше плоскости её лопасти и метода энергетической линеаризации. Закон деформирования грунтового основания принят в следующем виде:

$$\{\sigma_i = A\varepsilon_i^m, A > 0, 0 < m < 1\},$$

где  $\sigma_i$  – интенсивность напряжения,  $kПа$ ;  $\varepsilon_i$  – интенсивность деформации.

В результате были получены формулы для расчёта винтовой сваи на линейно- и нелинейно-деформируемом грунтовом основании. Для нелинейно-деформируемого грунтового основания формула имеет следующий вид:

$$W = \frac{2m(1 + \mu)(1 - \mu)\sigma_{kr}}{\sqrt{3}(1 - m)E_0} \left( \frac{\sqrt{3}(1 + m)\mu P}{2\sigma_{kr}Lr_0} \right)^{\frac{1}{m}} r_0,$$

где  $\sigma_{kr}$  – критическое напряжение,  $kПа$ ;  $L$  – длина сваи,  $см$ .

Была проведена оценка полученного решения на реальной задаче (натурный эксперимент, выполненный в РУП БелНИИС, отдел оснований и фундаментов). Значения смещения сваи, полученные методом натурального эксперимента и по аналитическому решению при учёте и без учёта уплотнения грунтового основания, представлены в таблице 2.

Таблица 2. – Осадка винтовой сваи в грунтовом основании

$S, мм$	$P, кН$				
	50	100	150	200	250
$S_{op}$	0,4	1,2	2,3	4	6,7
$S_{up}$	0,35	1,2	2,4	4	5,9
$S_{bur}$	0,51	1,7	3,4	5,7	8,5

Примечания

- 1  $S_{op}$  – осадка сваи полученная опытным путем;
- 2  $S_{up}$  – осадка сваи с учётом уплотнения грунта;
- 3  $S_{bur}$  – осадка сваи без учёта уплотнения грунта.

Из таблицы видно, что осадки, полученные по разработанной формуле, очень близки к экспериментальным данным, что говорит о том, что предложенная формула может использоваться в строительном производстве при проектировании свайных фундаментов.

Используя изложенный подход были получены формулы для определения осадки сваи в группе винтовых свай на нелинейно-деформируемом грунтовом основании, с учётом уплотнения грунта, вследствие их устройства.

В разделе 4.3 рассматривается плитный фундамент на грунтовом основании, в толще которого находится слой пониженной несущей способности. Ставится задача увеличения несущей способности грунтового основания, имеющего слабый слой до несущей способности грунтового основания без слабого слоя. Сущность разработанной методики состоит в построении армированного грунтового основания для подобласти слабого грунта равного по сваей несущей способности реальному основанию плитных фундаментов. В результате были математически выведены формулы, для расчёта количества и модуля упругости армирующих свай:

$$n = \frac{(E_0 - E_{sl})S}{S_{sv}(E_{sv} - E_{sl})},$$

или

$$E_{sv} = \frac{(E_0 - E_{sl})S}{nS_{sv}} + E_{sl}, \quad (3)$$

где  $S$  – площадь горизонтальной площадки выделенного объёма слоя пониженной несущей способности,  $см^2$ ;  $E_{sl}$  – модуль деформации слоя пониженной несущей способности,  $МПа$ ;  $n$  – количество армирующих свай для выделенного объёма слоя пониженной несущей способности;  $S_{sv}$  – площадь горизонтальной площадки сваи,  $см^2$ ;  $V_{sv}, E_{sv}$  – объём и модуль упругости армирующей сваи,  $см^3, МПа$ ;  $E_0$  – модуль деформации основного грунтового основания плитного фундамента,  $МПа$ .

Полученные формулы были верифицированы методом компьютерного моделирования и этим самым была показана их практическая приемлемость для экспресс оценки способа армирования слоя пониженной несущей способности грунтового основания плитного фундамента (таблица 3). Но следует иметь ввиду, что наиболее точное решение поставленной задачи может быть получено только методом компьютерного моделирования неоднородных и нелинейных систем деформируемых твёрдых тел.

Таблица 3. – Модуль упругости армирующих свай

$E, \text{МПа}$	$n$	
	8	
$E_{sl}$	2	8
$E_{svf}$	1986	1595
$E_{svk}$	2250	1250

Примечания

1  $E_{svf}$  – модуль упругости армирующих свай, рассчитанный по формуле (3);

2  $E_{svk}$  – модуль упругости армирующих свай, полученный при помощи компьютерного моделирования.

В разделе 4.4 предлагается методика расчёта свай РИТ по первому и второму предельным состояниям.

#### Методика расчёта свай РИТ по первому предельному состоянию

Так как сваю РИТ можно классифицировать как буронабивную, поэтому при действии вертикальной нагрузки на сваю по всей её контактной поверхности проскальзывание грунта будет отсутствовать. В силу этого несущая способность свай РИТ определяется несущей способностью контактной поверхности ствола свай и камуфлетного уширения. В результате несущая способность свай РИТ автором была получена в следующем виде:

$$P = 2\pi r_0 L(c + \sigma_{pr} t g \varphi) + \pi r_u^2 \sigma_{pr}, \quad (4)$$

где  $c$ ,  $\varphi$ ,  $\sigma$ ,  $\sigma_{pr}$  – нормативные характеристики грунтов: сцепление, угол внутреннего трения, нормальное и предельное напряжение,  $\text{кПа}$ ,  $\text{град}$ ,  $\text{кПа}$ ;

$r_u$  – радиус уширения свай,  $\text{см}$ .

Значение  $\sigma_{pr}$ , используемое в формуле (4), может определяться теоретически и экспериментально, что очень трудоёмко и дорого, поэтому в настоящем разделе для определения предельной несущей способности была усовершенствована формула, предложенная в рекомендациях СНиП (ТР 50-180-06) (учтены нелинейность деформирования и уплотнение грунта в области разрядно-импульсной обработки), в результате получено следующее выражение:

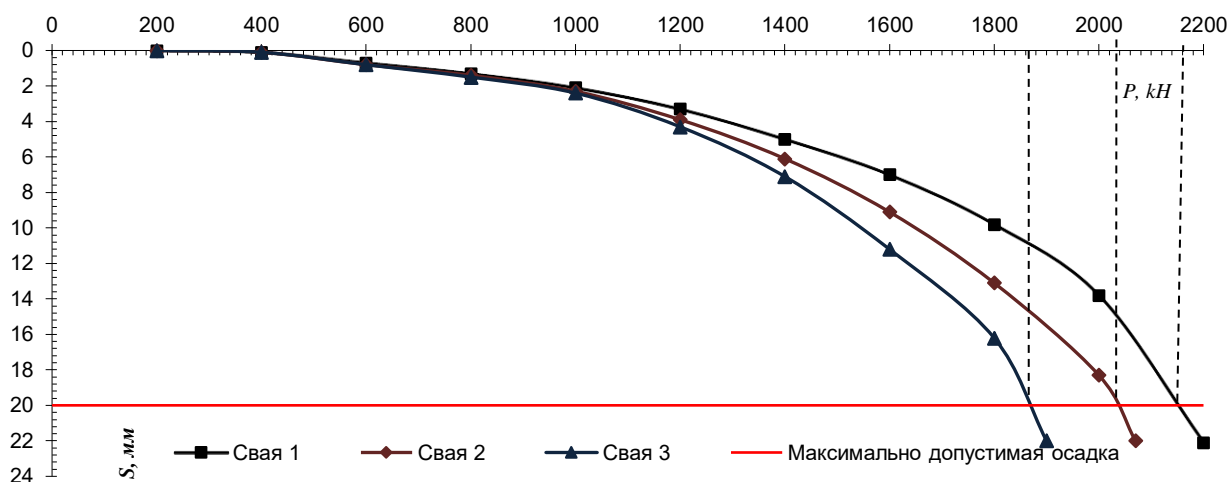
$$F_{dy} = g_{kk} g_{crin} \left( g_{cR} R_{rit} \left( \frac{r_u}{r_{up}} \right)^k A_{rit} + g_{cf} \sum_{i=1}^n u_{irit} f_i \left( \frac{r_u}{r_{up}} \right)^k h_i \right), \quad (5)$$

где

$$k = - \frac{1 - \sin \varphi}{2 - \sin \varphi}.$$

Значения  $R_{rit}$ ,  $r_u$ ,  $r_{up}$  определяются по таблицам СНиП.

Была проведена оценка полученного решения по результатам натурального эксперимента, выполненного в отделе оснований и фундаментов РУП БелНИИС, рисунок 1.



**Рисунок 1. – Осадка свай РИТ**

Для свай РИТ 1-3 (рисунок 1) несущую способность, рассчитанную по формуле (5), получили равной 2057 кН, 2002 кН и 1985 кН, а по экспериментальным данным несущая способность этих свай равняется – 2155 кН, 2040 кН и 1870 кН соответственно.

Проанализировав полученные данные можно сделать вывод, что учёт уплотнения и нелинейности деформирования грунтового основания вокруг камуфлетных уширений сваи позволяет вычислить значения предельной несущей способности свай РИТ достаточно близкими экспериментальным данным, представленными отделом оснований и фундаментов БелНИИС.

#### **Методика расчёта свай РИТ по второму предельному состоянию**

Свае РИТ ставится в соответствие эквивалентная по объёму прямая цилиндрическая свая. Все математические выкладки проходили аналогично, как и для винтовой сваи, рассмотренной в разделе 4.2.

Вследствие разрядно-импульсной обработки (РИО) грунт в зонах РИО будет уплотнён. При учёте уплотнения необходимо определить характеристики изменённого состояния грунта в зоне РИО либо эквивалентный модуль деформации уплотнённого грунтового основания свай РИТ. Автором были рассмотрены оба подхода. В результате получили две формулы, которые определяют осадку свай РИТ в нелинейно-деформируемом локально уплотнённом грунтовом основании:

$$W = \frac{2m(1 + \mu)}{\sqrt{3}(1 - m)} \left( \frac{\sqrt{3}(1 + m)\mu P}{2A_{ekv} L r_{pr}} \right)^{\frac{1}{m}} r_{pr}, \quad (6)$$

$$W = \frac{2m(1 + \mu)(1 - \mu)\sigma_{kr} r_{up} - r_{pr}}{\sqrt{3}(1 - m)E_0} k_c \left( \frac{\sqrt{3}(1 + m)\mu P}{2\sigma_{kr} L r_{pr}} \right)^{\frac{1}{m}} r_{pr}, \quad (7)$$

где

$$A_{ekv} = \frac{A_0}{1 - m} \frac{r_{up}}{(r_{up} - r_{pr})k_c},$$

$$A_0 = \left( \frac{E}{\sigma_{kr}} \right)^m \sigma_{kr},$$

$m = \sin \varphi$ ;  $r_{pr}$  – радиус сваи РИТ;  $k_c$  – коэффициент формы сваи РИТ кН:  
 $k_c = 0,012\mu P^{1-m}$ .

Полученные формулы для расчёта осадки сваи РИТ проверены на реальной задаче (натурный эксперимент, выполненный в РУП БелНИИС). Результаты приведены в таблицах 4, 5.

Таблица № 4. – Зависимость осадки сваи РИТ от нагрузки, полученная опытным путём и с помощью разработанной формулы (6)

$S, \text{ мм}$		$P, \text{ кН}$			
		600	1000	1400	1800
Свая РИТ 1	$S_{op}$	1,0	2,3	5,1	10,4
	$S_f$	0,39	1,93	5,6	12,4
Свая РИТ 2	$S_{op}$	1,0	2,5	6,3	13,8
	$S_f$	0,47	2,35	6,8	15,1
Свая РИТ 3	$S_{op}$	1,0	2,8	7,5	16,8
	$S_f$	0,53	2,69	7,8	17,17

Таблица № 5. – Зависимость осадки сваи РИТ от нагрузки, полученная опытным путём и с помощью разработанной формулы (7)

$S, \text{ мм}$		$P, \text{ кН}$			
		600	1000	1400	1800
Свая РИТ 1	$S_{op}$	1	2,3	5,1	10,4
	$S_f$	0,6	2,5	6,1	12,1
Свая РИТ 2	$S_{op}$	1	2,5	6,3	13,8
	$S_f$	0,7	2,7	6,8	13,3
Свая РИТ 3	$S_{op}$	1	2,8	7,5	16,8
	$S_f$	0,8	3	7,6	14,9

Примечание –  $S_f$  – осадка, полученная по формуле.

Из анализа полученных результатов следует, что учёт нелинейности деформирования грунтового основания и его уплотнения в зоне разрядно-импульсной обработки позволяет вычислить значения осадки сваи РИТ, рассчитанные по формулам (6) и (7), достаточно близкими к экспериментальным данным.

В приложении представлены акты о внедрении результатов диссертационной работы.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

### **Основные научные результаты диссертации**

1. Разработана механико-математическая модель нелинейно-деформируемого грунтового основания винтовой сваи, которая описывает изменение модуля упругости уплотняемого грунтового основания сваи вследствие её устройства [3].

2. Предложена методика исследования взаимодействия конструкций фундаментов с нелинейно-деформируемым локально уплотняемым грунтовым основанием методом математического моделирования [1, 4].

3. Модифицирована методика и технология исследования свайных и плитных фундаментов на нелинейно-деформируемом грунтовом основании методом компьютерного моделирования, учитывающие уплотнение грунтового основания вследствие их устройства [15].

4. С помощью программных комплексов «Энергия-ОС-БП» (авторская работа), «Энергия-2D» и «Энергия-3D» исследованы осадки свайных и плитных фундаментов на нелинейно-деформируемом грунтовом основании как системы, определённые в трёхмерном пространстве, вследствие чего было показано следующее:

– плита с открытым снизу вырезом (коробчатый плитный фундамент) перемещается практически как единый массив, за счёт уплотнения грунта в полости коробчатого фундамента при действии внешней нагрузки, и даёт осадки близкие (отличие составляет 3,78%) к осадкам сплошного плитного фундамента равных размеров. Значение экономического эффекта такого фундамента значительное (до 40%) и определяется размерами полости [14, 19-24];

– разработанная механико-математическая модель уплотнения грунтового основания, применённая для определения осадки одиночной винтовой сваи, даёт результат, близкий к экспериментальным данным, и увеличивает точность расчёта несущей способности грунтового основания в среднем на 18% [6].



– повышение несущей способности грунтового основания за счёт насыщения локального участка грунта вертикальными армирующими элементами (сваями) даёт возможность обеспечить необходимую несущую способность слабых грунтов и осадку фундаментов. При этом, варьируя количеством или физико-механическими характеристиками армирующих элементов, представляется возможным найти наиболее рациональное решение поставленной задачи [17, 18, 25];

5. Разработана методика аналитического расчёта осадки коробчатого плитного фундамента на нелинейно-деформируемом грунтовом основании.

6. Предложено развитие метода определения осадки одиночной и группы винтовых свай, учитывающее уплотнение грунта вокруг ствола сваи вследствие её устройства [3, 7, 11, 26, 27].

7. Разработана методика управления несущей способностью сложных нелинейно-деформируемых грунтовых оснований, которая даёт возможность обеспечить необходимую несущую способность слабых грунтов и осадку фундаментов за счёт изменения модуля упругости или количества армирующих элементов [8, 9].

8. Уточнены методики расчёта свай РИТ по первому и второму предельным состояниям (по несущей способности и по деформациям), учитывающие нелинейность деформирования грунтового основания и его уплотнение в зоне разрядно-импульсной обработки, которые позволяют вычислить осадку и значения предельной несущей способности свай РИТ достаточно близкими к экспериментальным данным [5, 10, 12-13, 16].

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что:

– учёт уплотнения грунта винтовых и свай РИТ значительно увеличивает точность расчёта несущей способности грунтовых оснований, что ведёт к снижению стоимости 1 м<sup>2</sup> жилой или служебной площади;

– для каждой конкретной строительной площадки всегда будет существовать фундамент, который даёт допустимые осадки и наиболее экономичен при заданных условиях.

### **Рекомендации по практическому использованию результатов**

Разработанная механико-математическая модель уплотнения грунтового основания винтовой сваи вследствие её устройства может быть использована при компьютерном моделировании осадки винтовой сваи и разработке методик расчёта винтовых свай, что позволит повысить точность расчёта свай в среднем на 18%.

Разработанные методики расчёта свай РИТ по первому и второму предельным состояниям, позволяющие учитывать нелинейную

деформируемость и локальное уплотнение грунтового основания в зоне разрядно-импульсной обработки, могут быть использованы при проектировании зданий различного назначения т. к. дают результат, достаточно близкий к экспериментальным данным, что позволит повысить точность расчёта свай РИТ.

Разработанная методика управления несущей способностью сложных нелинейно-деформируемых грунтовых оснований посредством внедрения уплотняющих элементов может быть использована при проектировании фундаментов зданий на грунтовых основаниях, в толще которых находится включение молопрочного грунтового основания, что даст возможность обеспечить необходимую несущую способность таких грунтовых оснований.

Результаты исследований, проведённых в диссертационной работе, внедрены в практику Республики Беларусь и Российской Федерации, что подтверждается актами о внедрении: 2 актами о внедрении (научно-исследовательское республиканское унитарное предприятие по строительству «Институт БелНИИС», Минстройархитектура РБ), 2 актами о внедрении (ООО «Комплекс Стройпроект», г. Москва).

## СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ

### *Статьи в рецензируемых научных журналах*

1. Прокопенко, Д. В. Анализ свойств матрицы жёсткости основного уравнения метода конечных элементов / В. Е. Быховцев, В. В. Бондарева, Д. В. Прокопенко // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2009. – №2 (53). – С. 139–144.

2. Прокопенко, Д. В. Численный анализ изменения несущей способности грунтового основания цилиндрической сваи / Д. В. Прокопенко // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2012. – №5 (74). – С. 182–187.

3. Прокопенко, Д. В. Приближённый аналитический метод определения осадки винтовой сваи в нелинейно-деформируемом грунтовом основании с учётом его уплотнения / В. Е. Быховцев, Д. В. Прокопенко // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2012. – №6 (75). – С. 110–114.

4. Прокопенко, Д. В. Аналитический алгоритм построения и исследования математической модели нелинейных деформаций грунтовых оснований фундаментов / В. Е. Быховцев, В. В. Бондарева, Д. В. Прокопенко, С. В. Торгонская // Проблемы физики, математики и техники. – 2012. – №4 (13). – С. 78–82.

5. Прокопенко, Д. В. Компьютерное моделирование несущей способности сваи сложной конфигурации / Д. В. Прокопенко // Материалы технологии инструменты. – 2013. – Том 18, №2. – С. 43–46.

6. Прокопенко, Д. В. Математическое и компьютерное моделирование несущей способности одиночной винтовой сваи с учётом уплотнения грунта / Д. В. Прокопенко // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2013. – №4. – С. 25–28.

7. Прокопенко, Д. В. Метод определения осадки винтовой сваи в деформируемом грунтовом основании / Д. В. Прокопенко // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2013. – №6 (81). – С. 146–149.

8. Прокопенко, Д. В. Математическое и компьютерное моделирование несущей способности армированных грунтовых оснований фундаментов здания / В. Е. Быховцев, Д. В. Прокопенко, С. В. Торгонская // Проблемы физики, математики и техники. – 2013. – №2 (15). – С. 85–91.

9. Прокопенко, Д. В. Численный анализ эффективности вертикального армирования структур грунтовых оснований фундаментов зданий / В. Е. Быховцев, Д. В. Прокопенко, С. В. Торгонская // Материалы технологии инструменты. – 2013. – Том 18, №1. – С. 5–16.

10. Прокопенко, Д. В. Аналитический метод определения несущей способности свай РИТ в грунтовом основании / В. Е. Быховцев, Д. В. Прокопенко, С. В. Торгонская // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2014. – №6 (87). – С. 129–132.

11. Прокопенко, Д. В. Аналитический метод определения осадки группы винтовых свай / Д. В. Прокопенко // Материалы технологии инструменты. – 2014. – Том19 №1. – С. 44–48.

12. Прокопенко, Д. В. Математическое моделирование предельной несущей способности и деформаций свай РИТ в нелинейно-деформируемом грунтовом основании с учётом уплотнения грунта в зоне РИО / В. Е. Быховцев, С. В. Киргинцева, Д. В. Прокопенко // Известия гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2015. – №3 (90). – С. 77–82.

13. Прокопенко, Д. В. Расчёт свай РИТ по первому предельному состоянию / В. Е. Быховцев, Д. В. Прокопенко, Л. А. Цурганова // Проблемы физики, математики и техники. – 2015. – №3 (24). – С. 90–93.

#### *Статьи в сборниках и материалах конференций*

14. Прокопенко, Д. В. Компьютерный анализ экономической эффективности фундаментов из коробчатых плит / В. Е. Быховцев, В. В. Бондарева, Л. А. Цурганова, Д. В. Прокопенко // Геотехника Беларуси: наука и практика. – материалы международной научно-технической конференции. – Минск, 2008. – С. 98–110.

15. Прокопенко, Д. В. Методология исследования деформаций нелинейных систем твёрдых тел методом компьютерного объектно-ориентированного моделирования / В. Е. Быховцев, В. В. Бондарева, Д. В. Прокопенко // Материалы юбилейной республиканской научно-технической конференции ГГУ им. Ф. Скорины. – Гомель, 2009. – С. 106–109.

16. Прокопенко, Д. В. Компьютерное моделирование влияния расстояния между уширениями одиночной свай на её несущую способность / Д. В. Прокопенко // Наука в исследованиях молодых. – материалы IV международного научного форума студентов, магистрантов, аспирантов. – Новосибирск, 2013. – С. 84–87.

17. Прокопенко, Д. В. Компьютерное моделирование упрочнение грунтовых оснований зданий, имеющих малопрочное включение, методом вертикального армирования сваями малого сечения / Д. В. Прокопенко // Информатика: проблемы, методология, технологии. – материалы XIII международной конференции. – Воронеж, 2013. – С. 12–15.

18. Прокопенко, Д. В. Компьютерный анализ влияния размеров армированного малопрочного грунтового основания на осадку плитного фундамента / Д. В. Прокопенко, С. В. Торгонская // Наука в исследованиях молодых. – материалы III международного научного форума студентов, магистрантов, аспирантов. – Новосибирск, 2013. – С. 161–163.

*Тезисы докладов на научных конференциях*

19. Прокопенко, Д. В. Компьютерное моделирование изменения прочности твёрдых тел при уплотнении / Д. В. Прокопенко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях. – материалы XI республиканской научно-технической конференции студентов и аспирантов. – Гомель, 2008. – С. 99–101.

20. Прокопенко, Д. В. Компьютерный анализ взаимодействия коробчатого плитного фундамента с грунтовым основанием / Д. В. Прокопенко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях. – материалы XII республиканской научно-технической конференции студентов и аспирантов. – Гомель, 2009. – С.126–127.

21. Прокопенко, Д. В. Компьютерный анализ влияния ширины коробчатого плитного фундамента на его осадку на нелинейно-деформируемом грунтовом основании / Д. В. Прокопенко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях. – материалы XII республиканской научно-технической конференции студентов и аспирантов. – Гомель, 2009. – С. 127–128.

22. Прокопенко, Д. В. Компьютерный анализ влияния ширины и высоты полости плитного коробчатого фундамента на его осадку на нелинейно-деформируемом грунтовом основании / Д. В. Прокопенко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях. – материалы XV республиканской научной конференции студентов и аспирантов. – Гомель, 2012. – С. 146–147.

23. Прокопенко, Д. В. Компьютерный анализ влияния дополнительного уплотнения грунта в полости плитного коробчатого фундамента на его осадку на нелинейно-деформируемом грунтовом основании / Д. В. Прокопенко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях. – материалы XV республиканской научной конференции студентов и аспирантов. – Гомель, 2012. – С. 147–149.

24. Прокопенко, Д. В. Компьютерный анализ влияния расстояния между двумя коробчатыми плитными фундаментами на их осадку на нелинейно-деформируемом грунтовом основании / Д. В. Прокопенко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях. – материалы XVI республиканской научной конференции студентов и аспирантов. – Гомель, 2013. – С.141–142.

25. Прокопенко, Д. В. Компьютерный анализ влияния ограждающего армирования малопрочного грунтового основания на осадку плитного фундамента на нелинейно-деформируемом грунтовом основании / Д. В. Прокопенко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях. – материалы XVI республиканской научной конференции студентов и аспирантов. – Гомель, 2013. – С. 142–143.

26. Прокопенко, Д. В. Численно-аналитический метод определения осадки однорядного ленточного свайного фундамента / Д. В. Прокопенко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях. – материалы XVII республиканской научной конференции студентов и аспирантов Гомель, 2014. – С. 224–225.

27. Прокопенко, Д. В. Оптимизация расстояния между сваями в однорядном ленточном свайном фундаменте с учётом уплотнения грунта / Д. В. Прокопенко // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях. – материалы XVII республиканской научной конференции студентов и аспирантов. – Гомель, 2014. – С. 223–224.

## РЕЗЮМЕ

Прокопенко Дмитрий Викторович

### **Математическое моделирование и численный анализ осадки свайных и плитных фундаментов на нелинейно-деформируемом грунтовом основании**

**Ключевые слова:** компьютерное и математическое моделирование, численно-аналитические методы, системный подход, физические системы, конструкции фундаментов, нелинейно-деформируемое грунтовое основание.

**Цель работы:** усовершенствование и развитие методов исследования состояния сложных нелинейных систем «фундамент – грунтовое основание» в соответствии с принципами системного подхода на основе метода математического и компьютерного моделирования.

**Полученные результаты и их новизна:** разработана методика построения и исследования математических моделей сложных нелинейных физических систем «фундамент – грунтовое основание», учитывающая уплотнение грунтового основания в контактной области. Предложено развитие аналитического метода определения осадки одиночной и группы винтовых свай, которое учитывает уплотнение грунтового основания вследствие устройства свай, и аналитического метода расчёта свай РИТ по первому и второму предельным состояниям с учётом нелинейной деформации грунтового основания и его уплотнения в зоне разрядно-импульсной обработки. Методом компьютерного моделирования показано, что уплотнение грунта вокруг ствола винтовой свай, вследствие её устройства, увеличивает несущую способность грунтового основания в среднем на 18%. Разработана методика управления несущей способностью сложных нелинейно-деформируемых грунтовых оснований посредством внедрения уплотняющих элементов, количество и тип которых определяется грунтовыми условиями и внешней нагрузкой. Полученные формулы были верифицированы методом компьютерного моделирования и на основе экспериментальных данных и этим самым была показана их практическая приемлемость.

**Рекомендации по применению:** полученные результаты могут быть использованы при выполнении научно-исследовательских и проектных работ при проектировании фундаментов строительных объектов различного назначения.

**Область применения:** строительство объектов различного назначения.

## РЭЗІЮМЭ

Пракапенка Дзмітрый Віктаравіч

### **Матэматычнае мадэліраванне і колькасны аналіз асадкі палевых і плітных падмуркаў на нелінейна-дэфармаванай грунтовай аснове**

**Ключавыя словы:** камп’ютарнае і матэматычнае мадэліраванне, колькасна-аналітычныя метады, сістэмны падыход, фізічныя сістэмы, канструкцыі падмуркаў, нелінейна-дэфармаваная грунтовая аснова,.

**Мэта работы:** удасканалванне і развіцце метадаў даследавання стану складаных нелінейных сістэм “падмурак – грунтовая аснова” ў адпаведнасці з прынцыпамі сістэмнага падходу на аснове метаду матэматычнага і камп’ютарнага мадэліравання.

**Атрыманыя вынікі і іх навізна:** распрацавана метадыка пабудавання і даследавання матэматычных мадэлей складаных нелінейных фізічных сістэм “падмурак – грунтовая аснова” з улікам зацвярдзення грунтовай асновы ў канкрэтнай вобласці. Прапанавана развіцце колькасна-аналітычнага метаду вызначэння асадкі адзіночнай і групы вінтавых паль, якое улічвае зацвярдзенне грунтовай асновы, і колькасна-аналітычнага метаду палі РІТ па першаму і другому гранічнаму стану з улікам нелінейнай дэфармацыі грунтовай асновы і яе зацвярдзенне ў зоне разрадна-імпульснай апрацоўкі. Метадам камп’ютарнага мадэліравання паказана, што улік зацвердзявання грунта вакол ствала вінтавой палі з прычыны яе прылады павялічвае нясуваю здольнасць грунтовай асновы ў сярэднем на 18%. Распрацавана метадыка кіравання апорнай здольнасцю складаных нелінейна-дэфармаваных грунтавых падстаў з дапамогай ўкаранення ўшчыльнялых элементаў, колькасць і тып якіх вызначаецца грунтавымі ўмовамі і знешняй нагрузкай. Атрыманыя формулы былі верыфіцыраваны метадам камп’ютарнага мадэліравання і на падснове эксперыментальных дадзеных і гэтым самым была паказана іх практычная дапушчальнасць.

**Рэкамендацыі да выканання:** атрыманыя вынікі могуць быць выкарастаны пры выкананні навукова-даследчых і праектных работ пры праектаванні фундаментаў будаўнічых аб’ектаў рознага прызначэння.

**Галіна выкарыстання:** будаўніцтва аб’ектаў рознага прызначэння.



## SUMMARY

Prokopenko Dmitry Viktorovich

### **Mathematical modeling and numerical analysis of piles precipitation and slab foundation on nonlinear deformable soil bases**

**Key words:** computer and mathematical modeling, numerical-analytical methods, system approach, physical system, structural foundations, non-linear deforming sub-grade.

**The purpose of the work:** improvement and development of methods the status for the study of complex non-linear physical systems "foundation – ground base" in accordance with the principles of a systematic approach based on the method of mathematical and computer modelling.

**The obtained results and their novelty:** the method for construction and investigation of the mathematical models for complex non-linear physical systems "foundation – ground base" with regard the sealing of ground model base in the contact area was obtained. Proposed further development of numerical-analytical methods for determining the precipitation of single screw pile and groups of piles taking into account of the compaction of the subgrade and numerically-analytical method of calculation of pile PDT on the first and second ultimate limit state taking into account non-linear deformation of the ground-water model of the base and its sealing in the area of the discharge-pulse processing was obtained. With help of the computer simulation it was shown that metering the compaction of the soil around the barrel screw piles increases the bearing capacity of the subgrade on average by 18%. A method for bearing capacity control of complex nonlinear deformed soil bases through the introduction of the sealing elements, the number and type of which is determined by the ground conditions and the external load. The derived formulas were verified by computer simulation and based on experimental data, and thereby illustrate their practical acceptability.

**Recommended use:** the received results can be used in carrying out research and design work in the designing and construction of foundations various facilities.

**Applications:** the construction of various facilities.



Научное издание

**ПРОКОПЕНКО**

Дмитрий Викторович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ОСАДКИ СВАЙНЫХ И ПЛИТНЫХ  
ФУНДАМЕНТОВ НА НЕЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМОМ  
ГРУНТОВОМ ОСНОВАНИИ**

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Подписано в печать 17.10.2016. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 1,4.

Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 100 экз. Заказ 595.

Издатель и полиграфическое исполнение:

учреждение образования

«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 1/87 от 18.11.2013.

Специальное разрешение (лицензия) № 02330 / 450 от 18.12.2013.

Ул. Советская, 104, 246019, Гомель