НАХОЖДЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППАРАТА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ, ПРИ КОТОРОЙ СУЩЕСТВУЕТ ФОРМА ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Д. Е. Храбров

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого, Беларусь

Научный руководитель Е. В. Коробейникова

Введение

В большинство задач массового обслуживания сводятся к определению существования стационарного распределения в форме произведения распределений, заданных по какому либо закону $P(n_1, n_2, ...n_m) = P1(n_1) \cdot P(n_2) \cdot ... \cdot P(n_m)$. Вся сложность и состоит в том, чтобы определить этот закон. В данной работе автором ставится задача, при помощи аппарата имитационного моделирования попробовать определить функцию распределения для $P(n)$, при которой будет существовать стационарное распределение в форме произведения. В дальнейшем можно попытаться аналитически доказать, что при заданном распределении существует стационарное распределение в форме произведения.

Постановка задачи

Рассмотрим открытую сеть массового обслуживания с 2 узлами. В узлы сети поступают независимые стационарные пуассоновские потоки групп заявок. Длительности обслуживания групп в узлах сети независимые случайные величины. Размеры поступающих и требуемых для обслуживания групп – независимые положительные целочисленные случайные величины. Если сразу после окончания обслуживания группы в i-м узле остается n_i заявок, а размер разыгрываемой для обслуживания группы $k_i \le n_i$, то прибор начинает обслуживать группу из k_i заявок. Если же $k_i > n_i$, то прибор захватывает на обслуживание неполную группу из n_i заявок. Группа заявок, обслуженная в i-м узле, мгновенно с вероятностью π_{ij} направляется в j-й узел, а с вероятностью π_{i0} покидает сеть.

Основной результат

Для решения этой задачи была написала имитационная модель системы. Данная программа в заданном интервале моделирования для каждого момента времени запоминает количество заявок в очереди, а так же рассчитывает интенсивность потока заявок (среднее число заявок в единицу времени) и интенсивность потока обслуживания (единица делить на среднее время обслуживания). Так как заявки поступают в систему в случайные моменты времени и время их обслуживания тоже случайно, опираться на результаты единичного моделирования было бы неразумно. Поэтому для получения более точных результатов, для фиксированных параметров системы, необходимо многократно промоделировать данную систему на заданном интервале времени и усреднить результаты. Таким образом, мы получим усредненные значения интенсивности потоков заявок $\lambda 1$, $\lambda 2$, интенсивности потока обслуживания $\mu 1$, $\mu 2$, имитационные усредненные вероятности $p1(n1)$, $p2(n2)$ и вероятности $p(n1, n2)$ того, что в первой очереди находится $n1$ заявок, а во второй $n2$.

Теперь нам необходимо подобрать функции распределения $F1(n)$ и $F2(n)$, которые будут наиболее точно описывать полученные вероятности $p1(n)$, $p2(n)$ и удовлетворять условию $p(n1, n2) = F1(n1) \cdot F2(n2)$. Для этих целей используем регрессионный аппарат. В результате исследований получено, что наилучшей функцией, описывающей полученные вероятности, будет функция смещенного геометрического распределения.

$$P'(0) = P'_0, P'(n) = (1 - P'_0)(1 - c)c^{n-1}, n = 1, 2, \ldots .$$