

УДК 539.21

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ДВОЙНИКУЮЩЕМСЯ МАТЕРИАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ В НЕМ ДВУХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВСТРЕЧНЫХ ДВОЙНИКОВ

Т. В. ДРОБЫШЕВСКАЯ, О. М. ОСТРИКОВ

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого»
Республика Беларусь*

Введение

Процесс эксплуатации деталей машин характеризуется сложноподвижным состоянием, при котором в двойникующихся материалах образуются не единичные двойники, а их группы. В. М. Финкель, В. А. Федоров и А. П. Королев [1] выделили наиболее опасные варианты взаимодействия двойников, одним из которых является взаимодействие встречных параллельных двойниковых прослоек. В узлах встречи данных двойников возможно образование каналов Розе и микротрещин [1]. При этом поля напряжений группы двойников оказывают влияние на напряженное состояние материала, а соответственно, и на возникновение, характер развития и форму двойников и трещин. Именно поэтому изучение взаимодействия двойников является важным и актуальным. Данный вопрос уже достаточно широко изучен такими авторами, как О. М. Остриков [2]–[5], Л. Е. Карькина, А. Б. Ноткин [6], Л. А. Доросинский [7], И. С. Ясников, Д. А. Денисова [8], В. С. Савенко, В. В. Углов [9] и др. При этом имеется ряд вопросов, ранее не рассматривавшихся.

Целью данной работы является изучение напряженно-деформированного состояния, обусловленного наличием двух параллельных встречных двойников в двойникующемся материале.

Основная часть

Рассмотрим объем поликристалла, находящийся вдали от поверхности двойникующегося материала, содержащий группу из n двойников. Примем, что распределение дислокаций на границах каждого двойника задается тензором плотности дислокаций $(\alpha_{ij})_{tw,t}$, где t – номер двойника. Тогда в случае ненагруженного твердого тела с n клиновидными двойниками с учетом методики, разработанной С. П. Киселевым [10], [11], условие равновесия группы клиновидных двойников может быть записано в виде:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad \tilde{S}_{ij} - S_{ij}^r = 0, \quad \tilde{S}_{ij} \tilde{S}_{ij} < \frac{2}{3} Y_s^2;$$

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + S_{ij}, \quad p = -K \varepsilon_{kk}^e, \quad S_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij}^e, \quad K = \lambda + \frac{2\mu}{3};$$

$$\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij}^e - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij}, \quad \varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \varepsilon_{ij}^p, \quad \varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{2} (\beta_{ij} + \beta_{ji});$$

$$\tilde{S}_{ij} = S_{ij} + S'_{ij}, \quad S'_{ij} = \sigma'_{ij} - \frac{1}{3} \sigma'_{kk} \delta_{ij}, \quad \sigma'_{ij} = -C \varepsilon_{jkl} \frac{\partial \alpha_{li}}{\partial x_k};$$

$$\alpha_{ji} = \varepsilon_{jsp} \frac{\partial \beta_{pi}}{\partial x_s}, \quad \alpha_{ij} = \sum_{t=1}^n (\alpha_{ij})_{tw,t}, \quad (1)$$

где σ_{ij} – тензор напряжений; \tilde{S}_{ij} – девиатор полных напряжений; S_{ij}^r – напряжения сил трения покоя; Y_s – предел текучести материала; p – давление; δ_{ij} – символ Кронекера; S_{ij} – тензор девиатора напряжений; K – модуль объемного сжатия; индекс e обозначает упругие деформации; μ – модуль сдвига; e_{ij} – тензор девиатора деформаций; ε_{ij} – тензор деформаций; u_i – компоненты вектора перемещений; индекс p обозначает пластические деформации; β_{ij} – тензор пластической дисторсии; ε_{jkl} , ε_{jsp} – абсолютно антисимметричные тензоры Леви-Чивиты; α_{ij} – тензор плотности дислокаций в рассматриваемом объеме; σ'_{ij} – вихревые самоуравновешенные напряжения, определяемые по следующей формуле:

$$\sigma'_{ij} = -C \varepsilon_{jkl} \frac{\partial \alpha_{li}}{\partial x_k} = -C \varepsilon_{jkl} \varepsilon_{lsp} \frac{\partial^2 \beta_{pi}}{\partial x_k \partial x_s}, \quad (2)$$

где C – константа.

В соответствии с исследованием, проведенным Ш. К. Ханнановым, С. П. Никаноровым и С. И. Бахолдиным [12], тензор плотности дислокаций границы t -го двойника в группе определим по формуле

$$(\alpha_{ij})_{tw,t} = \sum_q (\tau_i^q)_{tw,t} (b_j^q)_{tw,t} (f^q)_{tw,t}, \quad (3)$$

где $(\tau^q)_{tw,t}$ – единичный вектор, направленный по касательной к дислокационной линии; $(b^q)_{tw,t}$ – вектор Бюргерса; $(f^q)_{tw,t}$ – функция распределения дислокаций; q обозначает сорт дислокаций, и суммирование ведется по всем их типам. При этом плотности дислокаций на границах двойника соответствует формула [12]:

$$\rho_{tw,t} = \sum_q (f^q)_{tw,t}. \quad (4)$$

Рассмотрим группу двойников, состоящую из двух двойников ($n = 2$), образованных в результате внешнего нагружения изучаемого материала и развивающихся в параллельных плоскостях навстречу друг другу (рис. 1 и 2). Анализ сложноплавленного состояния материала будем проводить без учета напряжений, создаваемых концентраторами напряжений, обусловившими зарождение рассматриваемых двойников. Таким образом, будем учитывать лишь те напряжения, которые создаются двойникующими дислокациями. Пусть форма границ клиновидных двойников в плоскости XOY описывается функциями $f_{tw,t}^{(m)}(x_0)$, где t – номер рассматриваемого двойника, m ($m = 1$ или 2) – номер границы в рассматриваемом двойнике (рис. 1) [13], [14]. В рамках рассматриваемой задачи примем двойникующие дислокации параллельными друг другу и оси OZ (рис. 1). Плотность двойникующих дислокаций на границах клиновидных двойников равна $\rho_{tw,t}^{(m)}$.

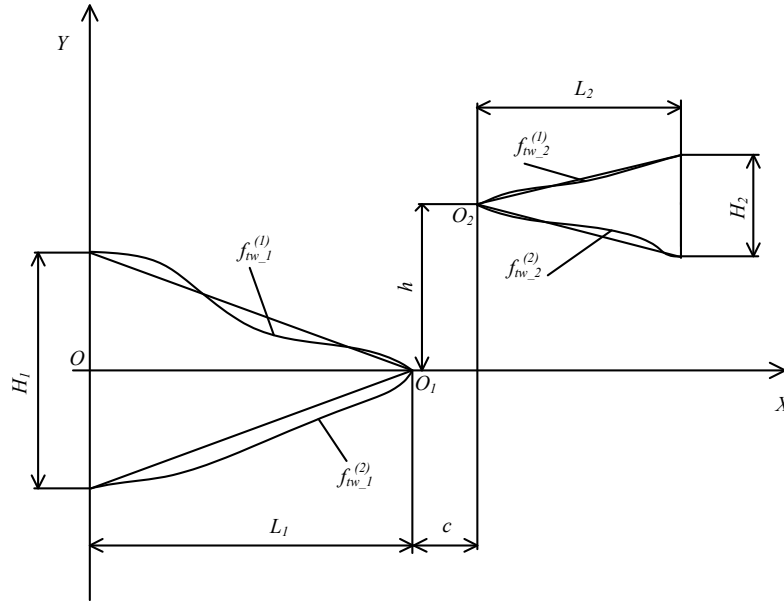


Рис. 1. Схематическое изображение двух параллельных встречных двойников

Так как в рассматриваемой задаче источники внутренних напряжений неподвижны, то при определении смещений и напряжений, создаваемых двойниками, правомерно использование принципа суперпозиции компонент тензоров смещений и напряжений [13]. Соответственно, смещения, создаваемые рассматриваемыми двойниками, могут быть определены по следующей формуле:

$$u_i = \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^2 (u_i^{(m)})_{tw,t}(x, y), \quad (5)$$

где i принимает значения x , y или z ; $(u_i^{(m)})_{tw,t}(x, y)$ – смещения, создаваемые соответствующими двойниковыми границами. Данные смещения определяются с помощью криволинейного интеграла вдоль профилей соответствующих границ:

$$(u_i^{(m)})_{tw,t} = \int_{L_{tw,t}^m} \rho_{tw,t}^{(m)} (u_i^{(m,0)})_{tw,t} ds, \quad (6)$$

где $L_{tw,t}^m$ – m -я граница t -го двойника; $(u_i^{(m,0)})_{tw,t}$ – смещения, создаваемые отдельными дислокациями на двойниковых границах.

Криволинейные интегралы (6) в соответствии с [14] сводятся к следующим определенным интегралам:

$$(u_i^{(m)})_{tw,t}(x, y) = \int_{x_{t,0}}^{x_{t,0}+L_t} \sqrt{1 + (f'_{tw,t}(x_0))^2} \rho_{tw,t}^{(m)} (u_i^{(m,0)})_{tw,t}(x, y, x_0) dx_0, \quad (7)$$

где $x_{t,0}$ – координата крайней левой точки двойника по оси OX t -го двойника (рис. 2); L_t – длина t -го двойника.

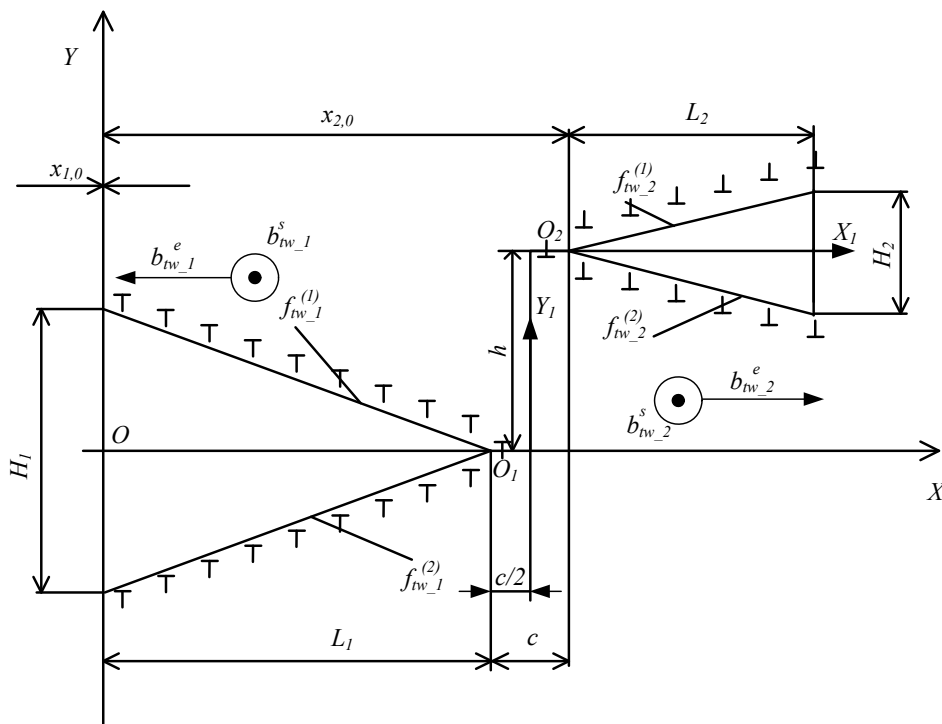


Рис. 2. Схема взаимного расположения дислокаций, их компонент вектора Бюргерса и декартовой системы координат для расчета полей напряжений и смещений у двух параллельных встречных двойников

При расчетах будем учитывать представленную на рис. 2 ориентировку винтовой и краевой составляющих векторов Бюргерса. При условии нахождения рассматриваемого объема вдали от поверхности смещения, создаваемые единичными двойнивающими дислокациями, расположенными на соответствующей границе, в соответствии с [15] и [16] могут быть определены из соотношений:

$$\begin{aligned}
 (u_x^{(m,0)})_{nv,1} &= -\frac{b_{nv,1}^e}{2\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{y - f_{nv,1}^{(m)}(x_0)}{x - x_0} + \frac{(y - f_{nv,1}^{(m)}(x_0))(x - x_0)}{2(1-\nu)((y - f_{nv,1}^{(m)}(x_0))^2 + (x - x_0)^2)} \right]; \\
 (u_y^{(m,0)})_{nv,1} &= \frac{b_{nv,1}^e}{2\pi} \left[\frac{1-2\nu}{2\pi} \ln((y - f_{nv,1}^{(m)}(x_0))^2 + (x - x_0)^2) + \frac{(x - x_0)^2 - (y - f_{nv,1}^{(m)}(x_0))^2}{4(1-\nu)((y - f_{nv,1}^{(m)}(x_0))^2 + (x - x_0)^2)} \right]; \\
 (u_z^{(m,0)})_{nv,1} &= \frac{b_{nv,1}^s}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - f_{nv,1}^{(m)}(x_0)}{x - x_0}; \\
 (u_x^{(m,0)})_{nv,2} &= \frac{b_{nv,2}^e}{2\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{y - f_{nv,2}^{(m)}(x_0)}{x - x_0} + \frac{(y - f_{nv,2}^{(m)}(x_0))(x - x_0)}{2(1-\nu)((y - f_{nv,2}^{(m)}(x_0))^2 + (x - x_0)^2)} \right];
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} (u_y^{(m,0)})_{tw,2} &= -\frac{b_{tw,2}^e}{2\pi} \left[\frac{1-2\nu}{2\pi} \ln \left((y - f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2 + (x - x_0)^2 \right) + \frac{(x - x_0)^2 - (y - f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2}{4(1-\nu) \left((y - f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2 + (x - x_0)^2 \right)} \right]; \\ (u_z^{(m,0)})_{tw,2} &= \frac{b_{tw,2}^s}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - f_{tw,2}^{(m)}(x_0)}{x - x_0}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $b_{tw,t}^e$ – модуль краевой составляющей вектора Бюргера двойнивающей дислокации t -го двойника; $b_{tw,t}^s$ – модуль винтовой составляющей вектора Бюргера двойнивающей дислокации t -го двойника; ν – коэффициент Пуассона.

Аналогичным образом определяем поля напряжений. Для этого используем следующее соотношение:

$$\sigma_{ij} = \sum_{t=1}^2 \sum_{m=1}^2 (\sigma_{ij}^{(m)})_{tw,t}(x, y), \quad (10)$$

где i, j принимает значения x, y или z ; $(\sigma_{ij}^{(m)})_{tw,t}(x, y)$ – напряжения, создаваемые соответствующими двойниковыми границами. Данные напряжения определяются с помощью криволинейного интеграла вдоль профилей соответствующих границ:

$$(\sigma_{ij}^{(m)})_{tw,t} = \int_{L_{tw,t}^m} \rho_{tw,t}^{(m)} (\sigma_{ij}^{(m,0)})_{tw,t} ds, \quad (11)$$

где $(\sigma_{ij}^{(m,0)})_{tw,t}$ – смещения, создаваемые отдельными дислокациями на двойниковых границах.

Криволинейные интегралы (11) в соответствии с [14] сводятся к следующим определенным интегралам:

$$(\sigma_{ij}^{(m)})_{tw,t}(x, y) = \int_{x_{t,0}}^{x_{t,0}+L_t} \sqrt{\left(1 + (f_{tw,t}^{(m)}(x_0))'\right)^2} \rho_{tw,t}^{(m)} (\sigma_{ij}^{(m,0)})_{tw,t}(x, y, x_0) dx_0. \quad (12)$$

Напряжения $(\sigma_{ij}^{(m,0)})_{tw,t}$, создаваемые отдельными двойнивающими дислокациями, расположенными на соответствующей границе, с учетом принятого направления составляющих вектора Бюргера и при условии нахождения рассматриваемого объема вдали от поверхности в соответствии с [15] и [16] определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} (\sigma_{xx}^{(m,0)})_{tw,1} &= \frac{\mu b_{tw,1}^e}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{tw,1}^{(m)}(x_0)) \left[3(x - x_0)^2 + (y - f_{tw,1}^{(m)}(x_0))^2 \right]}{\left[(x - x_0)^2 + (y - f_{tw,1}^{(m)}(x_0))^2 \right]^2}; \\ (\sigma_{yy}^{(m,0)})_{tw,1} &= -\frac{\mu b_{tw,1}^e}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_{tw,1}^{(m)}(x_0)) \left[(x - x_0)^2 - (y - f_{tw,1}^{(m)}(x_0))^2 \right]}{\left[(x - x_0)^2 + (y - f_{tw,1}^{(m)}(x_0))^2 \right]^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\sigma_{xy}^{(m,0)})_{tw,1} &= -\frac{\mu b_{tw,1}^e (x-x_0)[(x-x_0)^2 - (y-f_{tw,1}^{(m)}(x_0))^2]}{2\pi(1-\nu) [(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,1}^{(m)}(x_0))^2]^2}; \\
(\sigma_{zz}^{(m,0)})_{tw,1} &= \frac{\mu b_{tw,1}^e \nu}{\pi(1-\nu)} \frac{y-f_{tw,1}^{(m)}(x_0)}{(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,1}^{(m)}(x_0))^2}; \\
(\sigma_{xz}^{(m,0)})_{tw,1} &= -\frac{\mu b_{tw,1}^s}{2\pi} \frac{y-f_{tw,1}^{(m)}(x_0)}{(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,1}^{(m)}(x_0))^2}; \\
(\sigma_{yz}^{(m,0)})_{tw,1} &= \frac{\mu b_{tw,1}^s}{2\pi} \frac{x-x_0}{(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,1}^{(m)}(x_0))^2}; \tag{13} \\
(\sigma_{xx}^{(m,0)})_{tw,2} &= -\frac{\mu b_{tw,2}^e (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))[3(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2]}{2\pi(1-\nu) [(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2]^2}; \\
(\sigma_{yy}^{(m,0)})_{tw,2} &= \frac{\mu b_{tw,2}^e (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))[(x-x_0)^2 - (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2]}{2\pi(1-\nu) [(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2]^2}; \\
(\sigma_{xy}^{(m,0)})_{tw,2} &= \frac{\mu b_{tw,2}^e (x-x_0)[(x-x_0)^2 - (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2]}{2\pi(1-\nu) [(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2]^2}; \\
(\sigma_{zz}^{(m,0)})_{tw,2} &= -\frac{\mu b_{tw,2}^e \nu}{\pi(1-\nu)} \frac{y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0)}{(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2}; \\
(\sigma_{xz}^{(m,0)})_{tw,2} &= -\frac{\mu b_{tw,2}^s}{2\pi} \frac{y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0)}{(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2}; \\
(\sigma_{yz}^{(m,0)})_{tw,2} &= \frac{\mu b_{tw,2}^s}{2\pi} \frac{x-x_0}{(x-x_0)^2 + (y-f_{tw,2}^{(m)}(x_0))^2}, \tag{14}
\end{aligned}$$

где μ – модуль сдвига.

В качестве исследуемых двойников принимаем двойники, характеризующие начальную стадию развития клиновидных двойников в бездефектной области кристалла. Как правило, такие двойники имеют форму правильного клина, т. е. их границы прямолинейны. При этом пусть двойники имеют форму равнобедренных прямоугольников с вершинами в точках O_i и шириной у устья H_i , соответственно. В таком случае форма границ двойников описывается следующими функциями [2]:

$$f_{tw,1}^{(1)}(x_0) = \frac{H_1}{2} \left(1 - \frac{x_0}{L_1} \right);$$

$$f_{tw,1}^{(2)}(x_0) = -\frac{H_1}{2} \left(1 - \frac{x_0}{L_1} \right); \quad (15)$$

$$f_{tw,2}^{(1)}(x_0) = h + \frac{H_2}{2} \left(\frac{x_0 - (L_1 + c)}{L_2} \right);$$

$$f_{tw,2}^{(2)}(x_0) = h - \frac{H_2}{2} \left(\frac{x_0 - (L_1 + c)}{L_2} \right), \quad (16)$$

где h, c – параметры, определяющие взаимное расположение рассматриваемых двойников (см. рис. 2).

Для последующего анализа необходим также расчет полей гидростатических напряжений σ_h и комбинированных касательных напряжений τ . Указанные напряжения рассчитываются по формулам [16]:

$$\sigma_h = \sum_i \sigma_{ii} / 3; \quad (17)$$

$$\tau = \sqrt{\sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2}. \quad (18)$$

Результаты расчетов и их обсуждение

Все расчеты проводим для железа ($b_{tw,t}^s = b_{tw,t}^e = 0,124$ мкм [17]; $\mu = 81$ ГПа [18]; $\nu = 0,29$ [17]), имеющего в своем объеме два встречных параллельных двойника (см. рис. 1, 2) ($H_1 = 10$ мкм, $L_1 = 100$ мкм, $H_2 = 15$ мкм, $L_2 = 170$ мкм, $h = 10$ мкм, $c = 15$ мкм). Изучим случай, когда плотности дислокаций на двойниковых границах постоянны и равны, т. е. $\rho_{tw,1}^{(m)} = \text{const} = C_1$, $\rho_{tw,2}^{(m)} = \text{const} = C_2$.

Результаты расчета полей напряжений представлены на рис. 3, где четко просматриваются двойниковые границы, являющиеся концентраторами напряжений. Из рис. 3 видно, что максимальные нормальные напряжения σ_{xx} и σ_{zz} и скалывающие напряжения σ_{zx} локализованы на двойниковых границах, а нормальные напряжения σ_{yy} и скалывающие напряжения σ_{zy} , σ_{xy} – в узловых точках двойников.

Нормальные напряжения σ_{xx} (рис. 3а), σ_{yy} (рис. 3б) и σ_{zz} (рис. 3в) знакопеременны относительно осей OX_1 и OY_1 . Таким образом, у одной из границ клиновидных двойников (в первой и третьей четвертях) нормальные напряжения имеют характер сжимающих, а у другой (во второй и четвертой четвертях) – растягивающих.

На изображениях полей скалывающих напряжений σ_{xy} (рис. 3з) и σ_{zy} (рис. 3д) четко просматриваются узловые точки двойников. При этом у вершин двойников имеют место сжимающие напряжения, а у устьев – растягивающие. Следует отметить, что максимальные значения сжимающих напряжений, отмеченных у вершин двойников, в несколько раз превышают значения максимальных растягивающих напряжений у устьев. Также имеют место участки, свободные от скалывающих напряжений

жений σ_{xy} и σ_{zy} , которые расположены в средних частях двойников (в местах перехода напряжений от растягивающих к сжимающим).

Напряжения σ_{zx} (рис. 3е), как уже было отмечено выше, локализованы на двойниковых границах и знакопеременны относительно осей OX_1 и OY_1 . Они отрицательны в первой и третьей четвертях, а положительны – во второй и четвертой.

Местом концентрации гидростатических σ_h и комбинированных касательных напряжений τ являются двойниковые границы (рис. 3ж, 3и). При этом поле гидростатических напряжений σ_h (рис. 3ж) имеет конфигурацию, аналогичную компонентам тензора напряжений, их определяющих (σ_{xx} , σ_{yy} и σ_{zz} (рис. 3а–3в)), – они знакопеременны относительно осей OX_1 и OY_1 (в первой и третьей четвертях σ_h отрицательны, а во второй и четвертой – положительны). Максимальные значения касательных напряжений τ наблюдаются у вершин двойников (рис. 3и).

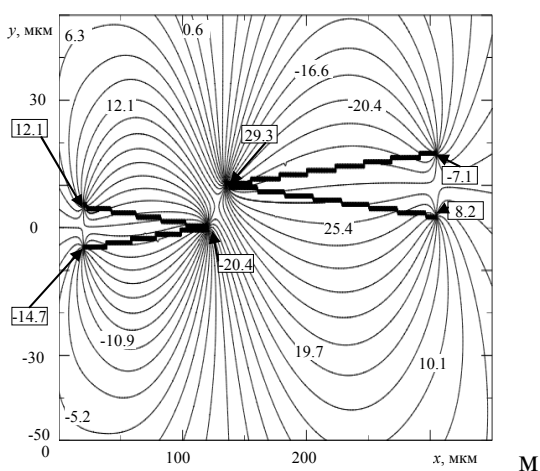


Рис. 3а. Распределение напряжений, обусловленных наличием двух параллельных встречных двойников $\sigma_{xx}(x, y)$

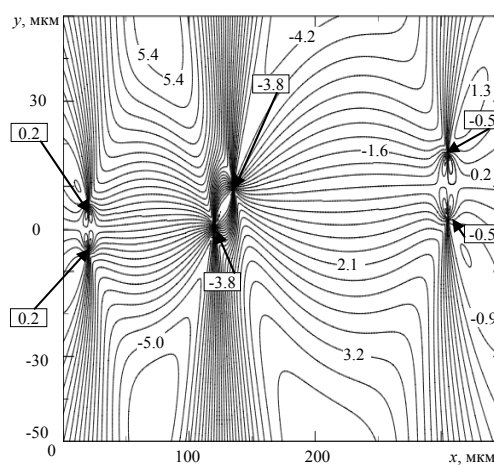


Рис. 3б. Распределение напряжений, обусловленных наличием двух параллельных встречных двойников $\sigma_{yy}(x, y)$

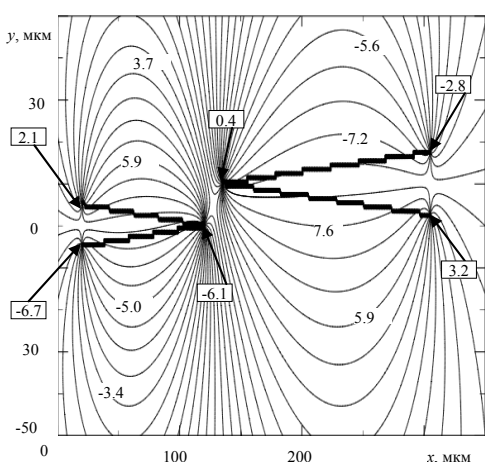


Рис. 3в. Распределение напряжений, обусловленных наличием двух параллельных встречных двойников $\sigma_{zz}(x, y)$

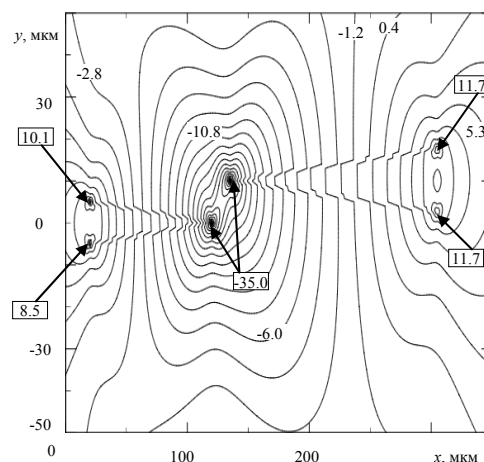


Рис. 3г. Распределение напряжений, обусловленных наличием двух параллельных встречных двойников $\sigma_{xy}(x, y)$

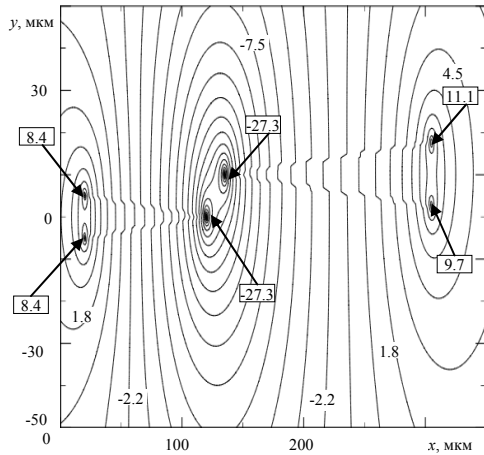


Рис. 3д. Распределение напряжений, обусловленных наличием двух параллельных встречных двойников $\sigma_{yz}(x, y)$

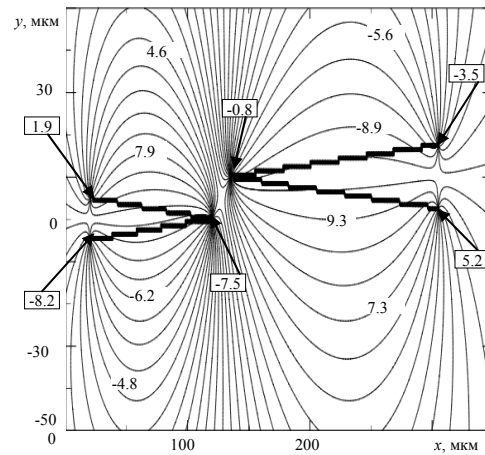


Рис. 3е. Распределение напряжений, обусловленных наличием двух параллельных встречных двойников $\sigma_{xz}(x, y)$

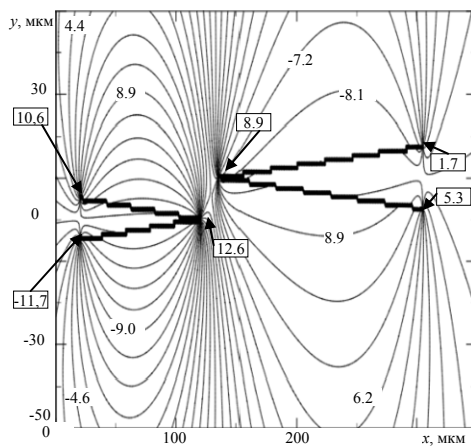


Рис. 3ж. Распределение напряжений, обусловленных наличием двух параллельных встречных двойников $\sigma_h(x, y)$

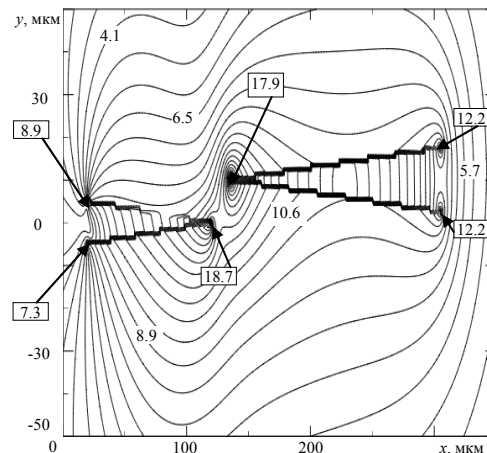


Рис. 3и. Распределение напряжений, обусловленных наличием двух параллельных встречных двойников $\tau(x, y)$

Численные значения рассмотренных выше напряжений могут быть определены из (10)–(18) при соответствующих значениях x и y .

Для более полного изучения сложно-деформированного состояния, обусловленного наличием двух параллельных встречных двойников в двойникующемся материале, проведем анализ зависимости гидростатических (σ_h) и комбинированных касательных (τ) напряжений и компоненты тензора сдвиговых напряжений σ_{xy} от различных параметров, характеризующих рассматриваемую пару двойников. Так, в качестве варьируемых параметров принимаем расстояние между вершинами двойников по горизонтали (c) и вертикали (h), а также отношение между длинами двойников (L_1/L_2). В качестве базовых параметров принимаем взаимное расположение рассматриваемых двойников, определяемое размерами $H_1 = 10$ мкм, $L_1 = 100$ мкм, $H_2 = 15$ мкм, $L_2 = 170$ мкм, $h = 10$ мкм, $c = 10$ мкм. Расчеты проводим для железа. Результаты расчетов представлены на рис. 4–6. Анализ рассматриваемых компонент напряжений проводим вдоль осей OX и OY_1 (см. рис. 2).

На представленных на рис. 4–6 графиках четко просматриваются элементы двойников, характеризующиеся экстремальными значениями напряжений.

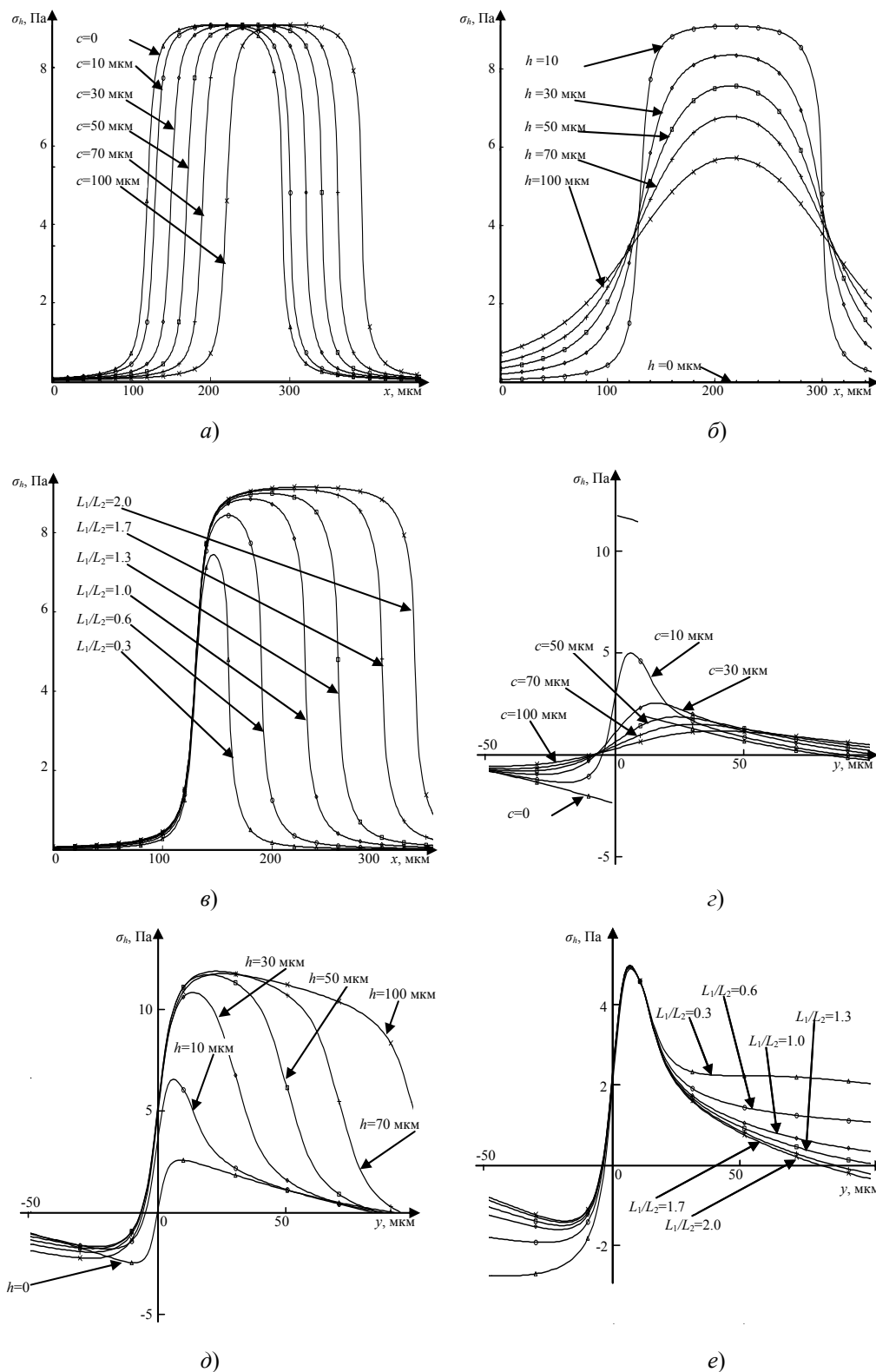


Рис. 4. Зависимость гидростатического напряжения от параметров, характеризующих взаимное расположение двойников:
 а – определенная вдоль оси OX от расстояния по горизонтали между вершинами двойников; б – определенная вдоль оси OX от расстояния по вертикали между вершинами двойников; в – определенная вдоль оси OX от отношения длин двойников; г – определенная вдоль оси OY_1 от расстояния по горизонтали между вершинами двойников; д – определенная вдоль оси OY_1 от расстояния по вертикали между вершинами двойников; е – определенная вдоль оси OY_1 от отношения длин двойников

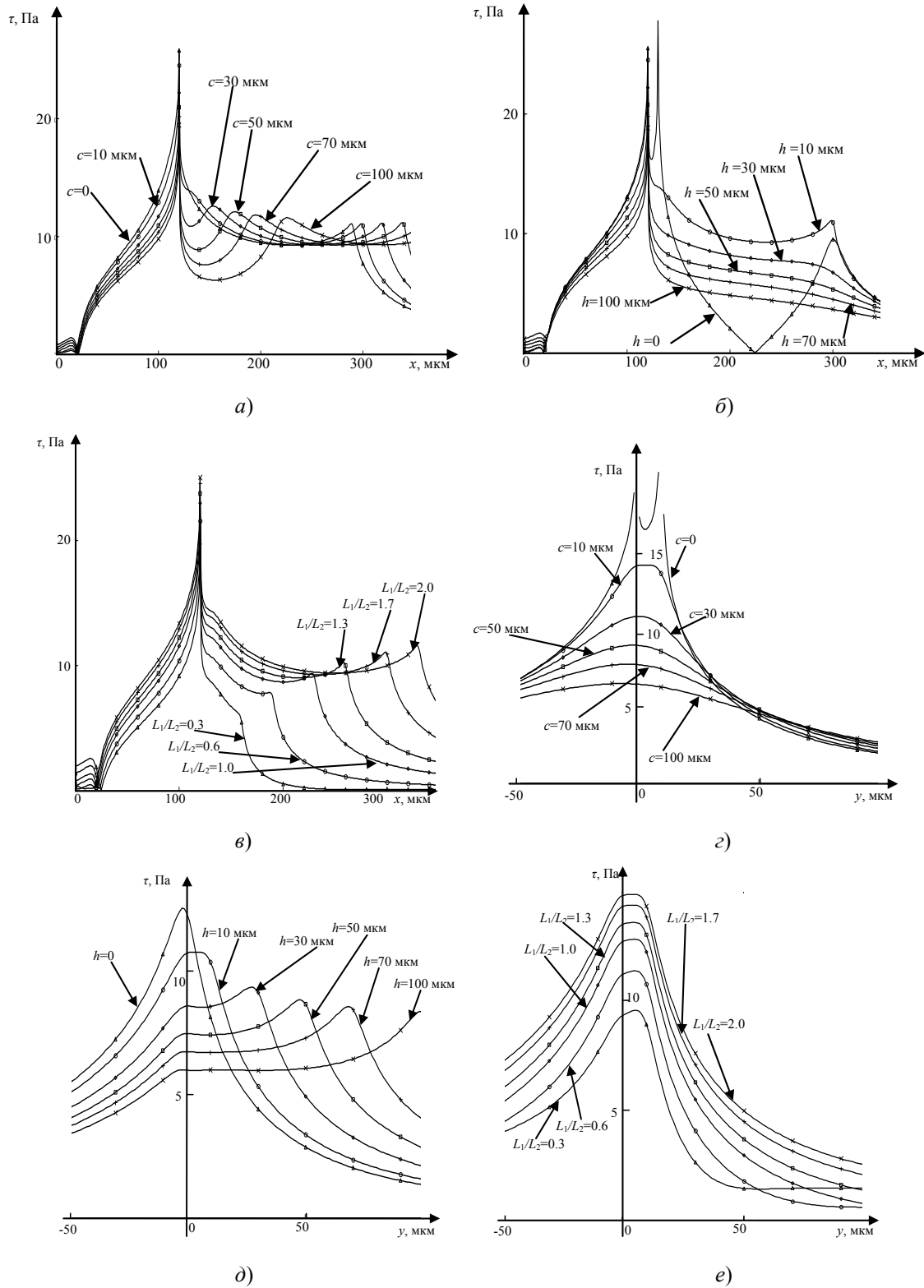


Рис. 5. Зависимость касательного напряжения от параметров, характеризующих взаимное расположение двойников:
 а – определенная вдоль оси OX от расстояния по горизонтали между вершинами двойников; б – определенная вдоль оси OX от расстояния по вертикали между вершинами двойников; в – определенная вдоль оси OX от отношения длин двойников; г – определенная вдоль оси OY_1 от расстояния по горизонтали между вершинами двойников; д – определенная вдоль оси OY_1 от расстояния по вертикали между вершинами двойников; е – определенная вдоль оси OY_1 от отношения длин двойников

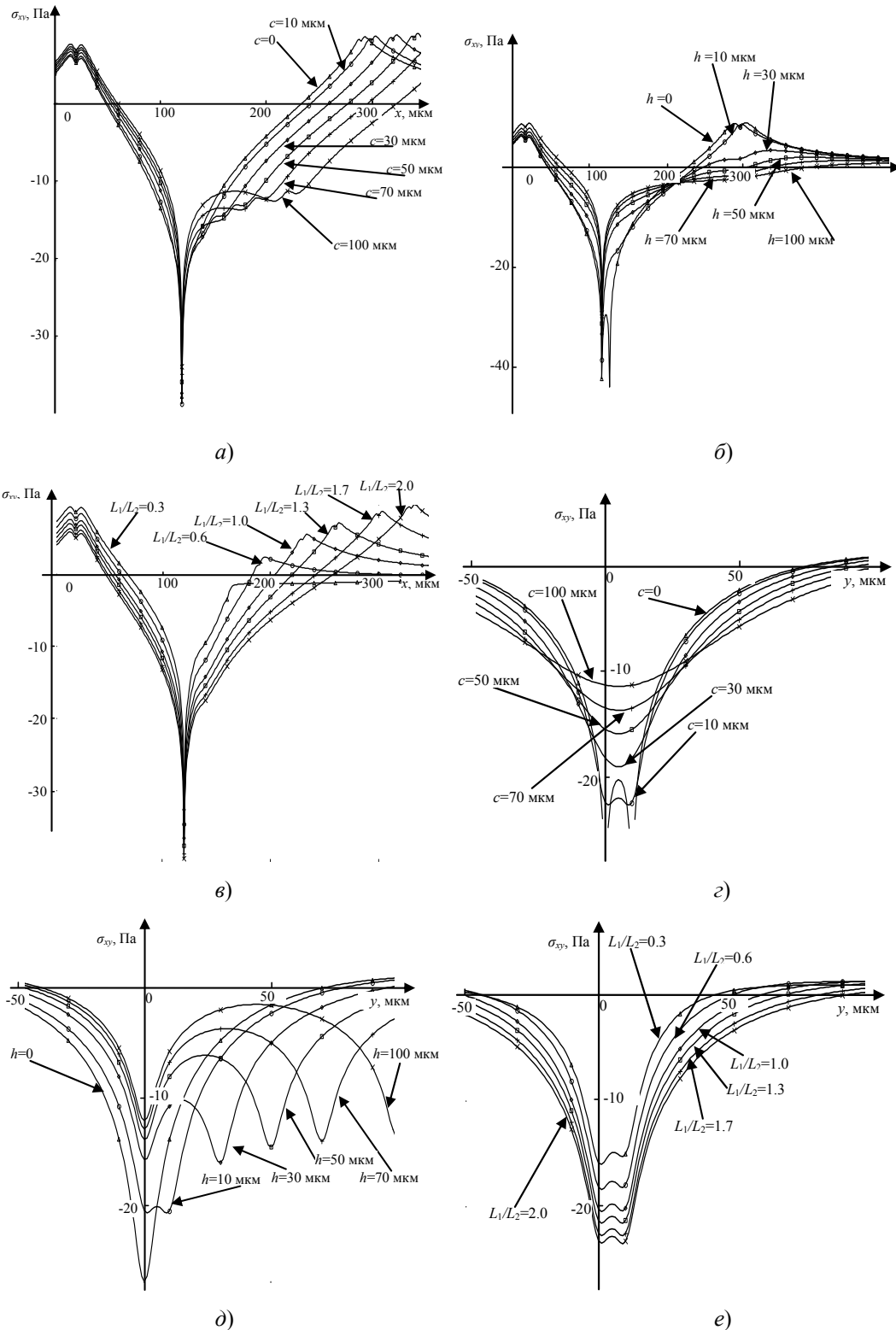


Рис. 6. Зависимость компоненты тензора напряжений σ_{xy} от параметров, характеризующих взаимное расположение двойников:
 а – определенная вдоль оси OX от расстояния по горизонтали между вершинами двойников; б – определенная вдоль оси OX от расстояния по вертикали между вершинами двойников; в – определенная вдоль оси OX от отношения длин двойников; г – определенная вдоль оси OY_1 от расстояния по горизонтали между вершинами двойников; д – определенная вдоль оси OY_1 от расстояния по вертикали между вершинами двойников; е – определенная вдоль оси OY_1 от отношения длин двойников

Анализируя зависимости рассматриваемых напряжений (σ_h , τ , σ_{xy}) от расстояния между вершинами двойников по горизонтали (c), можно отметить следующее. Вдоль оси OX характер кривой при рассматриваемых значениях параметра c не изменяется. Так, например, не изменяются экстремальные значения σ_h , имеет место лишь сдвиг площадки максимальных значений вдоль оси OX на величину c . Для напряжений τ и σ_{xy} экстремальные значения изменяются, однако они соответствуют одной точке на всех графиках, расположенной вблизи вершины первого двойника. Гидростатические напряжения вдоль оси OX являются растягивающими, а напряжения σ_{xy} – сжимающими (рис. 4, а, рис. 5, а, рис. 6, а). Графики рассматриваемых зависимостей вдоль оси OY_1 также имеют схожий характер, за исключением случая, когда вершины двойников находятся на одной линии по вертикали ($c = 0$). В данном случае на всех кривых имеет место разрыв функции в точках, расположенных вблизи вершин двойников. Экстремальные напряжения вдоль оси OY_1 можно отметить на участках, расположенных между вершинами двойников, при этом при увеличении параметра c абсолютные значения напряжений вдоль оси OY_1 уменьшаются и график становится более пологим (рис. 4, з, рис. 5, з, рис. 6, з).

Влияние расстояния между вершинами двойников по вертикали (h) на рассматриваемые компоненты напряжений σ_h , τ , σ_{xy} можно охарактеризовать следующим образом. В случае, когда вершины двойников находятся на одной прямой по горизонтали ($h = 0$), характер кривых, определенных вдоль оси OX , отличается от всех других вариантов. Так, напряжения σ_h вдоль оси OX равны нулю, напряжения τ и σ_{xy} имеют два локальных минимума, расположенных вблизи вершин двойников. В остальных случаях кривые зависимостей σ_h , τ , σ_{xy} вдоль оси OX имеют схожий характер при различных значениях параметра h (рис. 4, б, рис. 5, б, рис. 6, б). Вдоль оси OY_1 характер кривых практически не изменяется при изменении параметра h . Изменяется лишь положение локальных экстремумов функций, соответствующих вершине второго двойника (рис. 4, д, рис. 5, д, рис. 6, д).

Варьирование отношения длин путем изменения длины второго двойника не оказывает влияния на форму зависимостей рассматриваемых напряжений как вдоль оси OX , так и вдоль оси OY_1 . Изменяются лишь численные значения напряжений (рис. 4, в, рис. 4, е, рис. 5, в, рис. 5, е, рис. 6, в, рис. 6, е).

В целом можно отметить, что максимальные значения напряжений наблюдаются вдоль осей OX и OY_1 при таких значениях варьируемых параметров, как $h = 10$ мкм, $c = 0$ мкм, $L_1 / L_2 = 2$ (см. рис. 4–6).

Также был проведен расчет экстремальных значений гидростатических (σ_h) и комбинированных касательных (τ) напряжений и компоненты тензора напряжений σ_{xy} для рассмотренных выше варьируемых параметров (c , h , L_1/L_2) во всем рассматриваемом объеме поликристалла. Полученные результаты свидетельствуют о несущественной зависимости максимальных и минимальных значений от взаимного расположения двойников.

Заключение

Таким образом, изучено напряженно-деформированное состояние, обусловленное наличием пары встречных клиновидных двойников в двойникующемся материале. Изучена зависимость данного состояния от взаимного расположения двойников. Определены области, являющиеся концентраторами напряжений в кристалле при наличии в нем двух параллельных встречных двойников.

Литература

1. Финкель, В. М. Разрушение кристаллов при механическом двойниковании / В. М. Финкель, В. А. Федоров, А. П. Королев. – Ростов н/Д : Изд-во Рост. ун-та. – 1990. – 172 с.
2. Остриков, О. М. Дислокационная макроскопическая модель клиновидного двойника / О. М. Остриков // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2006. – № 2. – С. 10–18.
3. Остриков, О. М. Закономерности слияния двойников в монокристаллах висмута / О. М. Остриков // Физика металлов и металловедение. – 2012. – Т. 113, № 8. – С. 846–852.
4. Остриков, О. М. Кинетика образования клиновидных двойников в кристаллах висмута, облученных нерастворимыми в матрице мишени ионами / О. М. Остриков // Физика металлов и металловедение. – 1999. – Т. 87, № 5. – С. 78–82.
5. Остриков, О. М. Некоторые особенности формы клиновидных двойников в монокристаллах висмута, деформированных сосредоточенной нагрузкой / О. М. Остриков // Физика металлов и металловедение. – 2000. – Т. 90, № 1. – С. 91–95.
6. Карькина, Л. Е. Взаимодействие двойников с дислокациями и двойниками в TiAl. II. Взаимодействие двойников / Л. Е. Карькина, А. Б. Ноткин // Физика металлов и металловедение. – 1993. – Т. 75, № 3. – С. 155–161.
7. Кинетика изменения двойниковой структуры в монокристаллах $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ / Л. А. Доросинский [и др.] // Письма в журн. техн. физики. – 1989. – Т. 49, № 3. – С. 156–159.
8. Ясников, И. С. Получение материалов, насыщенных двойниковыми границами, с помощью метода компактирования микрочастиц электролитического происхождения / И. С. Ясников, Д. А. Денисова // Журн. техн. физики. – 2012. – Т. 82, № 1. – С. 36–39.
9. Савенко, В. С. Эволюция ансамблей клиновидных двойников в монокристаллах висмута, облученных ионами углерода и циркония / В. С. Савенко, В. В. Углов, О. М. Остриков // Кристаллография. – 1999. – Т. 44, № 6. – С. 1100–1105.
10. Киселев, С. П. Внутренние напряжения в твердом теле с дислокациями / С. П. Киселев // Прикладная механика и техн. физика. – 2004. – Т. 45, № 4. – С. 131–136.
11. Киселев, С. П. Модель упругопластического деформирования материалов на основе калибровочной теории дефектов с учетом диссипации энергии / С. П. Киселев // Прикладная механика и техн. физика. – 2004. – Т. 45, № 2. – С. 177–187.
12. Ханнанов, Ш. Х. Модель идеальной релаксации термоупругих напряжений при выращивании монокристаллов / Ш. Х. Ханнанов, С. П. Никаноров, С. И. Бахолдин // Физика твердого тела. – 2003. – Т. 45, № 6. – С. 1020–1023.
13. Остриков, О. М. Механика двойникования твердых тел : монография / О. М. Остриков. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – 301 с.
14. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М. : Аст, 2005. – 991 с.
15. Хирт, Дж. Теория дислокаций / Дж. Хирт, И. Лоте. – М. : Атомиздат, 1972. – 600 с.
16. Миркин, Л. И. Физические основы прочности и пластичности. (Введение в теорию дислокаций) / Л. И. Миркин. – М. : Изд-во МГУ, 1968. – 538 с.
17. Полухин, П. И. Физические основы пластической деформации / П. И. Полухин, С. С. Горелик, В. К. Воронцов. – М. : Металлургия, 1982. – 584 с.
18. Китель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Китель. – М. : Наука, 1978. – 792 с.