

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СЛОЖНЫХ ЦЕПЯХ С НЕЛИНЕЙНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

Д. В. Филимонов

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Беларусь

Научный руководитель Л. Г. Бычкова

Переходные процессы в нелинейных электрических цепях описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений, точное аналитическое решение которых возможно только для узкого круга задач. В более сложных случаях практически единственным методом является метод математического моделирования переходных процессов – численного интегрирования системы нелинейных дифференциальных уравнений. Переходные процессы в нелинейных цепях могут существенно отличаться от переходных процессов в аналогичных по структуре линейных цепях. Нелинейность характеристики какого-либо элемента цепи может привести или только к количественному изменению переходного процесса или к его качественным изменениям. В первом случае на некоторых отрезках времени скорость переходного процесса увеличивается, а на других отрезках времени – замедляется. Во втором случае в цепи возникают качественно новые явления, принципиально невозможные в линейных цепях, например, незатухающие автоколебания.

Целью данной работы является сравнение расчета переходных процессов в нелинейных цепях методом математического моделирования с данными, полученными в эксперименте, и обоснование применимости этого метода при решении нелинейных задач.

При математическом моделировании переходных процессов в нелинейных цепях используются дифференциальные параметры нелинейных элементов, которые должны быть представлены в аналитической форме. Это, в свою очередь, требует аппроксимации нелинейной характеристики. В данной работе в качестве нелинейного элемента выбрана реальная индуктивность с известной вебер-амперной характеристикой, заданной графически. Наиболее точной оказалась аппроксимация гиперболическим синусом.

$$i = \alpha \operatorname{sh}(\beta \psi).$$

На рис. 1 для сравнения представлены графики аппроксимации (сплошная линия) и вебер-амперной характеристики (пунктирная линия). Кривые имеют хорошее совпадение.

$$i = 0,011 \operatorname{sh}(728,215 \cdot \psi).$$

Анализ переходных режимов в нелинейных электрических цепях требует использования динамических характеристик нелинейных элементов, которые, в свою очередь, зависят от происходящих в них переходных процессов. Это приводит к тому, что все расчеты носят приближенный характер и требуют обоснованности применения дифференциальных параметров, что можно выявить только при сравнении результатов расчета с экспериментом. Дифференциальная индуктивность (L , Гн) катушки равна

$$L_d(i) = \frac{d\psi}{di} = \frac{1}{\alpha\beta \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{i}{\alpha}\right)^2}}.$$

Для проверки соответствия выбранной аппроксимации реальным процессам перемagnetизации нелинейной катушки выполнен расчет переходного процесса методом переменных состояния в цепи первого порядка (R, L) с помощью ЭВМ и эксперимент на лабораторном стенде. Сравнение графиков, полученных при расчете и экспериментальных осциллограмм, показало хорошее совпадение результатов (рис. 2).

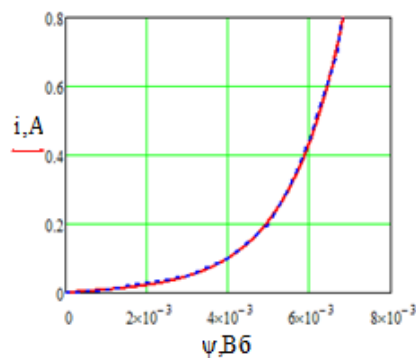


Рис. 1

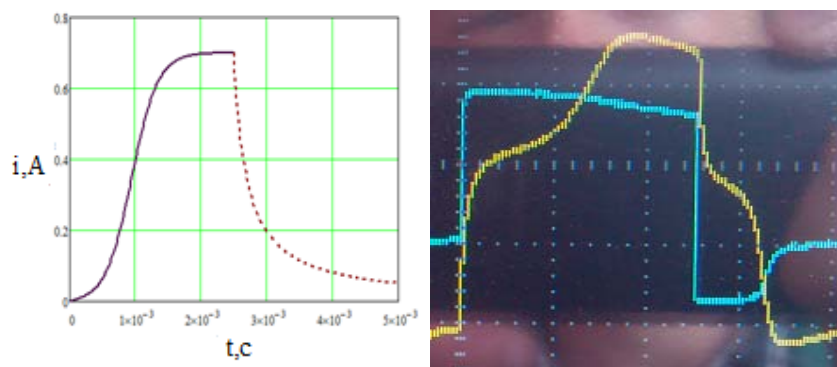


Рис. 2

Особенности переходного процесса в нелинейной цепи хорошо видны из сравнения расчетных кривых тока на рис. 3. Время переходного процесса в нелинейной цепи значительно уменьшается по сравнению с линейной, что объясняется тем, что постоянная времени цепи прямо пропорциональна индуктивности: $\tau = \frac{L_{\text{д}}}{R}$, которая в нелинейной катушке уменьшается с возрастанием тока.

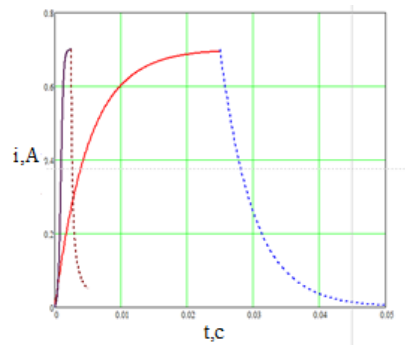


Рис. 3

В сложной схеме формирование уравнений состояния включает этапы формирования полной системы уравнений по законам Кирхгофа и разрешения полученной системы относительно переменных состояния путем исключения ненужных токов и напряжений, и представляет достаточно сложную задачу. Существует методика составления уравнений состояния на основе принципа наложения, которая основана на разделении исходной цепи на две подсхемы: первая включает в себя элементы, запаасающие энергию, а также нелинейные резистивные элементы и источники питания; вторая охватывает линейные резистивные элементы. Пример такого представления исходной цепи приведен на рис. 4, а, где пассивный многополюсник соответствует второй подсхеме.

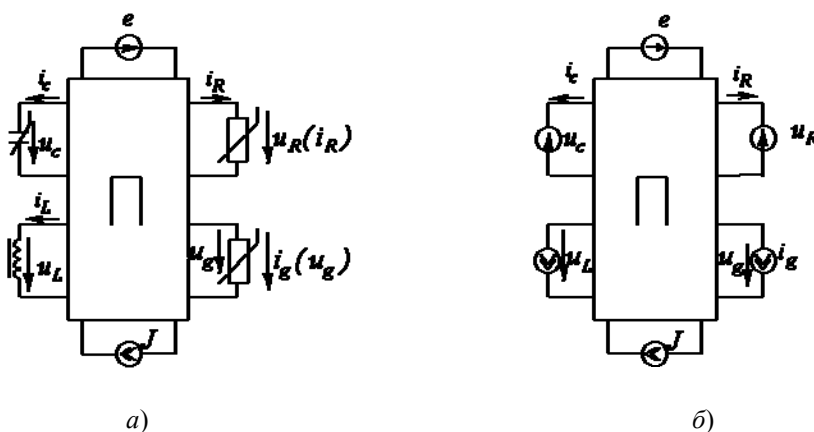


Рис. 4

Следующий этап рассматриваемой методики заключается в замене на основании теоремы о компенсации всех конденсаторов, а также нелинейных резистивных элементов с характеристикой типа $u(i)$ источниками напряжения, катушек индуктив-

ности и нелинейных резистивных элементов с характеристикой типа $i(u)$ – источниками тока. В результате исходная цепь трансформируется в резистивную, в которой, помимо заданных (независимых) источников, действуют управляемые источники. На третьем этапе с использованием метода наложения определяются выражения входных токов и напряжений пассивного многополюсника Π через напряжения и токи всех присоединенных к нему источников. На основании изложенной методики были сформированы уравнения состояния и выполнены расчеты переходного процесса, представленные на рис. 5.

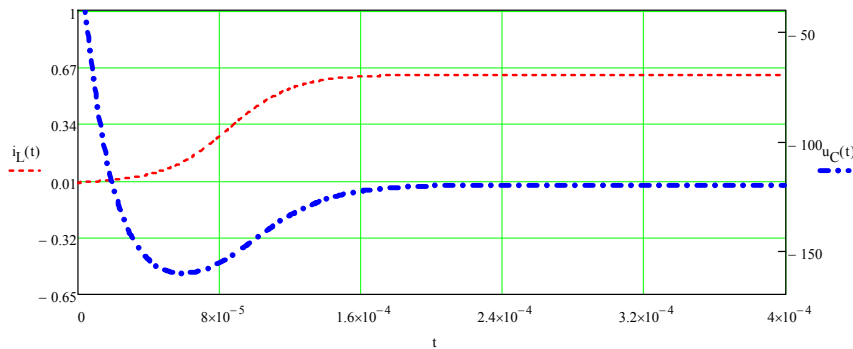


Рис. 5

Литература

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М.: Высш. шк., 1996.