

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Техническая механика»

О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль

ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТАТИКИ

ПРАКТИКУМ

**по курсу «Теоретическая механика»
для студентов технических специальностей
дневной и заочной форм обучения**

Электронный аналог печатного издания

Гомель 2011

УДК 531(075.8)
ББК 22.21я73
Ш13

*Рекомендовано к изданию научно-методическим советом
машиностроительного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 1 от 27.09.2010 г.)*

Рецензент: зав. каф. «Металлургия и литейное производство» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. техн. наук, доц. *Ю. Л. Бобарикин*

Шабловский, О. Н.

Ш13 Основная задача геометрической статики : практикум по курсу «Теоретическая механика» для студентов техн. специальностей днев. и заоч. форм обучения / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2011. – 22 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц; 32 Mb RAM; свободное место на HDD 16 Mb; Windows 98 и выше; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-985-420-978-4.

Содержит пример решения задачи, а также индивидуальные задания, относящиеся к основной задаче геометрической статики.

Для студентов технических специальностей дневной и заочной форм обучения.

УДК 531(075.8)
ББК 22.21я73

ISBN 978-985-420-978-4

© Шабловский О. Н., Кроль Д. Г., 2011
© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2011

Предисловие

Данный практикум содержит подборку задач по теме «Основная задача геометрической статики» раздела «Статика». Целью работы является обучение студента практическим расчетам главного вектора и главного момента системы сил, произвольно расположенных в пространстве.

Постановка задачи

Дана система сил в пространстве; необходимо сделать следующее:

1. Выбрать правую декартову систему координат.
2. Определить главный вектор $\vec{F}_{\text{гл}}$ и главный момент $\vec{M}_{O, \text{гл}}$ относительно центра приведения.
3. Установить, к какому простейшему виду приводится исходная система сил.

Прилагаемые здесь задачи созвучны заданию С6 «Приведение системы сил к простейшему виду» из [1].

В задачах 1–60 данного практикума предполагается, что в качестве центра приведения может быть выбрана любая из точек, указанных на схеме. При выдаче задания студенту преподаватель указывает, какую именно точку следует взять за центр приведения. Допускается многовариантность задания: для одной и той же схемы преподаватель указывает несколько точек, которые следует принять в каждом варианте за центр приведения.

Необходимые для расчетов данные представлены в табл. 1. Последовательность действия при выполнении задания такая же, как в [1, с. 37–41], а именно:

1. Выбрать правую систему координатных осей, определить модуль и направление главного вектора заданной системы сил по его проекциям на координатные оси и изобразить $\vec{F}_{\text{гл}}$ на чертеже.

2. Вычислить главный момент заданной системы сил относительно центра O по его проекциям на координатные оси и изобразить $\vec{M}_{O, \text{гл}}$ на чертеже.

Вычислить наименьший по модулю главный момент \vec{M}^* , инвариант заданной системы сил.

На основании результатов вычислений главного вектора и наименьшего главного момента \vec{M}^* установить, к какому простейшему виду приводится заданная система сил.

Необходимые для расчетов формулы приведены в следующих учебниках: [2, с. 91–92], [3, с. 73–79], [4, с. 72–79].

Пример решения задачи

Дано: $AB=20$ см, $BC=10$ см, $DH=30$ см, $F_1=10$ Н, $F_2=20$ Н, $F_3=30$ Н, $F_4=40$ Н, $F_5=50$ Н (рис. 1).

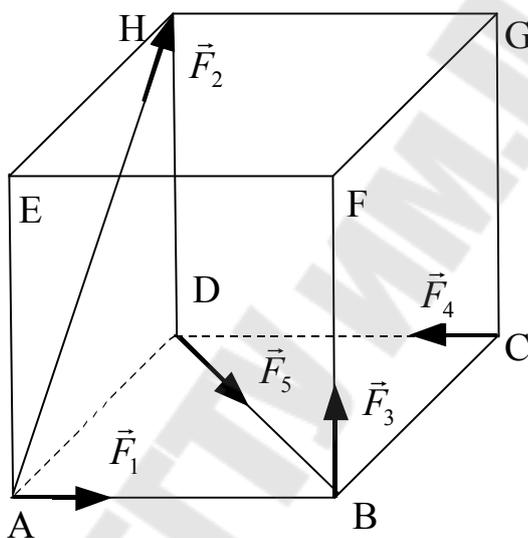


Рис. 1

Решение

Примем за центр приведения точку А, оси координат показаны на рис. 2.

Главный вектор рассматриваемой системы сил равен:

$$\vec{F}_{\text{гл}} = \vec{i}F_x + \vec{j}F_y + \vec{k}F_z,$$

где $\vec{F}_x = \vec{i}F_x$, $\vec{F}_y = \vec{j}F_y$, $\vec{F}_z = \vec{k}F_z$ – компоненты главного вектора \vec{F} вдоль координатных осей x, y, z .

Алгебраические величины проекций главного вектора на оси координат находим по формулам:

$$F_x = \sum_{k=1}^n F_{kx}, \quad F_y = \sum_{k=1}^n F_{ky}, \quad F_z = \sum_{k=1}^n F_{kz}.$$

Проведем необходимые выкладки:

$$DB = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{(20)^2 + (10)^2} = 22,36;$$

$$AH = \sqrt{AD^2 + DH^2} = \sqrt{(10)^2 + (30)^2} = 31,62.$$

$$\sin \alpha = \frac{AB}{DB} = \frac{20}{22,36} = 0,8944; \quad \cos \alpha = \frac{AD}{DB} = \frac{10}{22,36} = 0,4472;$$

$$\sin \beta = \frac{AD}{AH} = \frac{10}{31,62} = 0,3162; \quad \cos \beta = \frac{NH}{HB} = \frac{30}{31,62} = 0,9486.$$

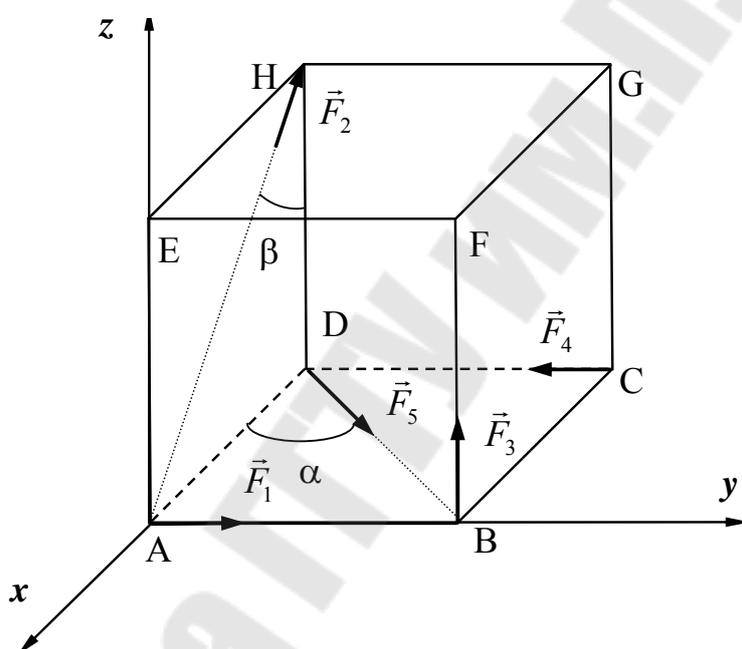


Рис. 2

Найдем проекции главного вектора \vec{F} :

$$F_x = -F_2 \cdot \sin \beta + F_5 \cdot \cos \alpha = -20 \cdot 0,3162 + 50 \cdot 0,4472 = 16,036 \text{ Н};$$

$$F_y = F_2 - F_4 + F_5 \cdot \sin \alpha = 20 - 40 + 50 \cdot 0,8944 = 24,72 \text{ Н};$$

$$F_z = F_2 \cdot \cos \beta + F_3 = 20 \cdot 0,9486 + 30 = 48,972 \text{ Н}.$$

Модуль главного вектора $\vec{F}_{\text{гл}}$ равен:

$$|\vec{F}_{\text{гл}}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(16,036)^2 + (24,72)^2 + (48,972)^2} = 57,153 \text{ Н}.$$

Направляющие косинусы равны:

$$\cos(\vec{i}, \vec{F}_{\text{гл}}) = \frac{F_x}{F_{\text{гл}}} = \frac{16,036}{57,153} = 0,2806;$$

$$\cos(\vec{j}, \vec{F}_{\text{гл}}) = \frac{F_y}{F_{\text{гл}}} = \frac{24,72}{57,153} = 0,4325;$$

$$\cos(\vec{k}, \vec{F}_{\text{гл}}) = \frac{F_z}{F_{\text{гл}}} = \frac{48,972}{57,153} = 0,8568.$$

Главный вектор изображен на рис. 3.

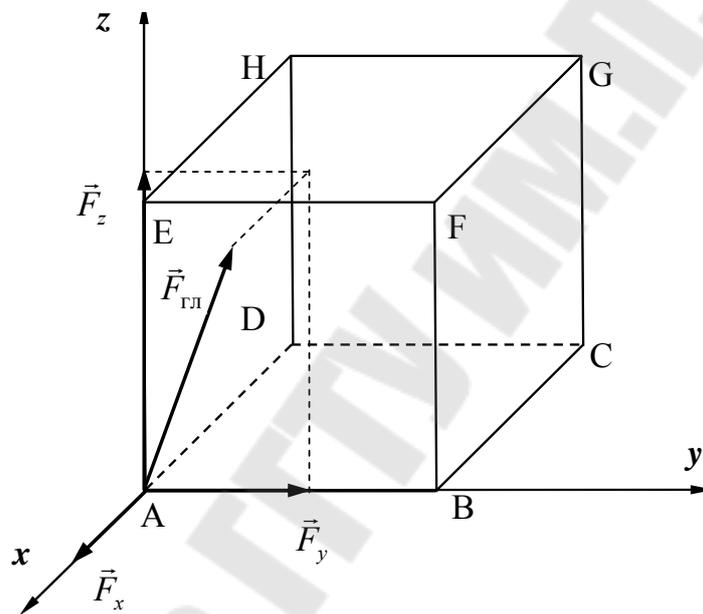


Рис. 3

Главный момент $\vec{M}_{A, \text{гл}}$ пространственной системы сил относительно центра A равен геометрической сумме проекций главного вектора $\vec{M}_{A, \text{гл}}$ на оси x, y, z :

$$\vec{M}_{A, \text{гл}} = \vec{M}_x + \vec{M}_y + \vec{M}_z,$$

где $\vec{M}_x = \vec{i}M_{x, \text{гл}}$, $\vec{M}_y = \vec{j}M_{y, \text{гл}}$, $\vec{M}_z = \vec{k}M_{z, \text{гл}}$ – главные осевые моменты изучаемой системы сил относительно координатных осей.

Проекции главного момента находим по формулам:

$$M_{x, \text{гл}} = \sum_{k=1}^n M_x(\vec{F}_k), \quad M_{y, \text{гл}} = \sum_{k=1}^n M_y(\vec{F}_k), \quad M_{z, \text{гл}} = \sum_{k=1}^n M_z(\vec{F}_k).$$

Для подсчета алгебраических величин осевых моментов отдельных сил $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ применяем стандартное правило. Для данного примера результат вычислений выглядит так:

$$M_{x,\text{гл}} = +F_3 \cdot AB = 30 \cdot 20 = 600 \text{ Н} \cdot \text{см};$$

$$\begin{aligned} M_{y,\text{гл}} &= F_2 \cdot \cos\beta \cdot AD - F_2 \cdot \sin\beta \cdot AE = \\ &= 20 \cdot 10 \cdot 0,9486 - 20 \cdot 30 \cdot 0,3162 = 0 \text{ Н} \cdot \text{см}; \end{aligned}$$

$$M_{z,\text{гл}} = F_1 \cdot BC = 10 \cdot 10 = 100 \text{ Н} \cdot \text{см}.$$

Модуль главного вектора $\vec{M}_{A,\text{гл}}$ равен:

$$M_{A,\text{гл}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{(600)^2 + (0)^2 + (100)^2} = 608,27 \text{ Н} \cdot \text{см}.$$

Направляющие косинусы будут такими:

$$\cos(\vec{i}, \vec{M}_{A,\text{гл}}) = \frac{M_{x,\text{гл}}}{M_{A,\text{гл}}} = \frac{600}{608,27} = 0,9864;$$

$$\cos(\vec{j}, \vec{M}_{A,\text{гл}}) = \frac{M_{y,\text{гл}}}{M_{A,\text{гл}}} = \frac{0}{608,27} = 0;$$

$$\cos(\vec{k}, \vec{M}_{A,\text{гл}}) = \frac{M_{z,\text{гл}}}{M_{A,\text{гл}}} = \frac{100}{608,27} = 0,1644.$$

Главный момент изображен на рис. 4.

Так как ни главный момент, ни главный вектор не равны нулю, то для того чтобы выяснить, не приводится ли система сил к равнодействующей, найдем наименьший по модулю момент системы сил:

$$\begin{aligned} M^* &= \frac{M_{x,\text{гл}} \cdot F_x + M_{y,\text{гл}} \cdot F_y + M_{z,\text{гл}} \cdot F_z}{F_{\text{гл}}} = \\ &= \frac{600 \cdot 16,036 + 0 \cdot 24,72 + 100 \cdot 48,972}{57,153} = 254,033 \text{ Н} \cdot \text{см}. \end{aligned}$$

Таким образом, главный вектор и наименьший по модулю момент не равны нулю. Значит, система сил приводится к динамическому винту.

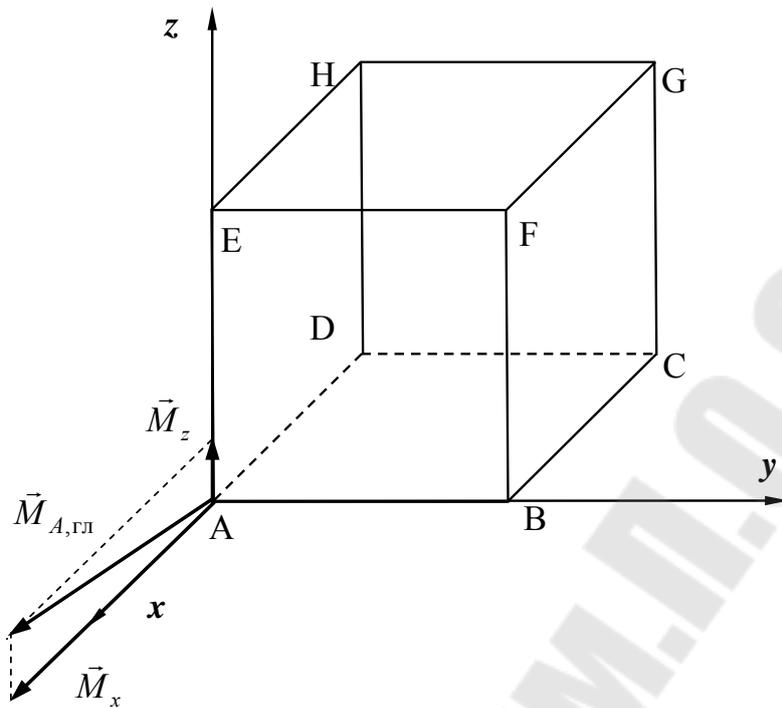


Рис. 4

Задача

Определить главный вектор $\vec{F}_{\text{гл}}$ и главный момент $\vec{M}_{O, \text{гл}}$ заданной системы сил относительно центра O . Установить, к какому простейшему виду приводится исходная система сил. Размеры тела, модули сил указаны в табл. 1. Эскиз тела и направление сил указаны на рис. 5.

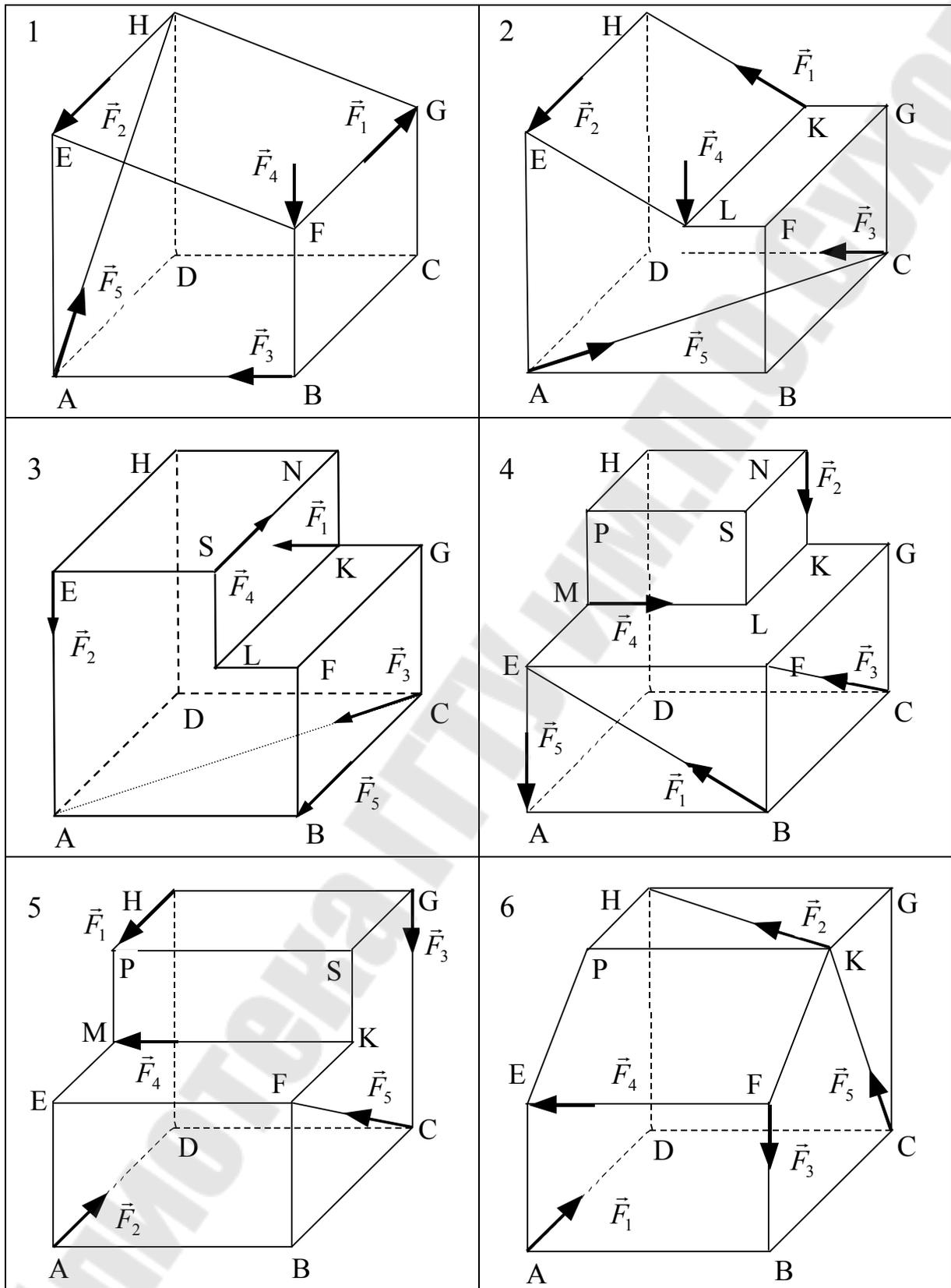


Рис. 5. Схема расположения сил
(продолжение см. на с. 10–17, окончание – на с. 18)

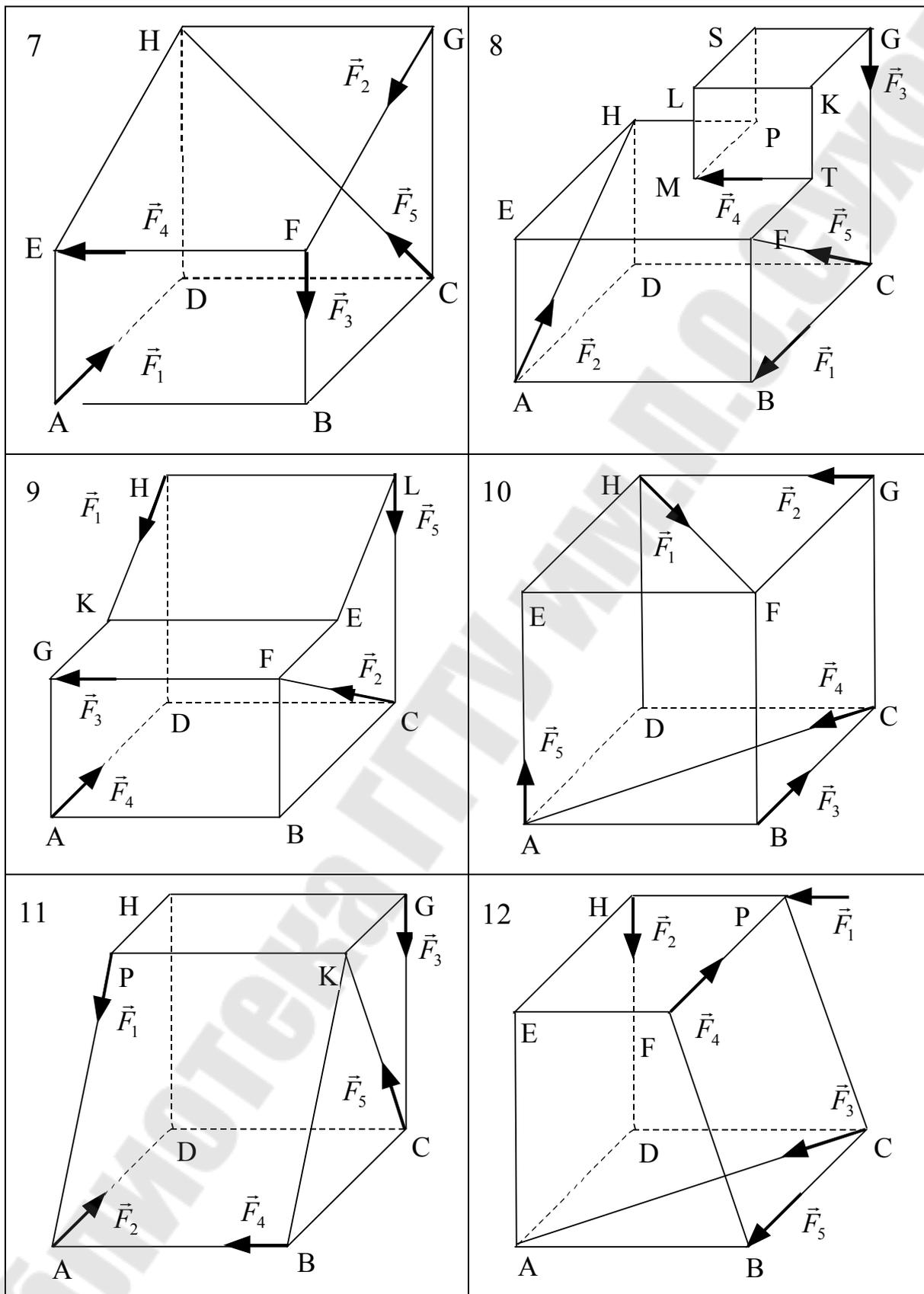


Рис. 5. Продолжение (начало см. на с. 9, окончание – на с. 18)

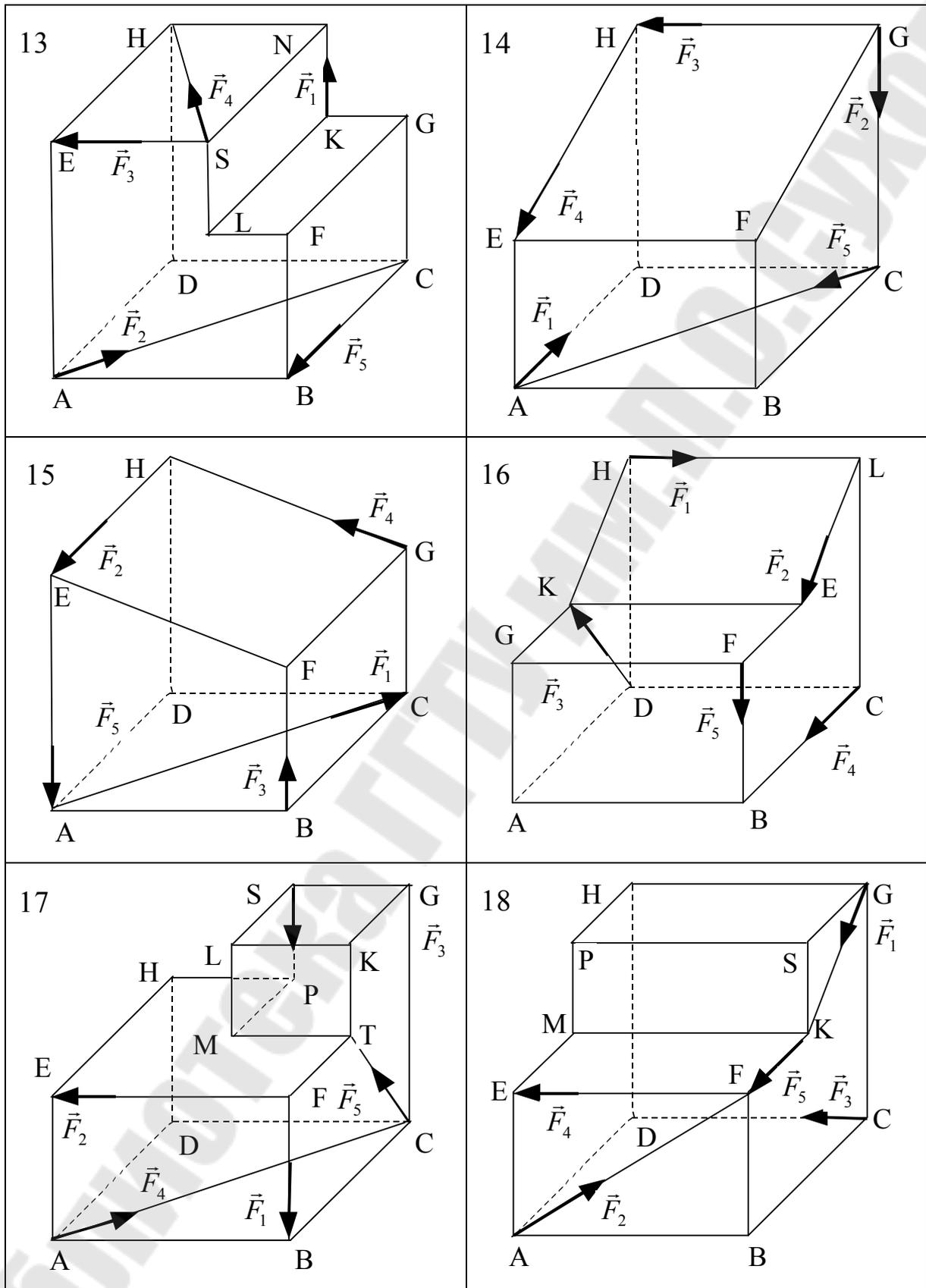


Рис. 5. Продолжение (начало см. на с. 9, окончание – на с. 18)

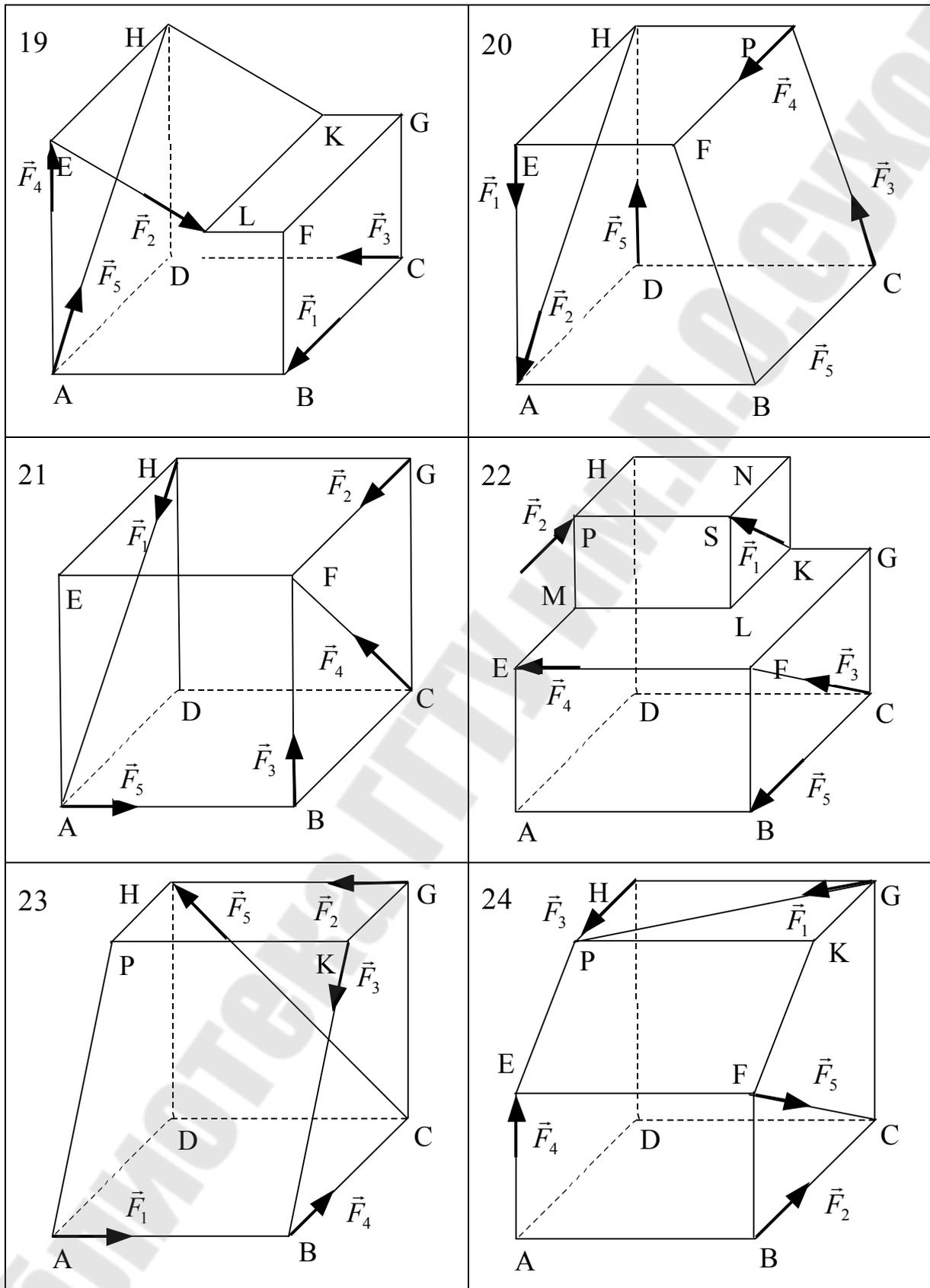


Рис. 5. Продолжение (начало см. на с. 9, окончание – на с. 18)

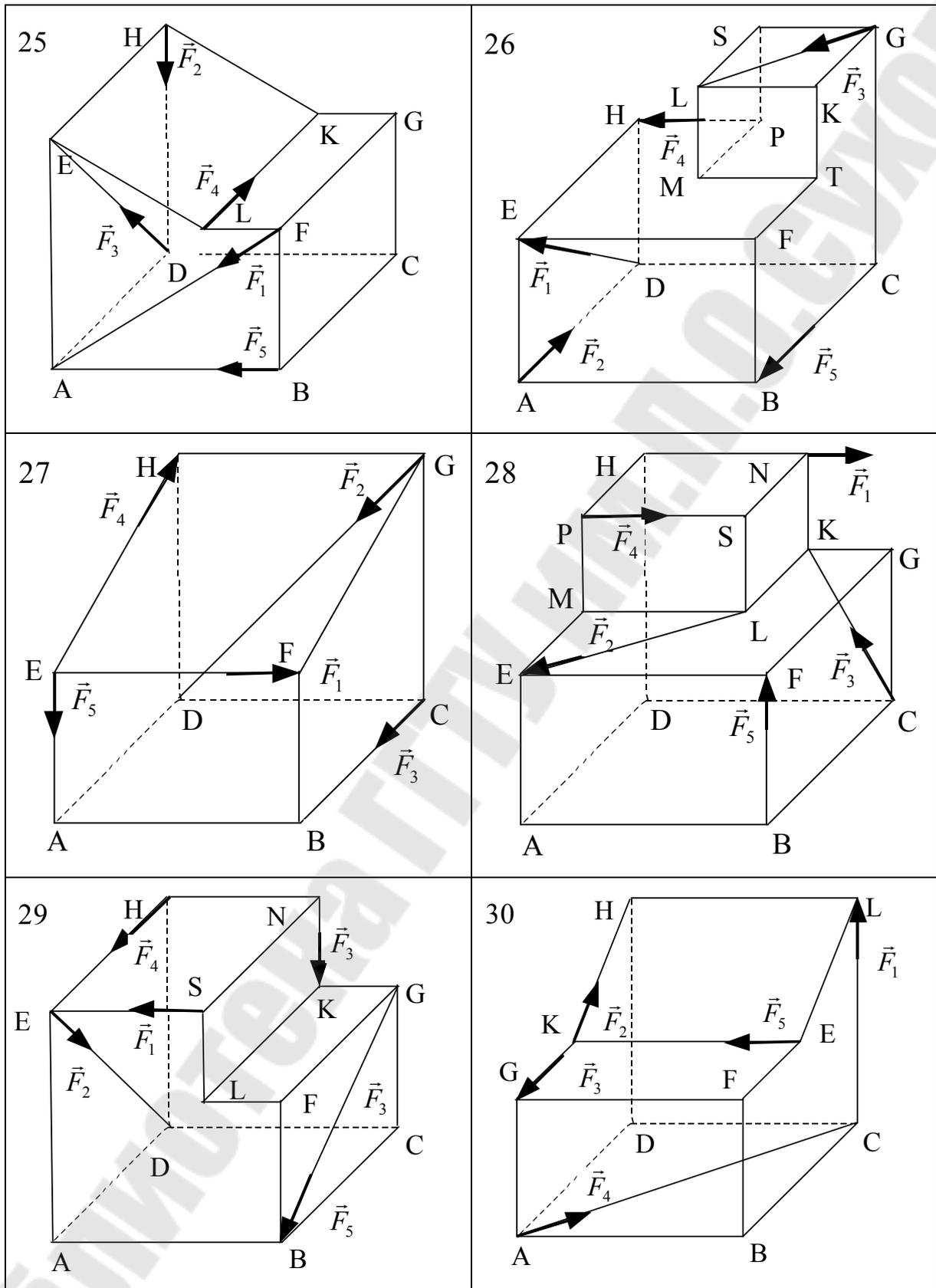


Рис. 5. Продолжение (начало см. на с. 9, окончание – на с. 18)

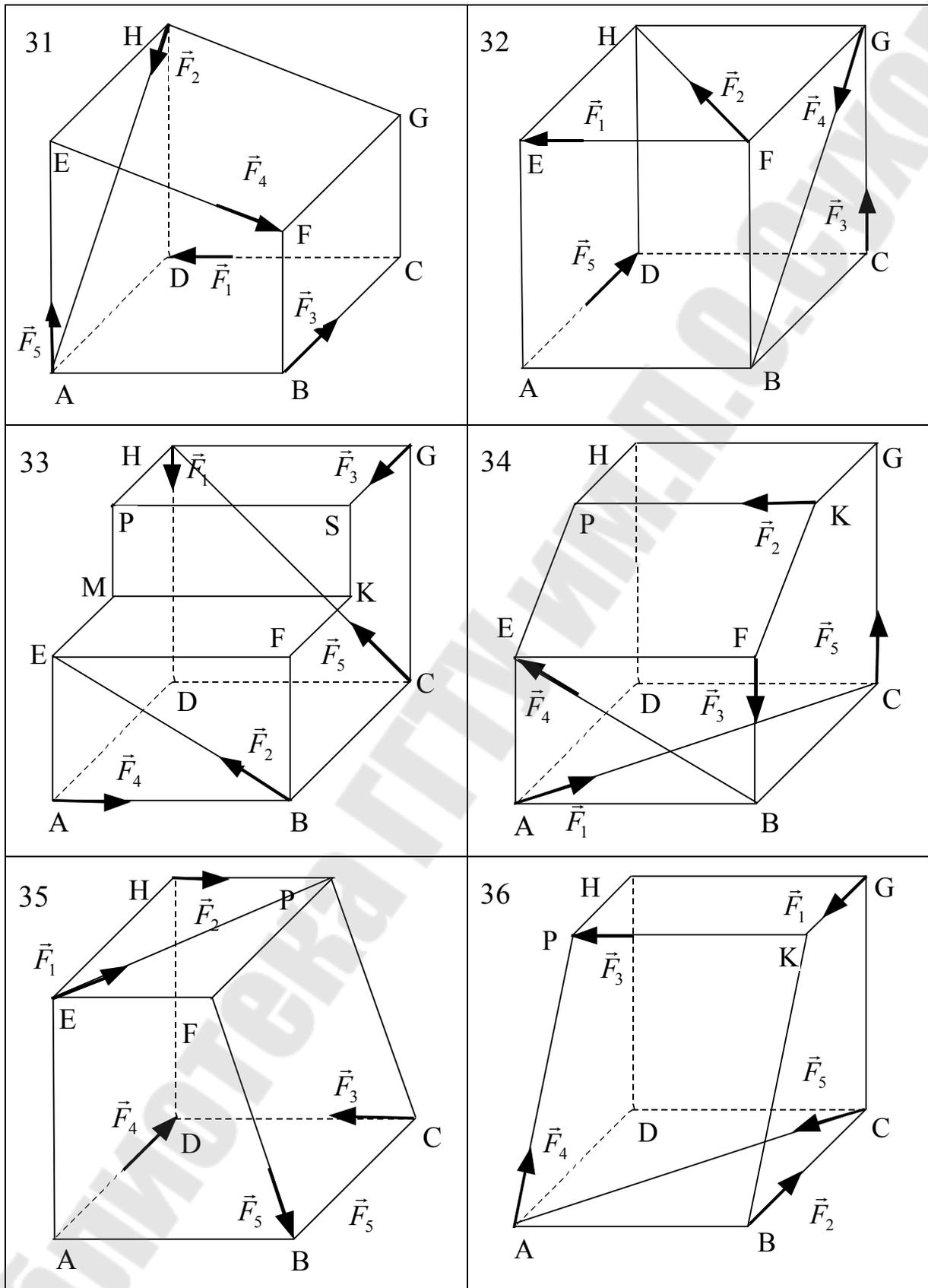


Рис. 5. Продолжение (начало см. на с. 9, окончание – на с. 18)

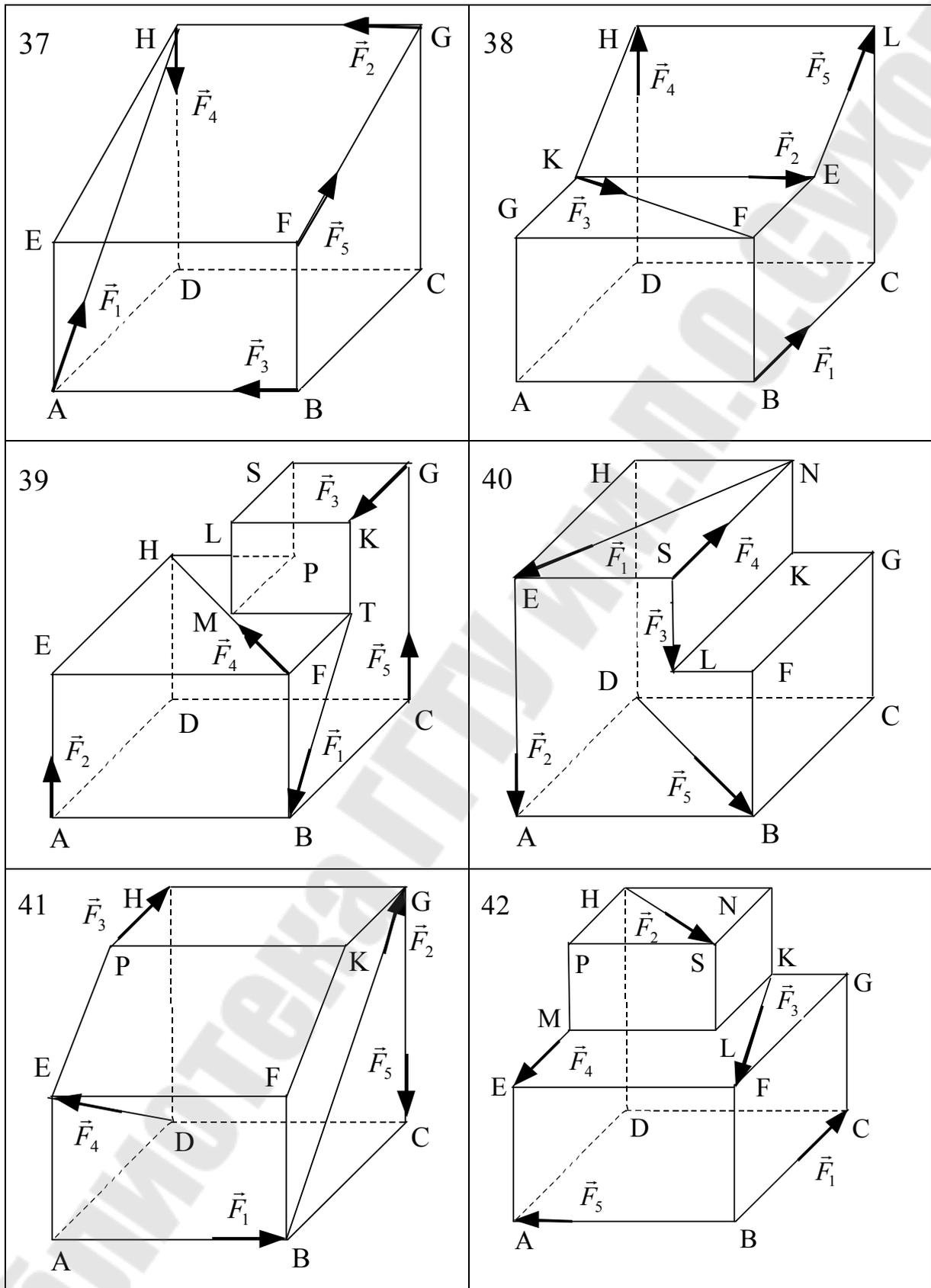


Рис. 5. Продолжение (начало см. на с. 9, окончание – на с. 18)

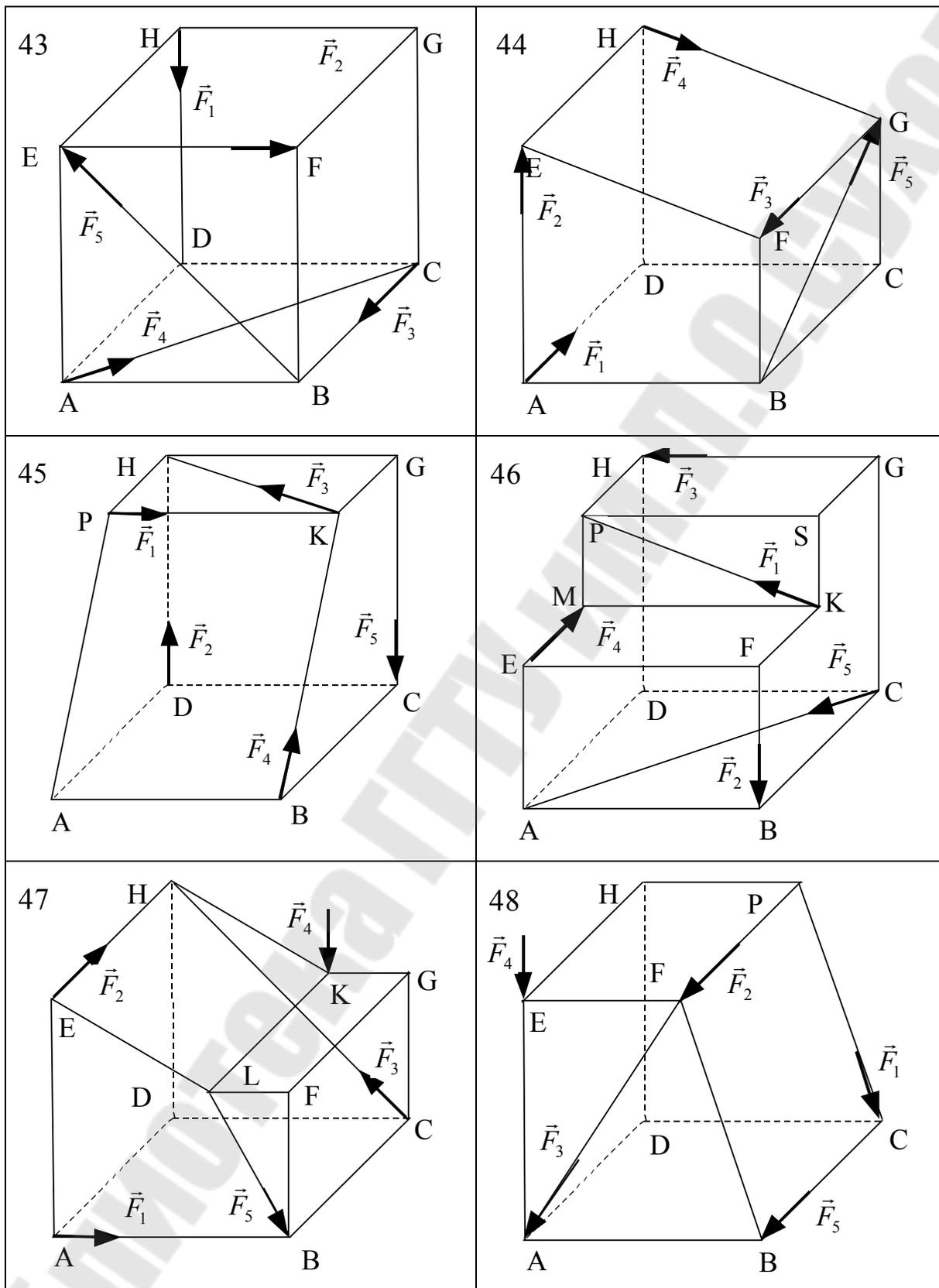


Рис. 5. Продолжение (начало см. на с. 9, окончание – на с. 18)

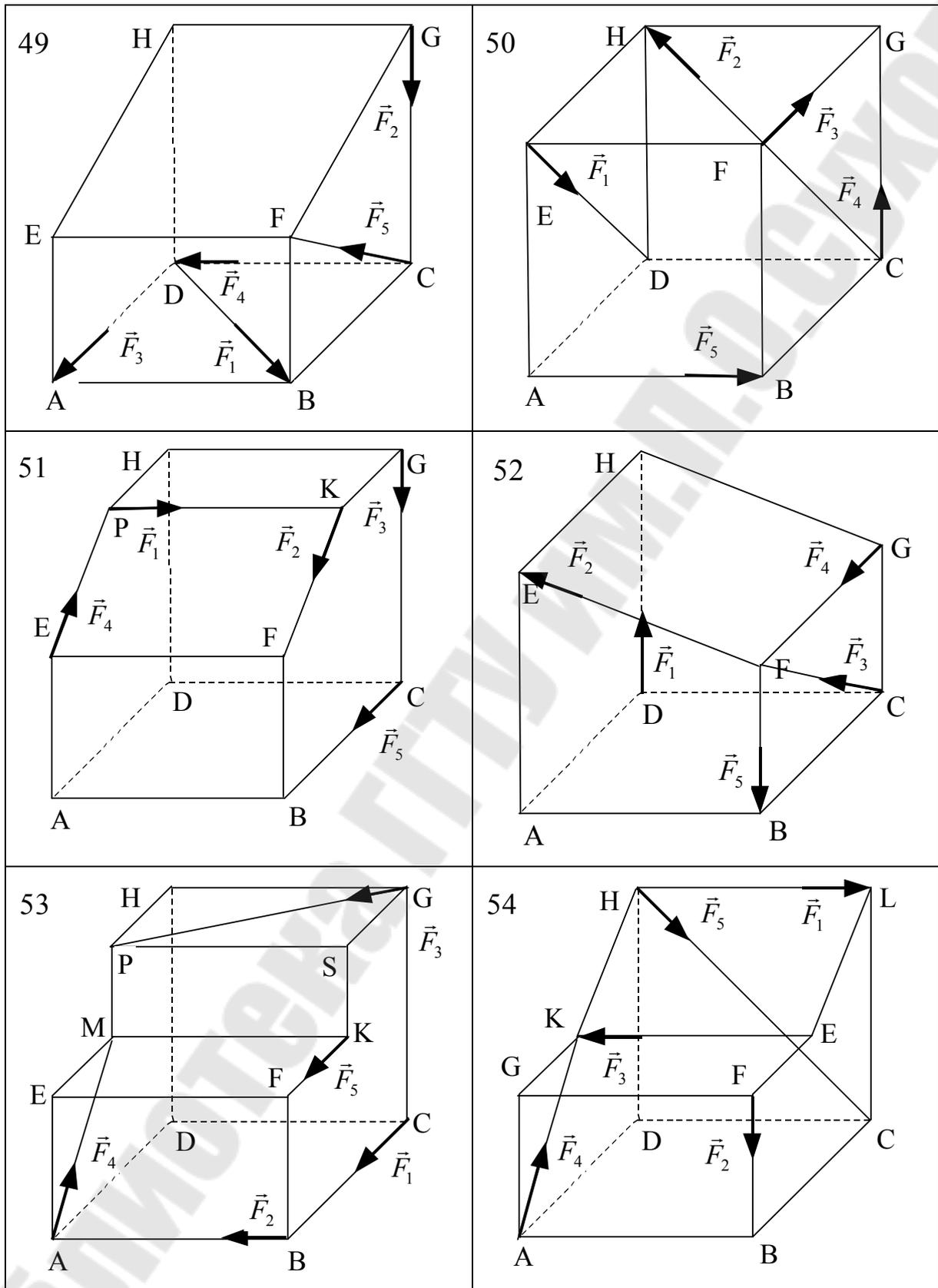


Рис. 5. Продолжение (начало см. на с. 9, окончание – на с. 18)

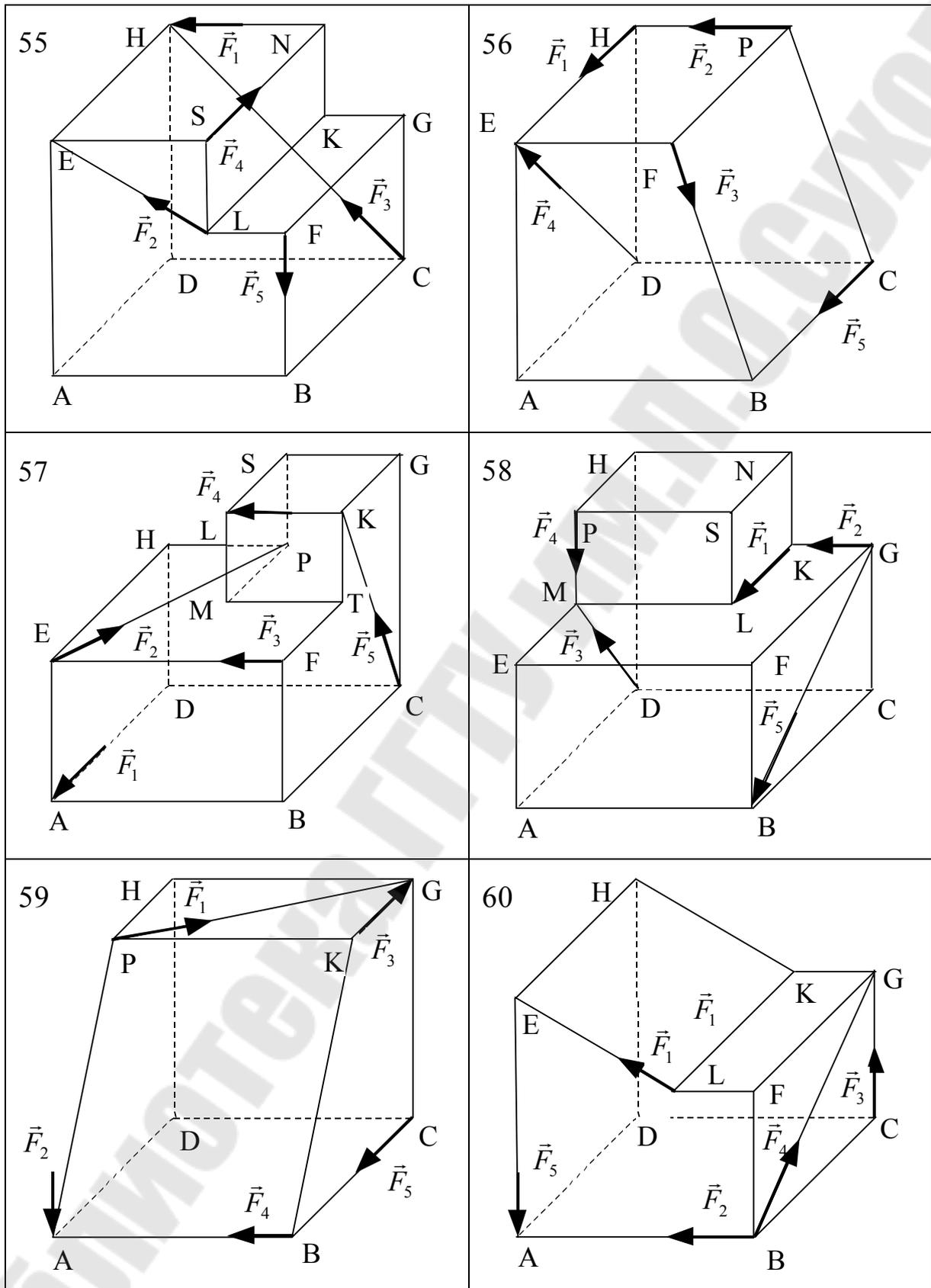


Рис. 5. Окончание (начало см. на с. 9)

Таблица 1

№ п/п	Значение силы, Н					Длина стороны, см						
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	AB	BC	DH	GC	GK	HP	BF
1	20	23	50	40	14	30	20	50	25	–	–	–
2	50	20	33	46	24	47	26	52	30	17	–	–
3	39	25	28	15	30	40	35	50	35	23	–	–
4	30	12	25	41	34	43	52	47	21	16	24	–
5	32	42	52	12	22	44	54	64	–	–	18	20
6	21	23	27	51	30	42	44	46	–	–	10	14
7	21	26	31	36	41	49	58	56	–	–	–	16
8	20	19	65	42	47	48	54	24	58	16	20	–
9	23	34	45	51	60	54	56	62	–	20	–	18
10	16	45	58	36	42	35	45	40	–	–	–	–
11	54	53	47	32	11	60	48	46	–	26	–	–
12	30	40	47	52	12	56	60	46	–	–	20	–
13	51	21	35	40	37	52	60	40	14	18	–	–
14	28	25	15	47	35	60	54	48	–	–	–	20
15	50	19	24	32	46	35	40	40	25	–	–	–
16	28	36	50	57	35	58	60	60	–	27	–	24
17	30	28	34	19	53	52	45	29	60	28	21	–
18	36	26	19	42	36	54	60	60	–	–	21	23
19	34	28	61	40	50	35	30	45	20	20	–	–
20	25	48	39	40	46	46	56	39	–	–	26	–
21	18	46	45	45	19	48	51	47	–	–	–	–
22	24	51	20	40	50	47	50	54	18	23	27	–
23	58	49	14	43	21	55	58	39	–	32	–	–
24	28	25	31	46	37	45	40	49	–	–	15	18
25	18	25	34	18	30	42	36	54	14	25	–	–
26	40	52	24	31	20	56	49	30	54	23	18	–
27	33	35	27	39	24	54	50	46	–	–	–	13
28	51	41	20	36	33	49	55	62	24	26	20	–
29	25	61	42	51	20	48	43	58	24	22	–	–
30	30	41	60	41	21	62	52	57	–	30	–	21

№ п/п	Значение силы, Н					Длина стороны, см						
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	AB	BC	DH	GC	GK	HP	BF
31	60	25	35	40	54	40	45	55	20	–	–	–
32	21	56	43	55	51	59	53	51	–	–	–	–
33	38	36	49	30	46	57	52	56	–	–	24	17
34	34	30	40	41	44	48	46	53	–	–	20	27
35	19	51	21	18	53	54	51	42	–	–	23	–
36	41	43	21	54	30	50	54	34	–	34	–	–
37	37	46	44	25	11	35	46	37	–	–	–	17
38	37	45	20	46	43	46	48	53	–	32	–	13
39	50	46	19	50	34	62	42	26	46	24	13	–
40	51	40	30	27	43	54	35	46	15	21	–	–
41	39	48	50	36	51	51	42	58	–	–	23	22
42	21	30	33	37	40	55	47	52	27	16	19	–
43	26	40	21	14	31	31	56	34	–	–	–	–
44	42	35	50	25	40	30	25	35	15	–	–	–
45	37	36	58	11	40	45	56	29	–	21	–	–
46	45	46	35	48	45	48	46	52	–	–	17	24
47	32	50	36	45	33	45	50	55	25	30	–	–
48	46	56	10	24	31	41	47	50	–	–	17	–
49	42	59	54	16	40	46	42	39	–	–	–	24
50	28	32	47	24	26	39	60	20	–	–	–	–
51	42	46	54	31	16	54	53	61	–	–	27	29
52	30	40	22	37	52	54	36	44	33	–	–	–
53	54	56	19	24	55	59	40	48	–	–	19	14
54	51	50	15	19	54	51	45	49	–	24	–	27
55	18	24	26	27	20	37	40	42	18	14	–	–
56	50	17	38	30	40	62	45	55	–	–	30	–
57	60	29	46	45	42	44	57	18	38	14	19	–
58	30	28	26	36	46	60	50	45	20	10	16	–
59	22	29	51	57	50	40	50	54	–	18	–	–
60	24	15	23	70	15	50	45	40	30	19	–	–

Литература

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учеб. пособие для втузов / А. А. Яблонский [и др.] ; под ред. А. А. Яблонского. – Москва : Интеграл-Пресс, 2004. – 382 с.
2. Добронравов, В. В. Курс теоретической механики / В. В. Добронравов, Н. Н. Никитин. – Москва : Высш. шк., 1983. – 575 с.
3. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики : в 2 ч. Ч. 1 : Статика. Кинематика / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – Москва : Высш. шк., 1984. – 343 с.
4. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – Санкт-Петербург : Лань, 1998. – 730 с.
5. Старжинский, В. М. Теоретическая механика: крат. курс по полной программе втузов : учебник / В. М. Старжинский. – Москва : Наука, 1980. – 464 с.
6. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – Москва : Высш. шк., 1986. – 416 с.
7. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие для студентов втузов : в 3 т. / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – Москва : Наука, 1990. – Т. 1 : Статика и кинематика. – 670 с.

Содержание

Предисловие	3
Постановка задачи.....	3
Пример решения задачи.....	4
Задача	8
Литература	21

Учебное электронное издание комбинированного распространения

Учебное издание

Шабловский Олег Никифорович
Кроль Дмитрий Григорьевич

ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТАТИКИ

**Практикум
по курсу «Теоретическая механика»
для студентов технических специальностей
дневной и заочной форм обучения**

Электронный аналог печатного издания

Редактор *Н. В. Гладкова*
Компьютерная верстка *Н. Б. Козловская*

Подписано в печать 23.02.11.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 1,39. Уч.-изд. л. 1,02.

Изд. № 90.

E-mail: ic@gstu.by

<http://www.gstu.by>

Издатель и полиграфическое исполнение:
Издательский центр учреждения образования
«Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого».

ЛИ № 02330/0549424 от 08.04.2009 г.

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.