ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ АРКТАНГЕНС В МИКРОКОНТРОЛЛЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Е. С. Борисенко

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого, Беларусь

Научный руководитель А. Г. Баранов

В промышленных системах часто необходимо определять фазу сигнала в режиме реального времени, в частности, для различного рода электронных систем защиты сети от перенапряжения, построенных на микроконтроллере. Также может стоять задача о вычислении разности фаз двух и более полигармонических сигналов, разности фаз между разными гармониками полигармонического сигнала, вычислении начальной фазы сигнала и т.д. Для выполнения данных задач в микроконтроллере необходимо вычислить функцию арктангенса по результатам преобразования Фурье [1]:

$$F = \operatorname{arctg}\left(\frac{|\operatorname{Im}(Z)|}{|\operatorname{Re}(Z)|}\right), \tag{1}$$

где Z – значение произвольного сигнала; $\operatorname{Im}(Z)$ – мнимая часть произвольного сигнала; $\operatorname{Re}(Z)$ – действительная часть этого сигнала.

Существуют разные методы вычисления фазы сложного сигнала. Стандартная библиотека языка С и С++ содержит команды вычисления арктангенса по одной либо двум переменным. Но данный метод в 16-битных микроконтроллерах занимает около 30000 машинных тактов и, как следствие, не может применяться в системах реального времени с большим объемом данных. Более высокое быстродействие обеспечивает метод вычисления функции путем разложения в ряд [2]:

$$\operatorname{arctg}(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \ldots \tag{2}$$

Умножение чисел в МК занимает всего несколько машинных тактов. Деление двух чисел занимает порядка 200 тактов. Достоинством способа является высокое быстродействие, недостатком – ошибка вычисления при x, близких к 1.

Наибольшее быстродействие обеспечивает табличный метод [3]. В нем составляется таблица значений функции арктангенс в зависимости от аргумента. Достоинство метода – простота реализации и высокая скорость. Недостаток – большой объем памяти для получения высокой точности вычисления.

Для вычисления комплексного числа на базе МК необходимо иметь компактный алгоритм, занимающий минимум машинных циклов. На рис. 1 представлены графики арктангенса и арккотангенса. В предлагаемом алгоритме используется свойство линейности функции арктангенса в области аргумента (0…1). Это позволяет аппроксимировать данную функцию отрезками прямых. Так как исходная функция линейна, то можно добиться требуемой точности аппроксимации при небольшом количестве отрезков аппроксимации. Функцию необходимо определять в диапазоне (-π…π). Поэтому целесообразно разбить указанное пространство на секторы размером π/4 и вычислять функции по ним, пользуясь следующими выражениями (3–10).

$$0 < \varphi < \pi/4;\ F = a\tan\left(\frac{|\operatorname{Im}(Z)|}{|\operatorname{Re}(Z)|}\right) \tag{3}$$

$$\pi/4 < \varphi < \pi/2;\ F = \frac{\pi}{2} - a\cot\left(\frac{|\operatorname{Re}(Z)|}{|\operatorname{Im}(Z)|}\right) \tag{4}$$

$$\pi/2 < \varphi < 3\pi/4;\ F = \frac{\pi}{2} + a\tan\left(\frac{|\operatorname{Im}(Z)|}{|\operatorname{Re}(Z)|}\right) \tag{5}$$

$$3\pi/4 < \varphi < \pi;\ F = \pi - a\cot\left(\frac{|\operatorname{Re}(Z)|}{|\operatorname{Im}(Z)|}\right) \tag{6}$$

$$0 > \varphi > -\pi/4;\ F = -a\tan\left(\frac{|\operatorname{Im}(Z)|}{|\operatorname{Re}(Z)|}\right) \tag{7}$$

$$-\pi/4 > \varphi > -\pi/2;\ F = -\frac{\pi}{2} + a\cot\left(\frac{|\operatorname{Re}(Z)|}{|\operatorname{Im}(Z)|}\right) \tag{8}$$

$$-\pi/2 > \varphi > -3\pi/4;\ F = \frac{-\pi}{2} - a\tan\left(\frac{|\operatorname{Im}(Z)|}{|\operatorname{Re}(Z)|}\right) \tag{9}$$

$$-3\pi/4 > \varphi > -\pi;\ F = -\pi + a\cot\left(\frac{|\operatorname{Re}(Z)|}{|\operatorname{Im}(Z)|}\right) \tag{10}$$

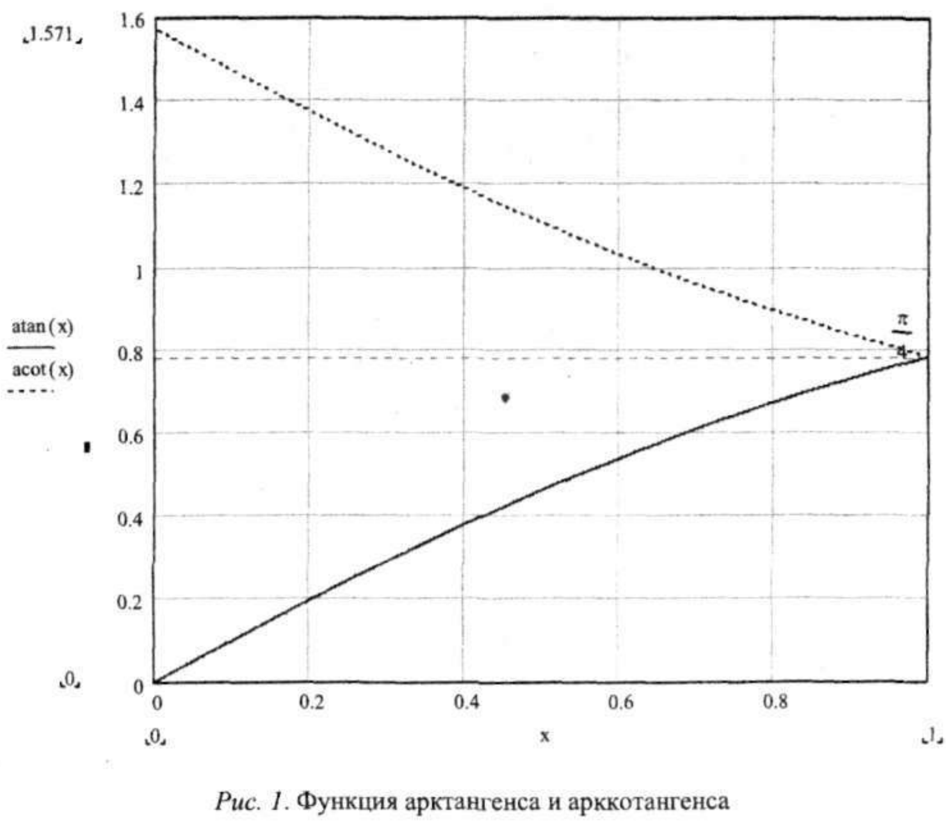

Рис. 1. Функция арктангенса и арккотангенса

Расчет функции арктангенса выполняется следующим образом. Сначала по таблице вычисляется значение, ближайшее большее и ближайшее меньшее значения аргумента и функции. Затем, используя линейность функции арктангенса, на отрезке по формуле (11) определяется значение функции для текущего аргумента:

$$Y = Y_n + \frac{Y_{n+1} - Y_n}{X_{n+1} - X_n} \cdot (X - X_n), \tag{11}$$

где X_{n+1} – ближайшее большее значение аргумента; X_n – ближайшее меньшее значение аргумента; Y_{n+1}, Y_n – значения функции, соответствующие X_{n+1} и X_n.

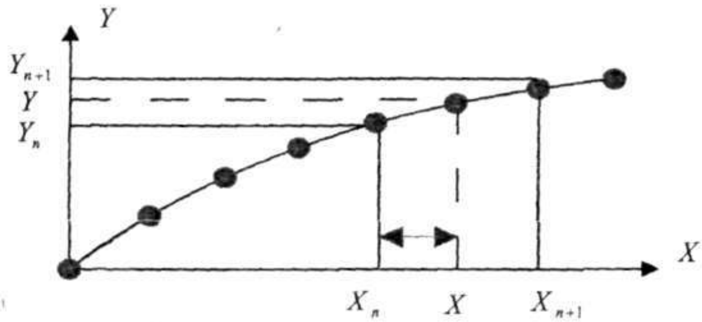

Рис. 2. Аппроксимация арктангенса предлагаемым методом

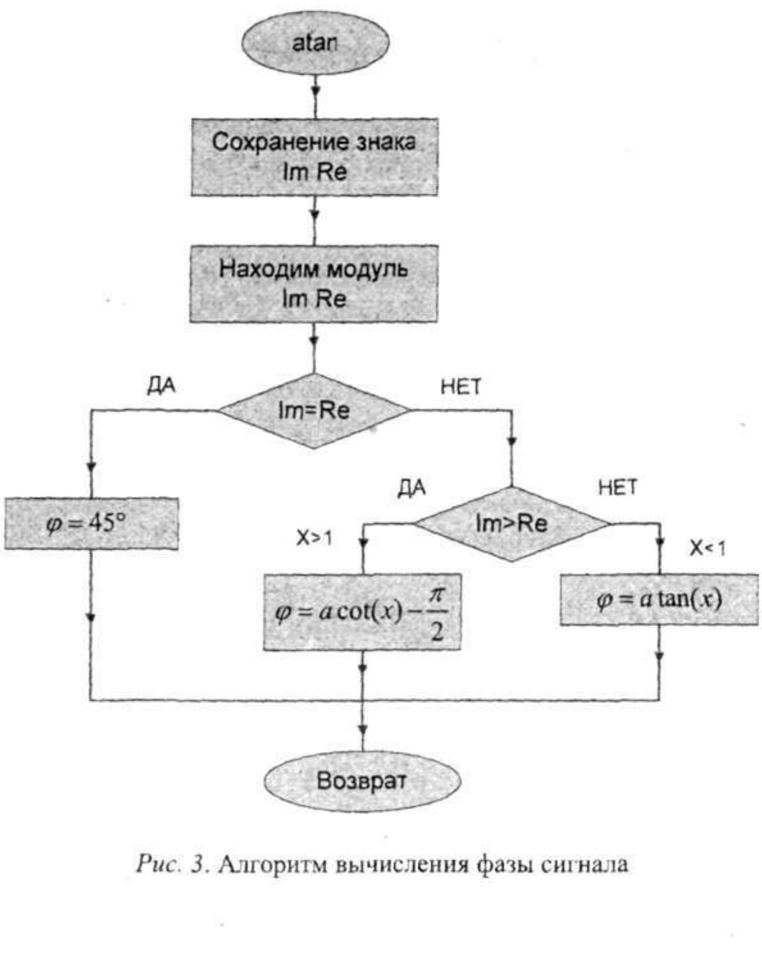

Рис. 3. Алгоритм вычисления фазы сигнала

Литература

1. Громов, Ю. Ю. Программирование на языке СИ : учеб. пособие / Ю. Ю. Громов, С. И. Татаренко. – Тамбов, 1995. – 169 с.

2. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – Москва : Гос. изд-во техн. лит., 1958.
3. Luts Bierl. MSP430 Family Metering Application Report // Texas Instruments Incorporated, 1997.