

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Теоретические основы электротехники»

ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ С ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ

ПОСОБИЕ

**по курсу «Теоретические основы электротехники»
для студентов электротехнических специальностей
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2009

УДК 621.3(075.8)
ББК 31.21я73
Т66

*Рекомендовано научно-методическим советом
энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 2 от 22.12.2008 г.)*

Составители: *С. А. Грачев, Д. В. Комнатный*

Рецензент: зав. каф. «Электроснабжение» ГГТУ им. П. О. Сухого канд. техн. наук,
доц. *А. В. Сычев*

Трехфазные цепи с динамической нагрузкой : пособие по курсу «Теоретические основы электротехники» для студентов электротехн. специальностей днев. и заоч. форм обучения / сост.: С. А. Грачев, Д. В. Комнатный. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2009. – 35 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

Рассмотрен метод симметричных составляющих и расчет трехфазных цепей с несинусоидальным фазным напряжением.

Для студентов электротехнических специальностей дневной и заочной форм обучения.

УДК 621.3(075.8)
ББК 31.21я73

© Грачев С. А., Комнатный Д. В., составление,
2009

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2009

ВВЕДЕНИЕ

Изучение трехфазных цепей в курсе «Теоретические основы электротехники» начинается со схем, в которых имеется симметричная система ЭДС и, в общем случае, несимметричная нагрузка из простейших элементов: сопротивлений, конденсаторов и катушек индуктивности. На практике нагрузкой трехфазных цепей являются двигатели переменного тока, технологические установки и тому подобное. В этих цепях возможно наличие несимметричной системы трехфазного напряжения.

Как показывает опыт эксплуатации трехфазных цепей, несимметрия системы напряжений приводит к множеству вредных последствий, а именно:

- при номинальной нагрузке двигатели перегреваются;
- сокращаются сроки службы электрических машин;
- снижается КПД электроустановок;
- снижается скорость вращения вала асинхронных двигателей;
- возрастает вибрация вала электродвигателя;
- многофазные полупроводниковые преобразователи начинают порождать паразитные гармоники напряжения.

В трехфазных цепях также возможно появление высших гармоник напряжений и токов. Эти гармоники также оказывают вредное влияние на оборудование электрических систем. Они вызывают повышенный нагрев электрических машин, могут вызывать вибрацию валов двигателей. Указанные явления снижают сроки эксплуатации оборудования. При прохождении высших гармоник увеличиваются потери в линиях энергоснабжения и трансформаторах. Кроме того, высшие гармоники нарушают работу электронной техники и путем наводок создают шум в телефонных линиях.

С целью снижения вредного влияния перечисленных процессов ГОСТ 13109-97, соответствующий стандартам Международной электротехнической комиссии, устанавливает и нормирует параметры качества электроэнергии по несимметрии и несинусоидальности напряжения. Нормы, установленные этим стандартом, являются обязательными во всех режимах работы систем электроснабжения и, фактически, во всех режимах сетей потребителей электроэнергии [1].

Из изложенного становится ясным большое практическое значение расчетов трехфазных цепей с несимметричными системами на-

пряжения или с несинусоидальной формой фазного напряжения. Эти расчеты основаны на методе симметричных составляющих, который рассматривается в курсе «Теоретические основы электротехники» и является предметом этого пособия.

1. Симметричные составляющие трехфазных токов и напряжений

Рассмотрим понятие **фазного множителя a** . Фазным множителем называется комплексное число

$$e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

В учебнике [2] это же комплексное число называется оператором трехфазной системы.

Умножение любого комплексного числа на a соответствует повороту вектора на комплексной плоскости, соответствующему этому числу, против часовой стрелки на $2\pi/3$ радиан. Квадрат фазного множителя равен

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Умножение любого комплексного числа на a^2 соответствует повороту вектора на комплексной плоскости, соответствующего этому числу, против часовой стрелки на $4\pi/3$ радиан.

Справедливо выражение

$$a^2 + a + 1 = 0.$$

Рассмотрим понятие последовательности, введенное в 1918 году К. Фортестью, руководителем исследовательской группы компании Вестингауза. Всякую несимметричную систему трех векторов (это могут быть напряжения, токи, магнитные потоки) можно разложить на три системы:

-симметричную систему трех векторов A, B, C , модули которых равны $|A| = |B| = |C|$, вектор B отстает от вектора A на $2\pi/3$ радиан, а вектор C опережает вектор A на $2\pi/3$ радиан; – это система прямой последовательности фаз;

- симметричную трех векторов A, B, C , модули которых равны $|A| = |B| = |C|$, вектор B опережает вектор A на $2\pi/3$ радиан, а вектор C отстает от вектора A на $2\pi/3$ радиан; – это система обратной последовательности фаз;

-симметричную систему трех векторов с равными модулями и одинаковыми фазами (например, нулевыми); – это система нулевой последовательности фаз.

Вектору прямой последовательности присвоен индекс 1, обратной последовательности – индекс 2, нулевой последовательности – индекс 0, тогда (см. рис.1) справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \underline{A}_0 &= \underline{B}_0 = \underline{C}_0 \\ \underline{B}_1 &= \underline{A}_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}}; \quad \underline{C}_1 = \underline{A}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad \underline{B}_2 = \underline{A}_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad \underline{C}_2 = \underline{A}_2 e^{-j\frac{2\pi}{3}} \end{aligned} \quad (1)$$

Иначе соотношения (1) можно записать

$$\underline{B}_1 = a^2 \underline{A}_1; \quad \underline{C}_1 = a \underline{A}_1 \quad \underline{B}_2 = a \underline{A}_2 \quad \underline{C}_2 = a^2 \underline{A}_2 \quad (2)$$

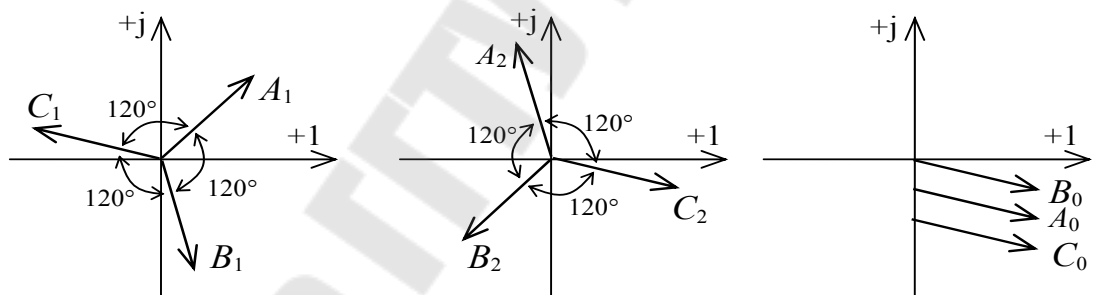


Рис. 1. Симметричные системы векторов

Любая несимметричная система векторов \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} может быть разложена на симметричные составляющие

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_0 \quad \underline{B} = a^2 \underline{A}_1 + a \underline{A}_2 + \underline{A}_0 \\ \underline{C} &= a \underline{A}_1 + a^2 \underline{A}_2 + \underline{A}_0 \end{aligned} \quad (3)$$

при этом

$$\underline{A}_0 = \frac{1}{3}(\underline{A} + \underline{B} + \underline{C}) \quad \underline{A}_1 = \frac{1}{3}(\underline{A} + a \underline{B} + a^2 \underline{C})$$

$$\underline{A}_2 = \frac{1}{3}(\underline{A} + a^2 \underline{B} + a \underline{C}) \quad (4)$$

С выводом формул (3) и (4) можно ознакомиться в [3].

При расчете линейной трехфазной цепи вычисления осуществляются методом наложения. Отдельно рассчитывается каждая из симметричных составляющих тока и напряжения. При этом, отношения комплексных фазных напряжений прямой, обратной и нулевой последовательностей к соответствующим комплексным фазным токам называют комплексными сопротивлениями цепи прямой, обратной и нулевой последовательностей. В статических цепях (при отсутствии электрических машин) сопротивления прямой и обратной последовательностей равны. В электрических машинах токи прямой последовательности создают магнитное поле, вращающееся в одном направлении с ротором. Токи обратной последовательности – магнитное поле, вращающееся противоположно направлению вращения ротора. Токи нулевой последовательности не создают вращающегося магнитного поля. Поэтому электромагнитные процессы в электрических машинах, обусловленные токами разных последовательностей, неодинаковы. Следовательно, неодинаковы сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательностей. Подробнее об этом, а также о свойствах реальных линий электропередач, можно прочесть в [2] и [3].

В электрических машинах и линиях электропередач сопротивления одноименных последовательностей для различных фаз равны. Рассмотрим симметричную трехфазную цепь, в которой сопротивления нулевой последовательности фаз “a”, “b”, “c” равны Z (рис. 2).

К цепи приложена система фазных напряжений нулевой последовательности. Тогда в цепи будет протекать симметричная система токов нулевой последовательности $\underline{I}_a = \underline{I}_b = \underline{I}_c = \underline{I}_0$.

По первому закону Кирхгофа ток в сопротивлении нейтрального провода равен сумме токов нулевой последовательности всех трех фаз нагрузки.

$$\underline{I}_N = 3\underline{I}_0 \quad (5)$$

По второму закону Кирхгофа для контура AnNA

$$\underline{U}_A = \underline{Z}\underline{I}_A + \underline{Z}_N\underline{I}_N \quad (6)$$

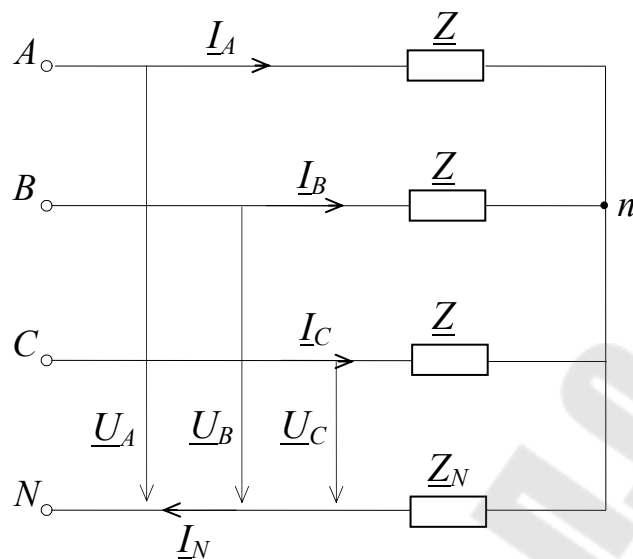


Рис. 2. Расчет сопротивления нулевой последовательности

Подставив в (6) значения токов в цепи, получим

$$\underline{U}_0 = \underline{Z}I_0 + 3\underline{Z}_N I_0 = I_0(\underline{Z} + 3\underline{Z}_N)$$

Тогда сопротивление нулевой последовательности цепи

$$\frac{\underline{U}_0}{I_0} = \underline{Z}_0 = \underline{Z} + 3\underline{Z}_N \quad (7)$$

Из (7) следует, что сопротивление в нейтральном проводе оказывает влияние только на систему токов нулевой последовательности. При составлении схем замещения это сопротивление необходимо увеличивать в три раза, для того чтобы учесть действительное падение напряжения на сопротивлении нейтрального провода.

Если нейтральный провод отсутствует, то сопротивление нейтрального провода равно бесконечности и по (7) сопротивление нулевой последовательности равно бесконечности. Поэтому токи нулевой последовательности в схеме не протекают.

2. Расчет цепи с несимметричной системой напряжений

Рассмотрим трехфазную цепь, в которой генератор и приемник соединены звездой, имеется нейтральный провод с сопротивлением \underline{Z}_N . ЭДС генератора образуют несимметричную систему, нагрузка также несимметричная $\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$ [4].

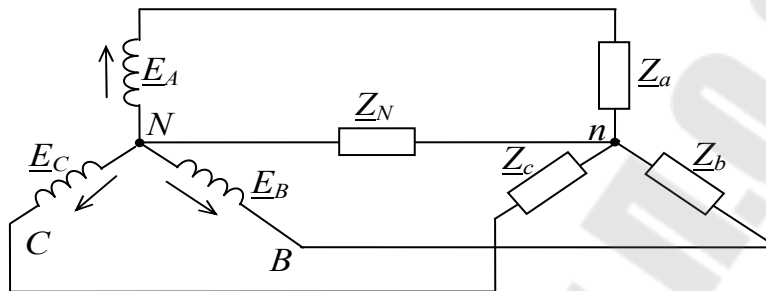


Рис. 3. Трехфазная цепь с несимметричной системой напряжений и несимметричной нагрузкой

Для расчета токов в этой схеме несимметричный приемник заменяем источниками напряжений. Затем рассматриваем симметричные составляющие напряжений этих источников и симметричные составляющие ЭДС генератора. В схеме имеются три симметричные системы напряжения трех последовательностей. Система ЭДС любой последовательности вызывает систему токов только этой же последовательности. Следовательно, можно составить три схемы замещения для напряжений и токов трех последовательностей. Каждая схема содержит источник симметричной составляющей напряжений, заменяющих несимметричную нагрузку. Схема замещения составляется для одной фазы, которую называют основной. В качестве основной обычно выбирается фаза A .

Для расчета схемы на рис. 3 вначале по формулам (4) вычисляются симметричные составляющие ЭДС генератора. Затем составляются три схемы замещения основной фазы для трех последовательностей, показанные на рис. 4.

В схеме замещения нулевой последовательности учтено сопротивление нейтрального провода по (7). Напряжения на нагрузке выражаются через симметричные составляющие по (4)

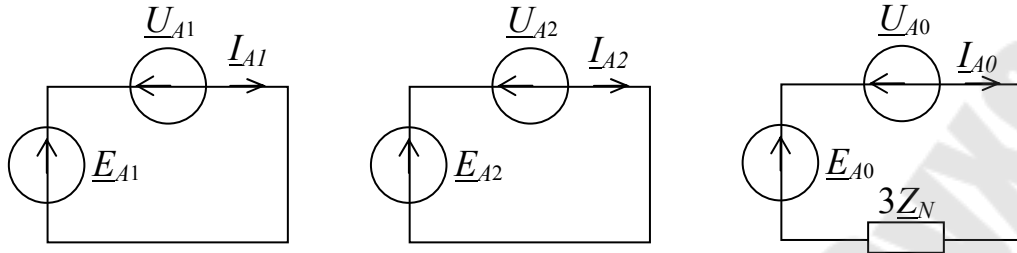


Рис. 4. Схемы замещения основной фазы

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{I}_a \underline{Z}_a ; \quad \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = (\underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0}) \underline{Z}_a \\ \underline{U}_b &= \underline{I}_b \underline{Z}_b ; \quad \underline{U}_{A1} a^2 + \underline{U}_{A2} a + \underline{U}_{A0} = (\underline{I}_{A1} a^2 + \underline{I}_{A2} a + \underline{I}_{A0}) \underline{Z}_b \quad (8) \\ \underline{U}_c &= \underline{I}_c \underline{Z}_c ; \quad \underline{U}_{A1} a + \underline{U}_{A2} a^2 + \underline{U}_{A0} = (\underline{I}_{A1} a + \underline{I}_{A2} a^2 + \underline{I}_{A0}) \underline{Z}_c \end{aligned}$$

Из (8) следует, что

$$\begin{aligned} \underline{U}_{A0} &= \underline{I}_{A1} \underline{Z}_{\epsilon 2} + \underline{I}_{A2} \underline{Z}_{\epsilon 1} + \underline{I}_{A0} \underline{Z}_{\epsilon 0} \\ \underline{U}_{A1} &= \underline{I}_{A1} \underline{Z}_{\epsilon 0} + \underline{I}_{A2} \underline{Z}_{\epsilon 2} + \underline{I}_{A0} \underline{Z}_{\epsilon 1} \quad (9) \\ \underline{U}_{A2} &= \underline{I}_{A1} \underline{Z}_{\epsilon 1} + \underline{I}_{A2} \underline{Z}_{\epsilon 0} + \underline{I}_{A0} \underline{Z}_{\epsilon 2} \end{aligned}$$

где приняты обозначения

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\epsilon 0} &= \frac{1}{3} (\underline{Z}_a + \underline{Z}_b + \underline{Z}_c) \\ \underline{Z}_{\epsilon 1} &= \frac{1}{3} (\underline{Z}_a + a \underline{Z}_b + a^2 \underline{Z}_c) \quad (10) \\ \underline{Z}_{\epsilon 2} &= \frac{1}{3} (\underline{Z}_a + a^2 \underline{Z}_b + a \underline{Z}_c) \end{aligned}$$

На основании второго закона Кирхгофа для схем замещения на рис. 4 имеем

$$\underline{U}_{A1} = \underline{E}_{A1} ; \quad \underline{U}_{A2} = \underline{E}_{A2} ; \quad 3 \underline{Z}_N \underline{I}_0 + \underline{U}_{A0} = \underline{E}_{A0} \quad (11)$$

Из (9) и (11) следует система уравнений для отыскания симметричных составляющих тока \underline{I}_A . Так как коэффициенты системы даются формулами (9), то эта система может быть записана в виде канонической формы.

$$\begin{aligned}\underline{I}_{A1}\underline{Z}_{\epsilon 0} + \underline{I}_{A2}\underline{Z}_{\epsilon 2} + \underline{I}_{A0}\underline{Z}_{\epsilon 1} &= \underline{E}_{A1} \\ \underline{I}_{A1}\underline{Z}_{\epsilon 1} + \underline{I}_{A2}\underline{Z}_{\epsilon 0} + \underline{I}_{A0}\underline{Z}_{\epsilon 2} &= \underline{E}_{A2} \\ \underline{I}_{A1}\underline{Z}_{\epsilon 2} + \underline{I}_{A2}\underline{Z}_{\epsilon 1} + \underline{I}_{A0}(\underline{Z}_{\epsilon 0} + 3\underline{Z}_N) &= \underline{E}_{A0}\end{aligned}\quad (12)$$

После решения системы (12) фазные токи нагрузки можно найти по формулам (3) а ток в нейтральном проводе – по формуле

$$\underline{I}_N = 3\underline{I}_{A0} \quad (13)$$

Пример 1

В схеме на рисунке 3 генератор вырабатывает симметричную систему ЭДС где $U_\phi=100$ В. Сопротивления фаз приемника $R_a = 10 \text{ Ом}$ $R_b = 20 \text{ Ом}$ $R_c = 30 \text{ Ом}$, сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_n = 2 + j2 \text{ Ом}$. Найти токи в фазах и нейтральном проводе.

Решение

По формулам (10) коэффициенты системы уравнений (12)

$$\underline{Z}_{\epsilon 0} = \frac{10 + 20 + 30}{3} = 20 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{\epsilon 1} = \frac{10 + a^2 \cdot 20 + a \cdot 30}{3} = -5 + j2,877 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{\epsilon 2} = \frac{10 + a^2 \cdot 20 + a \cdot 30}{3} = -5 - j2,877 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_n = 20 + 3(2 + j2) = 26 + j6 \text{ Ом}$$

По условию, генератор вырабатывает симметричную систему ЭДС. Поэтому в уравнениях системы (12) составляющие обратной и нулевой последовательностей ЭДС фазы А равны нулю, а составляющая прямой последовательности равна 100 В. Подставив значения ко-

ээффициентов и свободных членов в систему (12) и решив ее, найдем значения составляющих тока фазы A .

$$\underline{I}_{A1} = 5,903 - j0,12 \text{ A} \quad \underline{I}_{A2} = 1,704 + j0,472 \quad \underline{I}_{A0} = 1,231 - j0,684$$

Токи в фазах нагрузки вычисляем по формулам (3)

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = 8,846 - j0,333 \text{ A}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{A1}a^2 + \underline{I}_{A2}a + \underline{I}_{A0} = -3,007 - j4,497 \text{ A}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{A1}a + \underline{I}_{A2}a^2 + \underline{I}_{A0} = 2,051 + j2,776 \text{ A}$$

Ток в нейтральном проводе по формуле (13) равен

$$\underline{I}_n = 3(1,231 - j0,684) = 3,717 - j2,053 \text{ A}$$

3. Расчет трехфазной цепи с продольной несимметрией

Рассмотрим случай, когда в состав трехфазной цепи входят генератор симметричной системы напряжений и симметричная нагрузка, соединенная звездой. Нейтральные точки генератора и нагрузки заземлены. На практике такую цепь образуют трехфазный генератор, линия передачи и трехфазный асинхронный двигатель.

В описанной цепи произошел обрыв линейного провода A . Напряжение на нагрузке стало несимметричным. Свойства генератора, линии передачи и нагрузки таковы, что сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательностей не одинаковы. Требуется определить фазные токи нагрузки.

Для решения этой задачи, составляют схемы замещения основной фазы для прямой обратной и нулевой последовательностей (рис. 5).

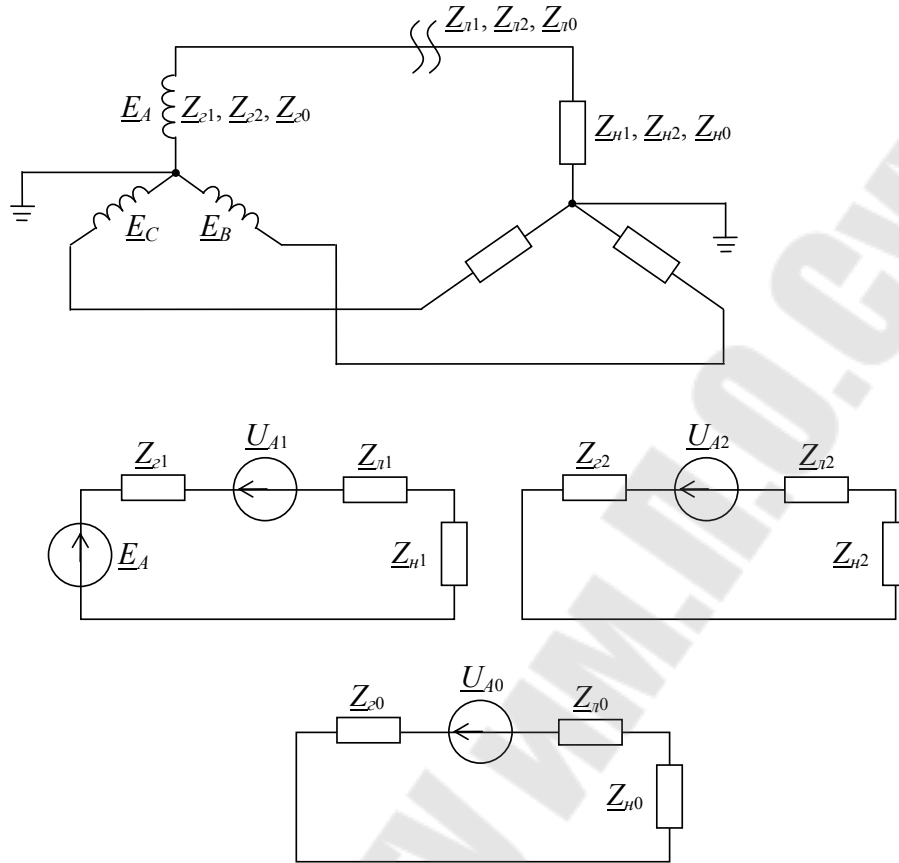


Рис. 5. Схемы замещения нагрузки с неравными сопротивлениями последовательностей

Так как генератор создает симметричную систему ЭДС, то только в схеме замещения для прямой последовательности имеется источник ЭДС генератора \underline{E}_A . Несимметричный участок в цепи заменяем источниками напряжения. В схемы вводим напряжения прямой обратной и нулевой последовательностей этих источников напряжения.

Исходя из второго закона Кирхгофа для схем замещения на рис. 4 можно записать систему уравнений

$$\begin{aligned}
 \underline{E}_{A1} - \underline{U}_{A1} &= (\underline{Z}_{с1} + \underline{Z}_{л1} + \underline{Z}_{н1}) \underline{I}_{A1} \\
 -\underline{U}_{A2} &= (\underline{Z}_{с2} + \underline{Z}_{л2} + \underline{Z}_{н2}) \underline{I}_{A2} \\
 -\underline{U}_{A0} &= (\underline{Z}_{с0} + \underline{Z}_{л0} + \underline{Z}_{н0}) \underline{I}_{A0}
 \end{aligned} \tag{14}$$

В системе (14) три уравнения и шесть неизвестных. Недостающие уравнения находим, рассматривая падения напряжения на несимметричном участке. В общем случае

$$\underline{U}_a = \underline{I}_a \underline{Z}_a \quad \underline{U}_b = \underline{I}_b \underline{Z}_b \quad \underline{U}_c = \underline{I}_c \underline{Z}_c \quad (15)$$

По условию задачи $\underline{Z}_a = \infty$, $\underline{Z}_b = \underline{Z}_c = 0$. Тогда

$$\underline{I}_a = 0 \quad \underline{U}_b = 0 \quad \underline{U}_c = 0 \quad (16)$$

Выразим ток в несимметричном участке фазы “a” через симметричные составляющие и подставим в первое соотношение (16). Получим

$$\underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = 0 \quad (17)$$

Выразим напряжения \underline{U}_b и \underline{U}_c через симметричные составляющие и подставим во второе и третье соотношение (16). Имеем

$$a^2 \underline{U}_{A1} + a \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = 0 \quad a \underline{U}_{A1} + a^2 \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = 0 \quad (18)$$

Из (18) получаем, что

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_{A2} = \underline{U}_{A0} \quad (19)$$

Соотношения (17) и (19) называются **граничными условиями**. Они связывают симметричные составляющие токов и напряжений на участке цепи, обладающем несимметрией.

Система уравнений (14) с учетом (17) и (19) может быть решена. Формулы для симметричных составляющих фазного тока нагрузки имеют вид

$$\underline{I}_{A0} = -\frac{\underline{E}_A \underline{Z}_2}{\underline{N}}; \quad \underline{I}_{A1} = \frac{\underline{E}_A (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_0)}{\underline{N}}; \quad \underline{I}_{A2} = -\frac{\underline{E}_A \underline{Z}_0}{\underline{N}}$$

где

$$\underline{N} = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_0 + \underline{Z}_0 \underline{Z}_2$$

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{z1} + \underline{Z}_{л1} + \underline{Z}_{н1} \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_{z2} + \underline{Z}_{л2} + \underline{Z}_{н2}$$

$$\underline{Z}_0 = \underline{Z}_{z0} + \underline{Z}_{л0} + \underline{Z}_{н0}$$

Фазные токи нагрузки рассчитываемой цепи находят по формулам (3).

В общем случае, если в трехфазной цепи в расщелку линии включены неравные сопротивления, то в цепи возникает **продольная несимметрия**. С помощью формул (15) для различных случаев продольной несимметрии можно вывести граничные условия [5]. Так, при $\underline{Z}_a \neq 0$, $\underline{Z}_b = \underline{Z}_c = 0$

$$\underline{U}_a = \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = (\underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0})\underline{Z}_a$$

$$\underline{U}_b = a^2 \underline{U}_{A1} + a \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = 0$$

$$\underline{U}_c = a \underline{U}_{A1} + a^2 \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = 0$$

при $\underline{Z}_a \neq 0$, $\underline{Z}_b \neq 0$, $\underline{Z}_c = 0$

$$\underline{U}_a = \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = (\underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0})\underline{Z}_a$$

$$\underline{U}_b = a^2 \underline{U}_{A1} + a \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = \underline{Z}_b (a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0})$$

$$\underline{U}_c = a \underline{U}_{A1} + a^2 \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = 0$$

Если известны ЭДС генератора и сопротивления последовательностей для генератора, симметричной нагрузки и линии передачи, то фазные токи нагрузки находят в том же порядке, что и выше [5].

Пример 2

Пусть в схеме на рисунке 5. сопротивления последовательностей, сопротивления генератора, нагрузки и нейтрального провода равны соответственно $\underline{Z}_{z1} = j12$ $\underline{Z}_{z2} = j2$ $\underline{Z}_{z0} = j1$ $\underline{Z}_{л1} = \underline{Z}_{л2} = j1$ $\underline{Z}_{л0} = j2$ $\underline{Z}_{д1} = j18$ $\underline{Z}_{д2} = j2$ $\underline{Z}_{д0} = j2$ Ом. Фазная ЭДС генератора равна 220 В. Найти симметричные составляющие тока фазы “а” [6].

Решение

По формулам для симметричных составляющих

$$\underline{Z}_1 = j12 + j1 + j18 = j31$$

$$\underline{Z}_2 = j2 + j1 + j2 = j5 \quad \underline{Z}_0 = j2 + j1 + j2 = j5$$

$$\underline{N} = j31 \cdot j5 + j31 \cdot j5 + j5 \cdot j5 = -155 - 155 - 25 = -335$$

$$\underline{I}_{A0} = -\frac{220 \cdot j5}{-335} = j3,28 \text{ A} \quad \underline{I}_{A1} = -\frac{220(j5 + j5)}{-335} = j6,57 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{A2} = -\frac{220 \cdot j5}{-335} = j3,28 \text{ A}$$

Вычислим фазные напряжения нагрузки. Симметричные составляющие фазного напряжения нагрузки.

$$\underline{U}_{A0} = \underline{I}_{A0} \underline{Z}_{\partial 0} = j3,28 \cdot j2 = -6,56 \text{ В}$$

$$\underline{U}_{A1} = \underline{I}_{A1} \underline{Z}_{\partial 1} = j6,57 \cdot j18 = -118,26 \text{ В}$$

$$\underline{U}_{A2} = \underline{I}_{A2} \underline{Z}_{\partial 2} = j3,28 \cdot j2 = -6,56 \text{ В}$$

По формулам (3) вычислим напряжения на нагрузке

$$\underline{U}_A = -6,56 - 118,26 - 6,56 = -131,38 \text{ В}$$

$$\underline{U}_B = -118,26a^2 - 6,56a - 6,56 = 55,85 + j96,735 \text{ В}$$

$$\underline{U}_C = -118,26a - 6,56a^2 - 6,56 = 55,85 - j96,735 \text{ В}$$

Действующее значение напряжения на фазах “b” и “c” асинхронного двигателя равно 111,7 В. Видно, что на нагрузке напряжение несимметричное. Такое напряжение нарушает работу асинхронных двигателей.

5.3. Расчет трехфазной цепи с поперечной несимметрией

Поперечная несимметрия в трехфазной цепи возникает при резко несимметричной нагрузке. К такой нагрузке относятся однофазные тяговые двигатели, а также аварийные режимы – замыкание одной или нескольких фаз на землю.

В практических схемах замещения часто встречается сочетание симметричной динамической нагрузки и статической несимметричной нагрузки, включенных параллельно. В этом случае при составлении схем замещения источники напряжения, создающие симметричные составляющие напряжения на несимметричном участке, включаются параллельно сопротивлению последовательности симметричной нагрузки [3].

В качестве примера поперечной несимметрии, рассмотрим цепь, состоящую из генератора симметричной системы ЭДС, и линии передачи. Фаза “а” линии замкнута на землю через сопротивление \underline{Z} , а остальные фазы работают в режиме холостого хода. Генератор и линия передачи имеют неравные сопротивления для различных последовательностей. Требуется найти ток фазы а [7].

Для решения этой задачи, составляют схемы замещения основной фазы для прямой обратной и нулевой последовательностей (рис. 6).

Так как генератор создает симметричную систему ЭДС, то только в схеме замещения для прямой последовательности имеется источник ЭДС генератора \underline{E}_A . В схемы замещения, введены напряжения прямой обратной и нулевой последовательностей на сопротивлении несимметричного приемника в цепи.

Исходя из второго закона Кирхгофа для схем замещения на рис. 6. можно записать систему уравнений

$$(\underline{Z}_{\Sigma 1} + \underline{Z}_{\Sigma 1})\underline{I}_{A1} + \underline{U}_{A1} = \underline{E}_A$$

$$(\underline{Z}_{\Sigma 2} + \underline{Z}_{\Sigma 2})\underline{I}_{A2} + \underline{U}_{A2} = 0 \quad (20)$$

$$(\underline{Z}_{\Sigma 0} + \underline{Z}_{\Sigma 0} + 3\underline{Z}_n)\underline{I}_{A0} + \underline{U}_{A0} = 0$$

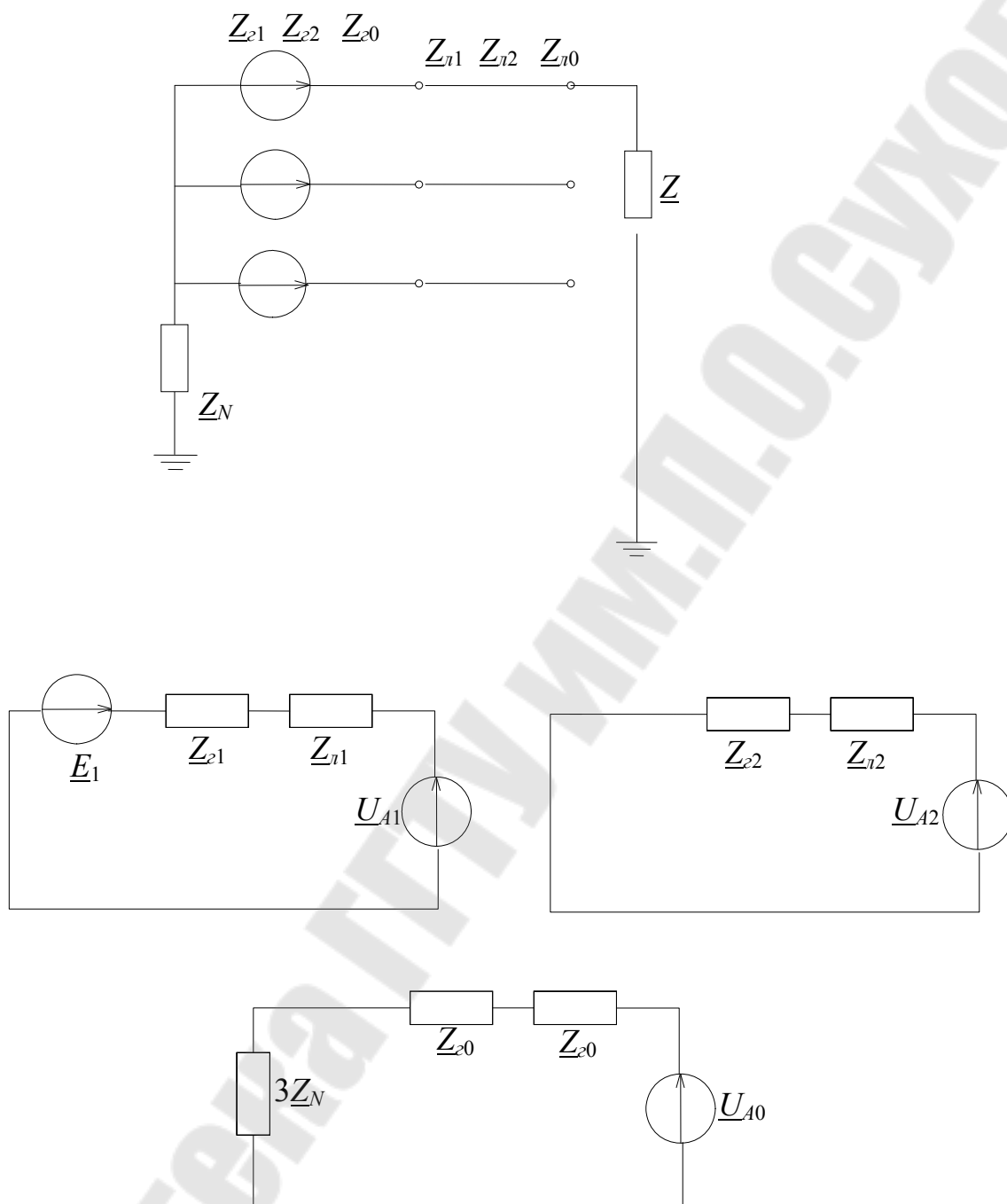


Рис. 6. Схема цепи с продольной несимметрией и схемы замещения для последовательностей

Чтобы записать недостающие уравнения, рассмотрим напряжения на несимметричной нагрузке. В данном случае

$$\underline{U}_a = \underline{I}_a \underline{Z} \quad \underline{I}_b = 0 \quad \underline{I}_c = 0 \quad (21)$$

Токи и напряжения в несимметричной нагрузке раскладываем на симметричные составляющие. Получим, как и предыдущем примере, граничные условия, связывающие симметричные составляющие токов и напряжений в несимметричной нагрузке.

$$(\underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0}) \underline{Z} = \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0}$$

$$a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = 0 \quad (22)$$

$$a \underline{I}_{A1} + a^2 \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = 0$$

Из двух последних уравнений граничных условий следует, что токи всех последовательностей равны $\underline{I}_{A1} = \underline{I}_{A2} = \underline{I}_{A0}$

Сложим три уравнения (20) и с учетом граничных условий получим

$$(\underline{Z}_{z1} + \underline{Z}_{l1} + \underline{Z}_{z1} + \underline{Z}_{l1} + \underline{Z}_{z1} + \underline{Z}_{l1} + 3\underline{Z}_n + 3\underline{Z}) \underline{I}_{A1} = \underline{E}_{A1} \quad (23)$$

Решение этого уравнения не представляет сложности. Ток фазы а находим по формуле (3). Ток в нейтральном проводе равен утроенному значению тока нулевой последовательности, в данном случае – утроенному значению тока прямой последовательности.

Граничные условия для некоторых типов несимметричных участков приведены ниже [3], [5].

Для схемы участка на рис. 7 имеем

$$\underline{U}_A = \underline{Z}_A \underline{I}_A ; \quad \underline{U}_{A1} + \underline{U}_{A2} + \underline{U}_{A0} = \underline{Z}_A (\underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0})$$

$$\underline{I}_B = 0 ; \quad a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = 0$$

$$\underline{I}_C = 0 ; \quad a \underline{I}_{A1} + a^2 \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = 0$$

Для схемы участка рис. 8 граничные условия

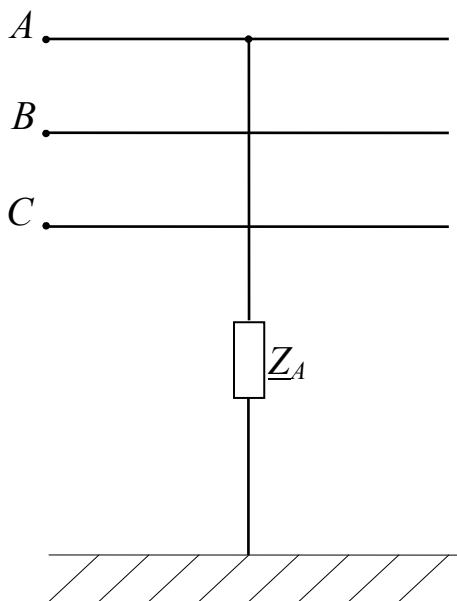


Рис. 7. Схема несимметричного участка

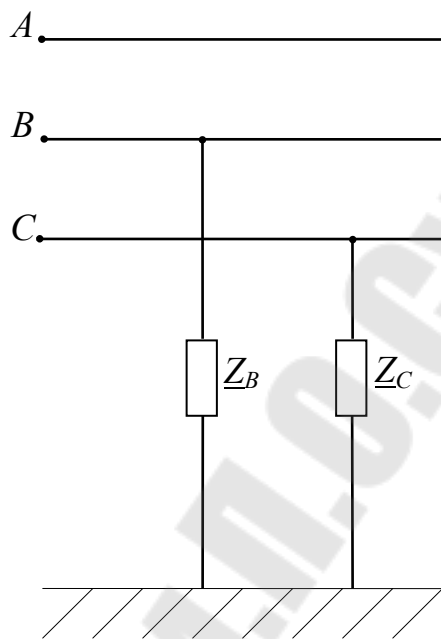


Рис. 8. Схема несимметричного участка

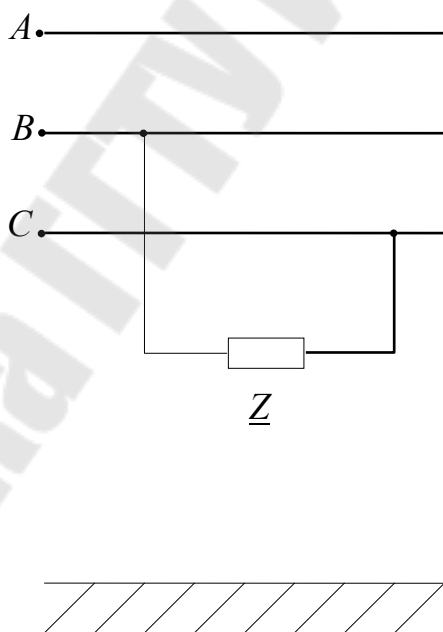


Рис. 9. Схема несимметричного участка

$$\underline{I}_A = 0; \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0} = 0$$

$$\underline{U}_B = \underline{Z}_B \underline{I}_B; a^2 \underline{U}_{A1} + a \underline{U}_{A2} + \underline{U}_0 = \underline{Z}_B (a^2 \underline{I}_{A1} + a \underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0})$$

$$\underline{U}_C = \underline{Z}_C \underline{I}_C; \quad a\underline{U}_{A1} + a^2\underline{U}_{A2} + \underline{U}_0 = \underline{Z}_C (a\underline{I}_{A1} + a^2\underline{I}_{A2} + \underline{I}_{A0})$$

В схеме участка, приведенной на рисунке 9, не может протекать ток нулевой последовательности. Поэтому граничные условия для этого участка имеют вид

$$\underline{I}_A = 0; \quad \underline{I}_{A1} + \underline{I}_{A2} = 0$$

$$\underline{U}_B - \underline{U}_C = \underline{Z} \underline{I}_B$$

$$a^2\underline{U}_{A1} + a\underline{U}_{A2} - (a\underline{U}_{A1} + a^2\underline{U}_{A2}) = \underline{Z}(a^2\underline{I}_{A1} + a\underline{I}_{A2})$$

Пример 3

Пусть в схеме на рисунке 6 сопротивления последовательностей, сопротивления генератора, нагрузки и нейтрального провода равны соответственно $\underline{Z}_{r1} = j12$ $\underline{Z}_{r2} = j2$ $\underline{Z}_{r0} = j1$ $\underline{Z}_{л1} = \underline{Z}_{л1} = j1$ $\underline{Z}_{л0} = j2$ $\underline{Z}_n = j0,5$ $\underline{Z} = j0,5$ Ом. Фазная ЭДС генератора равна 220 В. Найти ток фазы “а” [7].

Решение

По уравнению (23)

$$\underline{I}_{A1} = \frac{220}{(j12 + j1 + j1 + j2 + j1 + j2 + j1,5 + j1,5)} = -j10 \text{ A}$$

По формуле (38) ток фазы “а”

$$\underline{I}_A = 3\underline{I}_{A1} = -j30 \text{ A}$$

Ток нейтрального провода равен току фазы “а”.

6. Высшие гармоники в трехфазных цепях

Реальные генераторы трехфазной системы ЭДС вырабатывают фазные ЭДС, график которых не является синусоидой в силу его конструктивных особенностей. Этот график представлен на рис 10. Кроме того, форма напряжений и токов в трехфазной цепи может искажаться реальными нагрузками.

Поэтому необходимо рассматривать несинусоидальные периодические токи и напряжения в трехфазных цепях.

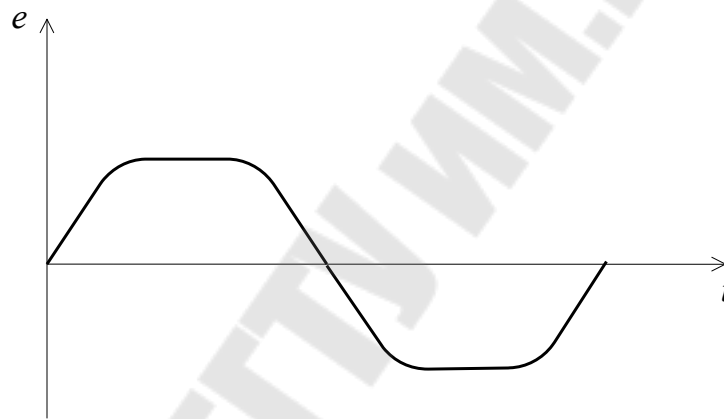


Рис. 10. Форма ЭДС фазы реального генератора трехфазной системы ЭДС

Из рис. 10. следует, что напряжение фазы “a” трехфазного генератора может быть аппроксимировано трапецеидальным напряжением. В разложении в ряд Фурье периодического напряжения трапецеидальной формы отсутствуют четные гармоники и постоянная составляющая [2]. Поэтому принимается, что в трехфазных цепях с несинусоидальной ЭДС отсутствуют постоянная составляющая и четные гармоники.

Пусть k -тая гармоника фазы “a”

$$e_k(t) = E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) \quad (24)$$

ЭДС фазы “b” отстает от ЭДС фазы A на треть периода, а ЭДС фазы C опережает ЭДС фазы “c” на треть периода. Тогда k -тые гармоники ЭДС этих фаз

$$\begin{aligned}
 e_{kB}(t) &= E_{km} \sin\left(k\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi_k\right) = E_{km} \sin\left(k\omega t - \frac{2\pi}{3}k + \psi_k\right) \\
 e_{kC}(t) &= E_{km} \sin\left(k\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \psi_k\right) = E_{km} \sin\left(k\omega t + \frac{2\pi}{3}k + \psi_k\right)
 \end{aligned}
 \quad (25)$$

Из формул (6.1) и (6.2) можно заключить.

Если $k=1,7,13,19$, то k -тая гармоника ЭДС фазы “ b ” отстает на $\frac{2\pi}{3}$ от ЭДС фазы “ a ”. Эти гармоники образуют системы прямой последовательности.

Если $k=5,11,17,23$, то k -тая гармоника ЭДС фазы “ b ” опережает на $\frac{2\pi}{3}$ ЭДС фазы “ a ”. Эти гармоники образуют системы обратной последовательности.

Если $k=3,9,15,21$ то фазы всех гармоник совпадают. Эти гармоники образуют системы нулевой последовательности фаз.

В подавляющем большинстве случаев на практике используется соединение «звезда-звезда». Поэтому рассмотрим свойства этого соединения при несинусоидальных ЭДС генератора.

Действующее значение фазного напряжения ЭДС генератора

$$U_{\phi} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + \dots} \quad (26)$$

Линейные напряжения не содержат гармоник, кратных трем, поскольку разность гармоник, кратных трем фазных напряжений равна нулю. Действующее значение линейных напряжений

$$U_{л} = \sqrt{3} \sqrt{U_{1\phi}^2 + U_{5\phi}^2 + U_{7\phi}^2 + \dots} \quad (27)$$

Отношение действующего значения линейного напряжения к действующему значению фазного напряжения в отличие от трехфазных цепей с синусоидальными фазными напряжениями меньше $\sqrt{3}$.

Мгновенные значения линейного напряжения

$$\begin{aligned}
 u_{AB}(t) &= \sqrt{3}U_{\phi} \sin\left(k_1\omega t + \psi_{k1} + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3}U_{\phi} \sin\left(k_2\omega t + \psi_{k2} - \frac{\pi}{6}\right) \\
 u_{BC}(t) &= \sqrt{3}U_{\phi} \sin\left(k_1\omega t + \psi_{k1} - \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{3}U_{\phi} \sin\left(k_2\omega t + \psi_{k2} + \frac{\pi}{2}\right)
 \end{aligned}
 \quad (28)$$

$$u_{CA}(t) = \sqrt{3}U_{\phi} \sin\left(k_1\omega t + \psi_{k_1} + \frac{5\pi}{6}\right) + \sqrt{3}U_{\phi} \sin\left(k_2\omega t + \psi_{k_2} - \frac{5\pi}{6}\right)$$

где $k_1=1,7,13,19$ $k_2=5,11,17,23$.

Фазные токи нагрузки в общем случае находят, применяя метод узловых потенциалов для каждой системы k -тых гармоник. При расчетах учитывают, что токи гармоник, кратных трем, могут протекать только при наличии нейтрального провода, как токи нулевой последовательности.

В случае симметричной нагрузки фазные токи нагрузки гармоник прямой и обратной последовательностей одинаковы во всех фазах и не зависят от наличия или отсутствия нейтрального провода. Токи этих гармоник можно найти по закону Ома для каждой гармоники.

При отсутствии нейтрального провода напряжение между нейтральными точками в цепи с симметричной нагрузкой создается гармониками, кратными трем. Мгновенное значение напряжения смещения нейтрали

$$u_{nN}(t) = E_{3(2n+1)m} \sin(3(2n+1)\omega t + \psi_{3(2n+1)}) \quad (29)$$

Действующее значение напряжения смещения нейтрали

$$U_{nN} = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{E_{3(2n+1)}^2}{2}} \quad (30)$$

При подключении нейтрального провода в цепи с симметричной нагрузкой, в нем протекает ток гармоник, кратных трем. Рассмотрим контур, образованный любой фазой цепи и нейтральным проводом с сопротивлением \underline{Z}_n .

Запишем для этого контура уравнение второго закона Кирхгофа

$$\underline{E}_3 = \underline{I}_{\phi 3} \underline{Z} + \underline{I}_{N3} \underline{Z}_n \quad (31)$$

Так как гармоники, кратные трем, образуют нулевую последовательность, то для тока в нейтральном проводе справедливо

$$\underline{I}_{N3} = 3\underline{I}_{\phi 3} \quad \text{и} \quad \underline{I}_{\phi 3} = \frac{\underline{I}_{N3}}{3}.$$

Тогда из (6.7) следуют формулы для тока в нейтральном проводе и тока в фазе нагрузки для гармоник, кратных трем.

$$\underline{I}_{N3} = \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_n + \frac{\underline{Z}}{3}} \quad (32)$$

Действующее значение тока в нейтральном проводе равно

$$I_N = 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + \dots}$$

Пример 4

Фазное напряжение генератора трехфазной системы напряжений содержит первую, третью и пятую гармоники. Фазное напряжение генератора равно 118,3 В; линейное напряжение равно 176,6 В. Известно, что действующее значение напряжения первой гармоники в пять раз больше действующего значения напряжения пятой гармоники. Найти действующие значения всех гармоник напряжения.

Решение

Из формулы (27) следует, что в данном случае

$$U_{\text{л}}^2 = 3(U_1^2 + U_5^2)$$

Поскольку $U_1 = 5U_5$ по условию, то

$$U_{\text{л}}^2 = 3(25U_5^2 + U_5^2) = 78U_5^2$$

Откуда следует $U_5 = \sqrt{\frac{U_{\text{л}}^2}{78}} = \sqrt{\frac{176,6^2}{78}} = 20 \text{ В}$ и $U_1 = 100 \text{ В}$.

Из (26) получим

$$U_{\text{ф}}^2 = U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 = 26U_5^2 + U_3^2.$$

Тогда

$$U_3 = \sqrt{U_{\text{ф}}^2 - 26U_5^2} = \sqrt{118,3^2 - 26 \cdot 20^2} = 59,96 \text{ В}$$

Пример 5

В схеме на рис 11. сопротивления фаз нагрузки активные $R=20$ Ом. Генератор соединен в звезду, и фазное напряжение имеет вид

$$u_{\text{ф}} = 254,6 \sin \omega t + 84,9 \sin 3\omega t + 50,9 \sin 5\omega t.$$

Требуется а) Записать мгновенные значения линейных напряжений, б) найти показания всех приборов.

Решение

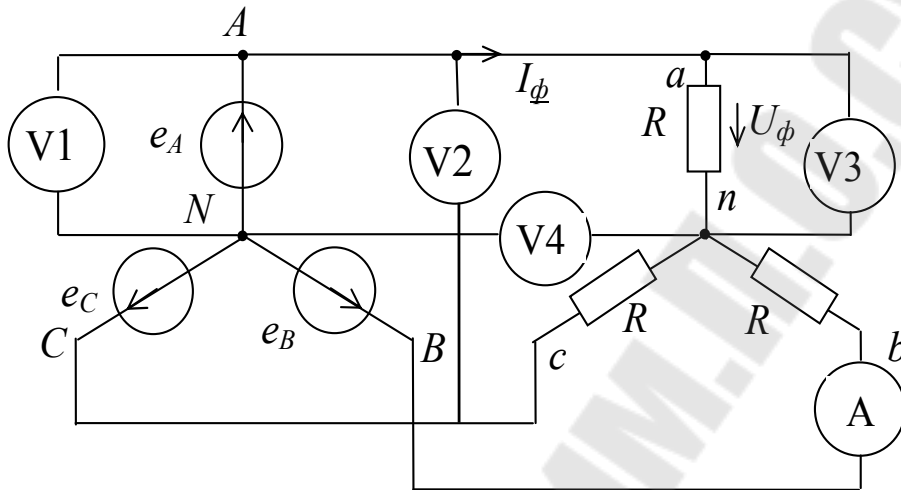


Рис. 11. Соединение “звезда-звезда” с изолированной нейтралью и несинусоидальным фазным напряжением

А). По формулам (28)

$$\begin{aligned}
 u_{AB} &= 254,6\sqrt{3} \sin(\omega t + 30^\circ) + 50,9\sqrt{3} \sin(5\omega t - 30^\circ) \\
 u_{BC} &= 254,6\sqrt{3} \sin(\omega t - 90^\circ) + 50,9\sqrt{3} \sin(5\omega t + 90^\circ) \\
 u_{CA} &= 254,6\sqrt{3} \sin(\omega t - 210^\circ) + 50,9\sqrt{3} \sin(5\omega t - 150^\circ)
 \end{aligned}$$

Следует обратить внимание на два обстоятельства. Первое – в линейных напряжениях отсутствуют гармоники, кратные трем. Второе – при записи решения начальные фазы всех гармоник фазных напряжений такие же, как у фазных напряжений симметричных составляющих прямой и обратной последовательности.

Б). Показания вольтметра V1 определяем по формуле (26).

$$U_{V1} = \sqrt{\left(\frac{254,6}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{84,9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{50,9}{\sqrt{2}}\right)^2} = 193,2 \text{ В}$$

Показания вольтметра V2 определим по формуле (27)

$$U_{V2} = \sqrt{\left(\frac{441}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{88,2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 318 \text{ В}$$

Следует обратить внимание, что отношение действующих значений фазного и линейного напряжения не равны $\sqrt{3}$.

В трехфазной цепи с симметричной нагрузкой фазные напряжения нагрузки равны фазным напряжениям генератора. Так как нейтральные точки генератора и нагрузки изолированы, то в цепи не протекают токи гармоник, кратных трем. Поэтому вольтметр V3 показывает действующее значение напряжения

$$u_{\phi} = 254,6 \sin \omega t + 50,9 \sin 5\omega t,$$

которое определяется по формуле [2]

$$U_{V3} = \sqrt{\left(\frac{254,6}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{50,9}{\sqrt{2}}\right)^2} = 183,6 \text{ В.}$$

Показания амперметра найдем по закону Ома

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{R} = \frac{U_{V3}}{R} = \frac{183,6}{20} = 9,2 \text{ А.}$$

Отметим, что при наличии в цепи гармоники кратной трем, между изолированными нейтральными точками генератора и нагрузки существует напряжение. Его действующее значение вычислим по формуле (30)

$$U_{V4} = \sqrt{\left(\frac{U_3}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{U_3}{\sqrt{2}} = \frac{84,9}{\sqrt{2}} = 60 \text{ В}$$

Это напряжение покажет вольтметр V4.

Пример 6

В цепи на рис. 12 действует несинусоидальное гармоническое напряжение, такое же как в примере 5. Нагрузка цепи симметричная, состоит из реальных катушек индуктивности, причем $R=20$ Ом, $X_L=2$ Ом. Требуется найти показания приборов.

Решение

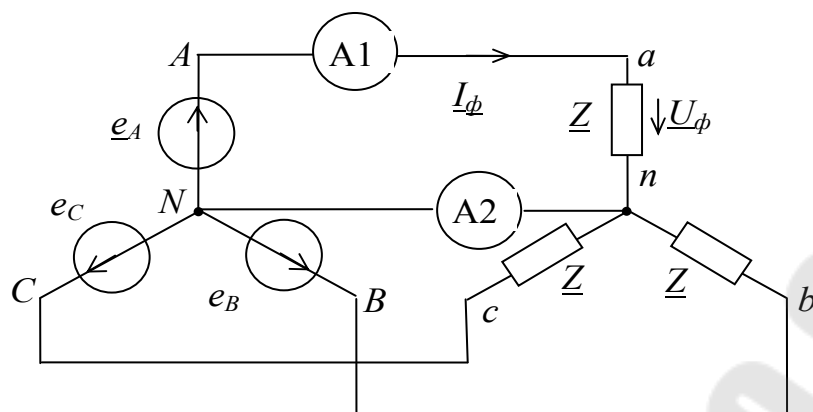


Рис. 12 Соединение “звезда-звезда” с нейтральным проводом малого сопротивления и несинусоидальным фазным напряжением

Соотношение для тока нулевой последовательности в нейтральном проводе указывает на рациональный путь решения задачи. Целесообразно в начале расчета найти фазный ток нагрузки, а затем – ток нейтрального провода.

При решении задачи следует учесть, что индуктивное сопротивление нагрузки зависит от частоты гармоники. Справедливо соотношение [8]

$$X_{L(k)} = kX_{L(1)}.$$

Действующие значения токов гармоник нагрузки найдем по закону Ома для цепи переменного тока

$$I_{\phi 1} = \frac{U_{\phi 1}}{\sqrt{R^2 + X_{L(1)}}} = \frac{254,6}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{10^2 + 2^2}} = 17,56 \text{ A}$$

$$I_{\phi 3} = \frac{U_{\phi 3}}{\sqrt{R^2 + X_{L(3)}}} = \frac{84,9}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{10^2 + 6^2}} = 5,15 \text{ A}$$

$$I_{\phi 5} = \frac{U_{\phi 5}}{\sqrt{R^2 + X_{L(5)}}} = \frac{50,9}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{10^2 + 10^2}} = 2,55 \text{ A}$$

Действующее значение фазного тока по известной формуле (2)

$$I_{A1} = \sqrt{17,65^2 + 5,15^2 + 2,55^2} = 18,56 \text{ A}.$$

Это значение показывает амперметр А1.

Показание амперметра А2 – действующее значение тока в нейтральном проводе.

$$I_{A2} = I_N = 3I_{\phi 3} = 3 \cdot 5,15 = 15,45 \text{ А}$$

Пример 7

В цепи на рис. 13 действует фазное напряжение

$$u_{\phi} = 274 \sin \omega t + 89,3 \sin 3\omega t + 30,9 \sin 5\omega t$$

Нагрузка фаз равномерная, в каждую фазу включены последовательно резистор и конденсатор: $R=6 \text{ Ом}$, $X_C=12 \text{ Ом}$. В нейтральный провод включено индуктивное сопротивление $X_{L(1)}=0,5 \text{ Ом}$. Требуется найти действующее значение тока нагрузки и тока нейтрального провода.

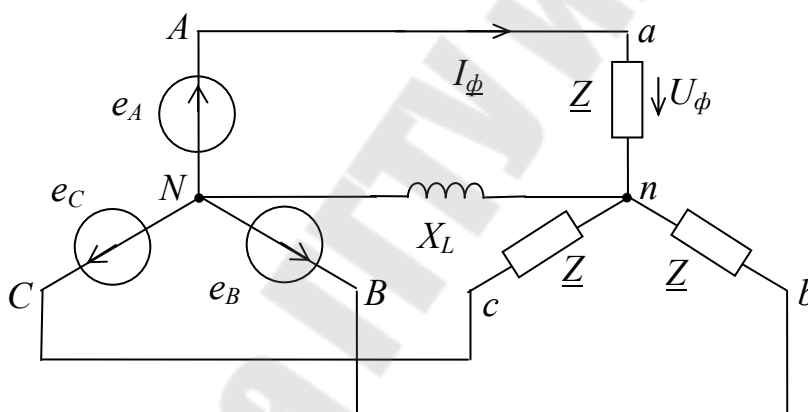


Рис. 13 Соединение “звезда-звезда” с нейтральным проводом индуктивного сопротивления и несинусоидальным фазным напряжением

Решение

В данном случае, основываясь на (32) рационально вычислить вначале действующее значение тока нейтрального провода.

При этом следует учесть зависимость емкостного сопротивления нагрузки от частоты. Справедливо соотношение [8]

$$X_{Ck} = \frac{X_{C(1)}}{k}.$$

По формуле (32) имеем

$$\underline{I}_N = \frac{U_3}{Z_{03} + \frac{Z_3}{3}} = \frac{89,3/\sqrt{2}}{j1,5 + \frac{6-j4}{3}} = 31,8e^{-j4,66} \text{ А}$$

Таким образом, действующее значение тока в нейтральном проводе равно 31,8 А.

Действующие значения токов первой и пятой гармоник в нагрузке найдем по закону Ома для цепи переменного тока.

$$I_{\phi 1} = \frac{U_{\phi 1}}{\sqrt{R^2 + X_{C(1)}}} = \frac{274}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{6^2 + 12^2}} = 14,44 \text{ А}$$

$$I_{\phi 5} = \frac{U_{\phi 5}}{\sqrt{R^2 + X_{C(5)}}} = \frac{30,9}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{6^2 + 2,4^2}} = 3,38 \text{ А}$$

Действующее значение тока нагрузки третьей гармоники в три раза меньше тока нейтрального провода

$$I_{\phi 3} = \frac{31,8}{3} = 10,6 \text{ А}.$$

Обратите внимание, что только токи нулевой последовательности (третьей гармоники) зависят от сопротивления в нейтральном проводе. Токи прямой и обратной последовательностей отсутствуют в нейтральном проводе при равномерной нагрузке фаз.

Действующее значение тока нагрузки

$$I_{\phi} = \sqrt{14,44^2 + 3,38^2 + 10,6^2} = 18,23 \text{ А}$$

Пример 8

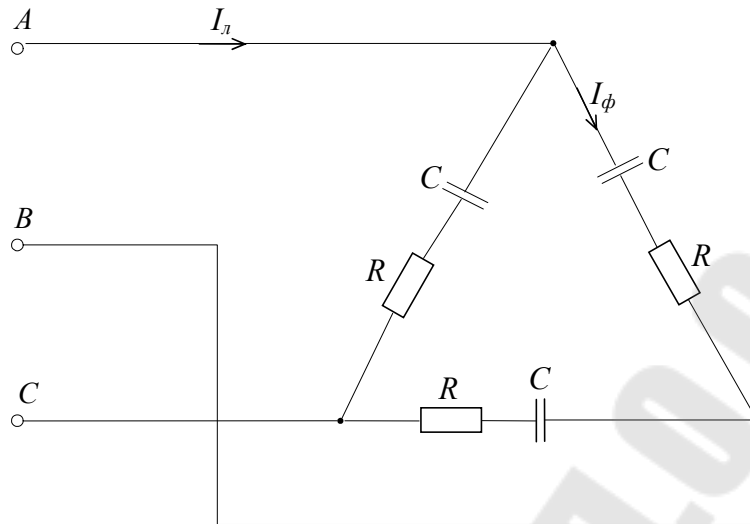


Рис. 14 Соединение нагрузки треугольником под действием несинусоидального трехфазного напряжения

В цепи на рис. 14 нагрузка симметричная, $R=5$ Ом, $X_C=25$ Ом. Мгновенное значение фазного напряжения генератора, соединенного звездой, дается формулой

$$u_\phi = 254,6 \sin \omega t + 84,9 \sin 3\omega t + 50,9 \sin 5\omega t .$$

Найти действующие значения фазных токов нагрузки и линейных токов.

Решение

Так как генератор соединен звездой, а нагрузка – треугольником, то фазное напряжение нагрузки равно линейному напряжению генератора. Таким образом, фазные напряжения нагрузки определяем из (28)

$$u_{AB} = 254,6\sqrt{3} \sin(\omega t + 30^\circ) + 50,9\sqrt{3} \sin(5\omega t - 30^\circ)$$

$$u_{BC} = 254,6\sqrt{3} \sin(\omega t - 90^\circ) + 50,9\sqrt{3} \sin(5\omega t + 90^\circ)$$

$$u_{CA} = 254,6\sqrt{3} \sin(\omega t - 210^\circ) + 50,9\sqrt{3} \sin(5\omega t - 150^\circ)$$

Обратите внимание, что третья гармоника в фазных напряжениях нагрузки отсутствует.

Действующие значения токов первой и пятой гармоник в нагрузке найдем по закону Ома для цепи переменного тока. При этом учитываем зависимость емкостного сопротивления от частоты.

$$I_{\phi 1} = \frac{U_{\phi 1}}{\sqrt{R^2 + X_{C(1)}}} = \frac{254,6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{5^2 + 25^2}} = 12,23 \text{ А}$$

$$I_{\phi 5} = \frac{U_{\phi 5}}{\sqrt{R^2 + X_{C(5)}}} = \frac{50,9\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{5^2 + 5^2}} = 8,82 \text{ А}$$

Действующее значение фазного тока нагрузки рассчитываем по известному соотношению [2]

$$I_{\phi} = \sqrt{I_{\phi 1}^2 + I_{\phi 5}^2} = \sqrt{12,23^2 + 8,82^2} = 15,08 \text{ А}$$

Действующие значения гармоник линейного тока находим из следующих соотношений

$$I_{л1} = \sqrt{3}I_{\phi 1} = \sqrt{3} \cdot 12,23 = 21,18 \text{ А}$$

$$I_{л5} = \sqrt{3}I_{\phi 5} = \sqrt{3} \cdot 8,82 = 15,28 \text{ А}$$

Действующее значение линейного тока

$$I_{л} = \sqrt{I_{л1}^2 + I_{л5}^2} = \sqrt{21,18^2 + 15,28^2} = 26,12 \text{ А}$$

Пример 9

В схеме на рис. 15 фазное напряжение выражается рядом Фурье из примера 8. $Z_a=12 \text{ Ом}$, $Z_b=j12 \text{ Ом}$, $Z_c=-j12 \text{ Ом}$.

Найти показание амперметра.

Решение

В данном примере нагрузка фаз является равномерной, но несимметричной. Поэтому формула (32) для решения задачи неприменима. Необходимо рассчитать все гармоники тока нейтрального провода.

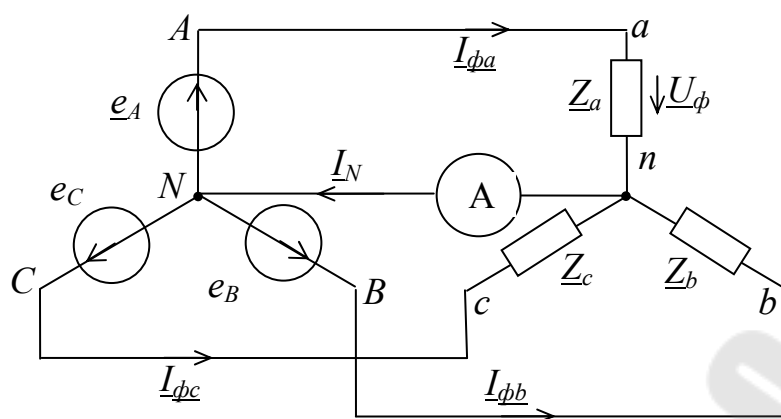


Рис. 15. Соединение “звезда-звезда” с несинусоидальным фазным напряжением и несимметричной нагрузкой

Нейтральный провод имеет бесконечно малое сопротивление, амперметр считается идеальным. Поэтому фазные напряжения нагрузки равны фазным напряжениям генератора. Фазные токи нагрузки равны по действующим значениям и отличаются только фазами.

Действующие значения первых гармоник фазных токов нагрузки по закону Ома

$$I_{a1} = \frac{U_{\phi 1}}{Z_1} = \frac{254,6}{12\sqrt{2}} = 15 \text{ А}$$

По первому закону Кирхгофа для узла n

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c$$

С учетом соотношения для сдвига фаз тока и напряжения на омическом, индуктивном и емкостном сопротивлениях вычисляем первую гармонику тока нейтрального провода

$$\underline{I}_{N1} = 15 + 15e^{j210} + 15e^{-j210} = 15 + (-13 + j7,5) + (-13 - j7,5) = -11 \text{ А}$$

Для вычисления действующих значений третьей гармоники фазных токов нужно учесть зависимость реактивных сопротивлений от частоты.

$$I_{a3} = \frac{U_3}{Z_{a3}} = \frac{84,9}{12\sqrt{2}} = 5 \text{ А} \quad I_{b3} = \frac{U_3}{Z_{b3}} = \frac{84,9}{36\sqrt{2}} = 1,67 \text{ А}$$

$$I_{c3} = \frac{U_3}{Z_{c3}} = \frac{84,9}{4\sqrt{2}} = 15 \text{ А}$$

При расчете третьей гармоники тока нейтрального провода следует обратить внимание на то, что третья гармоника образует нулевую последовательность напряжения. Поэтому фазы напряжений всех трех фаз генератора одинаковы и принимаются равными нулю. Поэтому первый закон Кирхгофа дает

$$\underline{I}_{N3} = 5 + 1,67e^{-j90} + 15e^{j90} = 5 + j13,3 = 14,2e^{j69,4} \text{ А}$$

Аналогично для пятой гармоники фазных токов имеем

$$I_{a5} = \frac{U_5}{Z_{a5}} = \frac{50,9}{12\sqrt{2}} = 3 \text{ А} \quad I_{b5} = \frac{U_5}{Z_{b5}} = \frac{50,9}{60\sqrt{2}} = 0,6 \text{ А}$$

$$I_{c5} = \frac{U_5}{Z_{c5}} = \frac{84,9}{2,4\sqrt{2}} = 15 \text{ А}$$

При расчете пятой гармоники тока нейтрального провода следует обратить внимание на то, что пятая гармоника образует обратную последовательность напряжения. Следовательно,

$$\underline{I}_{N5} = 3 + 0,6e^{j30} + 15e^{-j30} = 16,52 - j7,2 = 18e^{-j23,6} \text{ А}$$

Тогда показание амперметра – действующее значение тока нейтрального провода

$$I_N = \sqrt{11^2 + 14,2^2 + 18^2} = 22,9 \text{ А}.$$

Пример 10

В схеме на рис. 16 сопротивление фазы “b” равно 20 Ом, фазы “c” – 24 Ом. Генератор соединен звездой, и его фазное напряжение выражено рядом Фурье $u_\phi = 127\sqrt{2} \sin \omega t + 60\sqrt{2} \sin 3\omega t$.

Требуется найти токи в ветвях.

Решение

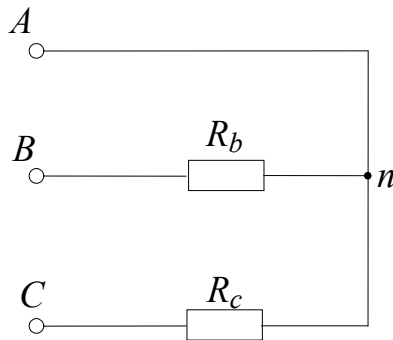


Рис. 16. Схема с коротким замыканием в фазе “а” и несинусоидальным напряжением

Так как фаза “а” замкнута накоротко, то мгновенное значение напряжения смещения нейтрали равно мгновенному значению фазного напряжения генератора. Тогда мгновенные напряжения на неповрежденных фазах нагрузки равны линейным напряжениям. Поэтому в напряжениях неповрежденных фаз отсутствуют гармоники кратные трем. Первая гармоника является системой прямой последовательности фаз. Следовательно, расчет схемы на рис. 16 сводится к расчету схемы с симметричной синусоидальной системой фазных напряжений и коротким замыканием одной из фаз.

Поэтому для фазных напряжений нагрузки справедливы соотношения [9]

$$\underline{U}_b = \underline{U}_{BA} = -127\sqrt{3}e^{j30} \text{ В},$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_{CA} = 127\sqrt{3}e^{j150} \text{ В}.$$

По закону Ома находим токи в неповрежденных фазах

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{R_b} = \frac{-127\sqrt{3}e^{j30}}{20} = -11e^{j30} = -9,53 - j5,5 \text{ А}$$

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{R_c} = \frac{127\sqrt{3}e^{j150}}{24} = 9,17e^{j150} = -7,941 + j4,585 \text{ А}$$

Ток в поврежденной фазе находим по первому закону Кирхгофа

$$\begin{aligned} \underline{I}_a &= -(\underline{I}_b + \underline{I}_c) = -(-9,53 - j5,5 + (-7,9941 + j4,585)) \\ &= 17,467 + j0,915 \text{ А} \end{aligned}$$

Список литературы

1. **Широков, В. Г.** Качество и надежность электроснабжения: курс лекций / В. Г. Широков, Т. В. Алферова. – Гомель: ГГТУ, 2006. – 85 с.
2. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электрические цепи – 9-е изд., перераб. и доп./ Л. А. Бессонов – М.: Высшая школа, 1996. – 631 с.
3. **Основы теории цепей** / Зевеке Т. В. [и др.] – 5-е. изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 572 с.
4. **Сборник задач по теоретическим основам электротехники/** Бессонов Л. А. [и др.] – М.: Высшая школа, 2000. – 528 с.
5. **Татур Т. А.** Цепи и переходные процессы в электрических цепях: справочник / Татур Т.А., Татур В. Е. – М.: Высшая школа, 2001. – 407 с.
6. **Атабеков Г. И.** Теоретические основы электротехники. Ч. 1. Линейные электрические цепи. / Г. И. Атабеков – М.: Энергия, 1970. – 592 с.
7. **Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники** / Конураев Г. П. [и др.]; под. ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат, 1982. – 767 с.
8. **Грачев, С. А.** Цепи несинусоидального периодического тока: практ. пособие по выполнению лаб. работ / С. А. Грачев, В. В. Соленков. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2006. – 32 с.
9. **Волынский, Б. А.** Электротехника: учеб. пособие / Б. А. Волынский, Е. Н. Зейн, В. Е. Шатерников. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 525 с.
10. **Методические указания по контролю знаний по курсу «Теоретические основы электротехники» для студентов спец. 10.01.20.05.21.05 (часть 3)** / Лисивненко Б. Ф. [и др.]; под ред. Л. И. Евминова. – Гомель: ГПИ, 1991. – 56 с.

ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ С ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ

Пособие

**по курсу «Теоретические основы электротехники»
для студентов электротехнических специальностей
дневной и заочной форм обучения**

Составители: **Грачев** Станислав Анатольевич
Комнатный Дмитрий Викторович

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 18.02.09.

Рег. № 25Е.

E-mail: ic@gstu.gomel.by
<http://www.gstu.gomel.by>