МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВОГО ДАТЧИКА РАСХОДА

О.М. Ростокина

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», Беларусь

Научный руководитель В.А. Карпов

Основной задачей при проектировании и эксплуатации тепловых расходомеров является определение коэффициента теплообмена α между поверхностью нагрева и измеряемой средой. Для разных случаев применения тепловых расходомеров известны критериальные уравнения [1], однако для понимания процессов, происходящих в теплообменном аппарате, необходимо хотя бы качественное представление физических процессов, происходящих в тепловом датчике расхода. С этой целью рассмотрена математическая модель теплового датчика расхода с учетом отсутствия осевой теплопроводности в измеряемой среде.

Для построения математической модели теплового датчика расхода была рассмотрена его физическая модель (рис. 1).

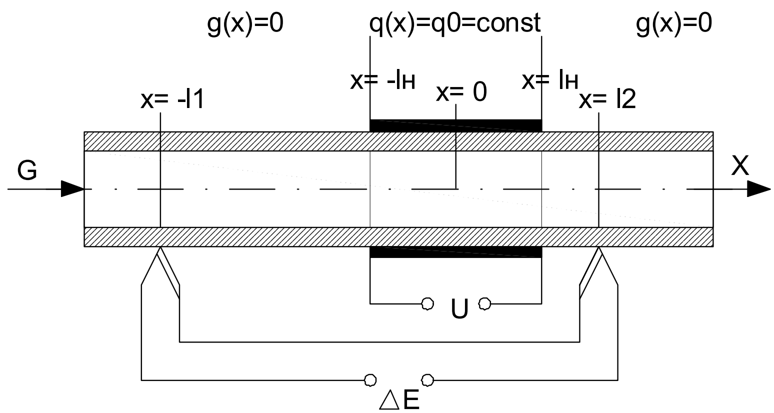

Рис. 1. Принципиальная схема и физическая модель теплообменного измерительного преобразователя

На основании физической модели для общего случая зависимость между расходом G через приемный преобразователь и разностью температур Δt может быть записана уравнением теплового баланса в следующем виде:

$$G = \frac{\pi d \int_0^{l_H} q(x)dx}{C_p f(\Delta t)}, \qquad (1)$$

где $q(x)$ – удельный тепловой поток, заданный в виде функции от x;

$\pi d \int_0 q(x)dx$ – общее количество тепла, передаваемое потоку;

$f(\Delta t)$ – разность средних температур в измеряемых сечениях потока, заданная в виде функции от измеряемой разности температур;

C_p – удельная теплоемкость потока.

Для определения температуры стенки трубы t_2 на расстоянии l_2 от нагревателя необходимо совместно решить уравнения теплового баланса для элемента стенки трубы и элемента измеряемой среды.

Ввиду сложности аналитического решения поставленной задачи последующее решение производится с учетом следующих допущений:

1) течение потока и его свойства постоянны; теплообмен стационарен;

2) теплота трения и передача тепла за счет теплопроводности в осевом направлении потока отсутствуют;

3) температура и скорость во входном сечении имеют постоянное распределение;

4) температурный градиент в радиальном направлении стенки трубы отсутствует;

5) тепло, отданное нагретой стенкой потоку, пропорционально среднему коэффициенту теплоотдачи α, который считается заданным постоянным по длине участка нагрева;

6) потери тепла в окружающую среду отсутствуют;

7) обеспечено условие $q(x)$ = const на стенке трубы в зоне нагрева.

Схема теплового баланса элемента трубы приведена на рис. 2.

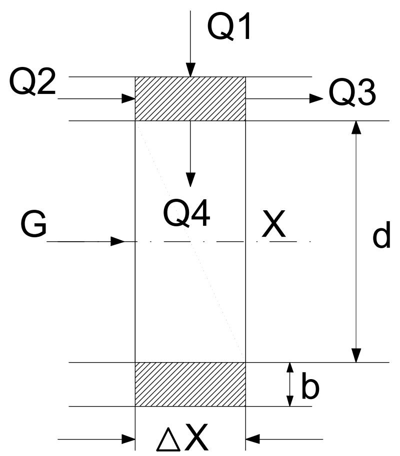

Рис. 2. Схема теплового баланса элемента трубы

Уравнение теплового баланса элементарного кольца шириной Δx составляется из следующих членов [3]:

1) от нагревателя в кольцо поступает тепло $Q_1 = q(x)\Delta t$,
где $q(x)$ – функция, описывающая распределение теплового потока;

2) по направлению потока в кольцо также поступает тепло

$$Q_2 = \lambda_{\text{ст}} F_1 \frac{dt}{dx} = \lambda_{\text{ст}} \pi b(d+b)\frac{dt}{dx};$$

3) из кольца, посредством теплопроводности уходит тепло

$$Q_3 = \lambda_{\text{ст}} \pi b(d+b)\frac{d}{dx}\left(t - \frac{dt}{dx}\Delta x\right);$$

4) вследствие теплоотдачи из кольца уходит тепло

$$Q_4 = \alpha F_2\left(t-\bar{t}\right) = \alpha\pi d\left(t-\bar{t}\right)\Delta x .$$

Таким образом, уравнение теплового баланса для элемента трубы запишется в виде:

$$\frac{d^2t}{dx^2} - \frac{\alpha d}{b\lambda_{\text{ст}}(d+b)}\left(t-\bar{t}\right) - \frac{1}{\lambda_{\text{ст}}\pi b(d+b)}q(x) = 0, \tag{2}$$

где t – температура стенки; $\bar{t}$ – средняя по сечению температура потока; $\lambda_{\text{ст}}$, b – теплопроводность и толщина стенки; d – внутренний диаметр трубопровода; α – коэффициент теплоотдачи от стенки к потоку.

Уравнение теплового баланса элементарного объема движущегося потока:

$$GC_p \frac{d\bar{t}}{dx} = \alpha\pi d\left(t-\bar{t}\right), \tag{3}$$

где C_p – удельная теплоемкость потока, G – массовый расход.

Для уравнений (2), (3) справедливы граничные условия:

при $x \to -\infty$ $t = \bar{t} = t_0$;

при $x \to \infty$ $t = \bar{t} = t_к$.

Приведя уравнения (2) и (3) к безразмерному виду путем замены переменных, и проведя вычисления, получили окончательное выражение для безразмерной температуры стенки:

$$\frac{d^2\Theta}{dX^2} + N_2\frac{d\Theta}{dx} - N_1\Theta = -q^*(X) - N_2\int_{-\infty}^{X} q^*(\xi)d(\xi). \tag{4}$$

Решение уравнения (4) может быть записано в виде:

$$\Theta = \left\{\begin{array}{c|c} A_1e^{m_1\cdot X} & при \quad -\infty < X \le -L_н \\ A_2e^{m_1\cdot X} + B_2e^{m_2\cdot X} + CX + D & при \quad -L_н \le X \le L_н \\ B_1e^{m_2\cdot X} + 1 & при \quad L_н \le X < \infty \end{array}\right\}, \tag{5}$$

где A_1, B_1, A_2, B_2 – постоянные интегрирования; m_1, m_2 – корни характеристического уравнения.

Окончательно для измеряемой разности температур с помощью термочувствительных элементов получаем:

$$\Delta t = t_{l2} - t_{l1} = \left[\frac{m_1}{m_1 - m_2} \left[CL_H + D - \left(\frac{C}{m_2} + 1 \right) \right] e^{m_2(X - L_H)} - \right.$$

$$\left. - \frac{m_1}{m_1 - m_2} \left[CL_H - D + \frac{C}{m_1} \right] e^{m_2(X + L_H)} + \frac{C}{m_2} e^{m_2(X - L_H)} + 1 \right] \frac{P_H - P_{ПОТ}}{GC_p}.$$

В результате экспериментального исследования температурного поля теплообменного аппарата было выявлено полное качественное совпадение характера изменения профиля температур с рассмотренной математической моделью, при изменении расхода от 21 до 208 мл/час, диаметр трубки – 0,006 м, толщина трубки – 0,001 м, материал трубки – латунь.

Литература

1. Азимов, Р.К. Измерительные преобразователи с тепловыми распределенными параметрами /Р.К. Азимов. – М.: Энергия, 1977.
2. Зисмайстер, Г.Е. Калориметрические расходомеры. Теплопередача /Г.Е. Зисмайстер, Д.Р. Диксон //Труды американского общества инженеров механиков. – 1966. – № 1.
3. Коротков П.А. Тепловые расходомеры /П.А. Коротков, Д.В. Беляев, Р.К. Азимов. – Л.: Машиностроение, 1969.