

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ИЗНОСОКОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ

Е. Ф. Громыко

*Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого, Беларусь*

Научный руководитель Г. П. Тариков

Решение пространственных износоконтактных задач представляет известный интерес при расчете трибосопряжений на контактную прочность и износостойкость. Однако получить их решения аналитическими и численными методами весьма затруднительно. Поэтому, возможность их решения с помощью электрического моделирования представляет как научный, так и практический интерес.

Постановка задачи. Рассматривается задача о скользящем контакте двух упругих тел в виде зубьев зубчатой передачи с учетом износа контактирующих поверхностей.

Полагаем, что зубья имеют бочкообразную форму. В этом случае имеем задачу с первоначальным точечным контактом поверхностей зубьев. В этом случае имеем задачу с первоначальным точечным контактом поверхностей зубьев. Площадка контакта, полученная в результате приложения нагрузки P , как правило, имеет сложную форму.

Рассмотрим контакт двух упругих тел в виде зубьев зубчатой передачи, ограниченных поверхностями S_1 и S_2 и соприкасающихся в точке O (рис. 1). Принимая эту точку за начало координат, проведем оси z_1 и z_2 , перпендикулярно к общей касательной плоскости Π , внутри каждого из тел. Полагаем, что зубья находятся в скользящем контакте. На площадке контакта кроме нормальных напряжений возникают и касательные усилия трения.

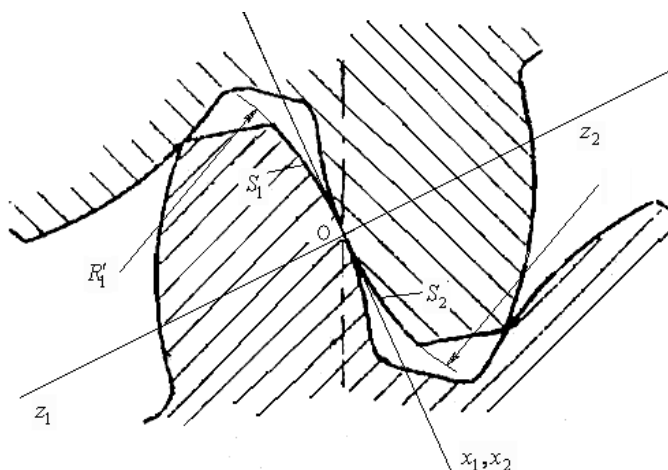


Рис. 1. Контакт двух зубчатых колес

Условие контакта двух упругих тел с учетом износа можно представить в таком виде:

$$u_z^{(1)} + u_{z^*}^{(1)} + u_z^{(2)} + u_{z^*}^{(2)} = \delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y), \quad (1)$$

где $u_z^{(i)}$ – проекции вектора перемещения на ось z в результате упругих деформаций; $u_{z^*}^{(i)}$ – проекции вектора перемещения на ось z в результате износа; δ – сближение упругих тел; φ_i – уравнение поверхности S_i ($i = 1, 2$).

Следуя Герцу, соприкасающиеся тела заменим упругими полупространствами прижатыми друг к другу по площадке Ω , расположенной в плоскости Π . На этой плоскости:

$$z_1 = z_2 = z = 0.$$

С учетом (1) принимаем следующие граничные условия при $z = 0$:

$$\begin{aligned} u_z^{(1)} + u_{z^*}^{(1)} + u_z^{(2)} + u_{z^*}^{(2)} &= \delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \\ \sigma_z^{(i)} &= -p(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \\ \sigma_z^{(i)} &= 0, \quad (x, y) \notin \Omega, \\ \tau_{xz}^{(i)} = \tau_{yz}^{(i)} &= 0, \quad -\infty < x, y < \infty. \end{aligned} \quad (2)$$

где ($i = 1, 2$), σ_z – нормальное напряжение, τ_{xz} , τ_{yz} – касательные напряжения, $p(x, y)$ – нормальное давление на площадке контакта.

Функция $p(x, y)$ определяется в процессе решения контактной задачи.

На основании первого условия (2) приходим к интегральному уравнению контактной задачи с учетом износа:

$$\iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} = \frac{\delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) - u_{z^*}^{(1)} - u_{z^*}^{(2)}}{\Theta_1 + \Theta_2}, \quad (3)$$

где $\Theta_1 = \frac{1-v_1^2}{\pi E_1}$, $\Theta_2 = \frac{1-v_2^2}{\pi E_2}$;

При этом должно выполняться уравнение статики:

$$P = \iint_{\Omega} p(x, y) dx dy.$$

Для определения функций $u_{z^*}^{(i)}$ ($i=1,2$) необходимо выбрать закон изнашивания. Функции $u_{z^*}^{(i)}$ и давления p зависят не только от координат x, y , но и от времени t .

Наиболее часто используется следующая зависимость для определения функций $u_{z^*}^{(i)}$:

$$u_{z^*}^{(i)}(x, y, t) = k_w^{(i)} \int_0^t p(x, y, \tau)^\alpha v(x, y, \tau)^\beta d\tau, \quad (4)$$

где v – скорость скольжения; $k_w^{(i)}$ – коэффициент изнашивания; α, β – параметры закона изнашивания.

Обозначив правую часть через $W(x, y)$, получим:

$$\iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1, \tau) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} = W(x, y). \quad (5)$$

При этом должно выполняться уравнение статики

$$P(t) = \iint_{\Omega} p(x, y, t) dx dy. \quad (6)$$

Выражение для электростатического потенциала токопроводящего элемента, имеющего форму площадки контакта, можно записать в виде:

$$\iint_{\Omega} \frac{q(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} = \Psi(x, y), \quad (7)$$

где $\Psi(x, y) = \psi(x, y) 4\pi k_0 \varepsilon$; k_0 – диэлектрическая постоянная; ε – диэлектрический коэффициент среды; $q(x, y)$ – плотность заряда на поверхности токопроводящего элемента.

Общее количество электричества токопроводящего элемента будет:

$$Q = \iint_{\Omega} q(x, y) dx dy. \quad (8)$$

В основе метода электрического моделирования пространственных контактных задач с учетом износа лежит аналогия интегральных уравнений (5), (7) и (6), (8). В соответствии с этой аналогией, распределение электрического заряда на поверхности токопроводящего элемента, являющегося аналогом площадки контакта аналогично распределению контактных давлений на площадке контакта. Задавая электри-

ческий потенциал на токопроводящий элемент в соответствии с правой частью интегрального уравнения (5) контактной задачи и замерив плотность заряда на его поверхности в исследуемых точках, используя критерии подобия можно определить контактные давления в соответствующих точках площадки контакта.

Погрешность метода в основном не превышает 5 %.

Методика решения задачи. Непосредственно к уравнению (5) применить электростатическую аналогию нельзя. Поэтому поступаем следующим образом. Будем рассматривать процесс износа на протяжении времени t . Интервал времени $(0, t)$ разделим на n равных частей τ и будем считать, что на каждом i -м интервале ($i = 1, 2, 3 \dots n$) давление на площадке контакта не зависит от времени.

В начальный момент времени уравнение (3) можно записать в виде:

$$\iint_{\Omega} \frac{p_0(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} = w_0(x, y), \quad (9)$$

где $w_0(x, y) = \frac{\delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y)}{\Theta_1 + \Theta_2}$

Для любого последующего промежутка времени уравнение (3) будет иметь вид:

$$\iint_{\Omega} \frac{p_i(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} = W_i(x, y), \quad (10)$$

где $i = 1, 2, 3 \dots n$.

$$W_i = w_0(x, y) - \frac{0.466 \cdot 10^{-14} \int_0^t p(x, y, \tau)^{0.621} \cdot \left| \frac{V_1(x, y, \tau)}{V_2(x, y, \tau)} - 1 \right|^{0.399} d\tau}{\Theta_1 + \Theta_2}.$$

К уравнениям (9) и (10) уже можно применить электростатическую аналогию и, следовательно, решить рассматриваемую износостатическую задачу с помощью электрического моделирования.

Порядок решения задачи:

1. Решаем уравнение (9) и определяем значения $p_0(x, y)$.
2. Считая, что на первом промежутке времени τ , на площадке контакта действует это давление, подставляем его значение в уравнение (10) и решаем его, т. е. определяем значение $p_1(x, y)$.
3. Подставляем значение $p_1(x, y)$ в такое же уравнение, составленное для следующего промежутка времени τ и, решая его, определяем значение $p_2(x, y)$.

Затем циклы повторяются.

Изменение размеров площадки контакта в результате износа трущихся поверхностей моделируется соответствующим изменением размеров ее аналога используя их геометрическое подобие.

Результаты решения задачи. Рассмотрим результаты решения поставленной задачи. Для большего приближения к задачам инженерной практики, считаем, что оси вращения зубчатых колес непараллельны.

На линии зацепления зубьев намечаем шесть точек. Первая точка соответствует входу зубьев в зацепление, шестая точка соответствует выходу из зацепления. Остальные четыре точки располагаем через одинаковые расстояния между первой и

шестой точками. Для каждой точки профиля решаем контактную задачу с учетом формоизменения зуба колеса в результате износа.

В качестве примера на рис. 2 показаны площадки контакта и распределение контактных давлений для точки входа зубьев в зацепление. На рисунке 3а,б показаны эпюры контактных давлений, построенные по различным сечениям вдоль стороны a рассматриваемых площадок контакта соответственно.

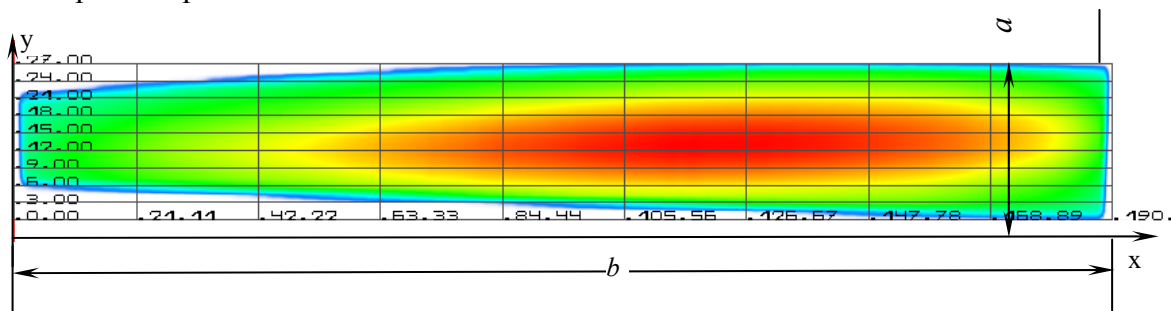


Рис. 2. Площадка контакта и распределение контактных давлений (вход зубьев в зацепление, исходные контактирующие поверхности)

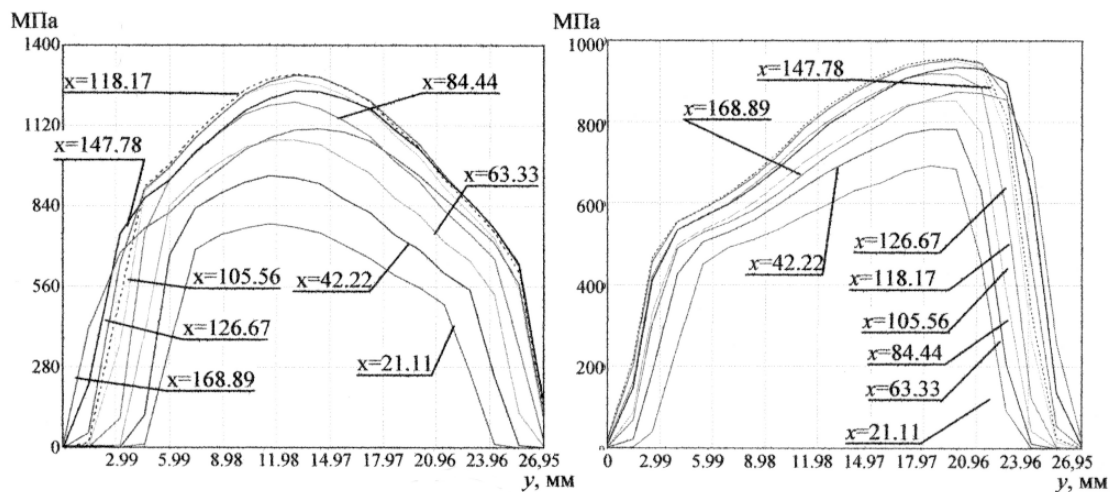


Рис. 3. Эпюры контактных давлений

Аналогичные площадки контакта и эпюры контактных давлений для исходных и изношенных контактирующих поверхностей построены для всех рассматриваемых точек.