

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Информационные технологии»

Т. А. Трохова

КОМПЬЮТЕРНЫЕ МЕТОДЫ ИНЖЕНЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

**по курсу «Компьютерные методы инженерного
моделирования в САS» для студентов
специальности 1-40 01 02 «Информационные
системы и технологии (по направлениям)»**

Гомель 2009

УДК 004.94(075.8)
ББК 32.973я73
Т76

*Рекомендовано научно-методическим советом
факультета автоматизированных и информационных систем
ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 10 от 29.06.2009 г.)*

Рецензент: начальник сектора программных средств АСУ вычислительного центра
ГГТУ им. П. О. Сухого *Н. С. Шестакова*

Трохова, Т. А.
Т76 Компьютерные методы инженерного моделирования : лаборатор. практикум по курсу «Компьютерные методы инженерного моделирования в CAS» для студентов специальности 1-40 01 02 «Информационные системы и технологии (по направлениям)» / Т. А. Трохова. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2009. – 33 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

Содержит пять лабораторных работ, охватывающих следующие темы теории моделирования: создание моделей, заданных глобальной функцией, создание статических моделей, моделей, полученных по результатам эксперимента, динамических моделей технических систем, причем динамические модели задаются как в виде дифференциальных уравнений и систем, так и в виде передаточных функций. Практикум содержит также работу по параметрической идентификации технических систем.

Для студентов специальности 1-40 01 02 «Информационные системы и технологии (по направлениям)».

**УДК 004.94(075.8)
ББК 32.973я73**

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2009

Лабораторная работа 1. Построение и исследование моделей, заданных своей функцией

Цель работы: Получить навыки работы с дискретными переменными и с графической информацией СКМ (систем компьютерной математики), научиться строить и форматировать двумерные графики кусочно-непрерывных функций, заданных программными фрагментами. Получить навыки компьютерного моделирования технических объектов, представленных в виде явной аналитической модели.

Практическая часть

Задача 1.

Постановка задачи

Разработать компьютерную модель манипулятора, которая имеет следующие выходные параметры:

- значения угла поворота звена ОА в зависимости от времени;
- значения координат шарнира А и захвата С в зависимости от времени;
- значения скорости захвата С в зависимости от времени.

Результаты моделирования представить в численном и графическом виде.

Исследовать модель, для чего определить:

- минимальное значение скорости захвата манипулятора;
- значение времени, при котором скорость захвата манипулятора минимальна.

Исходными данными для построения модели являются:

- АВ – длина звена АВ;
- АС – длина звена АС;
- ОА – длина звена ОА;
- вид функции закона движения ползуна, заданный аналитически;
- вид функции закона движения руки АС, заданный аналитически;
- T_k – конечное значение времени для исследования модели манипулятора.

Таблица 1.1 - Варианты исходных данных

№	АВ (см)	ОА (см)	АС (см)	T_k (с)	S_0	V_b	Ψ_0	ω
1	91	80	52	1	1.18 5	0.862	0.551	2.247
2	98	82	52	1.1	1.15	0.8	0.55	2.2

3	91	75	5	1.15	1.2	0.75	0.65	2.4
4	95	77	48	1.2	1.3	0.76	0.51	2.6
5	94	72	50	1.2	1.45	0.88	0.53	2.47
6	96	82	51	1.05	1.15	0.82	0.51	2.3

Описание математической модели

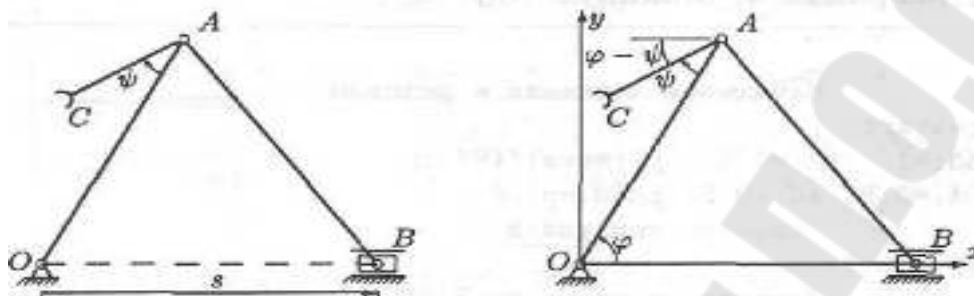


Рисунок 1.1 – Схема манипулятора

Механизм манипулятора (рисунок 1.1) приводится в движение двумя независимыми приводами. Задан закон движения ползуна:

$$S1(t) = S0 - Vb \cdot t$$

Закон движения руки AC относительно кривошипа OA имеет вид:

$$\Psi(t) = \Psi0 + \omega \cdot t$$

Координаты шарнира A вычисляются по формулам:

$$XA = OA \cdot \cos \varphi \quad YA = OA \cdot \sin \varphi,$$

где угол φ в зависимости от времени вычисляется по формуле:

$$\varphi(t) = \arccos \left(\frac{-AB^2 + S1(t)^2 + OA^2}{2 \cdot OA \cdot S1(t)} \right),$$

Координаты захвата вычисляются по формулам:

$$XC = XA - AC \cdot \cos(\varphi - \psi) \quad YC = YA - AC \cdot \sin(\varphi - \psi)$$

Дифференцируя координаты по времени, получаем проекции скорости захвата C по формулам:

$$VX(t) = \frac{d}{dt} XC(t) \quad VY(t) = \frac{d}{dt} YC(t)$$

Значение скорости захвата вычисляется по формуле:

$$V = \sqrt{VX^2 + VY^2}$$

Задача 2

Постановка задачи

Разработать компьютерную модель кулачкового механизма, которая имеет следующие выходные параметры:

- функцию аналога ускорения толкателя в зависимости от времени;
- функцию аналога скорости толкателя в зависимости от времени;

Исследовать модель, для чего определить следующие параметры:

- максимальные и минимальные значения аналогов ускорения и скорости кулачкового механизма;
- значение времени, при котором аналоги ускорения и скорости кулачкового механизма максимальны.

Исходные данные для построения модели приведены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Исходные данные для задачи 2

№ варианта	Параметры закона S					
	φ_1	φ_2	φ_3	a_1	a_2	ω_0
1	1,75	3,18	5,22	8,2	6,0	1,256
2	1,57	3,05	5,7	8,5	3,0	1,256
3	1,63	2,14	4,64	9,5	4,0	1,256
4	1,45	3,14	4,92	8,0	5,3	1,256
5	1,87	3,05	5,12	8,5	7,0	1,256

Описание математической модели

Дан кулачковый механизм, закон изменения аналога ускорения толкателя которого приведен на рисунке 1.2.

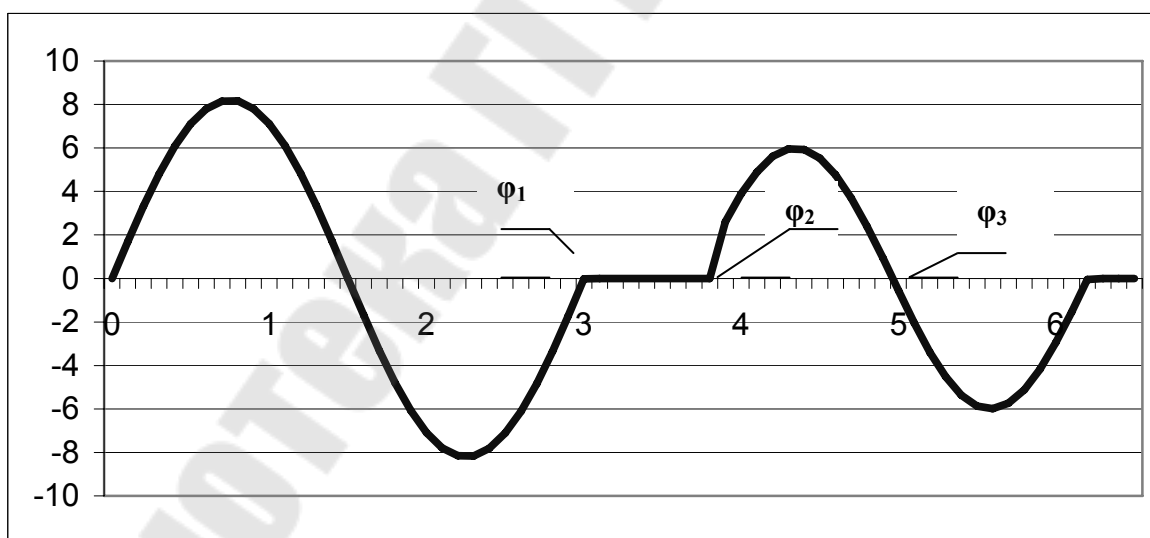


Рисунок 1.2 - Закон изменения аналога ускорения толкателя

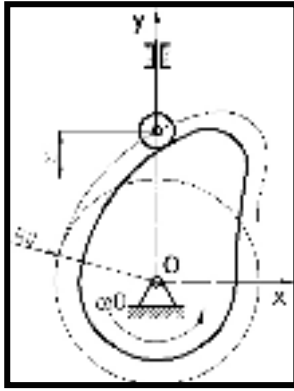


Рисунок 1.3 – Кулачковый механизм

Функция аналога ускорения толкателя механизма имеет вид:

$$S_{11}(t) = \begin{cases} a_1 \sin(b_1 \omega_0 t) & \text{при } 0 \leq t < t_1 \\ 0 & \text{при } t_1 \leq t < t_2 \\ -a_2 \sin(b_2 \omega_0 t) & \text{при } t_2 \leq t < t_3 \\ 0 & \text{при } t_3 \leq t < \frac{2\pi}{\omega_0} \end{cases}$$

$$t_1 = \frac{2\pi}{b_1 \omega_0} \quad t_2 = \frac{\varphi_2}{\omega_0} \quad t_3 = t_2 + \frac{2\pi}{b_2 \omega_0}$$

$$b_1 = \frac{2\pi}{\varphi_1} \quad b_2 = \frac{2\pi}{\varphi_3 - \varphi_2}$$

Функции аналога скорости толкателя имеют вид:

$$S_1(t) = \begin{cases} \int_0^t a_1 \sin(b_1 \omega_0 t) & \text{при } 0 \leq t < t_1 \\ 0 & \text{при } t_1 \leq t < t_2 \\ \int_{t_2}^t -a_2 \sin(b_2 \omega_0 t) & \text{при } t_2 \leq t < t_3 \\ 0 & \text{при } t_3 \leq t < \frac{2\pi}{\omega_0} \end{cases}$$

Лабораторная работа 2. Построение статических моделей технических объектов

Цель работы: Получение навыков построения статических моделей технических объектов с использованием численных методов решения алгебраических уравнений и систем.

Практическая часть

Задача 1.

Постановка задачи

Создать и исследовать статическую модель шарнирного четырехзвенника, для чего выполнить приведенные ниже задания.

1. Рассчитать длины звеньев шарнирного кривошипно-коромыслового четырехзвенника по позданной математической модели.
2. Проверить, соответствуют ли вычисленные значения параметров a (длина кривошипа), b (длина шатуна) и c (длина коромысла) с заданными значениями α и β условиям существования механизма и ограничениям: $\upsilon \leq \upsilon_d$ и $a < d$
3. Рассчитать значение функции погрешности $\Delta\Psi(\varphi)$, построить графики зависимости $\Psi(\varphi)$ и $\Psi(\varphi) + \Delta\Psi(\varphi)$, сделать выводы по полученным результатам.
4. Вычислить сумму квадратов отклонений полученной функции движения механизма от заданной.
5. Найти значение угла φ , при котором отклонение полученной функции от заданной максимально.

Исходными данными для моделирования являются:

- звено AD (стойка) имеет длину $d=1$;
- углы α и β , определяющие взаимное расположение звеньев АВ и CD относительно стойки, заданы в таблице 1;
- вид функции закона движения коромысла $\psi(\varphi) = k_1 \cdot \sin(\varphi) + k_2$;
- допустимое значение угла давления шатуна на коромысло υ_d ;
- пределы изменения угла φ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$).

Таблица 2.1 - Варианты исходных данных

Номер варианта	α , рад	υ_d , рад	β	k_1	k_2
1	3	1,3	130°	0.313	0.13

2	3,01	1,5	100°	0.28	0.1
3	3,02	1,2	115°	0.292	0.2
4	2,87	1,1	125°	0.25	0.23
5	2,9	1,2	135°	0.27	0.183
6	3,03	1,4	110°	0.32	0.21
7	2,89	1.2	105°	0.275	0.115

Описание математической модели

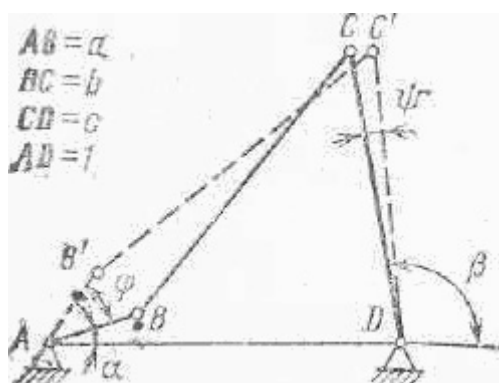


Рисунок 2.1 – Схема шарнирного четырехзвенника

Дан шарнирный плоский кривошипно-коромысловый четырехзвенник (рисунок 2.1), ведущее звено которого – кривошип АВ – совершает равномерное вращательное движение во времени, а коромысло CD движется по заданному закону.

В общем случае при синтезе плоского шарнирного четырехзвенника требуется подобрать пять параметров: относительные длины звеньев a , b , c ($d=1$) и начальные углы α и β таким образом, чтобы проектируемый механизм обеспечивал определенный закон преобразования движения $\Psi=f(\varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \varphi_m$, и максимальный угол давления шатуна на звено CD был меньше допустимого значения φ_d .

По методике моделирования углы α и β задаются в качестве исходных данных, а параметры механизма вычисляются по формулам:

$$a = 1 / p_1 \quad c = -1 / p_0$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 + 1 - 2cap_2}$$

где параметры p_j ($j=0,1,2$) есть неизвестные в системе линейных уравнений вида:

$$p_0 \cdot \cos(\phi_1 + \alpha) + p_1 \cdot \cos(\psi(\phi_1) + \beta) + p_2 = \cos(\phi_1 + \alpha - \psi(\phi_1) - \beta)$$

$$p_0 \cdot \cos(\phi_2 + \alpha) + p_1 \cdot \cos(\psi(\phi_2) + \beta) + p_2 = \cos(\phi_2 + \alpha - \psi(\phi_2) - \beta)$$

$$p_0 \cdot \cos(\phi_3 + \alpha) + p_1 \cdot \cos(\psi(\phi_3) + \beta) + p_2 = \cos(\phi_3 + \alpha - \psi(\phi_3) - \beta)$$

где $\psi(\phi)$ вычисляется по заданной аналитической зависимости вида:

$$\psi(\phi) = k_1 \cdot \sin(\phi) + k_2$$

Углы ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 вычисляются по формулам:

$$\phi_1 = 0.25 \cdot \phi_m$$

$$\phi_2 = 0.75 \cdot \phi_m$$

$$\phi_3 = \phi_m$$

$$\phi_m = 2 \cdot \pi$$

Угол давления определяется по формуле:

$$\nu = \arcsin [(b^2 + c^2 - l^2) / (2 \cdot b \cdot c)],$$

где $l^2 = a^2 + 1 - 2a \cdot \cos(\phi)$.

Полученный угол давления при $\phi = 0$ является максимальным и должен удовлетворять условиям

$$\nu \leq \nu_d$$

Для определения погрешности воспользуемся формулой:

$$\Delta\Psi = \Delta Q / (2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\nu)), \text{ где}$$

$$\Delta Q = -2a \cdot c \cdot [p_0 \cdot f_0(\phi) + p_1 \cdot f_1(\phi) + p_2 \cdot f_2(\phi) - F(\phi)]$$

Здесь функции $f_0(\phi)$, $f_1(\phi)$, $f_2(\phi)$, $F(\phi)$ определяются по следующим формулам:

$$f_0(\phi) = \cos(\phi + \alpha)$$

$$f_1(\phi) = \cos(\psi(\phi) + \beta)$$

$$f_2(\phi) = 1$$

$$F(\phi) = \cos(\phi + \alpha - \psi(\phi) - \beta)$$

Задача 2.

Постановка задачи

Создать и исследовать статическую модель материальной точки, для чего выполнить приведенные ниже задания.

1. Рассчитать значения проекций скоростей материальной точки на оси X и Y при заданном значении $x=x_1$.
2. Рассчитать значения проекций ускорения материальной точки на оси X и Y при заданном значении $x=x_1$.
3. Вычислить модуль ускорения и радиус кривизны траектории движения материальной точки.
4. Провести расчеты п.п.1 - 3 для значений x , указанных в задании.
5. Построить графики проекций скорости, проекций ускорения, модуля ускорения движения материальной точки в зависимости от значений x .

Исходными данными для моделирования являются:

- v – постоянная скорость движения точки;
- вид функции закона движения точки;
- $x_1..x_7$ – значения координаты x , при которых нужно выполнить расчеты.

Таблица 2.2 - Варианты исходных данных

№	V (м/с)	Диапазон значений X	Вид функции движения	A	B	C
1	1.12	0 - 1.2	$Y(X) = A \cdot X^2 + B \cdot X + C$	0.23	1.4	2
2	5.1	0 - 2	$Y(X) = A \cdot X^2 + B \cdot \sin\left(\frac{X}{6}\right)$	1.45	2.1	
3	5	0 - 3	$Y(X) = A \cdot \ln\left(\frac{X}{2} + 1\right) + B$	4.8	0.76	
4	4.8	0 - 2.8	$Y(X) = A \cdot \cos\left(\frac{X}{6}\right) + B \cdot X^2$	1.25	0.7	
5	5.5	0 - 1	$Y(X) = A \cdot \sin^2 \frac{X}{3} + B \cdot \cos \frac{X}{3}$	2.1	3.13	
6	4.9	0 - 2.9	$Y(X) = A \cdot \sin^2 \frac{X}{3} + B \cdot X^2$	3.05	2.42	

Таблица 2.3 – Значения координаты x для расчетов $x_1..x_7$

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1	0.1	0.25	0.4	0.5	0.7	0.85	1.1
2	0.25	0.65	0.98	1.24	1.53	1.88	2
3	0.18	0.68	1.15	1.76	2.27	2.85	3
4	0.16	0.73	1.34	1.85	2.23	2.59	2.8
5	0.13	0.25	0.45	0.58	0.75	0.85	1
6	0.17	0.58	1.05	1.66	2.07	2.55	2.9

Описание математической модели

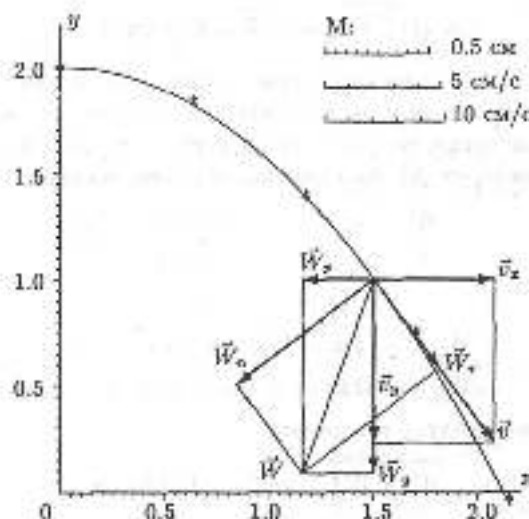


Рисунок 2.2 – График движения материальной точки

Точка движется по плоской кривой $Y=Y(X)$ с постоянной скоростью v . Для нахождения проекций скорости движения точки на оси X и Y (v_x , v_y) нужно при заданном значении x решить систему уравнений вида:

$$v_y = y_1(x) \cdot v_x$$

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2, \text{ где}$$

$$y_1(x) = \frac{d}{dx} y(x)$$

- первая производная по координате x , $y(x)$ – заданный закон движения точки.

Для нахождения проекций ускорения на оси X и Y (W_x , W_y) нужно при заданном значении x решить систему уравнений вида:

$$W_y = y_2(x) \cdot v_x^2 + y_1(x) \cdot W_x$$

$$\frac{|v_x \cdot W_x + v_y \cdot W_y|}{v^2} = 0$$

где

$$y_2(x) = \frac{d}{dx} y_1(x)$$

- первая производная от функции скорости $y_1(x)$ по координате x .

Модуль ускорения вычисляется по формуле:

$$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$$

Радиус кривизны траектории движения точки вычисляется по формуле:

$$R = \frac{v^2}{W}$$

Лабораторная работа 3. Построение моделей по экспериментальным данным

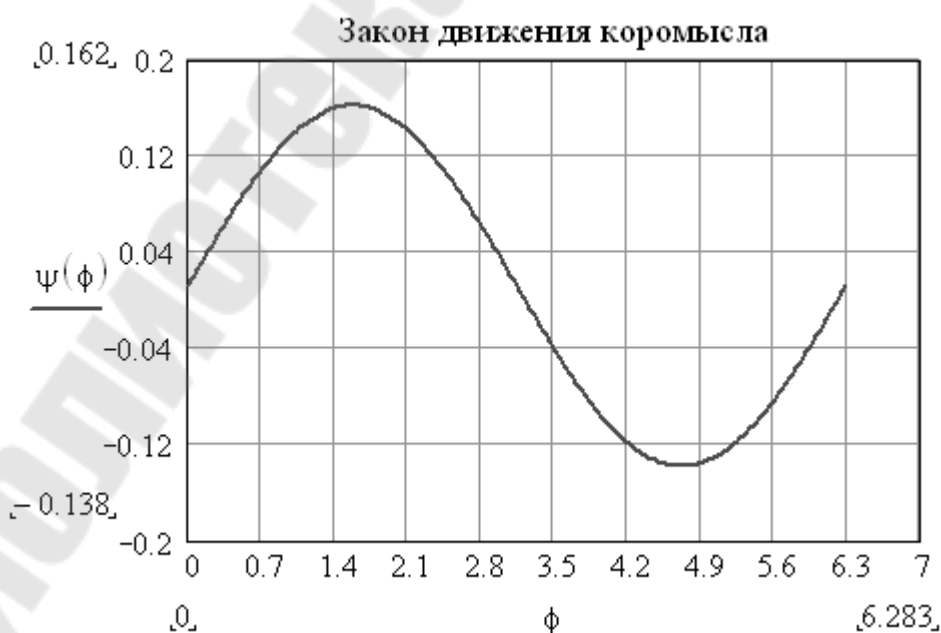
Цель работы: Получение навыков построения статических моделей технических объектов по экспериментальным данным с использованием численных методов аппроксимации.

Задача 1

Постановка задачи

Для модели шарнирного четырехзвенника, разработанной в лабораторной работе 2, функция закона движения коромысла получена экспериментальным путем и приведена в виде графиков. Необходимо получить аналитическую зависимость этой графической функции и применить ее в модели шарнирного четырехзвенника.

Графические функции закона движения коромысла
Вариант 1.



Вариант 2.



Вариант 3.



Вариант 4.



Вариант 5.



Задача 2

Постановка задачи

1. Получить табличную функцию вольт-амперной характеристики туннельного диода по ее графическому виду, приведенному в приложении А.

2. Получить аналитическую зависимость для табличной функции вольт-амперной характеристики диода по заданной упрощенной модели.
3. Построить графики исходной и аппроксимирующей функций.
4. Вычислить сумму квадратов отклонений исходной функции от аппроксимирующей в узловых точках.

Описание математической модели

Электрическая цепь включает туннельный диод с нелинейной вольт-амперной характеристикой. Упрощенная модель диода имеет вид:

$$I(u) = A \cdot u \cdot e^{-\alpha \cdot u} + D \cdot (e^{\beta \cdot u} - 1)$$

Начальные значения для аппроксимации функции вольт-амперной характеристики диода выбрать следующие:

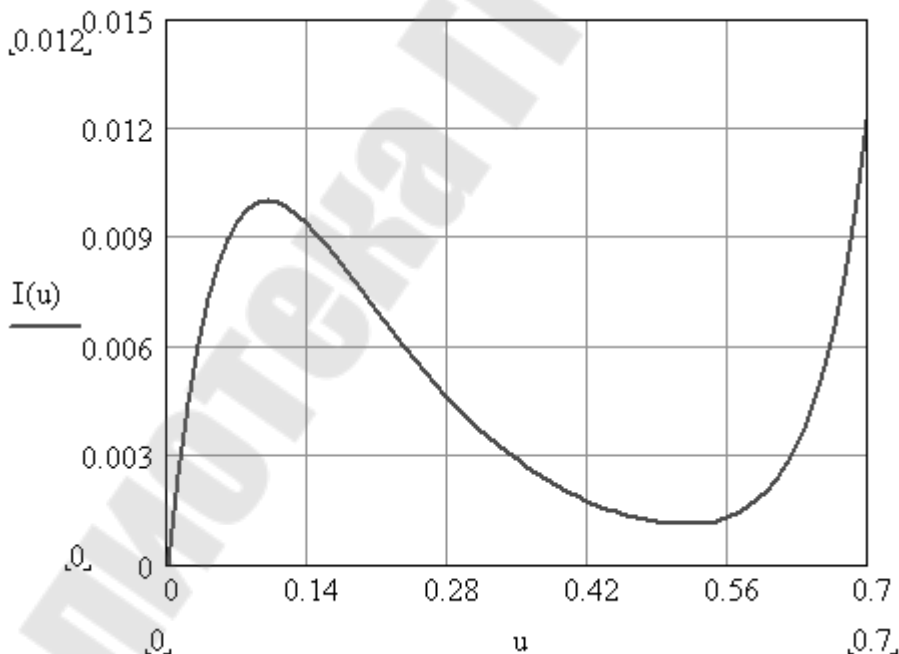
$$A=0.2$$

$$\alpha=7$$

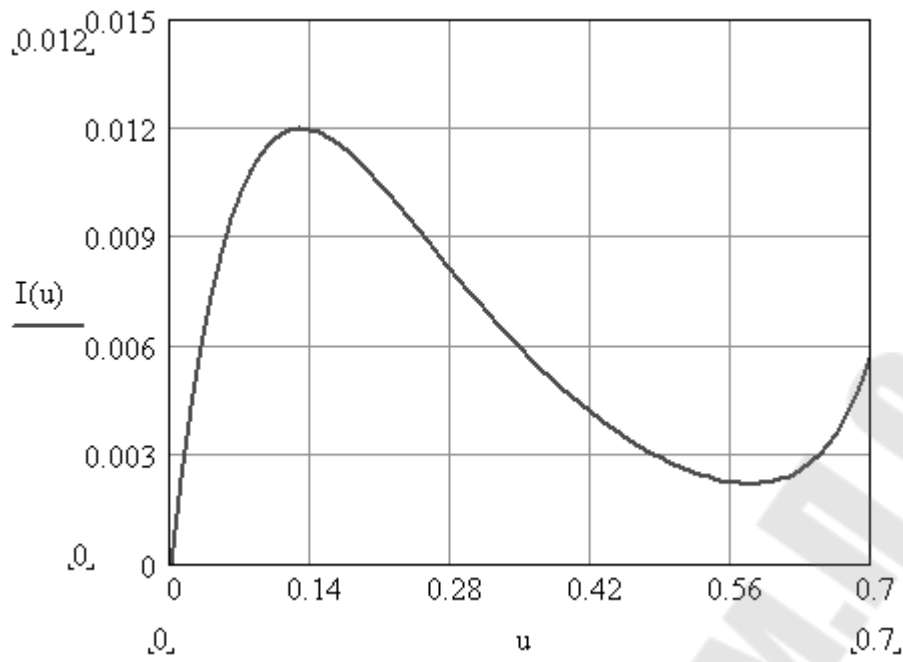
$$D=10^{-7}$$

$$\beta=10$$

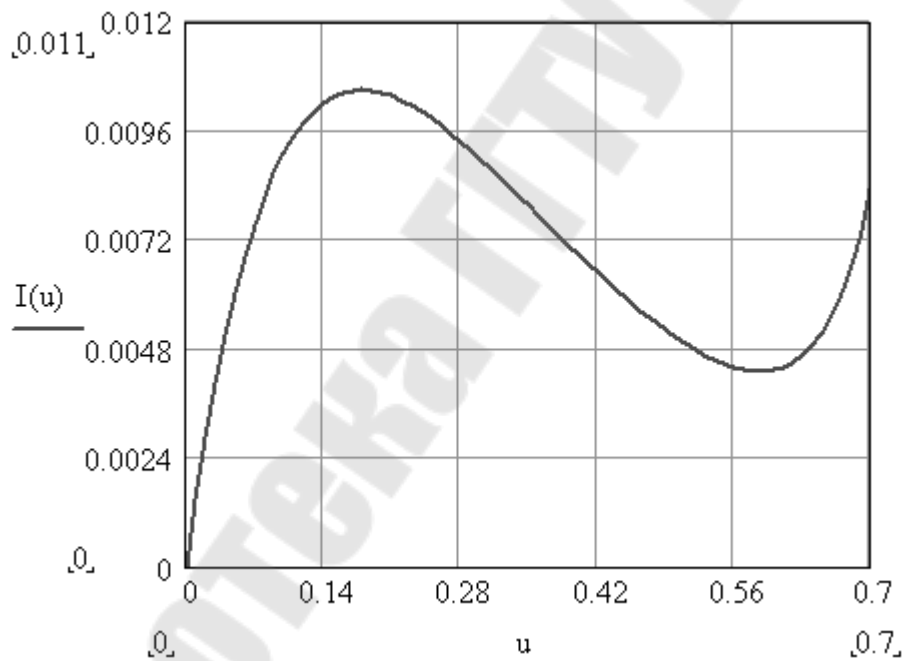
Виды вольтамперных характеристик туннельного диода
Вариант 1.



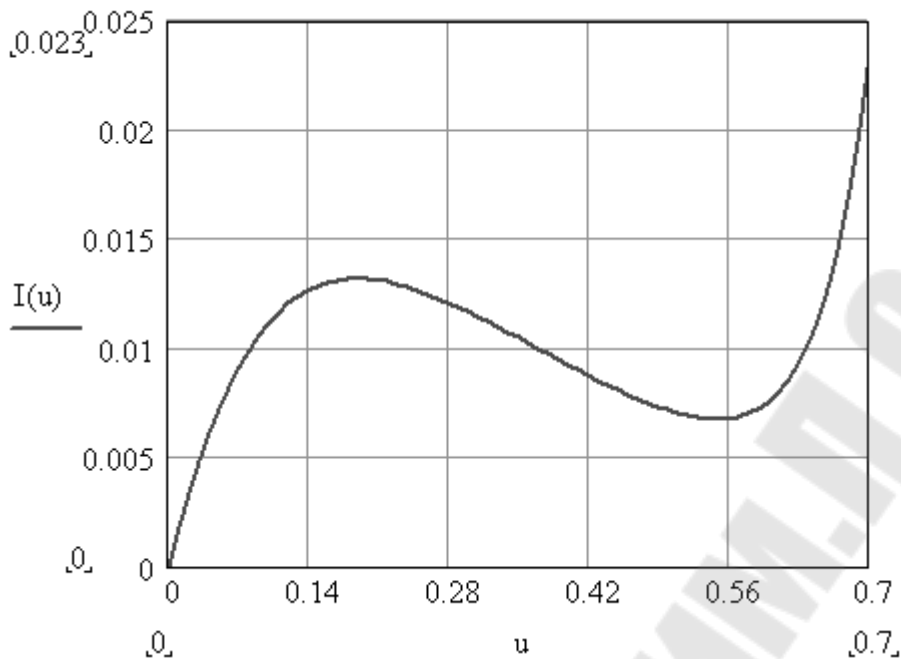
Вариант 2.



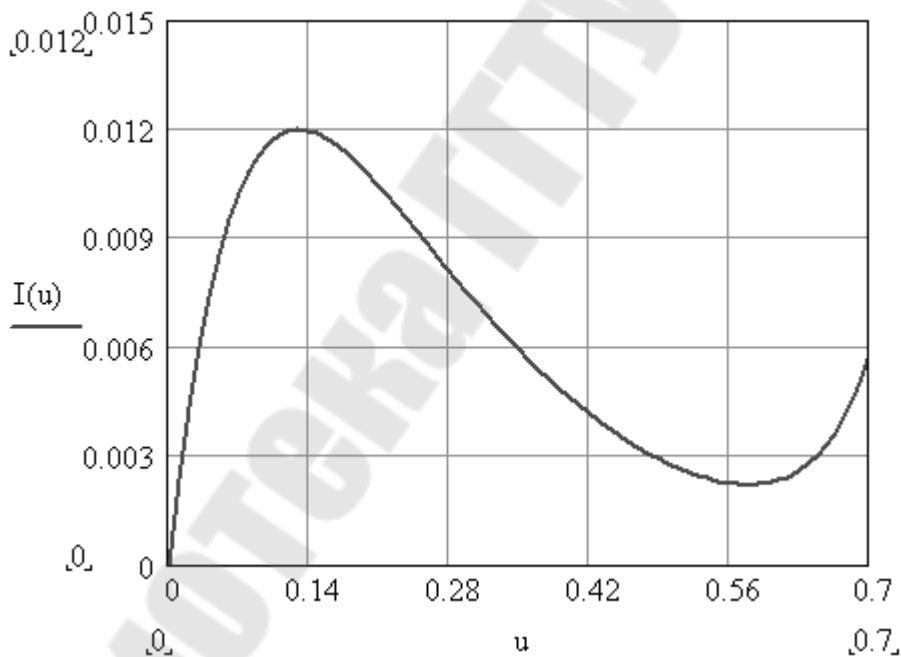
Вариант 3.



Вариант 4.



Вариант 5.



Задача 3

Постановка задачи

1) Создать с использованием программы «Блокнот» файл значений функции, полученной в результате эксперимента. Считать файл в вектор Y в документе СКМ. Вектор аргумента функции X создать с использованием

формулы, приведенной в задании. Построить график полученной функции $Y(X)$.

2) Выполнить сплайновую интерполяцию исходной функции. Сделать графическую интерпретацию результатов.

3) Выполнить табулирование интерполирующей функции. Записать полученный вектор в файл на диске.

Описание математической модели

В результате эксперимента был получен вектор данных размерностью $2N+1$, который размещен в текстовом файле.

Известно, что значения независимого параметра x можно рассчитать аналитически:

$$x_i = \frac{2\pi(i-1)}{2N+1} \quad i = 1, 2, \dots, 2N+1$$

Необходимо рассчитать значения экспериментальной зависимости не менее, чем в 100 точках и записать полученные данные в файл для дальнейшей обработки модели.

Таблица 3.1 – Варианты исходных данных

№	Значения функции Y
1	1.01; 1.803; 3.085; 4.776; 6.434; 7.347; 7.027; 5.652; 3.897; 2.381; 1.347; 7.422; 0.419; 0.419; 0.256; 0.176; 0.142; 0.136; 0.155; 0.209; 0.324
2	7.38; 6.76; 5.22; 3.47; 2.07; 1.16; 0.64; 0.36; 0.23; 0.16; 0.13; 0.13; 0.16; 0.23; 0.37; 0.64; 1.16; 2.08; 3.48
3	-1.24; -1.17; -1.08; -0.96; -0.84; -0.79; -0.8; -0.9; -1.1; -1.21; -1.02; -1.28; -1.32; -1.34; -1.36; -1.37; -1.37; -1.36; -1.35
4	-3.0; -3.58; -4.12; -4.56; -4.86; -4.99; -4.94; -4.73; -4.36; -3.86; -3.30; -2.7; -2.13; -1.64; -1.26; -1.05; -1.00; -1.13; -1.43
5	102; 105; 90.6; 520.4; 1714.7; 2915.0; 2439.2; 1020.6; 230.7; 320.17; 329; 305; 380; 400; 156; 349; 681; 2541; 1485
6	2980.1; 2089.3; 742.4; 146.6; 180.6; 198; 163; 244; 387; 1232; 1442; 154; 278; 378.99; 158; 999; 122; 186; 1466; 742.5; 567
7	1.01; 1.34; 1.75; 2.18; 2.53; 2.71; 2.65; 2.37; 1.97; 1.54; 1.16; 0.86; 0.64; 0.5; 0.42; 0.37; 0.36; 0.39; 0.45; 0.56; 0.77
8	2.71; 2.6; 2.28; 1.86; 1.44; 1.07; 0.8; 0.46; 0.42; 0.4; 0.37; 0.37; 0.4; 0.48; 0.6; 0.8; 1.07; 1.44; 1.86; 2.28; 2.6
9	-1.32; -1.28; -1.26; -1.24; -1.25; -1.25; -1.25; -1.26; -1.27; -1.29; -1.29; -1.33; -1.34; -1.37; -1.37; -1.37; -1.37; -1.36; -1.36; -1.35; -1.34
10	-4.1; -4.2; -4.5; -4.7; -4.9; -5.0; -4.9; -4.8; -4.6; -4.4; -4.1; -3.8; -3.5; -3.1; -3.0; -5.0; -3.04; -3.1; -3.2; -3.4; -3.7

11	1.1; 2.4; 5.4; 10.4; 16.3; 19.9; 18.6; 13.4; 7.7; 3.6; 1.6; 0.64; 0.27; 0.13; 0.7; 0.5; 0.588; 0.6; 0.9; 0.18; 0.4
12	2.2; 7.5; 1.9; 6.4; 2.9; 1.2; 1.5; 2.8; 0.1; 0.6; 0.5; 0.59; 6; 0.7; 0.5; 1.0; 1.2; 2.9; 6.4; 1.9; 7.5
13	-1.1; -0.8; -0.3; 0.3; 0.7; 0.8; 0.7; 0.5; 0.4; -0.6; -0.9; -1.1; -1.27; -1.35; -1.37; -1.44; -1.36; -1.34; -1.3
14	-2.0; -2.8; -3.7; -4.3; -4.7; -4.9; -4.9; -4.5; -4.1; -3.3; -2.4; -1.5; -0.6; -0.04; 0.6; 0.92; 0.99; 0.79; 0.34; -0.3; -1.1
15	1.1; 3.2; 9.5; 22.8; 41.4; 53.9; 49.4; 31.9; 15.2; 5.7; 1.8; 0.55; 0.17; 0.06; 0.3; 0.2; 0.1; 0.2; 0.4

Лабораторная работа 4. Построение динамических моделей в СКМ

Цель работы: Получить навыки решения ОДУ и систем ОДУ в СКМ, научиться давать графическую интерпретацию полученных результатов. Получить навыки компьютерного моделирования динамических технических объектов.

Задача 1

Постановка задачи

Электрическая цепь, представляющая собой параллельно соединенные источник тока, переменное сопротивление и емкость (рисунок 4.1), описывается дифференциальным уравнением вида:

$$C \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{R(t)} = J$$

Переменное сопротивление задано функцией вида:

$$R(t) = \begin{cases} 2 & \text{если } 0 \leq t < \tau \\ 1 & \text{если } t \geq \tau \end{cases}$$

Необходимо найти значения напряжения на конденсаторе в заданном временном интервале 2τ .

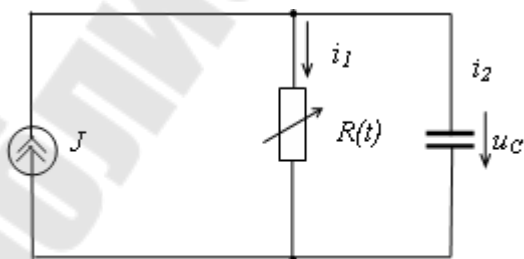


Рисунок 4.1 – Вид электрической цепи

Исходными данными для решения задачи являются следующие:

$J=10$ – сила тока в источнике;

$C=1$ – исходная емкость конденсатора;

$u_{c1}=11.87$ – начальное значение напряжения на конденсаторе;

$\tau=2$ – время, равное полупериоду изменения $R(t)$.

Задача 2

Постановка задачи

Электрическая цепь, приведенная на рисунке 4.2, описывается системой дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{di}{dt} = \frac{E - i \cdot R - u}{L}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{i - I(u)}{C}$$

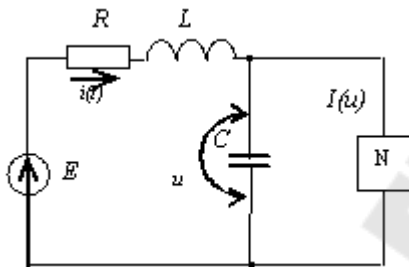


Рисунок 4.2 – Вид электрической цепи с туннельным диодом

Вольт-амперная характеристика туннельного диода имеет вид:

$$I(u) = A \cdot u \cdot e^{-\alpha \cdot u} + D \cdot (e^{\beta \cdot u} - 1)$$

Параметры характеристики вычисляются по формулам:

$$A = e \cdot \frac{I_p}{U_1} \quad \alpha = \frac{1}{U_1}$$

Исходными данными для решения задачи являются следующие:

$I_p=10^{-2}$, $U_1=0.1$, $D=10^{-8}$, $\beta=20$ – параметры вольт-амперной характеристики диода;

$E=0.3$ – ЭДС;

$R=10$ – исходное сопротивление;

$C=10^{-11}$ – исходная емкость;

$L=10^{-7}$ – исходная индуктивность;

$u_0=0$ – начальное значение напряжения;

$i_0=0$ – начальное значение тока;
 $T=1.4 \cdot 10^{-8}$ – время исследования;

Необходимо найти значения напряжения на конденсаторе и тока на катушке индуктивности в заданном временном интервале.

Задача 3

Постановка задачи

1. С использованием СКМ рассчитать значение функций перемещения, скорости и ускорения динамической системы прибора, представляющего собой груз на двух пружинах. Построить графики этих функций.
2. Исследовать влияние значений изменяемого параметра на амплитуду перемещения груза, для этого рассчитать функцию перемещения движения груза при различных значениях изменяемого параметра. Построить графики зависимости перемещения груза от времени.
3. Построить сводный график всех полученных функций перемещения на одном поле.

Исходными данными для задачи являются:

x_0 – отклонение груза от положения равновесия в начальный момент времени;

m – масса груза

c – жесткость пружин

α – коэффициент вязкого сопротивления жидкости

Таблица 4.1 - Таблица исходных данных

C (кН/н)	m (кг)	a (Н·с·м ⁻¹)	x_0	t_k (с)	Варьируемый параметр	N варианта
3,1	50	500	0.03	1	m	1
3	65	600	0.05	1,1	c	2
4,5	73	450	0.08	0,9	a	3
4,2	60	520	0,07	1,2	c	4
3,5	50	550	0,04	1,1	m	5
3,8	4,8	620	0,06	0,9	α	6

Таблица 4.2 - Таблица значений варьируемых параметров

m	50	70	100	115	130	150	170	190	215
C кН/м	3	3,5	4,1	4,5	4,9	5,1	5,35	5,5	5,6
α Н·с·м ⁻¹	450	520	580	610	710	780	850	900	930

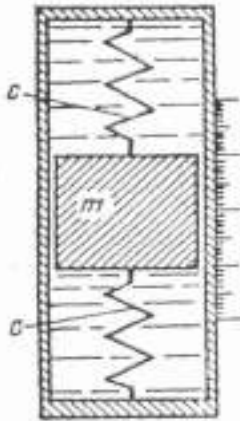


Рисунок 4.3 – Вид динамической системы

Описание математической модели

Дан прибор, представляющий собой груз массой m , укрепленный на двух пружинах жесткостью c каждая. Груз находится в трубке, заполненной жидкостью. При движении груза на него действует сила инерции - $m\ddot{x}$, сила сопротивления пружин $2cx$ и сила вязкого сопротивления жидкости $\alpha\dot{x}$. С учетом этих сил дифференциальное уравнение движения груза представлен в виде:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2x = 0$$

$$\text{где } n = \alpha / 2m \quad p^2 = 2c / m$$

Задача 4

Постановка задачи

1. С использованием СКМ рассчитать значение функций перемещения, скорости и ускорения динамической системы $y(t)$ под воздействием начальных значений перемещения и скорости без учета возмущающей силы $F(t)$. Построить графики этих функций.
2. Получить функцию возмущающей силы по заданной аналитической зависимости вида

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t).$$
3. Рассчитать значение функций перемещения, скорости и ускорения динамической системы $y(t)$ без воздействия начальных значений перемещения и скорости с учетом гармонической возмущающей силы. Построить графики рассчитанных функций.

4. Вычислить значение резонансной частоты для заданных параметров системы, построить график амплитудно-частотной характеристики системы.
5. Рассчитать значение функции перемещения динамической системы $y(t)$ под воздействием гармонической возмущающей силы с частотой воздействия, равной вычисленной резонансной частоте системы. Построить график этой функции, сделать выводы по полученным результатам.
6. Исследовать влияние частоты нагружающей силы на амплитуду перемещения массы. Значения частоты для исследований подобрать самостоятельно (8-9 значений). Построить график этой зависимости. Сравнить его с графиком, построенным в п.4.
7. Исследовать реакцию системы на ступенчатую функцию, найти основные характеристики переходного процесса.

Исходные данные

Исходными данными для работы являются:

m – масса системы;

k – коэффициент жесткости пружины;

c – коэффициент демпфирования демпфера;

w – круговая частота возмущающей силы;

F_0 – амплитуда возмущающей силы;

T – период времени для исследования системы.

Варианты исходных данных приведены в таблице 1.

Таблица 4.3 - Варианты исходных данных

N	m	c	k	T	A	w
1	10	2	10	50	1.9	5
2	5	0.3	5	150	2	7
3	20	0.4	7	160	1.8	6
4	5	0.1	2	210	1.9	5
5	6	0.2	4	190	1.8	7
6	10	2	2.5	200	2	5

Описание математической модели

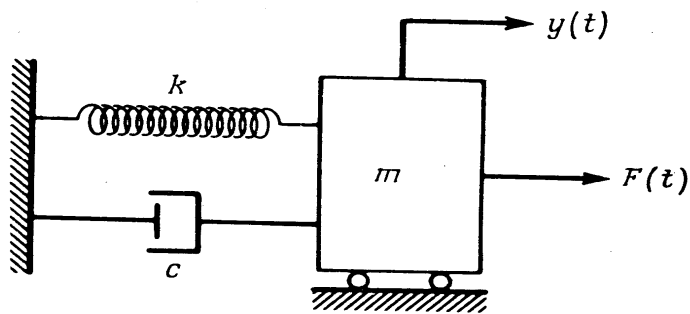


Рисунок 4.4 – Вид динамической системы

Движение динамической колебательной системы описывается дифференциальным уравнением вида

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = F(t)$$

где

$y(t)$ – функция перемещения массы m системы в зависимости от времени;

$y'(t)$ – функция скорости;

$y''(t)$ – функция ускорения.

$F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ – возмущающая сила, действующая на систему.

Коэффициент затухания системы s вычисляется по формуле:

$$s = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

Собственная частота незатухающих колебаний системы рассчитывается по формуле:

$$fn = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Амплитудно-частотная характеристика системы имеет вид:

$$H(f) = \frac{1/k}{\sqrt{(1 - (f/fn)^2)^2 + (2sf/fn)^2}}$$

Резонансная частота системы (частота, на которой амплитудная характеристика достигает максимума) вычисляется по формуле:

$$fr = fn \sqrt{1 - 2s^2}$$

Круговая частота вычисляется по формуле:

$\omega = 2\pi f$, следовательно, для резонансной частоты $\omega = 2\pi fr$.

Задача 5

Модель динамической системы, приведенной в задаче 4, задана передаточной функцией вида:

$$\frac{1}{m \cdot s^2 + c \cdot s + k}$$

Необходимо:

1. Получить функцию перемещения технической системы, построить ее график.
2. Построить амплитудно-частотную характеристику системы.
3. Сравнить полученные результаты с результатами моделирования задачи 4.

Алгоритм построения модели для системы Mathcad следующий:

- Определить функцию входного воздействия:
 - $A \cdot \sin(\omega \cdot t)$
- Выполнить преобразование Лапласа над этой функцией, используя функции символьных вычислений.
- Задать передаточную функцию.
- Получить операторное изображение выходной функции системы, умножив операторное изображение входной функцию на передаточную.
- Выполнить над выходной функцией обратное преобразование Лапласа.
- Задать исходные данные для решения задачи.
- Скопировать полученную аналитическую функцию перемещения в переменную $y(t)$.
- Построить график функции перемещения системы в зависимости от времени.
- Задать $i := \sqrt{-1}$ и получить АЧХ как модуль передаточной функции с заменой s на $i \cdot \omega$:

- $$F(\omega) := \left| \frac{1}{m \cdot (i \cdot \omega)^2 + c \cdot i \cdot \omega + k} \right|$$

- Построить графики амплитудно-частотной характеристики.

Лабораторная работа 5. Параметрическая идентификация технических систем

Цель работы: получить навыки решения задач моделирования, связанных с идентификацией параметров технических объектов

Порядок выполнения работы.

1. Скопировать файл данных с именем, указанным в задании, в свою папку.
2. Считать файл данных в документ СКМ и организовать вектор выходного сигнала.
3. Организовать вектор отрезка времени, на котором исследуется модель, по заданному конечному значению времени и количеству точек для расчета (таблица 5.1)
4. Создать функцию входного сигнала и получить ее вектор для заданных дискрет времени
5. Используя метод минимизации погрешности идентификации, получить числовые значения m , c , k , kz параметров модели вида:
$$m \cdot x'' + c \cdot x' + k \cdot x + kz \cdot x^3 = F(t)$$
6. Рассчитать новые значения функции выходного сигнала, решив дифференциальное уравнение, описывающее технический объект с полученными параметрами.
7. Построить графики заданного и полученного выходного сигнала, сделать выводы об адекватности модели.

Таблица 5.1 – Таблица исходных данных

№	Имя файла	Время исследования	Количество точек	Вид входного сигнала
1	z1.prn	30	1000	$F(t)=2\sin 3t$
2	z2.prn	45	500	$F(t)=4\cos 3t$
3	z3.prn	50	600	$F(t)=2.5\sin 2t$
4	z4.prn	25	700	$F(t)=3.5\sin 5t$
5	z5.prn	22	800	$F(t)=2\sin 4t$
6	z6.prn	20	500	$F(t)=5\cos 2t$

Лабораторная работа 6. Визуальное моделирование в Simulink

Цель работы: Получить навыки построения блочных моделей в пакете Simulink, научиться выполнять графическую интерпретацию полученных результатов, формировать входные сигналы различной формы и производить операции над ними.

Порядок выполнения работы

- 1) Создать *модель 1*, включающую два входных сигнала типа SinWave с заданными самостоятельно параметрами.
- 2) Проинтегрировать и продифференцировать каждый входной сигнал. Вывести полученные графики на одно поле блока Scope1 и на разные поля блока Scope2.
- 3) Выполнить поэлементное умножение двух сигналов, записать полученный сигнал в память. Вывести сигнал в виде графика в окне figure.
- 4) Создать *модель 2*, включающую входные сигналы с заданными самостоятельно параметрами (таблице 6.1). Визуализировать входную и выходную информацию с помощью заданных блоков раздела Sinks.
- 5) Выполнить над сигналами следующие математические операции (таблице 6.2). Результаты операций вывести в графическом виде с помощью блока Scope.
- 6) Выполнить задание п.4-5 с использованием подсистемы
- 7) Занести полученный блок подсистемы в библиотеку

Таблица 6.1

№	Исходные сигналы			Блоки раздела Sinks
	S1	S2	S3	
1	Sine Wave	Step	Signal Generator	Scope XY Graph To Workspace
2	Pulse Generator	Random number	Sine Wave	Scope XY Graph To File
3	Signal Generator	Random number	Sine Wave	Scope To File
4	Sine Wave	Random number	Pulse Generator	Scope XY Graph
5	Sine Wave	Pulse Generator	Step	Scope To File

6	Step	Sine Wave	Random number	Scope To Workspace
7	Random number	Pulse Generator	Sine Wave	XY Graph Scope
8	Signal Generator	Step	Random number	Scope XY Graph
9	Sine Wave	Signal Generator	Random number	Scope XY Graph To File
1 0	Step	Pulse Generator	Sine Wave	Scope To File
1 1	Random number	Sine Wave	Signal Generator	Scope XY Graph
1 2	Random number	Sine Wave	Step	Scope To File
1 3	Pulse Generator	Signal Generator	Sine Wave	Scope To Workspace
1 4	Sine Wave	Step	Random number	XY Graph Scope
1 5	Step	Signal Generator	Sine Wave	Scope To Workspace

Таблица 6.2

№ вар	Операции
1.	$S1/3+S2*0.5*S3$
2.	$S1/2-S2*3*S3$
3.	$S1*S2/3-0.5*S3$
4.	$S1+S2/3+\sin(S3)$
5.	$2/S1+S2-0.5*S3$
6.	$S1+S2*0.5*S3/3$
7.	$S1+3*S2+\cos(S3)$
8.	$S1+2*S2+0.7/S3$
9.	$3*S1+S2*0.5*S3$
10.	$S1/2-S2-0.5*S3$

11.	$S1/S2+0.5*S3$
12.	$S1+S2*0.5/S3$
13.	$S1+S2*0.5*S3/S1$
14.	$S1+S2/S3+0.5*S3$
15.	$S1/S3+S2*S3$

Лабораторная работа 7. Создание и исследование моделей в виде интегро-дифференциальные и дифференциальных уравнений в Simulink.

Цель работы: *Получение навыков создания пользовательских моделей для визуального моделирования систем, описываемых интегро-дифференциальными и дифференциальными уравнениями.*

Порядок выполнения работы

Задача 1

В качестве примера рассмотрим модель системы, показанной на рисунке 7.1.

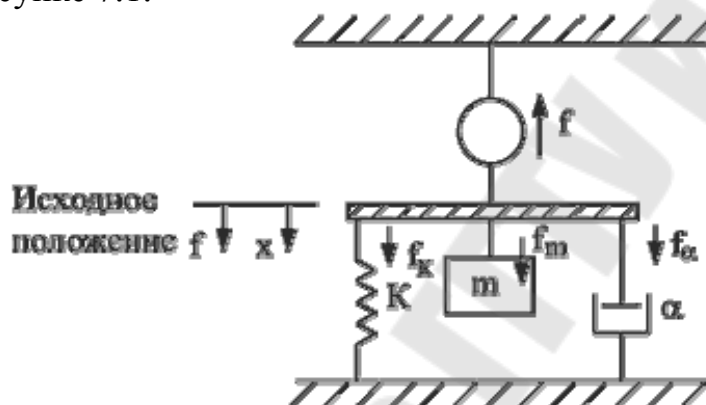


Рисунок 7.1 – Вид механической системы

Подобная схема описывается следующим интегро-дифференциальным уравнением.

$$f = m \frac{dv}{dt} + \alpha v + K \int v dt$$

Для построения визуализированной схемы *Simulink* преобразуем его к нормализованному виду, чтобы производная $\frac{dv}{dt}$ была в левой части уравнения:

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{f(t)}{m} - \frac{\alpha}{m} v(t) - \frac{K1}{m} \int v(t) dt$$

Порядок составления схемы следующий:

1. Правая часть итегро-дифференциального уравнения, описывающего схему, включает две составляющие, которые моделируются отдельно: одна – содержит источник нагружающей силы $\frac{f(t)}{m}$, другая моделирует остальные элементы механической системы $-\frac{\alpha}{m}v(t) - \frac{K}{m}\int v(t)dt$.
2. Смоделируем первую составляющую в виде Sine Wave – источника синусоидального сигнала с параметрами: амплитуда – 50, частота – 5. Умножим ее на $1/m$, где m можно задать числовым значением непосредственно в блоке, а можно поместить в область рабочей памяти в командном режиме перед запуском модели на выполнение, например, $>>m=10$
3. Смоделируем вторую составляющую в виде подсистемы с одним входом и одним выходом. Для этого включим в модель блок Subsystem, раскроем его и смоделируем два слогаемых, причем для моделирования интеграла используется блок Integrator. Вид подсистемы приведен на рисунке 7.2.

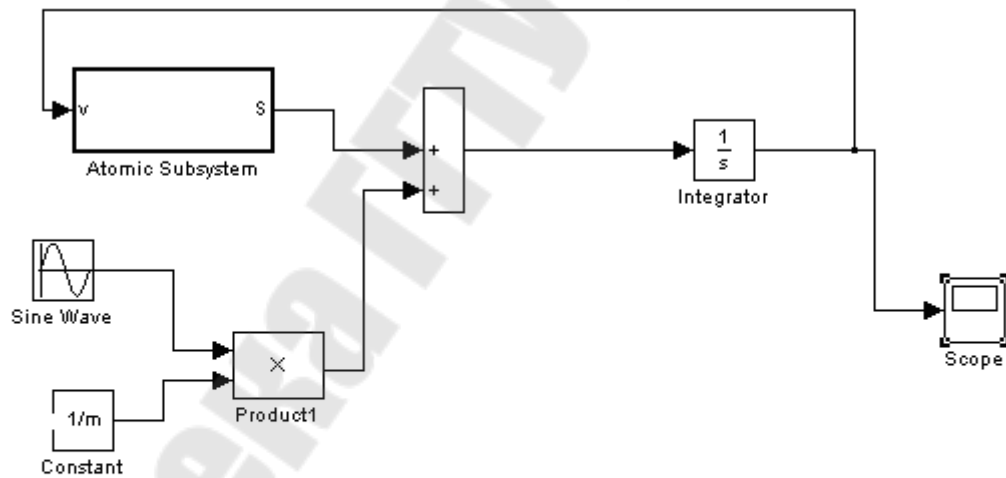


Рисунок 7.2 – Модель механической системы

4. Для того, чтобы найти значение $v(t)$, нужно сложить две составляющие и проинтегрировать полученный сигнал, как показано на рисунке 3. Следует заметить, что результат интегрирования $v(t)$ является входным сигналом для подсистемы.
5. Задать в командном режиме для модели следующие параметры:

$$m=10$$

$$\alpha=2.5$$

$$K=50$$

6. Задать время моделирования, равное 30с.
7. Запустить модель на обработку, получить график функции скорости $v(t)$.
8. Добавить в модель блок Integrator для получения функции перемещения массы. Построить график функции перемещения.

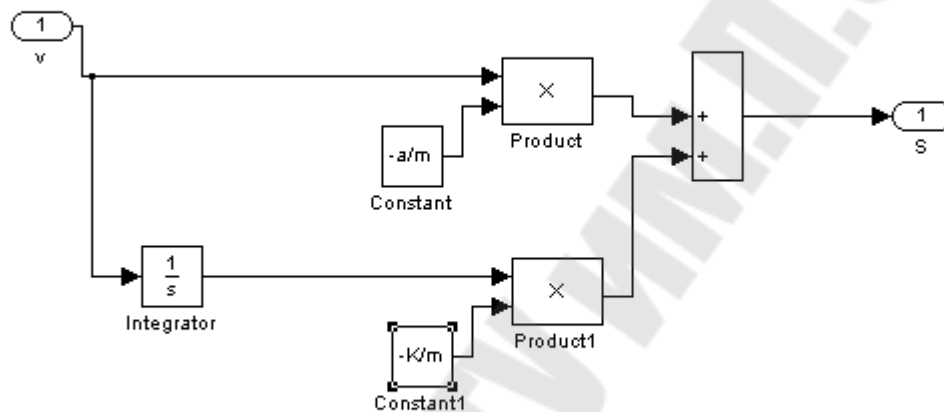


Рисунок 7.3 – Модель подсистемы

Задача 2

Движение динамической колебательной системы описывается дифференциальным уравнением вида

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = F(t)$$

где

$y(t)$ – функция перемещения массы m системы в зависимости от времени;

$y'(t)$ – функция скорости;

$y''(t)$ – функция ускорения.

$F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ – возмущающая сила, действующая на систему.

Варианты исходных данных

N	m	c	k	T	F_0	ω
1	10	2	10	50	1.9	5
2	5	0.3	5	150	1.83	5.2
3	20	1.4	7	160	1.5	4.5
4	7	1.1	2	70	2	5
5	6	0.6	4	110	1.8	4.8
6	9	1.6	5.5	70	2.6	5.5

Задание

1. Создать блочную модель системы в Simulink
2. Оформить модель как подсистему

Задача 3

Модель динамической системы, приведенной в задаче 2, задана передаточной функцией вида:

$$\frac{1}{m \cdot s^2 + c \cdot s + k}$$

Задание

1. Создать блочную модель системы в Simulink
2. Оформить модель как подсистему
3. Вывести на одном графике результаты моделирования задач 2 и 3

Список использованных источников

1. Лабораторный практикум и курсовое проектирование по теории механизмов и машин с использованием ЭВМ: Учеб. пособие для технических вузов / А.М. Ашавский, В.Ф. Балабанов, В.С. Шейнбаум и др. Под общ. ред. А.М.Ашавского. – М.: Машиностроение, 1983. – 160 с.
2. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. - М.: Мир, 1983.-312 с.
3. Новожилов И.В., Зацепин М.Ф. Типовые расчеты по теоретической механике на базе ЭВМ. - М.: Высш. шк., 1986.- 136 с.

4. Светлицкий В.А. Задачи и примеры по теории колебаний. - М.: Изд-во МГТУ, 1994. - 308 с.
5. Трохова Т.А., Шишаков М.Л., Шлотгауэр В.А. Графика микроЭВМ в задачах САПР.-Мн.: Выш. шк., 1991.-234 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа 1. Построение и исследование моделей, заданных своей функцией	3
Задача 1.	3
Задача 2.	4
Лабораторная работа 2. Построение статических моделей технических объектов	7
Задача 1.	7
Задача 2.	10
Лабораторная работа 3. Построение моделей по экспериментальным данным	12
Задача 1.	12
Задача 2.	14
Задача 3.	17
Лабораторная работа 4. Построение динамических моделей в СКМ	19
Задача 1.	19
Задача 2.	20
Задача 3.	21
Задача 4.	22
Задача 5.	25
Лабораторная работа 5. Параметрическая идентификация технических систем	26
Лабораторная работа 6. Визуальное моделирование в Simulink	27
Лабораторная работа 7. Создание и исследование моделей в виде интегро-дифференциальные и дифференциальных уравнений в Simulink	29
Задача 1.	29
Задача 2.	31
Задача 3.	32
Список использованных источников	32

Трохова Татьяна Анатольевна

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ МЕТОДЫ
ИНЖЕНЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**Лабораторный практикум
по курсу «Компьютерные методы инженерного
моделирования в САS» для студентов
специальности 1-40 01 02 «Информационные
системы и технологии (по направлениям)»**

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П.О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 18.11.09.

Рег. № 85Е.

E-mail: ic@gstu.gomel.by
<http://www.gstu.gomel.by>