АНАЛИЗ ПОТЕНЦИАЛА СЕТОК КОЛЬЦЕОБРАЗНЫХ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ

Д. В. Комнатный

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», кафедра «Теоретические основы электротехники»

Подготовка специалистов-энергетиков в современных условиях требует, в том числе, и обучения применению прогрессивных численных методов для решения задач проектирования электроэнергетических устройств. В частности, широкое применение для решения указанных задач находит метод граничных элементов. В электроэнергетике зачастую рассматриваются объекты, которые допустимо моделировать осесимметричными телами. Для расчетов электростатического поля в системе таких тел применяются кольцеобразные граничные элементы.

Первым этапом реализации метода граничных элементов является построение сетки граничных элементов на поверхности тел. Несмотря на широкое применение указанного метода на практике, в литературе отмечается, что дать рекомендации по распределению граничных элементов по граничным поверхностям затруднительно. Поэтому при реализации метода граничных элементов используют равномерное распределение, как наиболее просто реализуемое в расчетах на ЭВМ. Однако при изучении численных методов в вузе необходимо давать будущим специалистам обоснованные рекомендации по выполнению расчетов методом граничных элементов. Обоснованность и доказанность облегчают усвоение материала и улучшают культуру мышления студентов. Также студенты будут готовы применить эти рекомендации в своей будущей работе. Выработке подхода к обоснованию способов построения сеток кольцеобразных граничных элементов и посвящен настоящий доклад.

Как правило, при расчетах электрических полей задаются значения потенциалов на проводящих телах. По известному граничному условию электростатики потенциалы всех точек проводника равны между собой. Следовательно, система кольцевидных граничных элементов должна, в идеальном случае, создавать в каждой точке проводника потенциал, равный заданному. Необходимо установить:

1) возможно ли, в принципе, выполнение граничного условия при замене граничной поверхности набором заряженных окружностей;

2) как следует распределять граничные элементы с целью наилучшим образом удовлетворить граничному условию.

Исследование такого рода осуществляется путем рассмотрения аналитических решений для поля систем заряженных окружностей. Такие решения удается получить только для ограниченного числа достаточно простых граничных поверхностей, которые, тем не менее, охватывают большинство форм конструкций реальных технических средств (например КРУ). Поэтому в представленном докладе рассматриваются две модельные задачи.

В первой из них исследуется система, поле которой удобно рассматривать в цилиндрической системе координат. А именно, система заряженных окружностей равного радиуса, центры которых лежат на одной прямой, которая принимается за ось z цилиндрической системы координат. Расстояние между центрами любых двух соседних окружностей одинаково и равно *a*.

Решение уравнения Лапласа для этой системы элементов ищется в цилиндрической системе координат. Оно должно отвечать требованиям периодичности решения по оси *z*, ограниченности решения на бесконечности и независимости от угловой координаты в силу симметрии. Можно показать, что это решение имеет вид:

$$U(r,z) = DN_0\left(j\frac{2\pi n}{a}r \right)\cos\frac{2\pi nz}{a}, \tag{1}$$

где D – коэффициент ряда Фурье; N_0 – функция Ханкеля.

Во второй модельной задаче рассматривается поле системы заряженных окружностей, которую удобно описывать в сферической системе координат. Это задача о расчете электростатического поля сферы, разделенной на несколько узких заряженных поясов, между которыми размещаются весьма тонкие зазоры из диэлектрика. Предполагается, что поле отдельного заряженного пояса может быть заменено полем кольцеобразного граничного элемента. В силу симметрии потенциал поля этой системы зависит только от координат r и Θ.

Решение уравнения Лапласа для этой системы заряженных кольцевидных граничных элементов отыскивается в сферической системе координат, центр которой совпадает с центром сферической поверхности, на которой размещены граничные элементы. Известно, что потенциал рассматриваемой системы описывается формулой

$$U(r,\Theta) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{R_0}{r} \right)^{k+1} P_k(\cos\Theta), \tag{2}$$

где a_k – коэффициент разложения в ряд Фурье; R_0 – радиус сферы, м; P_k – полином Лежандра.

В литературе по специальным функциям показано, что полиномы Лежандра степени выше 1 имеют в области определения [–1; 1] несколько явно выраженных экстремумов. Следовательно, потенциал на фиксированном незначительном расстоянии от поверхности сферы не будет постоянным, а будет иметь экстремумы.

Анализ выражений (1) и (2) позволяет сделать следующие выводы:

1. Поле системы граничных элементов не удовлетворяет условию постоянства потенциала на граничной поверхности в любой ее точке.

2. Чтобы исключить дополнительные искажения поля, сетка граничных элементов должна быть как можно более равномерной.

3. В общем случае для повышения точности решения следует увеличивать число граничных элементов в сетке.

Опыт расчетов на ЭВМ показал, что сходимость итерационных процессов решения интегральных уравнений для распределения электрического заряда методом граничных элементов существенно ухудшается на неравномерных сетках, не отвечающих приведенным выше условиям.

Изложенные результаты могут найти свое место в курсах таких дисциплин, как «Теоретические основы электротехники», «Техника высоких напряжений», «Электрические аппараты» и других, при изучении современных методов расчета и анализа электрического поля. Они также могут быть использованы при проектировании различных технических средств с помощью систем автоматизированного проектирования.