

АНАЛИЗ ВИБРОУСТОЙЧИВОСТИ РОБОТОВ

Н. Э. Тетерич

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Беларусь

Научный руководитель М. И. Михайлов

Большинство методов математического моделирования манипуляционных систем основывающихся на принципах классической механики, сформулированных в XVII–XVIII вв. выдающимися механиками и математиками, такими как Ньютон, Эйлер, Лагранж, Д'Аламбер. Применение матриц для описания в пространстве положения твердого тела впервые было предложено в 1953 г. Ю. Ф. Морошкиным, в 1955 г. Денавит и Хартенберг разработали единый подход к описанию геометрии манипуляционной системы относительно заданной системы координат. Они предложили использовать для описания пространственного положения звеньев манипуляционных систем матрицы размерности (4Ч4), с помощью которых можно преобразовать однородные координаты. Тем самым прямая задача 11 кинематики свелась к определению результирующей матрицы, определяющей положение всех звеньев манипуляционной системы и задающей связь между системой координат, связанной с рабочим органом, и неподвижной системой координат.

Применение матриц преобразования однородных координат определяет универсальный подход к выводу уравнений кинематики манипуляционных систем. Такой подход впервые был применен в 1970 г. в работе Е. И. Воробьева.

Одними из первых математические модели для описания движения большого класса систем, состоящих из шарнирно связанных твердых тел, были предложены в 1968 г. Кейном и Виттенбургом. Дж. Уикером и Д. Е. Уитни были разработаны методы анализа разомкнутых кинематических цепей, которые применялись для исследования динамики манипуляционных систем. Первые образцы промышленных роботов в нашей стране появились в 1971 г. и были созданы под руководством П. Н. Белянина и Б. Н. Сурина. Исследования в области создания промышленных роботов были проведены видными научными деятелями АН СССР, такими как И. И. Артоболевский, Д. Е. Охочимский, Е. П. Попов.

Большое число алгоритмов управления промышленными роботами было разработано М. Б. Игнатьевым, Ф. М. Кулаковым, А. М. Покровским. В работах Е. П. Попова, А. Ф. Верещагина, С. Л. Зенкевича, М. Вукобратовича, А. В. Тимофеева изложены вопросы кинематики, динамики и управления, а также предложены методики исследования динамических моделей манипуляционных систем промышленных роботов, в том числе с помощью моделирования на ЭВМ.

Уравнения движения манипуляционных систем, полученные методом Лагранжа-Эйлера, впервые были опубликованы Дж. Уикером в 1967 г. в работе и в дальнейшем развиты в работах М. Вукобратовича. Применение данного метода связано с составлением и последующим дифференцированием выражений для кинетической

и потенциальной энергий. Ф. М. Кулаков показал, что для простых, незамкнутых кинематических цепей можно избежать численного дифференцирования. Холлербах предложил способ уменьшения времени вычисления обобщенных сил. Уравнения движения, полученные методом Ньютона–Эйлера, представлены в работах Кейна, Армстронга, Вонга и Равани, В. С. Медведева с соавторами. Уолкер и Орин использовали уравнения, полученные этим методом, для моделирования движения промышленного робота на ЭВМ. Подход к составлению уравнений движения, основанный на принципе Д’Аламбера, позволяет составить эти уравнения в векторно-матричной форме, удобной для анализа. В работах А. Г. Овакимова, Е. И. Воробьева, И. С. Виттенбурга, Ли и других авторов получены уравнения движения манипуляционных систем, составленные на основе принципа Д’Аламбера. Принцип Гаусса в динамике манипуляционных систем изложен в книге, выпущенной под редакцией К. В. Фролова и Е. И. Воробьева. Использование уравнений Аппеля при исследовании динамики манипуляционных систем приведено в работе В. Д. Брицкого. В монографии Д. В. Кузьмина приведены теоретические положения метода связанных графов, ориентированные на использование возможностей современных аппаратных и программных средств автоматизации вычислений, на основе которых в дальнейшем были разработаны алгоритмы автоматизированного составления уравнений кинематики и динамики многозвенных механизмов.

Комплексное исследование динамики манипуляционных систем обеспечивают методы и подходы, основанные на методе малого параметра, например методы расчета динамики управляемых систем с упругими и диссипативными элементами, разработанные Ф. Л. Черноусько, Н. Н. Болотником и В. Г. Градецким в Институте проблем механики РАН (ИПМех РАН). Метод подсистем для численного моделирования динамики механических систем с большим числом степеней свободы, имеющих как разомкнутую, так и замкнутую кинематическую структуру, был разработан Д. Ю. Погореловым. В дальнейшем на основе изложенных методов было разработано множество подходов к построению математических моделей манипуляционных систем, в которых используются различные способы описания кинематики и динамики.

Целью данной научно-исследовательской работы является исследование динамики трехзвенной манипуляционной системы промышленного робота (ПР) (рис. 1). Кинематическая схема ПР показана на рис. 2.

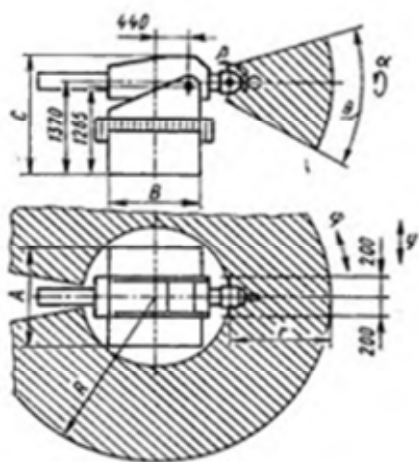


Рис. 1. Рабочая зона робота

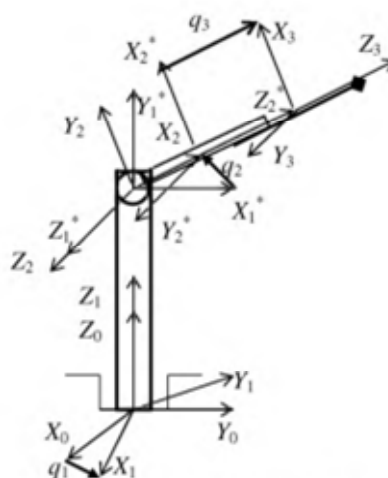


Рис. 2. Кинематическая схема

Это исследование включает в себя: анализ методов составления уравнений движения манипуляционных систем; анализ уравнений, описывающих динамику жестких манипуляционных систем на основе уравнения Лагранжа второго рода с применением аппарата матриц преобразования однородных координат; сделана оценка влияния сил инерции на динамику манипуляционных систем; представлен вывод и обоснование уравнений движения манипуляционных систем с учетом упругой податливости, сосредоточенной в сочленениях (шарнирах) их звеньев; проведен анализ собственных частот свободных упругих колебаний, возникающих в манипуляционных системах; представлены алгоритмы, реализующие математическое моделирование динамики манипуляционных систем и пакет прикладных программ, разработанный на основе этих алгоритмов.

Исходными данными, описывающими геометрическую модель (далее исследуемая манипуляционная система), являются: $n = 3$ – число звеньев манипуляционной системы; $P = [2, 1, 3]^T$ – вектор, задающий вид и последовательность кинематических пар, образующих исследуемую манипуляционную систему; $L = [(0, 0, l_1); (l_2, 0, 0); (0, 0, l_3)]$ – массив векторов, определяющих форму звеньев.

$m_1 = 20,0$ кг; $m_2 = 10,0$ кг; $m_3 = 5,0$ кг; $R_1 = 0,05$ м; $L_1 = 0,6$ м; $L_2 = 0,28$ м; $L_3 = 0,28$ м; $w_1 = 1,0 \cdot 10^4$ Н · м/рад; $w_2 = 1,0 \cdot 10^4$ Н · м/рад; $w_3 = 1,0 \cdot 10^6$ Н · м/рад.

В ходе выполнения предварительного анализа было разработана методика моделирования геометрии манипуляционных систем, основанная на использовании двух систем координат, связываемых с каждым звеном. В качестве математического аппарата для описания геометрии манипуляционных систем использованы матрицы (4×4) преобразования однородных координат, позволяющие выполнить запись кинематических соотношений в форме, удобной для компьютерного моделирования. Для проведения кинематического анализа манипуляционных систем разработаны алгоритмы решения прямой и обратной задач кинематики.

Результат решения обратных задач кинематики для обобщенных координат представлен графиками, иллюстрирующими принятый закон движения в обобщенных координатах.

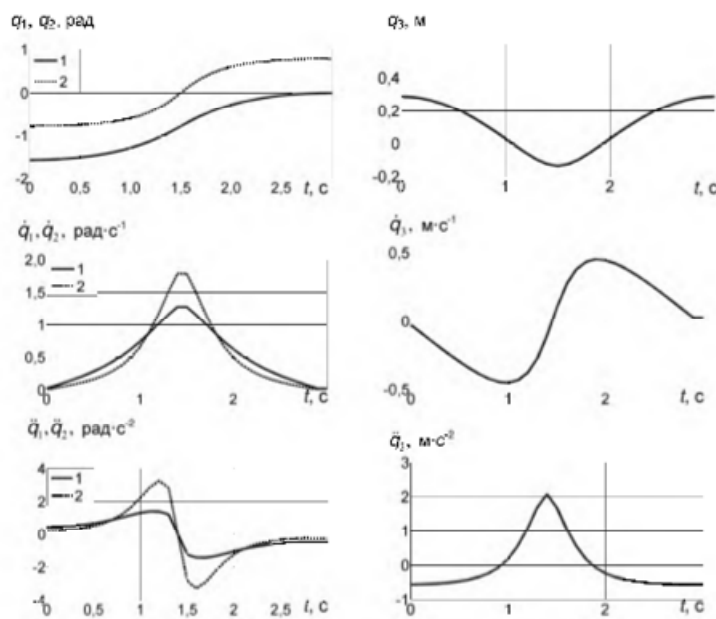


Рис. 3. Графики законов движения обобщенных координат

На основе анализа сил инерции в задаче о движении двух связанных тел предложен подход к проведению оценки влияния сил инерции на динамику манипуляционных систем. Этот подход позволит разработать методики корректирования траекторий движения и выбора оптимальных инерционных параметров манипуляционных систем для обеспечения их быстродействия и грузоподъемности.

При увеличении жесткости механической системы частота упругих колебаний увеличивается. Упругие колебания при коэффициенте жесткости $w_3 = 1,0 \cdot 10^5$ Н/м представлены на рис. 4, а при $w_3 = 1,0 \cdot 10^6$ Н/м, на рис. 5.

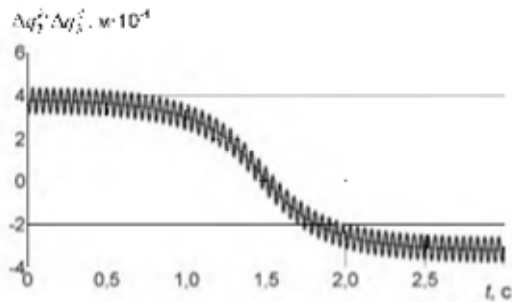


Рис. 4. График упругих колебаний при коэффициенте жесткости $w_3 = 1,0 \cdot 10^5$ Н/м

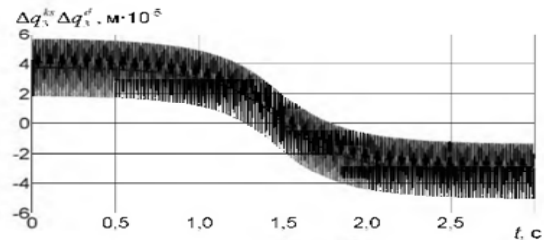


Рис. 5. График упругих колебаний при коэффициенте жесткости $w_3 = 1,0 \cdot 10^6$ Н/м

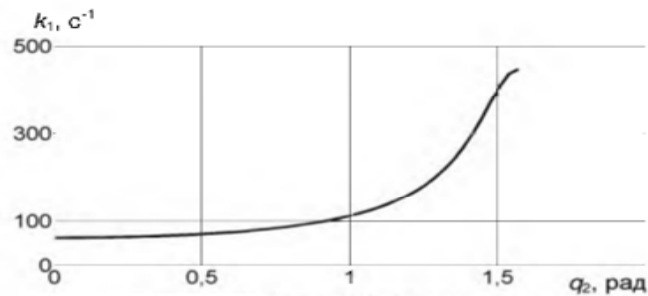


Рис. 6. График зависимости собственной частоты от обобщенных координат

Собственная частота свободных колебаний исследуемой манипуляционной системы зависит от обобщенных координат q_2 и q_3 . Зависимость $k_{\text{пн}} q_3 = 0$ показана на рис. 6.