Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Физика»

П. А. Хило, А. И. Кравченко, Т. Н. Савкова

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

ПРАКТИКУМ
по выполнению тестовых заданий по курсу «Физика» для студентов технических специальностей дневной формы обучения

Гомель 2014

УДК 539.19+531/534(075.8)
ББК 22.3я73
Х45

Рекомендовано научно-методическим советом
энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(*протокол № 10 от 28.06.2013 г.*)

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доц. каф. «Высшая математика» ГГТУ им. П. О. Сухого
В. И. Лашкевич

Хило, П. А.

Х45 Механика и молекулярная физика : практикум по выполнению тестовых заданий по курсу «Физика» для студентов техн. специальностей днев. формы обучения / П. А. Хило, А. И. Кравченко, Т. Н. Савкова. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2014. – 157 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: http:// http://library.gstu.by/StartEK/. – Загл. с титул. экрана.

Содержит тесты к экзамену и основные формулы по разделу «Механика и молекулярная физика».

Для студентов технических специальностей дневной формы обучения.

УДК 539.19+531/534(075.8)
ББК 22.3я73

Предисловие

Практикум по разделу «Механика и молекулярная физика» курса «Физика» ч.1 содержит подборку тестовых задач различной степени сложности как для использования на экзаменах, так и на практических занятиях и для самостоятельной работы студентов.

Тестовые задания составлены в соответствии с требованиями общеобразовательных стандартов и типовых учебных программ.

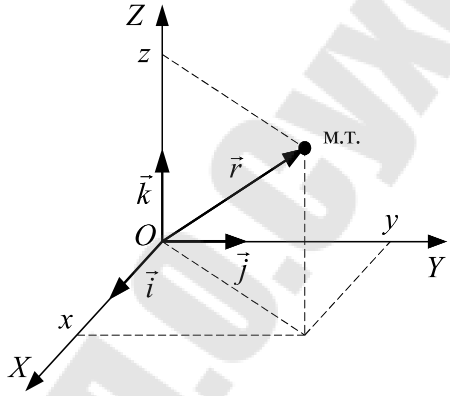
Практикум содержит тестовые задачи по основным темам раздела «Механика и молекулярная физика»: «Кинематика поступательного и вращательного движения», «Динамика», «Импульс и энергия», «Динамика вращательного движения», «Колебания и волны», «Газовые законы», «Уравнение состояния идеального газа», «Первое начало термодинамики», «Адиабатные процессы», «Второе начало термодинамики. Энтропия» и др.

Тестовые задания содержат задачи с ответами, один или несколько из которых являются правильными. Часть задач предполагает установление правильного соответствия между понятиями и формулами двух множеств физических величин.

Приводятся так же основные формулы и справочный материал.

Практикум предназначен для студентов дневного отделения.

1. Кинематика поступательного и вращательного движения
Основные понятия и формулы



Положение материальной точки в пространстве в данный момент времени задается с использованием системы координат относительно некоторой точки (тела) отсчета, которая является началом системы координат. Направленный отрезок прямой, соединяющий точку отсчета O (см. рис.) и материальную точку (м.т.), называется радиус-вектором $-\vec{r}(t)$;

$$\vec{r}(t) = x(t)\cdot\vec{i} + y(t)\cdot\vec{j} + z(t)\cdot\vec{k},$$

где $x(t), y(t), z(t)$ – координаты точки в пространстве; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы направлений (орты соответствующих координатных осей); t – время. Модуль радиус-вектора определяется выражением:

$$\left|\vec{r}(t)\right| = \sqrt{(x(t))^2 + (y(t))^2 + (z(t))^2}.$$

При движении материальной точки её координаты и радиус-вектор изменяются со временем, а сама материальная точка (конец вектора $\vec{r}$) описывает в пространстве линию, которая называется её траекторией (см. рис.). Скалярную величину ΔS, равную длине траектории, описанной точкой за данный промежуток времени, называют отрезком пути материальной точки (путём).

Путь положителен всегда и в процессе движения может только возрастать. Пусть за время Δt материальная точка переместилась из точки M в точку M', пройдя вдоль траектории отрезок пути ΔS. Вектор $\Delta\vec{r}$, проведенный из начальной точки M в конечную точку M', называется вектором перемещения материальной точки за время Δt:

$$\Delta\vec{r} = r(t+\Delta t) - r(t),$$

или $\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$,

где $\Delta x = x' - x; \Delta y = y' - y; \Delta z = z' - z.$

При линейном движении путь ΔS равен модулю вектора перемещения (перемещению) $|\Delta\vec{r}|$:

$$\Delta S = |\Delta\vec{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

при криволинейном движении $|\Delta\vec{r}| < \Delta S$.

ΔS

где $\Delta\vec{r}$ – вектор средней скорости движения материальной точки

перемещение точки за промежуток времени Δt; $\vec{r}$ – радиус-вектор точки.

Средняя путевая скорость движения

$$\langle\upsilon\rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS – путь, пройдённый точкой за промежуток времени Δt.

Мгновенная скорость

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \upsilon_x\vec{i} + \upsilon_y\vec{j} + \upsilon_z\vec{k},$$

где $\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \upsilon_y = \frac{dy}{dt}, \upsilon_z = \frac{dz}{dt}$ – проекции вектора скорости $\vec{\upsilon}$ на соответствующие оси координат.

Модуль вектора полной скорости

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}.$$

Кинематическое уравнение равномерного движения ($\vec{\upsilon} = const$, $\vec{a} = 0$) точки вдоль оси OX

$$x = x_0 \pm \upsilon t,$$

где x_0 – начальная координата точки; t – время движения. Знак «плюс» берется при совпадении направления вектора скорости с выбранным положительным направлением оси OX.

Правило сложения скоростей в классической механике

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{\upsilon}_{0,},$$

где $\vec{\upsilon}$ – скорость материальной точки относительно неподвижной системы отсчета; $\vec{\upsilon}'$ – скорость материальной точки относительно подвижной системы отсчета; $\vec{\upsilon}_0$ – скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной системы отсчёта.

Среднее ускорение материальной точки

$$\langle\vec{a}\rangle = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

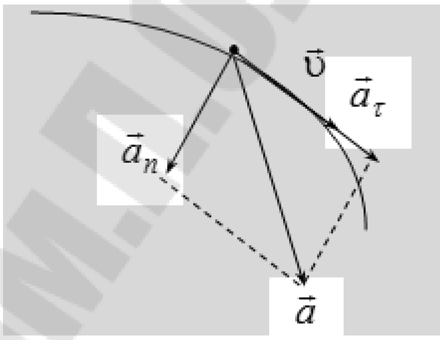
Мгновенное ускорение материальной точки

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}(t)}{dt} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k},$$

где $a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt}, a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt}, a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt}$ – проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на соответствующие оси координат.

Модуль вектора полного ускорения

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$



Полное ускорение при криволинейном движении $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$,

где $a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$ – тангенциальная (касательная к траектории) составляющая ускорения; $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$ – нормальная (центростремительная) составляющая ускорения, R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Модуль вектора полного ускорения при криволинейном движении

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Кинематическое уравнение равнопеременного движения ($\vec{a} = const$) уравнения движения имеют вид:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\upsilon}_0 t \pm \frac{\vec{a}t^2}{2},$$

где $\vec{\upsilon}_0$ – вектор начальной скорости.

Кинематические уравнения равнопеременного движения вдоль оси X и Y:

$$x = x_0 \pm \upsilon_{0x}t \pm \frac{a_x t^2}{2}, \; y = y_0 \pm \upsilon_{0y}t \pm \frac{a_y t^2}{2}.$$

Скорость точки при равнопеременном движении

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t,$$

где $\vec{\upsilon}_0$ – вектор скорости движения в начальный момент времени $t = 0$ (начальная скорость).

Скорость точки при равнопеременном движении вдоль оси X и Y:

$$\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t,\ \upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y t.$$

При равноускоренном движении ускорение a берётся со знаком «плюс», при равнозамедленном – со знаком «минус».

Связь между ускорением и путем при прямолинейном движении может быть определена выражением

$$\Delta S = \frac{\left|\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right|}{2a}.$$

Для тела, брошенного с земли под углом α к горизонту со скоростью υ_0 (без учета сопротивления воздуха),

время полета

$$t = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g};$$

дальность полета

$$\Delta S = \frac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{g};$$

максимальная высота

$$h_{\max} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

При вращательном движении положение твердого тела определяется углом поворота (угловым перемещением)

$\vec{\varphi}$ ($d\vec{\varphi}$) при указанном положении оси вращения.

Угловая скорость тела

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Модуль угловой скорости равномерного вращательного движения

$$\omega = \left|\vec{\omega}\right| = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

где $\Delta\varphi$ – угол поворота произвольного радиуса от начального положения;

Δt – промежуток времени, за который произошел этот поворот; T – период вращения; $\nu = \dfrac{N}{t}$ – частота вращения, N – число оборотов за время t.

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Кинематическое уравнение равномерного вращения ($\vec{\omega} = const$, $\vec{\varepsilon} = 0$)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

где φ_0 – угол поворота в момент времени $t = 0$ (в начальный момент времени).

Кинематическое уравнение равнопеременного вращательного движения ($\varepsilon = const$)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Связь угла поворота с числом оборотов:

$$\varphi = 2\pi N.$$

Угловая скорость тела при равнопеременном вращении

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t,$$

где ω_0 – угловая скорость в начальный момент времени $t = 0$ (начальная угловая скорость). При равноускоренном вращении тела угловое ускорение ε берется со знаком «плюс», при равнозамедленном – со знаком «минус».

Величина углового ускорения ε связано с углом поворота за некоторый промежуток времени $\Delta\varphi$ соотношением

$$\Delta\varphi = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\varepsilon}.$$

Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении:

Связь между линейными и угловыми величинами выражается формулами:

линейный путь, пройденный точкой

$$dS = Rd\varphi,$$

где $d\varphi$ - угловой путь точки;

R – радиус вращения точки;

линейная скорость точки $\upsilon = \omega R$,

тангенциальное ускорение точки $a_\tau = \varepsilon R$,

нормальное ускорение точки $a_n = \omega^2 R$,

модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + \omega^4 R^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Тестовые задачи по кинематике поступательного и вращательного движения

1.1. Две трети своего пути мотоциклист проехал со скоростью υ_1= 54 км/ч, остальную часть пути – со скоростью υ_2 = 72 км/ч. Найти среднюю путевую скорость мотоциклиста.

а) $< \upsilon > \approx 16{,}4$ м/с; б) $< \upsilon > \approx 17{,}2$ м/с;
в) $< \upsilon > \approx 17$ м/с; г) $< \upsilon > \approx 16$ м/с.

1.2. Два автомобиля, выехав одновременно из одного пункта, движутся прямолинейно в одном направлении. Зависимость пройденного ими пути задается уравнениями $S_1 = At + Bt^2$ и $S_2 = Ct + Dt^2 + Ft^3$. Определить величину относительной скорости автомобилей через 5 с, если:
A=5 м/с, B=6 м/с^2, C=1 м/с, D=1 м/с^2, F=1 м/с^3.

а) υ' = –23 м/с; б) υ' = –28 м/с; в) υ' = –21 м/с; г) υ' = –24 м/с.

1.3. Движение материальной точки, перемещающейся по прямой, задано уравнением $S = 4t^3 + 2t + 1$. В интервале времени от 1 до 2 с найти величины мгновенной скорости и ускорения в начале и конце интервала, и величину средней скорости движения.

а) υ_1 = 14 м/с, υ_2 = 60 м/с, a_1 = 27 м/с^2, a_2 = 44 м/с^2, $< \upsilon >$ = 37 м/с;
б) υ_1 = 14 м/с, υ_2 = 50 м/с, a_1 = 24 м/с^2, a_2 = 48 м/с^2, $< \upsilon >$ = 30 м/с;
в) υ_1 = 17 м/с, υ_2 = 51 м/с, a_1 = 29 м/с^2, a_2 = 43 м/с^2, $< \upsilon >$ = 34 м/с;
г) υ_1 = 18 м/с, υ_2 = 40 м/с, a_1 = 34 м/с^2, a_2 = 38 м/с^2, $< \upsilon >$ = 30 м/с.

1.4. Материальная точка движется по прямой. Уравнение ее движения $S = t^4 + 2t^2 + 5$. Определить величины мгновенной скорости и ускорения точки в конце второй секунды от начала движения, среднюю путевую скорость и путь, пройденный за это время.

а) υ = 40 м/с, a = 52 м/с^2, $< \upsilon >$ = 12 м/с, S = 24 м;
б) υ = 44 м/с, a = 57 м/с^2, $< \upsilon >$ = 17 м/с, S = 27 м;
в) υ = 41 м/с, a = 54 м/с^2, $< \upsilon >$ = 10 м/с, S = 29 м;

г) υ = 45 м/с, a = 53 м/с^2, $< \upsilon >$ = 14 м/с, S = 28 м.

1.5. Заданы уравнения движения двух материальных точек: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где $A_1 = 18$ м; $A_2 = 2$ м; $B_1 = B_2 = 3$ м/с; $C_1 = -3$ м/с^2; $C_2 = 1$ м/с^2. Найти момент времени, когда скорости движения точек будут одинаковы. Определить величины скорости υ_1 и υ_2, и величины ускорения a_1, и a_2 точек в этот момент времени.

а) t = 0, $\upsilon_1 = \upsilon_2$ = 5 м/с, a_1 = –8 м/с^2, a_2 = 4 м/с^2;
б) t = 0, $\upsilon_1 = \upsilon_2$ = 4 м/с, a_1 = –2 м/с^2, a_2 = 6 м/с^2;
в) t = 0, $\upsilon_1 = \upsilon_2$ = 7 м/с, a_1 = –9 м/с^2, a_2 = 5 м/с^2;
г) t = 0, $\upsilon_1 = \upsilon_2$ = 3 м/с, a_1 = –6 м/с^2, a_2 = 2 м/с^2.

1.6. С какой по величине скоростью и по какому курсу должен лететь самолет, чтобы за 2 часа пролететь точно на север 720 км, если во время полета дует постоянный северо-западный ветер под углом 30° к меридиану со скоростью 36 км/ч?

а) $\upsilon \approx$ 392 км/ч, α = 4,5°; б) $\upsilon \approx$ 385 км/ч, α = 5°;
в) $\upsilon \approx$ 398 км/ч, α = 5,5°; г) $\upsilon \approx$ 90 км/ч, α = 5,3°.

1.7. Стрела пущена из лука вертикально вверх с начальной скоростью υ_0 = 40 м/с. Определить: 1) через какое время и с какой по величине скоростью стрела упадет на землю; какой путь будет пройден ею за это время; 2) через какое время она окажется на высоте h = 35 м.

а) t = 5 с, S = 170 м, t_1 = 2 с, t_2 =9 с;
б) t = 7 с, S = 165 м, t_1 = 3 с, t_2 =4 с;
в) t = 8 с, S = 160 м, t_1 = 1 с, t_2 =7 с;
г) t = 6 с, S = 180 м, t_1 = 1,5 с, t_2 =6 с.

1.8. Мяч брошен вертикально вверх. На высоте h = 6 м он побывал дважды с интервалом Δt = 3 с. Определить начальную величину скорости мяча.

а) υ_0=18 м/с; б) υ_0 = 16 м/с; в) υ_0 = 17 м/с; г) υ_0 = 19 м/с.

1.9. Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой (ось x) имеет вид $x(t) = A + Bt + Ct^2$, где $A = 5\,\text{м}$, $B = 4\,\text{м/с}$, $C = -1\,\text{м/с}^2$.

Необходимо:

1. Определить среднюю скорость $<\upsilon_x>$ за интервал времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 6$ с.
2. Найти среднюю путевую скорость $<\upsilon>$ за тот же интервал времени.

а) $<\upsilon_x> = -4$ м/с, $<\upsilon> = 3{,}5$ м/с;
б) $<\upsilon_x> = -3$ м/с, $<\upsilon> = 3{,}4$ м/с;
в) $<\upsilon_x> = -5$ м/с, $<\upsilon> = 3{,}2$ м/с;
г) $<\upsilon_x> = -2$ м/с, $<\upsilon> = 3{,}8$ м/с.

1.10. Какое из приведенных ниже уравнений описывает равномерное прямолинейное движение?

$$1)\,\upsilon = \upsilon_0 + at; \quad 2)\,\omega = \omega_0 + \beta t; \quad 3)\,\upsilon = \frac{S}{t}; \quad 4)\,\omega = \frac{\varphi}{t}; \quad 5)\,S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

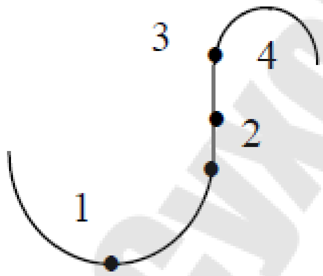
а) 1; б) 2,4; в) 3; г) 3,4; д) 5.

1.11. Какие из приведенных ниже уравнений описывают криволинейное ускоренное движение?

$$1)\,\upsilon = \upsilon_0 + at; \quad 2)\,\omega = \omega_0 + \beta t; \quad 3)\,\upsilon = \frac{S}{t}; \quad 4)\,\omega = \frac{\varphi}{t}; \quad 5)\,\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}.$$

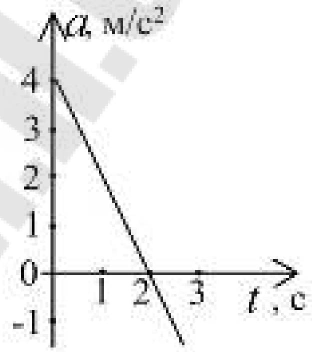
а) 1,2; б) 2,5; в) 3; г) 3,4; д) 5.

1.12. Материальная точка движется равномерно по криволинейной траектории. В какой точке траектории ускорение максимально?



а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

1.13. На рисунке представлена зависимость ускорения a от времени t для материальной точки, движущейся прямолинейно. Определить величину скорости υ и координату x точки через t = 3 с после начала движения. В какой момент времени t_1 точка изменит направление движения?



а) υ = 4 м/с, x = 10 м, t_1 = 5 с; б) υ = 5 м/с, x = 11 м, t_1 = 6 с;
в) υ = 6 м/с, x = 12 м, t_1 = 7 с; г) υ = 3 м/с, x = 9 м, t_1 = 4 с.

1.14. Тело брошено под углом α к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить этот угол, если максимальная высота подъема h_{max} меньше дальности полета S в n = 2,4 раза.

а) $\alpha = 59°$; б) $\alpha = 60°$; в) $\alpha = 55°$; г) $\alpha = 63°$.

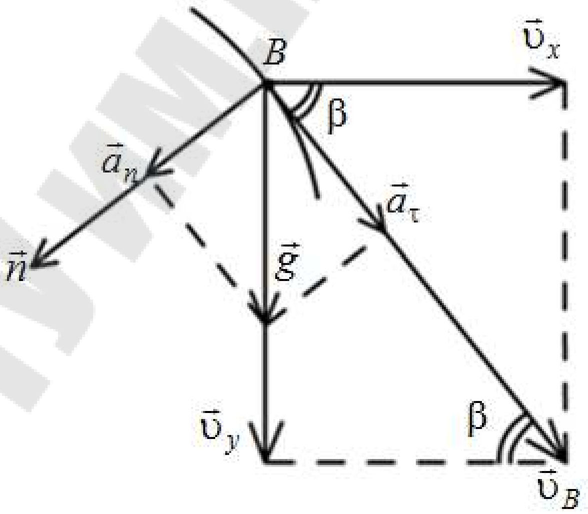
1.15. С башни горизонтально брошено тело со скоростью υ_0 = 25 м/с. Найти скорость тела υ, тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения тела в конце третьей секунды, а также радиус кривизны траектории R в точке, соответствующей этому времени. Сопротивлением воздуха пренебречь.

а) υ= 39 м/с, a_τ= 7,7 м/с^2, a_n = 6,4 м/с^2, a = 10 м/с, R = 238 м;
б) υ= 35 м/с, a_τ = 7,9 м/с^2, a_n = 6,6 м/с^2, a = 13 м/с, R = 242 м;
в) υ= 33 м/с, a_τ = 7,6 м/с^2, a_n = 6,2 м/с^2, a = 8 м/с, R = 232 м;
г) υ= 40 м/с, a_τ = 7,1 м/с^2, a_n = 6,7 м/с^2, a = 12 м/с, R = 240 м.

1.16. Тело брошено вверх с высоты 12 м под углом 30º к горизонту с начальной скоростью 12 м/с. Определить продолжительность полета тела до точки A и до точки B, максимальную высоту, которой достигает тело, дальность полета тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

а) t_A = 1,5 с, t_B = 2,4 с, $h_{\max}$ = 14,85 м , $x_{\max}$ = 24,8 м;
б) t_A = 1,22 с, t_B = 2,29 с , $h_{\max}$ = 13,83 м , $x_{\max}$ = 23,8 м;
в) t_A = 1,7 с, t_B = 2,5 с , $h_{\max}$ = 13,8 м , $x_{\max}$ = 24 м;
г) t_A = 1,42 с, t_B = 2,32 с , $h_{\max}$ = 13,45 м , $x_{\max}$ = 23,1 м.

1.17. Тело брошено вверх с высоты 12 м под углом 30º к горизонту с начальной скоростью 12 м/с. Найти в момент приземления тела следующие величины: скорость и угол падения тела, тангенциальное и нормальное ускорение тела и радиус кривизны траектории.



а) υ_B=19,6 м/с, β=58º56′, a_τ=8,5 м/с^2, a_n=5,45 м/с^2, R = 73,47 м;
б) υ_B=19,8 м/с, β =57º4′, a_τ=8,7 м/с^2, a_n=5,65 м/с^2, R = 74,87 м;
в) υ_B=19,1 м/с, β=58º49′, a_τ=8,2 м/с^2, a_n=5,72 м/с^2, R = 73,74 м;
г) υ_B=19,48 м/с, β=57º46′, a_τ=8,3 м/с^2, a_n=5,23 м/с^2, R = 72,56 м.

1.18. Материальная точка движется по закону
$\vec{r}(t) = A\sin(5t)\vec{i} + B\cos^2(5t)\vec{j}$, где A=2 м, B=3 м. Определить вектор скорости, вектор ускорения и траекторию движения точки.

а) $\vec{\upsilon}(t) = 10\cos(5t)\vec{i} - 15\sin(10t)\vec{j}, \vec{a}(t) = -50\sin(5t)\vec{i} - 150\cos(10t)\vec{j}, y = 3 - \frac{3}{4}x^2;$

б) $\vec{\upsilon}(t) = 5\cos(5t)\vec{i} - 18\sin(10t)\vec{j}, \vec{a}(t) = -55\sin(5t)\vec{i} - 156\cos(10t)\vec{j}, y = 2 - \frac{3}{4}x^2;$

в) $\vec{\upsilon}(t)=15\cos(5t)\vec{i}-20\sin(10t)\vec{j}, \vec{a}(t)=-60\sin(5t)\vec{i}-160\cos(10t)\vec{j}, y=4-\frac{5}{6}x^2$;

г) $\vec{\upsilon}(t)=12\cos(5t)\vec{i}-14\sin(10t)\vec{j}, \vec{a}(t)=-58\sin(5t)\vec{i}-155\cos(10t)\vec{j}, y=2-\frac{2}{3}x^2$.

1.19. Найти модули скорости и ускорения точки в момент времени t = 2 с, если точка движется по закону $\vec{r}(t)=(A+Bt)\vec{i}+\left(Ct+Dt^2\right)\vec{j}$, где A = –9 м, B = 3 м/с, C = 4 м/с, D = –1 м/с^2.

а) $\upsilon=9\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $a=-2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; б) $\vec{\upsilon}=7\frac{\text{м}}{\text{с}}, a=-1\frac{\text{м}}{c^2}$;

в) $\vec{\upsilon}=10\frac{\text{м}}{\text{с}}, a=-4\frac{\text{м}}{c^2}$; г) $\vec{\upsilon}=8\frac{\text{м}}{\text{с}}, a=-3\frac{\text{м}}{c^2}$.

1.20. Радиус-вектор материальной точки, движущейся в поле тяготения Земли, описывается уравнением $\vec{r}=\upsilon_0 t\vec{i}-\frac{gt^2}{2}\vec{j}$, где $\upsilon_0=76\ \frac{\text{м}}{\text{с}}; g$ – ускорение свободного падения; $\vec{i}, \vec{j}$ – орты координатных осей X и Y. Определить момент времени t_1 после начала движения, когда вектор скорости $\vec{\upsilon}$ точки направлен под углом α = 35° к горизонту. Чему равна величина скорости υ в этот момент времени?

а) t_1 = 5,6 с, $\upsilon=93\frac{\text{м}}{\text{с}}$; б) t_1 = 5,8 с, $\upsilon=95\frac{\text{м}}{\text{с}}$;

в) t_1 = 5,42 с, $\upsilon=92{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}}$; г) t_1 = 5,2 с, $\upsilon=90\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

1.21. Точка начала двигаться по окружности радиусом 0,6 м с тангенциальным ускорением 0,1 м/с^2. Чему равна величина нормального и полного ускорения в конце третьей секунды после начала движения? Чему равен угол между векторами полного и нормального ускорения в этот момент?

а) a_n = 0,2 м/с^2, a = 0,25 м/с^2, α = 34°25′;

б) a_n = 0,15 м/с^2, a = 0,18 м/с^2, α = 33º25′;
в) a_n = 0,3 м/с^2, a = 0,27 м/с^2, α = 35º45′;
г) a_n = 0,19 м/с^2, a = 0,23 м/с^2, α = 33º79′.

1.22. Диск радиусом 10 см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота диска от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где B = 1 рад/с, C = 1 рад/с^2, D = 0,5 рад/с^3. Определить для точек на ободе диска к концу второй секунды после начала движения величины: 1) угловой скорости; 2) углового ускорения ; 3) средней угловой скорости за этот промежуток времени; 4) среднего углового ускорения за этот промежуток времени; 5) тангенциального ускорения a_τ; 6) нормальное ускорение a_n; 7) полного ускорения a.

а) ω = 11 рад/с, ε = 8 рад/с^2, $<\omega>$ = 5 рад/с, $<\varepsilon>$ = 5 рад/с^2,
a_τ = 0,8 м/с^2, a_n = 12,1 м/с^2, a = 12,13 м/с^2;
б) ω = 13 рад/с, ε = 11 рад/с^2, $<\omega>$ = 8 рад/с, $<\varepsilon>$= 8 рад/с^2,
a_τ = 1,1 м/с^2, a_n = 12,3 м/с^2, a = 12,33 м/с^2;
в) ω = 9 рад/с, ε = 5 рад/с^2, $<\omega>$=2 рад/с, $<\varepsilon>$=2 рад/с^2,
a_τ=0,6 м/с^2, a_n =11,8 м/с^2, a = 11,83 м/с^2;
г) ω=15 рад/с, ε=13 рад/с^2, $<\omega>$=11 рад/с, $<\varepsilon>$=11 рад/с^2,
a_τ=1,5 м/с^2, a_n =12,6 м/с^2, a=12,5 м/с^2;

1.23. Маховик, вращавшийся с постоянной частотой n_0 = 10 об/с, при торможении начал вращаться равно замедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика снова сделалось равномерным, но уже с частотой n = 6 об/с. Определить величину углового ускорения ε маховика и время торможения t, если за время торможения маховик сделал N = 50 оборотов.

а) ε = –4,02 рад/с^2, t = 6,25 с; б) ε = –4,25 рад/с^2, t = 6,40 с;
в) ε = –5,20 рад/с^2, t = 7,3 с; г) ε = –5,4 рад/с^2, t = 7,8 с.

1.24. Точка вращающегося тела, двигаясь по окружности радиусом R = 20 см с постоянным тангенциальным ускорением, к концу третьего оборота после начала движения приобрела линейную скорость υ = 20 см/с. Найти величину нормального ускорения точки за t = 10 с вращения.

а) a_n = 0,06 м/с^2; б) a_n = 0,03 м/с^2; в) a_n = 0,08 м/с^2; г) a_n = 0,01 м/с^2.

1.25. Раскручиваясь в течение t = 2 мин, маховик набирает частоту n = 900 об/мин. Найти величину углового ускорения ε маховика и число оборотов N, которое он совершил за это время.

а) ε = 0,8 рад/с^2, N = 920; б) ε = 0,7 рад/с^2, N = 880;
в) ε = 0,78 рад/с^2, N = 900; г) ε = 0,82 рад/с^2, N = 930.

1.26. Маховик вращается равно ускоренно. Найти угол α, который составляет вектор полного ускорения $\vec{a}$ любой точки маховика с радиусом в момент, когда маховик совершит первые два оборота.

а) α = 2º17′; б) α = 2º45′; в) α = 2º04; г) α = 2º35′.

1.27. По горизонтальной поверхности катится колесо радиусом R с угловой скоростью ω. Найти траекторию, описываемую точкой A, лежащей на ободе колеса. Начальные условия: при t = 0
$x_A = 0$, $y_A = 0$, $\varphi = 0$.

а) траекторией точки A является циклоида;
б) траекторией точки A является эллипс;
в) траекторией точки A является круг;
г) траекторией точки A является парабола.

1.28. Зависимость пути S от времени t для вращающейся по окружности радиусом R = 6 м точки M дается в виде уравнения $S = At^3$, где A = 0,2 м/с^3. Определить модуль тангенциального a_τ, модуль нормального a_n и модуль полного а ускорения для момента времени, когда величина линейной скорости точки υ = 0,6 м/с, а также угол φ между векторами $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}$.

а) a_τ = 1,4 м/с^2, a_n = 0,08 м/с^2, a = 1,4 м/с^2, φ = 4°;
б) a_τ = 1 м/с^2, a_n = 0,04 м/с^2, a = 1 м/с^2, φ = 2°;
в) a_τ = 1,7 м/с^2, a_n = 0,09 м/с^2, a = 1,8 м/с^2, φ = 6°;

г) $a_\tau = 1{,}2$ м/с^2, $a_n = 0{,}06$ м/с^2, $a = 1{,}2$ м/с^2; $\varphi = 3°$.

1.29. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его величина угловой скорости зависит от угла поворота φ по закону $\omega = \omega_0 - \alpha\varphi$, где $\omega_0 = 3$ рад/с, $\alpha = 0{,}1$ с$^{-1}$. В момент времени $t_0 = 0$ угол $\varphi_0 = 0$. Найти величину угловой скорости вращения тела для момента времени $t = 2$ с.

а) $\omega = 2{,}8$ рад/с; б) $\omega = 3.2$ рад/с; в) $\omega = 2{,}2$ рад/с; г) $\omega = 2{,}46$ рад/с.

1.30. Твердое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\varepsilon = \alpha t$, где $\alpha = 0{,}02$ рад/с^3. Через какое время после начала вращения вектор полного ускорения произвольной точки тела будет составлять угол $\varphi = 60°$ с ее вектором скорости?

а) $t = 9$ с; б) $t = 12$ с; в) $t = 7$ с; г) $t = 5$ с.

2. Динамика материальной точки. Основные понятия и формулы

Масса тела m – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи определяющая её инерционные и гравитационные свойства.

Физическая сила $\vec{F}$ – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

В механике мы рассматриваем различные силы:

силу тяжести

$\vec{F}_m = m\vec{g}$,

где $\vec{g}$ – ускорение свободного падения;

силы упругой деформации при растяжении (сжатии)

$\vec{F} = -k\vec{x}$ либо $\sigma = E\dfrac{\Delta l}{l_0}$,

где $k = \dfrac{ES}{l_0}$ – коэффициент упругости (жесткости), $\sigma = F/S$ – механическое напряжение, E – модуль Юнга, $\Delta l = |\vec{x}|$– абсолютное удлинение (сокращение) тела при деформации;

силу трения скольжения

$\vec{F}_{тр} = -\mu N\vec{e}_{\upsilon}$, где μ – коэффициент трения скольжения; N – величина силы реакции опоры (сила нормального давления на опору); $\vec{e}_{\upsilon}$ единичный вектор, направленный по вектору скорости . Сила трения покоя меняет свое значение от нуля до величины силы трения скольжения $\vec{F}_{тр}$;

силу трения качения

$\vec{F}_{трк} = -\dfrac{\mu_к}{r}N\vec{e}_{\upsilon}$,

где $\mu_к$ – коэффициент трения качения; r – радиус катящегося тела;

силу гравитационного притяжения

$\vec{F}_T = G\dfrac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r}$, где $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/кг·с^2 – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 – массы взаимодействующих объектов, $\vec{r}$ – радиус-вектор, соединяющий объекты, r – модуль радиус-вектора $\vec{r}$ (расстояние между объектами);

силу Архимеда

$$\vec{F}_A = -\rho V\vec{g},$$

где ρ – плотность жидкости или газа, V – объем погруженной в жидкость или газ части тела.

Импульс, количество движения – мера механического движения, равная для материальной точки произведению ее массы m на вектор ее скорости $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon}.$$

Импульс механической системы равен векторной сумме импульсов всех n материальных точек системы или произведению массы всей системы m на скорость ее центра масс $\vec{\upsilon}_c$:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{\upsilon}_i = m\vec{\upsilon}_c.$$

Скорость центра масс системы материальных точек

$$\vec{\upsilon}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{\upsilon}_i}{m},$$

где m_i и $\vec{r}_i$ – соответственно масса и радиус-вектор i-той материальной точки; n – число материальных точек в системе, m – масса всей системы.

Координаты центра масс системы материальных точек:

радиус-вектор

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_i}{m};$$

в координатной форме

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{m};\ y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{m};\ z_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{m},$$

где m_i, $\vec{r}_i$, x_i, y_i, z_i – соответственно масса, радиус-вектор и координата i – той материальной точки; n – число материальных точек в системе, m – масса всей системы.

Закон сохранения импульса для замкнутой системы

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = \text{const}\,.$$

При решении задач формулировка первого закона Ньютона полезна в следующей форме: если результирующая всех сил, действующих на материальную точку (тело), равна нулю, то тело покоится или совершает равномерное и прямолинейное движение.

Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки): скорость изменения импульса точки равна равнодействующей силе, действующей на точку:

$$\sum_{i=1}^{k} \vec{F}_i = m\vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\left(m\vec{\upsilon}\right)}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где $\sum_{i=1}^{k} \vec{F}_i$ – векторная сумма сил, действующих на тело массой m; k – число действующих сих.

В проекциях на касательную и нормаль к траектории точки это же уравнение будет иметь вид

$$F_\tau = ma_\tau = m\frac{d\upsilon}{dt}; \qquad F_n = ma_n = \frac{m\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R\,.$$

Все силы в природе являются силами взаимодействия. Этот факт выражает суть третьего закона Ньютона: с какой силой тело 1 действует на тело 2, с такой же силой, но противоположной по направлению, тело 2 действует на тело 1:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Уравнение движения тела переменной массы (уравнение Мещерского)

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p,$$

где $\vec{F}_p = -\vec{u}\dfrac{dm}{dt}$ – реактивная сила ($\vec{u}$ – скорость истечения газов из ракеты).

Работа постоянной силы на прямолинейном участке пути

$$\Delta A = \vec{F}\Delta\vec{r} = F\Delta S\cos(\alpha),$$

где α – угол между векторами силы $\vec{F}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$, $\Delta S = \left|\Delta\vec{r}\right|$ – элементарный путь.

Работа, совершаемая переменной силой на пути s,

$$A = \int_S \vec{F}d\vec{r} = \int_S F_s ds = \int_S F\cos\alpha ds,$$

где $\vec{F}_S$ – проекция вектора силы на вектор перемещения $d\vec{r}$, $dS = |d\vec{r}|$ – модуль вектора перемещения.

Средняя мощность за промежуток времени Δt

$$\langle N \rangle = \frac{A}{\Delta t}.$$

Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt} \text{ или } N = \vec{F}\vec{\upsilon} = F_s \upsilon = F\upsilon\cos\alpha.$$

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$E_K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия

упругих сил

$$E_П = \frac{kx^2}{2},$$

где k – коэффициент упругости, x – абсолютная деформация;

гравитационного взаимодействия двух тел

$$E_П = -G\frac{m_1 m_2}{r^2};$$

тéла, находящегося в однородном гравитационном поле,

$$E_П = mgh,$$

где h – высота над уровнем, принимаемым за нулевой (для консервативной системы).

Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией тела

$$\vec{F} = -gradE_{\text{П}} = -(\frac{\partial E_{\text{П}}}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_{\text{П}}}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_{\text{П}}}{\partial z}\vec{k}),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы координатных осей.

Если в замкнутой системе действуют только консервативные силы, то механическая энергия сохраняется:

$$E = E_K + E_П = \text{const}.$$

Если кроме консервативных сил действуют неконсервативные, то изменение полной механической энергии равно работе неконсервативных сил:

$$E_2 - E_1 = A.$$

Скорость движения тел массами m_1 и m_2, движущихся до удара со скоростями $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ соответственно, после абсолютно упругого центрального удара

$$\vec{\upsilon}_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{\upsilon}_1 + 2m_2\vec{\upsilon}_2}{m_1 + m_2}; \qquad \vec{\upsilon}_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{\upsilon}_2 + 2m_1\vec{\upsilon}_1}{m_1 + m_2}.$$

Скорость движения тел массами m_1 и m_2, движущихся соответственно со скоростями $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$, после абсолютно неупругого центрального удара

$$\vec{\upsilon} = \frac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2}{m_1 + m_2}.$$

Закон всемирного тяготения в скалярной форме

$$F_T = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где F_T – величина силы всемирного тяготения (гравитационная сила) двух тел массами m_1 и m_2; r – расстояние между точками.

Напряженность поля тяготения

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где $\vec{F}$ – сила тяготения, действующая на тело массой m, помещенное в данную точку поля.

Работа в поле тяготения, создаваемого объектом массой M по перемещению тела массой m:

$$A = GmM\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right).$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух тел массами m_1 и m_2, находящихся на расстоянии r друг от друга,

$$E_П = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Потенциал поля тяготения

$$\varphi = \frac{E_П}{m},$$

где $E_П$ – потенциальная энергия материальной точки массой m, помещенной в данную точку поля.

Потенциал поля тяготения, создаваемый телом массой M,

$$\varphi_П = -\frac{GM}{R},$$

где R – расстояние от центра тела до рассматриваемой точки.

Связь между потенциалом поля тяготения и его напряженностью: $\vec{g} = -grad\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi_П}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi_П}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi_П}{\partial z}\vec{k}\right)$.

Знак «минус» в формуле показывает, что вектор напряженности $\vec{g}$ направлен в сторону убывания потенциала.

Третий закон Кеплера

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3},$$

где T_1 и T_2 – периоды обращения планет вокруг Солнца; R_1 и R_2 – большие полуоси орбит этих планет.

Первая космическая скорость

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{GM_З}{r}} = \sqrt{gR_З} = 7{,}9\cdot 10^3 \text{ м/с},$$

где $M_З$, $R_З$ – соответственно масса и радиус Земли, r – радиус круговой орбиты, G – гравитационная постоянная.

Вторая космическая скорость

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2GM_З}{r}} = \sqrt{2gR_з} = 11{,}2\cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Основной закон динамики для неинерциальных систем отсчета

$$m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{ин},$$

где $\vec{a}$ и $\vec{a}'$ – соответственно ускорения тела в инерциальной и неинерциальной системах отсчета; $\vec{F}_{ин}$ – силы инерции.

Силы инерции

$$\vec{F}_{ин} = \vec{F}_и + \vec{F}_ц + \vec{F}_к,$$

где $\vec{F}_и$ – силы инерции, проявляющиеся при поступательном движении системы отсчета с ускорением $\vec{a}_0$,

$$\vec{F}_и = -m\vec{a}_0;$$

$F_ц$ – центробежные силы инерции (силы инерции, действующие во вращающейся системе отсчета на тела, удаленные от оси вращения на конечное расстояние R),

$$F_ц = -m\omega^2 R;$$

$\vec{F}_к$ – сила Кориолиса (сила инерции, действующая на тело, движущееся со скоростью $\vec{\upsilon}'$ во вращающейся системе отсчета),

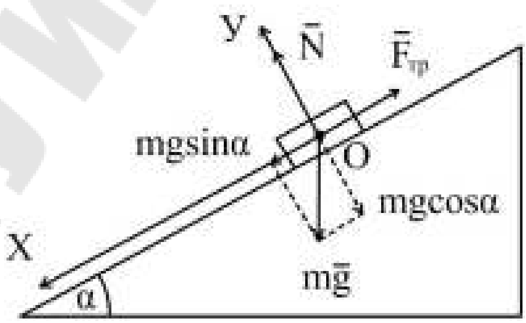
$\vec{F}_к = 2m[\vec{\upsilon}', \vec{\omega}]$.

Тестовые задачи по динамике материальной точки

2.1. Движение материальной точки массой m = 0,25 кг описывается уравнением $\vec{r} = A\sin\omega t\vec{i} + A\cos\omega t\vec{j}$, где A = 2 м; ω = 0,7 $\frac{рад}{с}$; $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – орты координатных осей x и y. Определить путь S, пройденный точкой за время t_1 = 8 с, и величину силы $\vec{F}$, действующей на точку в конце указанного промежутка времени.

а) S = 11,2 м, F = 0,245 Н; б) S = 13,4м, F = 0,295 Н;
в) S = 12,5 м, F = 0,273 Н; г) S = 10,8 м, F = 0,225 Н.

2.2. Тело движется вниз равно ускоренно по наклонной плоскости, и зависимость пройденного пути от времени задается уравнением $S = 2t + 1,6t^2$. Найти коэффициент трения μ тела о плоскость, если угол наклона плоскости к горизонту равен 30º.



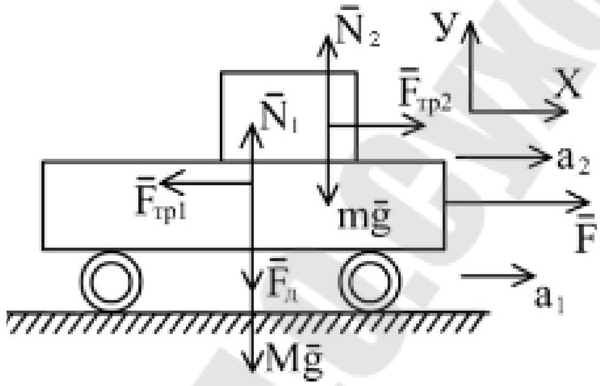
а) μ = 0,4; б) μ = 0,1;
в) μ = 0,2; г) μ = 0,8.

2.3. На вершине двух наклонных плоскостей, образующих с горизонтом углы α = 30º и β = 45º, укреплен блок. Грузы $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг соединены нитью, перекинутой через блок. Определить величину ускорения a, с которым начнут двигаться грузы вдоль наклонной плоскости, и величину силы натяжения нити T. Коэффициенты трения грузов о плоскости равны между собой: $м_1 = м_2 = м = 0,1$. Блок и нить невесомы.

а) a = 0,15 $\frac{м}{с^2}$, T = 7,8 Н; б) a = 0,19 $\frac{м}{с^2}$, T = 8,1 Н;

в) $a = 0{,}11\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, Т = 7,1 Н; г) $a = 0{,}32\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, Т = 8,9 Н.

2.4. Тело массой M = 20 кг может скользить по горизонтальной поверхности без трения. На теле лежит груз массой m = 10 кг. Тело массой M тянут с силой F, направленной горизонтально. Коэффициент трения между грузом и тележкой μ = 0,1 (см. рисунок). Найти величину ускорения тела a_1 и груза a_2, а также величину силы трения между грузом и телом, если: 1) $F_1 = 20$ Н;



2) $F_2 = 60$ Н.

а) 1) $a = 0{,}94\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, F_{\text{пок}} = 7{,}5\,\text{Н},$ 2) $a_1 = 2{,}78\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, a_2 = 1{,}24\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, F_{\text{тр}} = 10{,}5\,\text{Н};$

б) 1) $a = 0{,}45\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, F_{\text{пок}} = 5{,}9\,\text{Н},$ 2) $a_1 = 2{,}2\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, a_2 = 0{,}76\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, F_{\text{тр}} = 8{,}9\,\text{Н};$

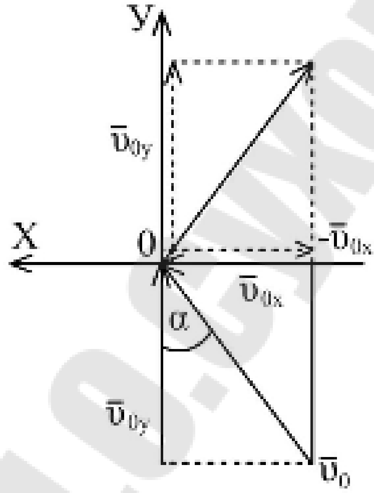
в) 1) $a = 1{,}35\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, F_{\text{пок}} = 9{,}1\,\text{Н},$ 2) $a_1 = 3{,}6\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, a_2 = 1{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, F_{\text{тр}} = 11{,}9\,\text{Н};$

г) 1) $a = 0{,}67\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, F_{\text{пок}} = 6{,}7\,\text{Н},$ 2) $a_1 = 2{,}51\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, a_2 = 0{,}98\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, F_{\text{тр}} = 9{,}8$ Н.

2.5. Шар массой m = 500 кг, падая с высоты h = 1 м, ударяется о металлическую плиту. Определить среднее значение силы удара $\langle F \rangle$, если его длительность t = 0,01 с. Удар считать абсолютно упругим.

а) $\langle F \rangle = 221$ кН; б) $\langle F \rangle = 236$ кН; в) $\langle F \rangle = 212$ кН; г) $\langle F \rangle = 232$ кН.

2.6. Найти модуль импульса ΔP, полученного плоской поверхностью в результате абсолютно упругого удара о нее шара массой m = 0,5 кг, если перед ударом шар имел скорость $\upsilon_0 = 5\ \frac{м}{с}$, направленную под углом α = 30º к поверхности.



а) $\Delta P = 2{,}9\ \frac{кг \cdot м}{с}$; б) $\Delta P = 3{,}5\ \frac{кг \cdot м}{с}$;

в) $\Delta P = 2{,}2\ \frac{кг \cdot м}{с}$; г) $\Delta P = 2{,}5\ \frac{кг \cdot м}{с}$.

2.7. Тело массой m = 1 кг, двигаясь равномерно, описывает три четверти окружности радиусом R = 2 м за время t = 6 с. Найти изменение модуля импульса ΔP.

а) $\Delta P = 1{,}57\frac{кг \cdot м}{с}$; б) $\Delta P = 1{,}14\frac{кг \cdot м}{с}$;

в) $\Delta P = 1{,}98\frac{кг \cdot м}{с}$; г) $\Delta P = 2{,}35\frac{кг \cdot м}{с}$.

2.8. Снаряд массой m = 100 кг вылетел из орудия под углом α = 30º к горизонту с начальной скоростью $\upsilon_0 = 600\ \frac{м}{с}$. Найти: 1) модуль импульса силы, действующей на снаряд во время полета; 2) изменение модуля импульса снаряда ΔP за время его полета.

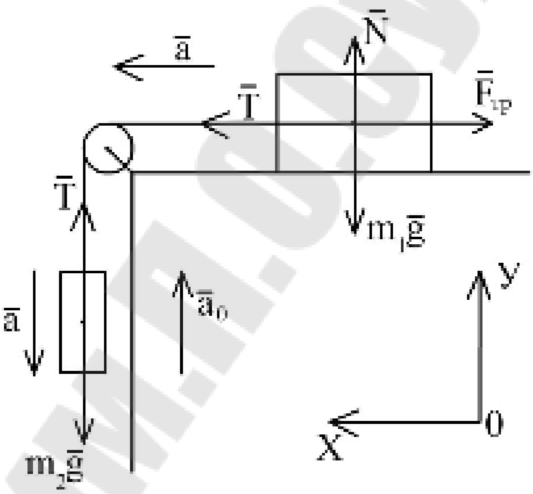
а) $\Delta P = Ft = -6 \cdot 10^4\ \frac{кг \cdot м}{с}$; б) $\Delta P = Ft = -9 \cdot 10^4\ \frac{кг \cdot м}{с}$;

в) $\Delta P = Ft = -15 \cdot 10^4\ \frac{кг \cdot м}{с}$; г) $\Delta P = Ft = -4 \cdot 10^4\ \frac{кг \cdot м}{с}$.

2.9. На рисунке показан блок пренебрежимо малой массы, подвешенный к пружинным весам. К концам нити, переброшенной через блок, прикреплены грузы M_1 = 1 кг и M_2 = 5 кг. Грузы движутся с ускорением под действием силы тяжести. Трение в блоке отсутствует. Что покажут весы?

а) $T_2 = 40\,\text{Н}$; б) $T_2 = 36\,\text{Н}$; в) $T_2 = 32\,\text{Н}$; г) $T_2 = 45\,\text{Н}$.

2.10. Система грузов $m_1 = 0{,}5$ кг и $m_2 = 0{,}6$ кг находится в лифте, движущемся вверх с ускорением $a_0 = 4{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (см. рисунок). Определить модуль силы натяжения нити, если коэффициент трения между грузом m_1 и опорой μ = 0,1 и модуль ускорения груза m_2 относительно неподвижной системы отсчета.



а) $T = 4{,}5\,\text{Н}$, $a' = -1{,}45\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; б) $T = 4{,}9\,\text{Н}$, $a' = -1{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$;

в) $T = 5{,}4\,\text{Н}$, $a' = -2{,}4\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; г) $T = 4{,}14\,\text{Н}$, $a' = -1{,}23\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2.11. Парашютист массой m = 90 кг делает затяжной прыжок. Найти величину скорости парашютиста в момент раскрытия парашюта, если сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения: $\vec{F}_c = -r\vec{\upsilon}$, где r = 15 кг/с. Начальную скорость υ_0 принять равной нулю. Раскрытие парашюта произошло через 9 с свободного полета.

а) $\upsilon = 45{,}7\frac{\text{м}}{\text{с}}$; б) $\upsilon = 48{,}9\frac{\text{м}}{\text{с}}$; в) $\upsilon = 44\frac{\text{м}}{\text{с}}$; г) $\upsilon = 41\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2.12. Ракета начальной массой m_0 = 500 г выбрасывает непрерывную струю газа с постоянной относительно нее скоростью υ_0 = 400 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Расход газа q = 150 $\frac{\text{г}}{\text{с}}$. Пренебрегая сопротивлением воздуха и внешним силовым полем, определить, какую по величине скорость относительно Земли приобретает ракета через время t = 2 с после начала движения.

а) $\upsilon = 355\frac{м}{с}$; б) $\upsilon = 378\frac{м}{с}$; в) $\upsilon = 365\frac{м}{с}$; г) $\upsilon = 387\frac{м}{с}$.

2.13. Моторная лодка массой m = 400 кг, двигаясь по озеру, за t = 10 с достигает скорости υ = 36 $\frac{км}{ч}$. Найти модуль силы тяги мотора F_m, считая ее постоянной, если сила сопротивления движению $\vec{F}_c = -k\vec{\upsilon}$, где k = 120 кг/с.

а) $F_m = 1260$ Н; б) $F_m = 1300$ Н; в) $F_m = 1220$ Н; г) $F_m = 1342$ Н.

2.14. Величина скорости пули массой m = 9 г при движении в воздухе за t = 1 с уменьшилась с $\upsilon_0 = 900$ м/с до $\upsilon = 200$ м/с. Найти коэффициент сопротивления k, считая модуль силы сопротивления воздуха пропорциональным квадрату скорости: $F_c = k\upsilon^2$.

а) $k = 3{,}9 \cdot 10^{-5}\frac{кг}{м}$; б) $k = 3{,}5 \cdot 10^{-5}\frac{кг}{м}$;
в) $k = 3{,}1 \cdot 10^{-5}\frac{кг}{м}$; г) $k = 4{,}5 \cdot 10^{-5}\frac{кг}{м}$.

2.15. Однородная цепочка длиной l = 1,5 м и массой m = 3 кг лежит на столе. Если часть цепочки длиной $l_0 = 0{,}2$ м спустить со стола, то она начнет скользить вниз. Коэффициент трения цепочки о стол μ = 0,1. Найти работу, совершаемую против силы трения при соскальзывании всей цепочки.

а) $A = 1{,}95$ Дж; б) $A = 2{,}26$ Дж; в) $A = 2{,}75$ Дж; г) $A = 1{,}69$ Дж.

2.16. Однородная тонкая пластинка имеет форму круга (радиус R =60 см), в котором вырезано круглое отверстие (радиус r= 25 см), с центром, лежащим на середине вертикального радиуса пластинки (см. рисунок). Определить положение центра масс этой фигуры.

а) $x_c = -6{,}3$ см; б) $x_c = -6{,}9$ см; в) $x_c = -7{,}5$ см; г) $x_c = -7{,}8$ см.

2.17. Определить положение центра масс (радиус-вектор центра масс $\vec{r}_c$ и его модуль $|\vec{r}_c|$) системы, состоящей из трех материальных точек массами $m_1 = 1{,}4$ кг, $m_2 = 1{,}2\,кг$ и $m_3 = 1{,}8$ кг, находящихся в вершинах равностороннего треугольника со стороной a = 0,6 м. Определить также угол α (см. рисунок).

а) $\vec{r}_c = (32{,}7\vec{i} + 14\vec{j})$ см, $r_c = 35{,}7$ см. $\alpha = 23°25'$;
б) $\vec{r}_c = (33{,}7\vec{i} + 15\vec{j})$ см, $r_c = 36{,}9$ см. $\alpha = 24°35'$;
в) $\vec{r}_c = (34{,}4\vec{i} + 16\vec{j})$ см, $r_c = 38{,}7$ см, $\alpha = 25°42'$;
г) $\vec{r}_c = (35{,}7\vec{i} + 17\vec{j})$ см, $r_c = 39{,}8$ см, $\alpha = 26°62'$.

2.18. На железнодорожной платформе, движущейся со скоростью $\upsilon_0 = 3{,}6$ км/ч, укреплено орудие (см. рисунок). Масса платформы с орудием M = 1 т. Ствол орудия направлен в сторону движения платформы и приподнят над горизонтом на угол $\alpha = 60°$. Найти модуль скорости снаряда υ' (m = 10 кг) относительно платформы, если после выстрела величина скорости платформы уменьшилась в n = 2 раза.

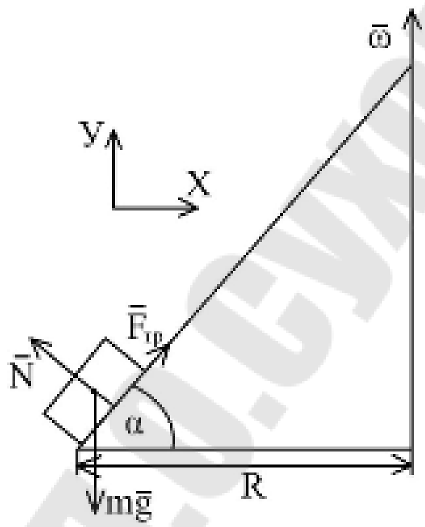
а) $\upsilon' = 110\frac{м}{с}$; б) $\upsilon' = 114\frac{м}{с}$; в) $\upsilon' = 96\frac{м}{с}$; г) $\upsilon' = 101\frac{м}{с}$.

2.19. Снаряд, летящий на высоте H = 40 м горизонтально со скоростью υ = 100 м/с, разрывается на две равные части. Одна часть снаряда спустя время t = 1 с падает на землю точно под местом взрыва. Определить величину скорости другой части снаряда сразу после взрыва.

а) $\upsilon_2 = 202\frac{м}{с}$; б) $\upsilon_2 = 214\frac{м}{с}$; в) $\upsilon_2 = 220\frac{м}{с}$; г) $\upsilon_2 = 230\frac{м}{с}$.

2.20. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 60^o$ с горизонтом. Зависимость пути S от времени t задается уравнением $S = A + Bt + Ct^2$, где A = 5 м; $B = -1$ м/с; C = 1,5 м/с^2. Найти коэффициент трения μ тела о плоскость.

а) $\mu = 1{,}5$; б) $\mu = 1{,}9$; в) $\mu = 1{,}1$; г) $\mu = 0{,}8$.



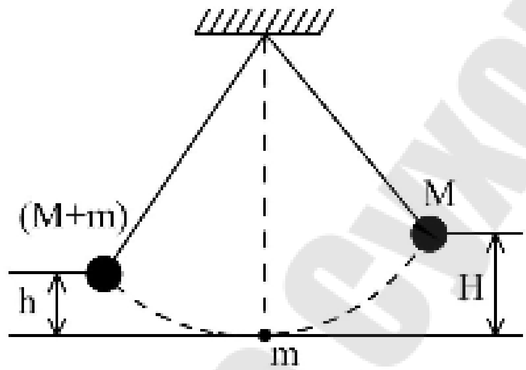
2.21. На краю наклонной плоскости с углом наклона α лежит тело. Плоскость равномерно вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\vec{щ}$. Расстояние от тела до оси вращения R (см. рисунок).

Определить наименьший коэффициент трения μ_0, при котором тело удерживается на вращающейся наклонной плоскости.

Рассмотреть два предельных случая: 1) тело находится на горизонтальной плоскости, которая равномерно вращается вокруг вертикальной оси; 2) тело лежит на неподвижной наклонной плоскости.

а)
$$\mu_0 = \frac{\omega^2 R\cos\alpha + g\sin\alpha}{g\cos\alpha - \omega^2 R\sin\alpha},\ 1)\,\alpha = 0,\ \mu_0 = \frac{\omega^2 R}{g},\ \ 2)\,\omega = 0,\ \ \mu_0 = tg\alpha;$$
б)
$$\mu_0 = \frac{\omega^2 R\sin\alpha + g\cos\alpha}{g\sin\alpha - \omega^2 R\cos\alpha},\ 1)\,\alpha = 0,\ \mu_0 = \frac{\omega^2 g}{R},\ \ 2)\,\omega = 0,\ \ \mu_0 = ctg\alpha;$$
в) $$\mu_0 = \frac{\omega^2 Rtg\alpha + gctg\alpha}{gtg\alpha - \omega^2 Rctg\alpha},\ \ 1)\,\alpha = 0,\ \mu_0 = \frac{\omega^2 g}{R},\ \ 2)\,\omega = 0,\ \ \mu_0 = \cos\alpha;$$
г) $$\mu_0 = \frac{\omega^2 Rctg\alpha + gtg\alpha}{gctg\alpha - \omega^2 Rtg\alpha},\ 1)\,\alpha = 0,\ \mu_0 = \frac{\omega^2 R}{g},\ \ 2)\,\omega = 0,\ \ \mu_0 = \sin\alpha.$$

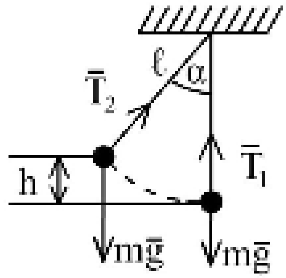
2.22. Маятник с грузиком массой M подняли на высоту H и отпустили. В нижней точке своей траектории грузик налетает на кусочек пластилина массой m (см. рисунок). До какой высоты h поднимется грузик с налипшим на нем пластилином? Какая часть механической энергии при этом ударе перейдет во внутреннюю энергию W?



а) $h = \frac{m}{M+m}, W = MgH\frac{M}{M+m}$; б) $h = \frac{M}{M+m}, W = MgH\frac{m}{M+m}$;

в) $W = \frac{M}{M+m}, h = MgH\frac{m}{M+m}$; г) $W = \frac{m}{M+m}, h = MgH\frac{M}{M+m}$.

2.23. Шарик массой m = 0,2 кг, подвешенный на нити длиной l = 1 м, совершает колебания в вертикальной плоскости. Найти угол α отклонения нити от вертикали, при котором кинетическая энергия шарика в его нижнем положении $E_к = 1,6$ Дж. Чему равно отношение модулей сил натяжения нити в нижнем и верхнем положениях?



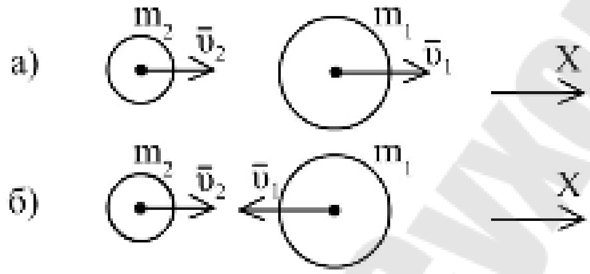
а) $\alpha = \arccos(0,8) \approx 36,9°,\ \frac{T_1}{T_2} = 14,2$;

б) $\alpha = \arccos(0,6) \approx 53,1°,\ \frac{T_1}{T_2} = 13,8$;

в) $\alpha = \arccos(0,4) \approx 66,5°,\ \frac{T_1}{T_2} = 13,5$;

г) $\alpha = \arccos(0,2) \approx 78,5°,\ \frac{T_1}{T_2} = 13,1$.

2.24. Два шара массами $m_1 = 6$ кг и $m_2 = 4$ кг движутся со скоростями $\upsilon_1 = 5$ м/с и $\upsilon_2 = 12$ м/с и сталкиваются друг с другом. Найти величину скорости шаров после удара, считая удар прямым и неупругим, в случаях, когда: 1) второй шар догоняет первый; 2) шары движутся навстречу друг другу.



а) 1) $u = 7{,}2\frac{\text{м}}{\text{с}}$, 2) $1{,}2\frac{\text{м}}{\text{с}}$; б) 1) $u = 7{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}}$, 2) $1{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}}$;

в) 1) $u = 8{,}4\frac{\text{м}}{\text{с}}$, 2) $2{,}2\frac{\text{м}}{\text{с}}$; г) 1) $u = 8{,}7\frac{\text{м}}{\text{с}}$, 2) $2{,}5\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2.25. Какую часть кинетической энергии передает движущийся шар массой m_1 неподвижному шару массой m_2 при абсолютно упругом центральном ударе, если: а) $m_1 = m_2$; б) $m_1 = 7m_2$.

а) а) $\frac{E'_{к2}}{E'_{к1}} = 1$, б) $\frac{E'_{к2}}{E'_{к1}} = 0{,}44$; б) а) $\frac{E'_{к2}}{E'_{к1}} = 1{,}2$, б) $\frac{E'_{к2}}{E'_{к1}} = 0{,}6$;

в) а) $\frac{E'_{к2}}{E'_{к1}} = 1{,}5$, б) $\frac{E'_{к2}}{E'_{к1}} = 0{,}75$; г) а) $\frac{E'_{к2}}{E'_{к1}} = 1{,}9$, б) $\frac{E'_{к2}}{E'_{к1}} = 0{,}9$.

2.26. На тележке, представляющей собой длинную доску с колесами на концах, стоит человек массой M = 70 кг. Определить модуль скорости перемещения доски $\upsilon_д$ относительно земли, если человек будет двигаться вдоль нее со скоростью υ = 2 м/с (относительно доски). Масса доски m = 10 кг. Массой колес и сопротивлением при движении пренебречь.

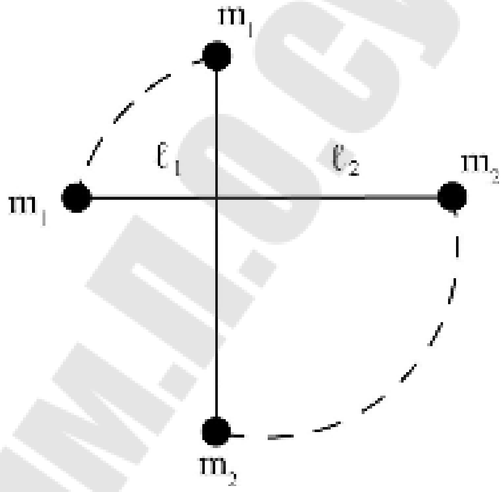
а) $\upsilon_д = 1{,}9\frac{\text{м}}{\text{с}}$; б) $\upsilon_д = 2{,}7\frac{\text{м}}{\text{с}}$; в) $\upsilon_д = 1{,}1\frac{\text{м}}{\text{с}}$; г) $\upsilon_д = 1{,}75\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2.27. Груз массой m = 4,5 кг, подвешенный на нити длиной l = 1,6 м, вращается в горизонтальной плоскости с частотой n = 36 об/мин. Найти угол α, образованный нитью с вертикалью, модули силы натяжения нити T и скорости вращения груза υ.

а) $\alpha = 70°, T = 109\,\text{Н},\ \upsilon = 6\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; б) $\alpha = 64°, T = 103\,\text{Н},\ \upsilon = 5{,}1\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$;

в) $\alpha = 59°, T = 95\,\text{Н},\ \upsilon = 4{,}7\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; г) $\alpha = 50°, T = 89\,\text{Н}, \upsilon = 4{,}3\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

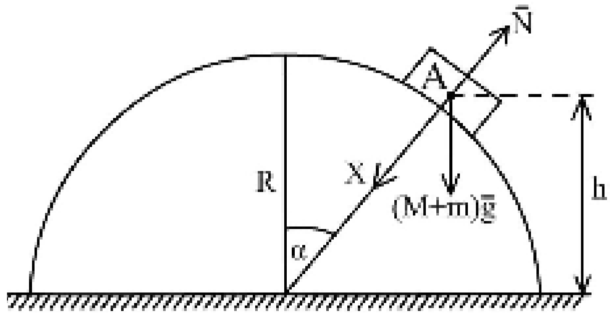
2.28. Вокруг горизонтальной оси может свободно без трения вращаться легкий рычаг, плечи которого равны l_1 и l_2. На концах рычага укреплены грузы m_1 и m_2. Предоставленный самому себе рычаг переходит из горизонтального положения в вертикальное (см. рисунок). Какова величина скорости υ_2 в нижней точке второго груза?



а) $\upsilon_2 = l_2\sqrt{\dfrac{2(m_2 l_2 + m_1 l_1)g}{m_2 l_2^2 - m_1 l_1^2}}$; б) $\upsilon_2 = l_2\sqrt{\dfrac{(m_2 l_2 + m_1 l_1)g}{m_2 l_2^2 - m_1 l_1^2}}$;

в) $\upsilon_2 = l_2\sqrt{\dfrac{(m_2 l_2 - m_1 l_1)g}{m_2 l_2^2 + m_1 l_1^2}}$; г) $\upsilon_2 = l_2\sqrt{\dfrac{2(m_2 l_2 - m_1 l_1)g}{m_2 l_2^2 + m_1 l_1^2}}$;

2.29. Небольшое тело массой M лежит на вершине гладкой полусферы радиусом R. В тело попадает пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью υ_0, и застревает в нем. Пренебрегая смещением тела во время удара, определить высоту h, на которой тело оторвется от поверхности полусферы. При какой по величине скорости пули тело сразу оторвется от полусферы?



а) $h = \dfrac{2R}{3} + \dfrac{1}{3g}\left(\dfrac{m\upsilon_0}{m+M}\right)^2, \upsilon_0' = \dfrac{M+m}{m}\sqrt{gR}$;

б) $h=\frac{3R}{2}+\frac{1}{3g}(\frac{M\upsilon_0}{m+M})^2, \upsilon_0'=\frac{M+m}{M}\sqrt{gR};$

в) $h=\frac{3R}{2}+\frac{1}{2g}(\frac{M\upsilon_0}{m+M})\ , \upsilon_0'=\frac{M+m}{m}\sqrt{gR};$

г) $h=\frac{3R}{2}+\frac{1}{g}(\frac{M\upsilon_0}{m+M}), \upsilon_0'=M+m\sqrt{gR}.$

2.30. Принимая, что масса Земли неизвестна, определить высоту h, на которой ускорение свободного падения g_1 будет в $n = 3$ раза меньше, чем ускорение свободного падения у поверхности Земли g. Радиус Земли $R_0 = 6{,}37\cdot 10^6$ м.

а) $h = 4{,}4\cdot 10^6$ м; б) $h = 4{,}1\cdot 10^6$ м;

в) $h = 4{,}8\cdot 10^6$ м; г) $h = 4{,}65\cdot 10^6$ м.

2.31. Определить потенциал φ поля тяготения, создаваемого однородным стержнем длиной $l = 2$ м и линейной плотностью $\tau = 100$ кг/м в точке O, находящейся на оси, проходящей через его середину и лежащей на расстоянии $R = 1$ м от стержня.

а) $\alpha = -25$ нДж/кг; б) $\alpha = -28$ нДж/кг;

в) $\alpha = -20$ нДж/кг; г) $\alpha = -21{,}5$ нДж/кг.

2.32. Тело брошено вниз в безветренную погоду с высоты h с нулевой начальной скоростью и попадает на Землю в точку с географической широтой $\varphi = 50°$ северного полушария. Определить эту высоту h, если отклонение l тела от вертикали при его падении составляет 9 см.

а) $h = 750$ м; б) $h = 755$ м; в) $h = 738$ м; г) $h = 743$ м.

2.33. Тело массой $m_2 = 0{,}6$ кг скользит по наклонной поверхности клина массой $m_1 = 2$ кг. Найти величину ускорения движения тела a_2 и клина a_1, а также величины силы N взаимодействия тела и клина и силы N_3 взаимодействия клина с Землей, если известно, что угол при основании клина $\alpha = 30°$. Трением при движении пренебречь.

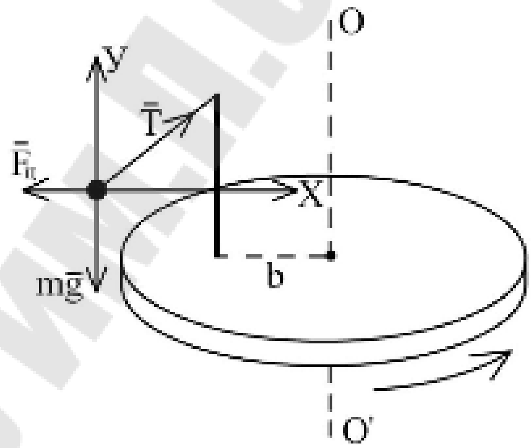
а) $a_1 = 1{,}2\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $a_1 = 6{,}1\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $N = 4{,}8\,\text{Н}$, $N_3 = 24{,}1\,\text{Н}$;

б) $a_1 = 1{,}6\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $a_1 = 6{,}9\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $N = 5{,}5\,\text{Н}$, $N_3 = 25{,}1\,\text{Н}$;

в) $a_1 = 2\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $a_1 = 8\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $N = 6{,}7\,\text{Н}$, $N_3 = 26{,}6\,\text{Н}$;

г) $a_1 = 2{,}3\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $a_1 = 8{,}4\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $N = 7{,}1\,\text{Н}$, $N_3 = 27{,}3\,\text{Н}$.

2.34. Вертикальный стержень укреплен на горизонтальном диске, вращающемся с частотой n = 0,8 с^{-1}. К вершине стержня привязан шарик на нити длиной l = 0,12 м (см. рисунок). Определить расстояние b от стержня до оси вращения, если угол α нити с вертикалью равен 37°.



а) $b = 0{,}29\,\text{м}$; б) $b = 0{,}36\,\text{м}$;

в) $b = 0{,}14\,\text{м}$; г) $b = 0{,}22\,\text{м}$.

2.35. Определить точку либрации Земли, т.е. точку пространства, в которой материальное тело массой m одинаково притягивается Землей и Луной.

а) $r_1 = 3{,}8 \cdot 10^8$ м; б) $r_1 = 4{,}2 \cdot 10^8$ м; в) $r_1 = 3{,}4 \cdot 10^8$ м; г) $r_1 = 3 \cdot 10^8$ м.

2.36. Деревянный шар (ρ = 500 кг/м^3) радиусом R = 5 см удерживается под водой внешней силой. При этом верхняя точка шара касается поверхности воды. Найти работу, которую произведет сила Архимеда, если отпустить шар.

а) $A = 0{,}08\,\text{Дж}$; б) $A = 0{,}14\,\text{Дж}$; в) $A = 0{,}2\,\text{Дж}$; г) $A = 0{,}25\,\text{Дж}$.

2.37. Определить работу сил поля тяготения при перемещении тела массой m = 12 кг из точки 1, находящейся от центра Земли на расстоянии $r_1 = 4R_0$, в точку 2, находящуюся от ее центра на расстоянии $r_2 = 2R_0$, где R_0 – радиус Земли.

а) $A_{12} = 180 \cdot 10^6$ Дж; б) $A_{12} = 187 \cdot 10^6$ Дж;

в) $A_{12} = 196 \cdot 10^6$ Дж; г) $A_{12} = 204 \cdot 10^6$ Дж.

2.38. Определить числовое значение первой космической скорости υ_1 для Луны, если ускорение свободного падения у поверхности Луны g = 1,7 м/с^2, а радиус Луны R = 1,74·10^6 м.

а) $\upsilon_1 = 1{,}72 \cdot 10^3 \, \frac{\text{м}}{\text{с}}$; б) $\upsilon_1 = 1{,}8 \cdot 10^3 \, \frac{\text{м}}{\text{с}}$;

в) $\upsilon_1 = 1{,}85 \cdot 10^3 \, \frac{\text{м}}{\text{с}}$; г) $\upsilon_1 = 1{,}93 \cdot 10^3 \, \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2.39. На краю тележки длиной l = 1,8 м, движущейся горизонтально с ускорением a = 2,1 м/с^2, положили брусок. Определить, за какое время t брусок соскользнет с доски, если коэффициент трения между бруском и тележкой μ = 0,4.

а) $t = 0{,}5$ с; б) $t = 0{,}9$ с; в) $t = 1{,}4$ с; г) $t = 1{,}7$ с.

2.40. Электровоз массой m = 142 т движется со скоростью υ = 79 км/ч на широте φ = 62° вдоль меридиана. Определить, чему равна величина горизонтальной составляющей силы давления на рельсы F.

а) $F = 380$ Н; б) $F = 399$ Н; в) $F = 412$ Н; г) $F = 424$ Н.

3. Динамика вращательного движения. Основные понятия и формулы

Момент силы относительно неподвижной точки

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Момент силы относительно неподвижной оси Z

$$\vec{M}_z = \left[\vec{r}, \vec{F}\right].$$

Модуль момента силы

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

Момент инерции материальной точки

$$J = mr^2,$$

где m – масса точки; r – расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы (тела)

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где r_i – расстояние материальной точки массой m_i до оси вращения.

Ниже приведены моменты инерции некоторых однородных тел массой m правильной геометрической формы.

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	То же	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкостенный стержень длиной l	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
То же	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

В случае непрерывного распределения масс (сплошного однородного твердого тела), $J = \int\limits_m r^2 dm = \rho \int\limits_V r^2 dV$

где ρ – плотность тела; V – его объем.

Теорема Штейнера

$J = J_c + ma^2$,

где J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; J – момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии a; m – масса вращающегося тела.

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки

$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}]$.

Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно неподвижной оси вращения

$$\vec{L}_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i r_i = J_z \vec{\omega}_z,$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i \upsilon_i$ – импульс этой частицы; J_z – момент инерции тела относительно оси Z; $\vec{\omega}_z$ – угловая скорость вращения.

Закон сохранения момента импульса (момента количества движения) для замкнутой системы

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \text{const}.$$

Для двух взаимодействующих тел закон сохранения момента импульса

$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1'\omega_1' + J_2'\omega_2'$,

где $J_1, J_2, \omega_1, \omega_2$ – моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; J_1', $J_2', \omega_2', \omega_2'$ – те же величины после взаимодействия.

Основное уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}; \qquad M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где ε – величина углового ускорения; J_z – момент инерции тела относительно оси Z.

Элементарная работа при вращении тела

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела;

M_z – момент силы относительно оси Z.

Работа внешних сил при повороте твердого тела на конечный угол φ

$$A = \int_0^{\varphi} M_z d\varphi.$$

Если M_z = const, то работа

$$A = M_z \varphi.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси Z,

$$W_{Кар} = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси Z; ω – его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$W_K = \frac{1}{2} m \upsilon_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2,$$

где m – масса тела; υ_c – скорость центра масс тела; J_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

Напряжение при упругой деформации тела

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

Где F – растягивающая (сжимающая) сила; S – площадь поперечного сечения тела.

Относительное продольное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl – изменение длины тела при растяжении (сжатии); l – длина тела до деформации.

Относительное поперечное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d},$$

где Δd – изменение диаметра стержня при растяжении (сжатии); d – диаметр стержня.

Связь между относительным поперечным сжатием (растяжением) ε' и относительным продольным растяжением (сжатием) ε:

$\varepsilon' = \mu\varepsilon$,

где μ – коэффициент Пуассона.

Закон Гука для продольного растяжения (сжатия)

$\sigma = E\varepsilon$,

где E – модуль Юнга.

Потенциальная энергия упругорастянутого (сжатого) тела

$$W_{\Pi} = \int_0^{\Delta l} F dx = \frac{1}{2}\frac{ES}{l}(\Delta l)^2 = \frac{E\varepsilon^2}{2}V,$$

где V – объём тела.

Тестовые задачи по динамике вращательного движения

3.1. Маховик массой 4 кг свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр, делая 720 об/мин. Массу маховика можно считать распределенной по его ободу радиусом 40 см. Через 30 с под действием тормозящего момента маховик остановился. Найти тормозящий момент и число оборотов, которое делает маховик до полной остановки.

а) $M = -1{,}54$ Нм, $N = 120$; б) $M = -2{,}32$ Нм, $N = 240$;
в) $M = -1{,}61$ Нм, $N = 180$; г) $M = -0{,}93$ Нм, $N = 110$.

3.2. Однородный диск, имеющий вес $P = 124$ Н, вращается с постоянным угловым ускорением, и его движение описывается уравнением $\varphi = 30t^2 + 2t + 1$. Диск вращается под действием постоянной касательной тангенциальной силы $F_\tau = 90{,}2$ Н, приложенной к ободу диска. Определить момент сил трения $M_{тр}$, действующих на диск при вращении. Радиус диска $R = 0{,}15$ м.

а) $M_{тр} = 5$ Нм; б) $M_{тр} = 15$ Нм;
в) $M_{тр} = 17$ Нм; г) $M_{тр} = 3$ Нм.

3.3. Найти момент инерции J прямоугольника, сделанного из проволоки, со сторонами $a = 20$ см и $b = 10$ см относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины больших сторон. Масса прямоугольника $m_0 = 0{,}3\,\text{кг}$.

а) $J = 1{,}73 \cdot 10^{-4}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; б) $J = 1{,}67 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$;
в) $J = 1{,}36 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; г) $J = 2{,}71 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

3.4. К стержню длиной $l = 0{,}5\,\text{м}$ и массой $m = 0{,}3\,\text{кг}$ приварен цилиндр массой $M = 1{,}2\,\text{кг}$ и радиусом $R = 0{,}5\,\text{м}$. Определить момент инерции J системы относительно оси OO', проходящей через незакрепленный конец стержня параллельно образующей цилиндра.

а) $J = 1{,}95\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; б) $J = 0{,}647\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$;
в) $J = 3{,}208\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; г) $J = 0{,}738\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

3.5. Определить момент инерции J однородной прямоугольной пластинки массой $500\,\text{г}$ со сторонами $a = 20\,\text{см}$ и $b = 30\,\text{см}$ относительно оси, проходящей через геометрический центр пластинки параллельно большей ее стороне.

а) $J = 2{,}58 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; б) $J = 1{,}94 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$;
в) $J = 1{,}67 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; г) $J = 2{,}13 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

3.6. Найти момент инерции обруча радиусом $R = 30\,\text{см}$ и массой $m = 200\,\text{г}$ относительно оси, проходящей через его центр и лежащей в плоскости обруча.

а) $J = 8{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; б) $J = 9 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$;
в) $J = 14{,}3 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; г) $J = 6{,}7 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

3.7. Найти момент инерции однородного диска массой $m_0 = 1\,\text{кг}$ и радиусом $R = 0{,}5\,\text{м}$ относительно оси, проходящей через центр диска перпендикулярно к его плоскости, если в диске вырезано отверстие радиусом $r = 0{,}1\,\text{м}$, центр которого находится на расстоянии $l = 10\,\text{см}$ от оси диска.

а) $J = 12{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; б) $J = 27{,}4 \cdot 10^{-2}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$;
в) $J = 6{,}9 \cdot 10^{-2}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; г) $J = 17{,}3 \cdot 10^{-2}\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

3.8. Система, состоящая из цилиндрического катка радиусом R и гири, связанных нитью, перекинутой через блок, под действием силы тяжести гири приходит в движение из состояния покоя. Определить величину ускорение $\vec{a}$ центра инерции катка и величину силу натяжения нити $\vec{T}$. Какую величину скорости $\vec{\upsilon}$ приобретет гиря, если она спустится с высоты h? Масса цилиндра M, масса гири m, массой блока пренебречь. Считать, что цилиндр катится по горизонтальной поверхности без скольжения. Трением качения пренебречь.

а) $a=\dfrac{2Mg}{2M+3m}$; $T=\dfrac{2Mmg}{2M+3m}$; $\upsilon=\sqrt{\dfrac{mgh}{2M+3m}}$;

б) $a=\dfrac{2mg}{3M+2m}$; $T=\dfrac{3Mmg}{3M+2m}$; $\upsilon=2\sqrt{\dfrac{mgh}{3M+2m}}$;

в) $a=\dfrac{2mh}{3M+2m}$; $T=\dfrac{3Mmh}{3M+2m}$; $\upsilon=2\sqrt{\dfrac{mgh}{3M+2m}}$;

г) $a=\dfrac{3mg}{3M+2m}$; $T=\dfrac{2Mmg}{3M+2m}$; $\upsilon=\sqrt{\dfrac{mgh}{3M+2m}}$.

3.9. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R=20\,\text{см}$ намотана невесомая нить, к концу которой подвешен груз массой $m=2\,\text{кг}$. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением $a=1\,\text{м/с}^2$. Определить момент инерции J вала и массу m_1 вала.

а) $J=0{,}7\,\text{кг}\cdot\text{м}^2; m_1=35\,\text{кг}$;

б) $J=0{,}7\,\text{кг}\cdot\text{м}^2; m_1=28\,\text{кг}$;

в) $J=0{,}9\,\text{кг}\cdot\text{м}^2; m_1=28\,\text{кг}$;

г) $J=0{,}9\,\text{кг}\cdot\text{м}^2; m_1=35\,\text{кг}$.

3.10. Кинетическая энергия вращающегося с частотой $n_1=3\,\text{с}^{-1}$ маховика равна $8{,}4\,\text{кДж}$. Во сколько раз увеличится частота вращения маховика за время $t=5\,\text{с}$, если на маховик начнет действовать ускоряющий момент силы $M=100\,\text{Н}\cdot\text{м}$?

а) $\dfrac{n_2}{n_1}=3{,}25$; б) $\dfrac{n_2}{n_1}=7{,}84$; в) $\dfrac{n_2}{n_1}=6{,}61$; г) $\dfrac{n_2}{n_1}=5{,}68$.

3.11. Через блок массой $m_0 = 300\,г$, укрепленный на горизонтальной оси, проходящей через его центр, перекинута нить, к которой прикреплены грузы $m_1 = 300\,г$ и $m_2 = 200\,г$. Блок считать однородным диском ($R = 20\,см$). Найти величину ускорения грузов, результирующий момент вращения блока и силу давления F блока на ось.

а) $a = 2{,}36\,м/с^2, M = 0{,}07\,Нм,\ F = 7{,}38\,Н$;

б) $a = 1{,}15\,м/с^2, M = 0{,}19\,Нм,\ F = 6{,}64\,Н$;

в) $a = 1{,}63\,м/с^2, M = 0{,}15\,Нм,\ F = 8{,}98\,Н$;

г) $a = 1{,}54\,м/с^2, M = 0{,}05\,Нм,\ F = 7{,}62\,Н$.

3.12. Найти момент инерции J прямоугольника, сделанного из проволоки, со сторонами $a = 20\,см$ и $b = 10\,см$ относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины больших сторон. Масса прямоугольника $m_0 = 0{,}3\,кг$.

а) $\omega = 7\,рад/с,\ \alpha = 77°63'$; б) $\omega = 5\,рад/с,\ \alpha = 73°45'$;

в) $\omega = 8\,рад/с,\ \alpha = 84°21'$; г) $\omega = 6\,рад/с,\ \alpha = 62°30'$.

3.13. Через неподвижный блок, укрепленный на краю стола, перекинута нить, к которой привязаны три груза массами $m_1 = 800\,г$, $m_2 = 700\,г$, $m_3 = 200\,г$. Масса блока $M = 500\,г$, радиус $R = 0{,}38\,м$. Считая нить невесомой и пренебрегая трением, определить величину ускорения грузов а, а также расстояние S, которое груз m_3 пройдет от начала движения до того момента, когда кинетическая энергия вращения блока будет $E = 1{,}1\,Дж$.

а) $a = 1{,}28\,м/с^2,\ S = 3{,}6\,м$; б) $a = 1{,}44\,м/с^2,\ S = 1{,}6\,м$;

в) $a = 2{,}34\,м/с^2,\ S = 2{,}8\,м$; г) $a = 1{,}01\,м/с^2,\ S = 4{,}4\,м$.

3.14. На полый тонкостенный цилиндр массой $m = 2\,кг$ намотана нить (тонкая, невесомая) . Свободный конец ее прикреплен к потолку лифта, движущегося вниз с ускорением $a_1 = 2\,м/с^2$. Цилиндр предоставлен сам себе. Найти величину ускорения a_2 цилиндра относительно лифта и силы натяжения T нити.

а) $a_2 = 4{,}3\,\text{м/с}^2, T = 6{,}7\,\text{Н}$; б) $a_2 = 5{,}4\,\text{м/с}^2,\ T = 8{,}5\,\text{Н}$;
в) $a_2 = 3{,}9\,\text{м/с}^2,\ T = 7{,}8\,\text{Н}$; г) $a_2 = 2{,}6\,\text{м/с}^2,\ T = 5{,}4\,\text{Н}$.

3.15. Маховое колесо, момент инерции которого J = 245 кг·м^2, вращается с частотой n = 20 об/с. Через время t = 1 мин после того, как на колесо перестал действовать момент сил $\vec{M}$, оно остановилось. Найти величину момента сил трения $M_{тр}$ и число оборотов N, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил. Колесо считать однородным диском.

а) $M_{тр} = 513\text{Н м},\ N = 600\,об$; б) $M_{тр} = 48\text{Н м},\ N = 100\,об$;
в) $M_{тр} = 827\text{Н м},\ N = 300\,об$; г) $M_{тр} = 450\text{Н м},\ N = 50\,об$.

3.16. Две гири с массами m_1 = 2 кг и m_2 = 1кг соединены нитью, перекинутой через блок массой m = 1 кг. Найти величину ускорения a, с которым движутся гири, и сил натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

а) $a = 1{,}3\,\text{м/с}^2,\ T_1 = 28\,\text{Н},\ T_2 = 10\text{Н}$;
б) $a = 7{,}8\,\text{м/с}^2,\ T_1 = 15\,\text{Н},\ T_2 = 11\text{Н}$;
в) $a = 9{,}7\,\text{м/с}^2,\ T_1 = 14\,\text{Н},\ T_2 = 9{,}4\text{Н}$;
г) $a = 2{,}8\,\text{м/с}^2,\ T_1 = 14\,\text{Н},\ T_2 = 12{,}6\text{Н}$.

3.17. Две гири с разными массами соединены нитью, перекинутой через блок, момент инерции которого J - 50 кг·м^2 и радиус R = 20 см. Величина момента силы трения вращающегося блока $M_{тр}$ = 98,1 Н·м. Найти разность сил натяжения нити $T_1 - T_2$ по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с угловым ускорением □ = 2,36 рад/с^2. Блок считать однородным диском.

а) $T_1 - T_2 = 1{,}08\text{кН}$; б) $T_1 - T_2 = 10{,}22\text{кН}$;
в) $T_1 - T_2 = 2{,}03\text{кН}$; г) $T_1 - T_2 = 31\text{кН}$.

3.18. Блок массой m = 1 кг укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1 = m_2 = 1кг$ соединены нитью, перекинутой через блок. Коэффициент трения гири 2 о стол $к$ = 0,1. Найти величину ускорения a, с которым движутся гири, и сил натяжения T_1 , и T_2 нитей. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь.

а) $a = 2{,}3\,\text{м/с}^2$, $T_1 = 25\,\text{Н}$, $T_2 = 18\text{Н}$;

б) $a = 3{,}5\,\text{м/с}^2$, $T_1 = 6{,}3\text{Н}$, $T_2 = 4{,}5\text{Н}$;

в) $a = 21{,}7\,\text{м/с}^2$, $T_1 = 14\,\text{Н}$, $T_2 = 9.4\text{Н}$;

г) $a = 0{,}8\,\text{м/с}^2$, $T_1 = 4\,\text{Н}$, $T_2 = 12\text{Н}$.

3.19. Маховик, массу которого $m = 5\,\text{кг}$ можно считать распределенной по ободу радиусом $R = 20\,\text{см}$, свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр, с частотой $n = 720\,\text{мин}^{-1}$. При торможении маховик останавливается через $\Delta t = 20\,\text{с}$. Найти величину тормозящего момента, число оборотов, которое сделает маховик до полной остановки и работу сил торможения.

а) $M = 1{,}5\,\text{Нм}$, $N = 240\,\text{об}$, $A = 376{,}19\,\text{Дж}$;

б) $M = 0{,}75\,\text{Нм}$, $N = 120\,\text{об}$, $A = 367{,}91\,\text{Дж}$;

в) $M = 0{,}83\,\text{Нм}$, $N = 60\,\text{об}$, $A = 421{,}38\,\text{Дж}$;

г) $M = 0{,}28\,\text{Нм}$, $N = 30\,\text{об}$, $A = 183{,}46\,\text{Дж}$.

3.20. С наклонной плоскости высотой $h = 7\,\text{м}$, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, скатывается без скольжения шарик. Пренебрегая трением качения, определить время движения шарика по наклонной плоскости.

а) $t = 2{,}8\,\text{с}$;   б) $t = 3{,}6\,\text{с}$;   в) $t = 2{,}0\,\text{с}$;   г) $t = 7{,}4\,\text{с}$.

3.21. Маятник в виде однородного шара массой $M = 10$ кг, жестко скрепленного с тонким невесомым стержнем, длина которого l равна радиусу шара R ($l = R$, $R = 15$ см), может качаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через конец стержня . В центр шара попадает пуля массой $m = 10$ г, летевшая горизонтально со скоростью

$\upsilon = 800$ м/с, и застревает в нем. На какой угол отклонится маятник в результате удара пули? Массой стержня пренебречь.

а) $\alpha = 37°$; б) $\alpha = 42°$; в) $\alpha = 14°$; г) $\alpha = 26°$.

3.22. Однородный стержень массой M и длиной α может свободно вращаться в горизонтальной плоскости относительно вертикальной оси, проходящей через его конец. Во второй конец нормально к стержню ударяется шар массой m, летящий горизонтально со скоростью υ . Удар считать упругим, силы трения между поверхностью плоскости и телами пренебрежимо малы. Найти величину скорости шара u и величину угловой скорости стержня ω.

а) $\omega = \dfrac{8m\upsilon}{(M+2m)a}$, $u = \dfrac{\upsilon(2m-M)}{2m+M}$;

б) $\omega = \dfrac{6m\upsilon}{(M+3m)a}$, $u = \dfrac{\upsilon(3m-M)}{3m+M}$;

в) $\omega = \dfrac{4m\upsilon}{(M+4m)a}$, $u = \dfrac{\upsilon(2m-M)}{3m+M}$;

г) $\omega = \dfrac{6m\upsilon}{(M-3m)a}$, $u = \dfrac{\upsilon(3m+M)}{2m-M}$.

3.23. Тонкий однородный стержень длиной $l = 0{,}8$ м имеет горизонтальную ось вращения, проходящую через его конец. Найти величину скорости υ нижней точки стержня, когда стержень проходит положение равновесия при отклонении его от вертикали на угол $\alpha = 30°$.

а) $\upsilon = 1{,}78$ м/с; б) $\upsilon = 2{,}36$ м/с; в) $\upsilon = 1{,}41$ м/с; г) $\upsilon = 0{,}92$ м/с.

3.24. Горизонтальная поверхность массой $m_1 = 250$ кг имеет форму диска радиусом $R = 2{,}5$ м. Платформа может вращаться относительно оси, проходящей через ее центр. С какой по величине угловой скоростью ω будет вращаться платформа, если вдоль ее края будет двигаться человек массой $m_2 = 75$ кг со скоростью $\upsilon = 2{,}5$ м/с относительно платформы? Найти угол поворота платформы, если человек сделает по платформе 1 оборот.

а) $\omega = 3{,}75 \cdot 10^{-2}\,\text{с}^{-1}$, $\varphi = 23{,}6\,\text{рад}$;

б) $\omega = 23{,}8 \cdot 10^{-2}\,\text{с}^{-1}$, $\varphi = 1{,}84\,\text{рад}$;

в) $\omega = 16{,}4 \cdot 10^{-2}\,\text{с}^{-1}$, $\varphi = 1{,}65\,\text{рад}$;

г) $\omega = 37{,}5 \cdot 10^{-2}\,\text{с}^{-1}$, $\varphi = 2{,}36\,\text{рад}$.

3.25. Платформа в виде сплошного диска радиусом 1,5 м и массой $180\,\text{кг}$ вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n = 10\text{мин}^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой 60 кг. Какова величина линейной скорости человека относительно пола, если он перейдет на край платформы?

а) $\upsilon = 1{,}884\,\text{м/с}$; б) $\upsilon = 0{,}728\,\text{м/с}$;
в) $\upsilon = 0{,}942\,\text{м/с}$; г) $\upsilon = 0{,}491\,\text{м/с}$.

3.26. Горизонтальная платформа массой m = 100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n_1 = 10$об/мин. Человек массой m_0 =60 кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой n_2 начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.

а) $n_2 = 22\text{об/мин}$; б) $n_2 = 16\text{об/мин}$
в) $n_2 = 28\text{об/мин}$; г) $n_2 = 32\text{об/мин}$.

3.27. Какую работу A совершает человек при переходе от края платформы к ее центру в условиях предыдущей задачи? Радиус платформы R = 1,5 м.

а) $A \approx 150\text{Дж}$; б) $A \approx 162\text{Дж}$;
в) $A \approx 176\text{Дж}$; г) $A \approx 180\text{Дж}$.

3.28. Горизонтальная платформа массой m = 80 кг и радиусом $R = 1м$ вращается с частотой $n_1 = 20\text{об/мин}$. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой n_2, будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_1 = 2{,}94$ до $J_2 = 0.98$ кг· м^2? Считать платформу однородным диском.

а) $n_2 = 22$об/мин ; б) $n_2 = 22$об/мин ;

в) $n_2 = 22$об/мин ; г) $n_2 = 22$об/мин .

3.29. Горизонтальная платформа массой m = 80 кг и радиусом $R = 1м$ вращается с частотой $n_1 = 20$об/мин . В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Во сколько раз увеличилась кинетическая энергия W_K платформы с человеком если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_1 = 2{,}94$ до $J_2 = 0.98$ кг· м^2? Считать платформу однородным диском.

а) $\frac{W_{k2}}{W_{k1}} = 1{,}05$; б) $\frac{W_{k2}}{W_{k1}} = 1{,}05$;

в) $\frac{W_{k2}}{W_{k1}} = 1{,}05$; г) $\frac{W_{k2}}{W_{k1}} = 1{,}05$.

3.30. Человек массой m_0 = 60 кг находится на неподвижной платформе массой $M = 100$кг. С какой частотой n будет вращаться платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом r = 5 м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы υ_0 = 4 км/ч. Радиус платформы R = 10 м. Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.

а) $n = 0{,}2$об/мин ; б) $n = 22$об/мин

в) $n = 0{,}8$об/мин ; г) $n = 0{,}49$об/мин .

4. Механика жидкостей.
Основные понятия и формулы

Гидростатическое давление столба жидкости на глубине h

$p = \rho g h$,

где ρ – плотность жидкости.

Закон Архимеда:

$F_A = \rho g V$,

где F_A – выталкивающая сила; V – объем вытесненной жидкости.

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости:

$S\upsilon = \text{const}$,

где S – площадь поперечного сечения трубки тока; υ – скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости:

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho g h + p = \text{const},$$

где $\frac{\rho\upsilon^2}{2}$ – динамический напор; $\rho g h$ – гидравлический напор (h – глубина рассматриваемого сечения жидкости относительно уровня жидкости); ρ – статическое давление. С физической точки зрения динамический напор соответствует удельной кинетической энергии, т.е. энергии 1 ед. объема движущейся жидкости, а гидравлический напор – удельная потенциальная энергия 1 единицы объема в поле силы тяжести.

Для трубки тока, расположенной горизонтально,

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + p = \text{const}.$$

Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде,

$\upsilon = \sqrt{2gh}$,

где h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости

$$F = -\eta\left|\frac{\Delta\upsilon}{\Delta x}\right|S,$$

где η – динамическая вязкость жидкости; $\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta x}$ – градиент скорости; S – площадь соприкасающихся слоев.

Число Рейнольдса, определяющее характер движения жидкости,

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\langle\upsilon\rangle d}{\eta},$$

где ρ – плотность жидкости; $\langle\upsilon\rangle$ – средняя по сечению трубы скорость жидкости; d – характерный линейный размер, например, диаметр трубы.

Формула Стокса, позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик,

$$F = -6\pi\eta r\upsilon,$$

где r – радиус шарика; υ – его скорость.

Формула Пуазейля, позволяющая определить объем жидкости, протекающий за время t через капиллярную трубку длиной l,

$$V = \pi R^4 \frac{\Delta pt}{8\eta l},$$

где R – радиус трубки; Δp – разность давлений на концах трубки.

При движении твердых тел в жидкостях и газах лобовое сопротивление

$$R_x = C_x \frac{\rho\upsilon^2}{2} S,$$

где C_x – коэффициент сопротивления (безразмерный); ρ – плотность среды; υ – скорость движения тела; S – площадь наибольшего поперечного сечения тела.

Подъемная сила

$$R_y = C_y \frac{\rho\upsilon^2}{2} S,$$

где C_y – коэффициент подъемной силы (безразмерный).

Тестовые задачи по механике жидкостей

4.1. В стакан с водой, уравновешенный на рычажных весах, опустили подвешенный на нити латунный шарик массой $M = 400$ г так, чтобы он не касался дна. Определить массу m гирьки, с помощью которой можно уравновесить весы. Плотность материала шарика $\rho = 8{,}55\,\text{г/см}^3$, плотность воды $\rho_1 = 1\,\text{г/см}^3$.

а) $m = 19\,\text{г}$; б) $m = 47\,\text{г}$; в) $m = 127\,\text{г}$; г) $m = 53\,\text{г}$.

4.2. Два мальчика массами $m_1 = 20\,\text{кг}$ кг и $m_2 = 25\,\text{кг}$ катаются на льдинах. Определить минимальную площадь $S_{\min}$ льдины, способной удержать их обоих, если толщина льда $h = 0{,}4$ м. Плотность льда $\rho = 0{,}9\,\text{г/см}^3$, плотность воды $\rho_1 = 1\,\text{г/см}^3$.

а) $S_{\min} = 1{,}13\,\text{м}^2$; б) $S_{\min} = 1{,}86\,\text{м}^2$;
в) $S_{\min} = 0{,}94\,\text{м}^2$; г) $S_{\min} = 2{,}37\,\text{м}^2$.

4.3. Цилиндрический сосуд высотой $H = 1$ м до краев заполнен жидкостью. Пренебрегая вязкостью жидкости, определить, на какой высоте h должно быть проделано малое отверстие в стенке сосуда, чтобы струя, вытекающая из отверстия, падала на пол на расстоянии 50 см от цилиндра.

а) $h_1 = 93{,}3\,\text{см}; h_2 = 6{,}7\,\text{см}$; б) $h_1 = 84{,}2\,\text{см}; h_2 = 15{,}8\,\text{см}$;
в) $h_1 = 66{,}2\,\text{см}; h_2 = 33{,}8\,\text{см}$; г) $h_1 = 75{,}8\,\text{см}; h_2 = 24{,}2\,\text{см}$.

4.4. За 15 минут по трубе диаметром 2 см протекает 50 кг воды. Найти величину скорости течения.

а) $\upsilon = 0{,}32\,\text{м/с}$; б) $\upsilon = 1{,}21\,\text{м/с}$;
в) $\upsilon = 0{,}74\,\text{м/с}$; г) $\upsilon = 0{,}18\,\text{м/с}$.

4.5. Водомер представляет собой горизонтальную трубу переменного сечения, в которую впаяны две вертикальные манометрические трубки одинакового сечения . По трубе протекает вода. Пренебрегая вязкостью воды, определить ее массовый расход, если разность уровней в манометрических трубках $h = 8\,\text{см}$, а сечения трубы у оснований манометрических трубок соответственно равны $S_1 = 6\,\text{см}^2$ и $S_2 = 12\,\text{см}^2$. Плотность воды $\rho_1 = 1\,\text{г/см}^3$.

а) $Q = 0{,}868$ кг/с; б) $Q = 1{,}722$ кг/с;
в) $Q = 0{,}434$ кг/с; г) $Q = 0{,}682$ кг/с.

4.6. Для определения объема перекачки газа используется прибор, основанный на принципе действия трубки Пито . При перекачке азота по трубке за время $t = 1$ мин проходит объем газа $V = 59{,}3\,\text{м}^3$. Определить диаметр d трубы, если разность уровней воды в коленах трубки Пито $\Delta h = 1$ см. Плотность азота $\rho = 1{,}25\,\text{г/см}^3$, плотность воды $\rho_1 = 1\,\text{г/см}^3$.

а) $d = 60$ см; б) $d = 40$ см; в) $d = 30$ см; г) $d = 20$ см.

4.7. В области соприкосновения двух параллельно текущих слоев воды их скорость изменяется. Определить величину силы внутреннего трения F, если площадь S соприкосновения слоев равна 3 м^2. Динамическая вязкость воды $\eta = 10^{-3}$ Па·с.

а) $F = 13$ мН; б) $F = 7$ мН; в) $F = 6$ мН; г) $F = 11$ мН.

4.8. Свинцовый шарик диаметром 2 мм падает с постоянной скоростью 3,6 см/с в сосуде, наполненном глицерином. Найти коэффициент вязкости глицерина.

а) $\eta = 1{,}43$ Па · с; б) $\eta = 0{,}61$ Па · с;
в) $\eta = 0{,}84$ Па · с; г) $\eta = 0{,}42$ Па · с.

4.9. Два свинцовых шарика диаметром 2 и 1 мм опускают в сосуд с глицерином высотой 0,5 м. Считая, что скорость шариков сразу становится равномерной, определить, насколько раньше и какой из шариков достигнет дна сосуда.

а) $\frac{t_2}{t_1} = 6$; б) $\frac{t_2}{t_1} = 2$; в) $\frac{t_2}{t_1} = 4$; г) $\frac{t_2}{t_1} = 1$.

4.10. Пробковый шарик радиусом $r = 0{,}5$ см всплывает в широком сосуде в глицерине. Определить предельную скорость υ_0 шарика, если течение жидкости, вызванное его всплытием, является ламинарным. Плотность материала шарика $\rho = 0{,}2\,\text{г/см}^3$, плотность глицерина $\rho_1 = 1{,}26\,\text{г/см}^3$. Динамическая вязкость глицерина $\eta = 1{,}48\,\text{Па}\cdot\text{с}$.

а) $\upsilon_0 = 3{,}9\,\text{см/с}$; б) $\upsilon_0 = 4{,}2\,\text{см/с}$;
в) $\upsilon_0 = 5{,}6\,\text{см/с}$; г) $\upsilon_0 = 2{,}7\,\text{см/с}$.

4.11. Шарик радиусом $r = 2$ мм падает в глицерине с постоянной скоростью $\upsilon = 8{,}5\,\text{мм/с}$. Определить число Рейнольдса, $R_e = 0{,}5$. Плотность глицерина $\rho = 1{,}26\,\text{г/см}^3$, динамическая вязкость глицерина $\eta = 1{,}48\,\text{Па}\cdot\text{с}$.

а) $R_e = 0{,}321,\ \rho_1 = 4{,}2\,\text{г/см}^3$; б) $R_e = 0{,}092,\ \rho_1 = 7{,}2\,\text{г/см}^3$;
в) $R_e = 0{,}057,\ \rho_1 = 1{,}6\,\text{г/см}^3$; г) $R_e = 0{,}029,\ \rho_1 = 2{,}7\,\text{г/см}^3$.

4.12. За время $t = 1$ ч через трубу диаметром $d = 40$ см прокачивается газ массой $m = 15$ кг. Динамическая вязкость газа $\eta = 10^{-5}$ Па·с. Если за характерный размер принять диаметр трубы, то критическое значение числа Рейнольдса R_e для ламинарного течения газа равно 2000. Определить характер течения газа.

а) течение ламинарное;
б) течение не ламинарное;
в) течение турбулентное;
г) течение ламинарно-турбулентное.

4.13. Найти скорость υ течения углекислого газа по трубе, если известно, что за время t = 30 мин через поперечное сечение трубы протекает масса газа m = 0,51 кг. Плотность газа ρ = 7,5 кг/м^3. Диаметр трубы D = 2 см.

а) $\upsilon = 3{,}9\,\text{м/с}$; б) $\upsilon = 0{,}2\,\text{м/с}$;
в) $\upsilon = 5{,}6\,\text{м/с}$; г) $\upsilon = 0{,}12\,\text{м/с}$.

4.14. В дне цилиндрического сосуда диаметром D = 0,5 м имеется круглое отверстие диаметром d = 1см. Найти зависимость величины скорости понижения уровня воды в сосуде от высоты h этого уровня. Найти значение этой скорости для высоты h = 0,2 м.

а) $\upsilon \approx \frac{d^2}{D^2} \cdot \sqrt{2gh}$, $\upsilon_1 = 0{,}8 мм/с$; б) $\upsilon \approx \frac{d^2}{D} \cdot \sqrt{gh}$, $\upsilon_1 = 0{,}8 мм/с$;

в) $\upsilon \approx \frac{d}{D^2} \cdot \sqrt{4gh}$, $\upsilon_1 = 0{,}6 мм/с$; г) $\upsilon \approx \frac{d^2}{D} \cdot \sqrt{6gh}$, $\upsilon_1 = 0{,}8 мм/с$.

4.15. На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на расстоянии h_1, от дна сосуда и на расстоянии h_2 от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На каком расстоянии l от сосуда (по горизонтали) струя воды падает на стол в случае, если: а) h_1=*25* см, h_2=16см; б) h_1=*16* см, h_2 = 25 см?

а) $l = 3{,}9$ м; б) $l = 56$ м;
в) $l = 0{,}4$ м; г) $l = 0{,}8$ м.

4.16. Сосуд, наполненный водой, сообщается с атмосферой через стеклянную трубку, закрепленную в горлышке сосуда. Кран *К* находится на расстоянии h_2 = *2* см от дна сосуда. Найти величину скорости υ вытекания воды из крана в случае, если расстояние между нижним концом трубки и дном сосуда: а) h_1= 2 см; б) h_1 = 7,5 см; в) h_1 = 10см

а) $\upsilon_{а)} = 0{,}02 м$, $\upsilon_{б)} = 0{,}02 м$, $\upsilon_{в)} = 1{,}25 м$;
б) $\upsilon_{а)} = 12{,}52 м$, $\upsilon_{б)} = 3{,}98 м$, $\upsilon_{в)} = 0{,}25 м$;
в) $\upsilon_{а)} = 0{,}38 м$, $\upsilon_{б)} = 0{,}36 м$, $\upsilon_{в)} = 0{,}75 м$;
г) $\upsilon_{а)} = 0{,}2 м$, $\upsilon_{б)} = 0{,}45 м$, $\upsilon_{в)} = 0{,}33 м$;

4.17. Цилиндрической бак высотой h = 1 м наполнен до краев водой. За какое время t вся вода выльется через отверстие, расположенное у дна бака, если площадь S_2 поперечного сечения отверстия в 400 раз меньше площади поперечного сечения бака?

а) $t = 3{,}9$ мин; б) $t = 6{,}5$ мин;
в) $t = 30{,}0$ мин; г) $t = 3{,}0$ мин.

4.18. В сосуд льется вода, причем за единицу времени наливается объем воды V_t = 0,2 л/с. Каким должен быть диаметр d отверстия в дне сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне h =8,3 см?

а) $d = 3{,}9\,см$; б) $d = 2{,}8\,см$;
в) $d = 1{,}4\,см$; г) $d = 0{,}6\,см$.

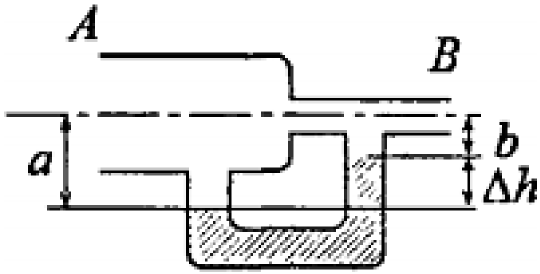
4.19. Какое давление p создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вылетает из него со скоростью υ = 25 м/с? Плотность краски $\rho = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3.

а) $\rho = 250$ кПа; б) $\rho = 25$ кПа;
в) $\rho = 150$ кПа; г) $\rho = 350$ кПа.

4.20. По горизонтальный трубе АВ течет жидкость. Разность уровней этой жидкости в трубах a и b равна Δh = 10 см. Диаметры трубок a и b одинаковы. Найти скорость υ течения жидкости в трубе *AB.*

а) $\upsilon = 1.4$ м/с; б) $\upsilon = 3{,}6$ м/с;
в) $\upsilon = 0{,}9$ м/с; г) $\upsilon = 47{,}5$ м/с.

4.21. Воздух продувается через трубку *AB.* За единицу времени через трубку *AB* протекает объем воздуха V_t = *5* л/мин. Площадь поперечного сечения широкой части трубки *AB* равна S_1=*2* см^2, а узкой ее части и трубки *abc* равна S_2 = 0,5 см^2. Найти разность уровней Δh воды, налитой в трубку *abc.* Плотность воздуха ρ =1,32 кг/м^3.



а) $\Delta h = 0{,}85\,мм$; б) $\Delta h = 25{,}05\,мм$;
в) $\Delta h = 12{,}38\,мм$; г) $\Delta h = 1{,}75\,мм$.

4.22. Шарик всплывает с постоянной скоростью υ в жидкости, плотность ρ_1 которой в 4 раза больше плоскости материала шарика. Во сколько раз величина силы трения $F_{тр}$, действующей на всплывающий шарик, больше силы тяжести mg, действующей на этот шарик?

а) $\frac{F_{тр}}{mg} = 3$; б) $\frac{F_{тр}}{mg} = 2{,}8$;

в) $\frac{F_{тр}}{mg} = 1{,}5$; г) $\frac{F_{тр}}{mg} = 0{,}2$.

4.23. Какой наибольшей скорости υ может достичь дождевая капля диаметром d = 0,3 мм, если динамическая вязкость воздуха η= $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ Па·с?

а) $\upsilon = 40{,}1$ м/с; б) $\upsilon = 4{,}1$ м/с; в) $\upsilon = 6{,}8$ м/с; г) $\upsilon = 0{,}6$ м/с.

4.24. Стальной шарик диаметром d = 1мм падает с постоянной по величине скоростью υ = 0,185 см/с в большом сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти динамическую вязкость η касторового масла.

а) $\eta = 2$ Па·с; б) $\eta = 0{,}8$ Па·с;
в) $\eta = 3$ Па·с; г) $\eta = 4{,}5$ Па·с.

4.25. Смесь свинцовых дробинок с диаметрами d_l =3мм и d_2 = 1 мм опустили в бак с глицерином высотой h = 1 м. На сколько позже упадут на дно дробинки меньшего диаметра по сравнению с дробинками большего диаметра? Динамическая вязкость глицерина η= 1,47 Па· с.

а) $\Delta t = 6$ мин; б) $\Delta t = 1$ мин;
в) $\Delta t = 3$ мин; г) $\Delta t = 4$ мин.

4.26. Пробковый шарик радиусом r = 5мм всплывает в сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти кинематическую вязкости касторового масла, если шарик всплывает с постоянной по величине скоростью υ= 3,5 см/с.

а) $\upsilon = 15{,}1\,см^2/с$; б) $\upsilon = 1{,}1\,см^2/с$;

в) $\upsilon = 7{,}8\,см^2/с$; г) $\upsilon = 12{,}1\,см^2/с$.

4.27. Стальной шарик падает в широком сосуде, наполненном трансформаторным маслом, плотность которого $\rho = 0{,}9\cdot10^3$ кг/м^3 и динамическая вязкость $\eta = 0{,}8$ Па·с. Считая, что закон Стокса имеет место при числе Рейнольдса $Re \le 0{,}5$ (если при вычислении Re в качестве величины D взять диаметр шарика), найти предельное значение диаметра D шарика.

а) $D = 1{,}5см$; б) $D = 0{,}5мм$;

в) $D = 4{,}6мм$; г) $D = 2{,}6мм$.

4.28. Считая, что ламинарность движения жидкости (или газа) в цилиндрической трубе сохраняется при числе Рейнольдса $Re \le 3000$ (если при вычислении Re в качестве величины D взять диаметр трубы), показать, что условия задачи 4.14 соответствуют ламинарному движению. Кинематическая вязкость газа $v = 1{,}33\cdot10^{-6}$ м^2/с.

а) соответствует ламинарному движению;
б) не соответствует ламинарному движению;
в) соответствует турбулентному движению;
г) не соответствует турбулентному движению.

4.29. Вода течет по трубе, причем за единицу времени через поперечное сечение трубы протекает объем воды V_t =200см^3/с. Динамическая вязкость воды η= 0,001 Па·с. При каком предельном значении диаметра D трубы движение воды остается ламинарным? Считая, что ламинарность движения жидкости (или газа) в цилиндрической трубе сохраняется при числе Рейнольдса $Re \le 3000$ (если при вычислении Re в качестве величины D взять диаметр трубы.

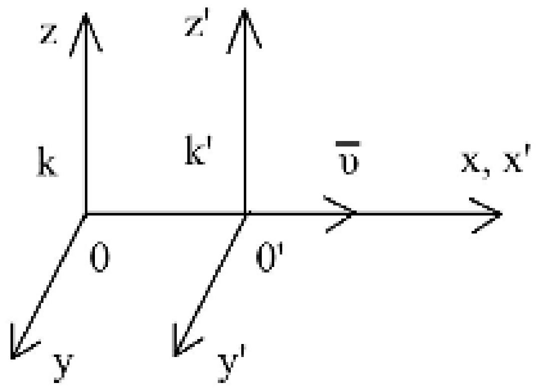
а) $D \le 0{,}085м$; б) $D \le 0{,}85м$;

в) $D \le 0{,}09м$; г) $D \le 1{,}1м$.

4.30. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого r = 1 мм и длина l = 1,5 см. В сосуд напит глицерин, динамическая вязкость которого η = 1,0 Па·с. Уровень глицерина в сосуде поддерживается постоянным на высоте h = 0,18 м выше капилляра. Какое время потребуется на то, чтобы из капилляра вытек объем глицерина $V = 5$ см^3?

а) $t = 1{,}9$ мин; б) $t = 6{,}5$ мин;
в) $t = 1{,}5$ мин; г) $t = 3{,}0$ мин.

5. Основы специальной теории относительности (СТО). Основные понятия и формулы



В СТО рассматриваются только инерциальные системы отсчета. В рассматриваемых задачах считается, что оси координат Y и Y' и Z, Z' (см. рисунок) сонаправлены, а относительная скорость $\vec{\upsilon}$ системы координат k' относительно системы k направлена вдоль общей оси XX'.

Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2},$$

где l_0 – длина стержня в системе k', относительно которой стержень покоится (собственная длина); стержень параллелен оси x; l − длина стержня в системе k, относительно которой он движется со скоростью υ; $\beta = \dfrac{\upsilon}{c}$; $c = 3\cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Релятивистское замедление хода часов

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где Δt_0 − промежуток времени между двумя событиями, происходящими в одной точке системы k', измеренными по часам этой системы (собственное время движущихся часов); Δt − промежуток времени между двумя событиями, измеренными по часам системы k.

Зависимость массы частицы от скорости ее движения (релятивистская масса)

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где m_0 − масса покоя этой частицы.

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon} = \frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$E_к = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right); \quad E_к = E - E_0,$$

где $E = mc^2 = m_0c^2 + E_к$ – полная энергия релятивистской частицы;

$E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя частицы.

Изменение массы системы на величину Δm соответствует изменению энергии системы на величину

$$\Delta E = \Delta mc^2.$$

Связь между полной энергией и импульсом релятивистской частицы:

$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}; \quad p_c = \sqrt{E_к\left(E_к + 2E_0\right)}.$$

Релятивистское сложение скоростей:

$$u = \frac{u' + \upsilon}{1 + \frac{u'\upsilon}{c^2}}; \quad u' = \frac{u - \upsilon}{1 - \frac{u\upsilon}{c^2}},$$

где u' – величина скорости тела относительно системы k' (относительная скорость),

υ – величина скорости системы k' относительно системы k' (переносная скорость);

υ – величина скорости тела относительно системы k.

Энергию микрочастиц часто измеряют в электрон-вольтах:

1эВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж.

Тестовые задачи по основам специальной теории относительности

5.1. Релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 30 %. С какой относительной по величине скоростью υ движется тело?

а) $\upsilon = 2{,}14\cdot10^8\,\frac{м}{с}$; б) $\upsilon = 2{,}48\cdot10^8\,\frac{м}{с}$;

в) $\upsilon = 3{,}36\cdot10^8\,\frac{м}{с}$; г) $\upsilon = 1{,}52\cdot10^8\,\frac{м}{с}$.

5.2. Тело движется со скоростью, равной 0,9 с. Найти релятивистское сокращение объема тела.

а) $\tau = 56\%$; б) $\tau = 48\%$; в) $\tau = 63\%$; г) $\tau = 27\%$.

5.3. Величина скорости движения мезона $\upsilon = 0{,}95$ с. Какой промежуток времени $\Delta\tau$ по часам неподвижного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

а) $\Delta\tau = 2{,}8\,\text{с}$; б) $\Delta\tau = 1{,}5\,\text{с}$; в) $\Delta\tau = 6{,}5\,\text{с}$; г) $\Delta\tau = 3{,}2\,\text{с}$.

5.4. В ускорителе протонов − циклотроне относительное увеличение массы частицы не должно превышать 5 %. До какой энергии можно ускорять протоны в циклотроне?

а) $E_k = 32{,}4\,\text{кэВ}$; б) $E_k = 25{,}6\,\text{кэВ}$;
в) $E_k = 17{,}8\,\text{кэВ}$; г) $E_k = 43{,}5\,\text{кэВ}$.

5.5. В ускорителе электронов – бетатроне частицы приобретают энергию $E_k = 0{,}67\,\text{МэВ}$. До какой по величине скорости разгоняются электроны?

а) $\upsilon = 2{,}71 \cdot 10^8$ м/с; б) $\upsilon = 0{,}98 \cdot 10^8$ м/с;
в) $\upsilon = 1{,}64 \cdot 10^8$ м/с; г) $\upsilon = 2{,}53 \cdot 10^8$ м/с.

5.6. Две ракеты летят навстречу друг другу со скоростями, равными 0,8с по отношению к неподвижному наблюдателю. Здесь c – скорость света в вакууме. Найти величину скорости сближения ракет.

а) $u = 0{,}98\text{с}$; б) $u = 1{,}34\text{с}$; в) $u = 0{,}63\text{с}$; г) $u = 1{,}57\text{с}$.

5.7. Определить величину импульса электрона, обладающего кинетической энергией 5 МэВ.

а) $P = 4.32 \cdot 10^{-21}\,\dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$; б) $P = 1.64 \cdot 10^{-21}\,\dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$;

в) $P = 3.45 \cdot 10^{-21}\,\dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$; г) $P = 2.93 \cdot 10^{-21}\,\dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

5.7. Протон движется со скоростью, по величине равной 0,8 скорости света. Навстречу ему движется электрон со скоростью 0,9 скорости света. Каковы их величины скорости относительно друг друга? Определить полную и кинетическую энергию электрона.

а) $u' = 2{,}97 \cdot 10^8 \text{м}/c, E = 1{,}173\text{МэВ}, E_k = 0{,}662\text{МэВ}$;

б) $u' = 3{,}12 \cdot 10^8 \text{м/с}, E = 2{,}745\text{МэВ}, E_k = 0{,}337\text{МэВ}$;

в) $u' = 2{,}14 \cdot 10^8 \text{м/с}, E = 1{,}548\text{МэВ}, E_k = 1{,}247\text{МэВ}$;

г) $u' = 3{,}28 \cdot 10^8 \text{м/с}, E = 0{,}925\text{МэВ}, E_k = 0{,}849\text{МэВ}$.

5.8. Определить величину скорости нестабильной частицы, если время ее жизни по часам наблюдателя с Земли увеличилось в $n = 1{,}8$ раз.

а) $\upsilon = 9{,}549\text{c}$; б) $\upsilon = 6{,}927\text{c}$; в) $\upsilon = 7{,}548\text{c}$; г) $\upsilon = 8{,}831\text{c}$.

5.9. Долетит ли до поверхности Земли возникшая на высоте $h = 4$ км нестабильная частица, обладающая собственным временем жизни $\tau = 4{,}5\,\text{мкс}$ и летящая со скоростью $\upsilon = 0{,}95\,\text{c}$ по направлению к Земле?

а) $S > h$, частица до Земли долетит;

б) $S < h$, частица до Земли не долетит.

5.10. Космическая платформа движется со скоростью $\upsilon = 0{,}8\,\text{c}$ относительно наблюдателя. На платформе одновременно происходят два события в точках, расположенных на расстоянии $l_0 = 150$ м друг от друга. Определить промежуток времени τ' между этими событиями, отсчитанный по часам наблюдателя.

а) $\tau' = 1{,}758\text{мкс}$; б) $\tau' = 0{,}667\text{мкс}$;

в) $\tau' = 0{,}395\text{мкс}$; г) $\tau' = 0{,}487\text{мкс}$.

5.11. Определить величину релятивистского импульса частицы, если ее полная энергия $E = 1{,}5$ ГэВ, а скорость $\upsilon = 0{,}5\,\text{c}$.

а) $P = 0{,}6\,\text{Н} \cdot \text{с}$; б) $P = 0{,}3\,\text{Н} \cdot \text{с}$;

в) $P = 0{,}4\,\text{Н} \cdot \text{с}$; г) $P = 1{,}2\,\text{Н} \cdot \text{с}$.

5.12. Определить величину скорости частицы, если ее полная энергия в $n = 2{,}5$ раза больше ее энергии покоя.

а) $\upsilon = 1{,}274c$; б) $\upsilon = 0{,}637c$;
в) $\upsilon = 0{,}429c$; г) $\upsilon = 0{,}917c$.

5.13. Масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя. Найти кинетическую энергию электрона.

а) $W_k = 12{,}8 \cdot 10^{-14}$ Дж; б) $W_k = 3{,}7 \cdot 10^{-14}$ Дж;
в) $W_k = 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ Дж; г) $W_k = 10{,}5 \cdot 10^{-14}$ Дж.

5.14. Какому изменению массы Δm соответствует изменение энергии на $\Delta W = 4{,}19$ Дж?

а) $\Delta m = 4{,}6 \cdot 10^{-17}$ кг; б) $\Delta m = 3{,}2 \cdot 10^{-16}$ кг;
в) $\Delta m = 5{,}8 \cdot 10^{-17}$ кг; г) $\Delta m = 17{,}53 \cdot 10^{-17}$ кг.

5.15. Найти изменение энергии ΔW, соответствующее изменению массы на $\Delta m = m_e$.

а) $\Delta W_k = 5{,}9 \cdot 10^{-14}$ Дж; б) $\Delta W_k = 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ Дж;
в) $\Delta W_k = 3{,}4 \cdot 10^{-14}$ Дж; г) $\Delta W_k = 1{,}26 \cdot 10^{-14}$ Дж.

5.16. Найти изменение энергии ΔW, соответствующее изменению массы на $\Delta m = 1$а.е.м.

а) $\Delta W_k = 587$ МэВ; б) $\Delta W_k = 934$ МэВ;
в) $\Delta W_k = 850$ МэВ; г) $\Delta W_k = 635$ МэВ.

5.17. Найти изменение массы Δm_μ, происходящее при образовании $\nu = 1$ моль воды, если реакция образования воды такова: $2H_2 + O_2 = 2H_2O + 5{,}75 \cdot 10^5$ Дж.

а) $\Delta m_{\mu} = 3{,}2 \cdot 10^{-9}$ г/моль;   б) $\Delta m_{\mu} = 9{,}3 \cdot 10^{-9}$ г/моль;

в) $\Delta m_{\mu} = 5{,}5 \cdot 10^{-9}$ г/моль;   г) $\Delta m_{\mu} = 7{,}21 \cdot 10^{-9}$ г/моль.

5.18. Синхрофазотрон дает пучок протонов с кинетической энергией W_K = 10 ГэВ. Какую долю β скорости света составляет скорость протонов в этом пучке?

а) $\beta = 99.9\%$;   б) $\beta = 89{,}9\%$;

в) $\beta = 85{,}0\%$;   г) $\beta = 99{,}6\%$.

5.19. Найти релятивистское сокращение размеров протонов в условиях предыдущей задачи.

а) $\dfrac{d_o - d}{d_o} = 93{,}1\%$;   б) $\dfrac{d_o - d}{d_o} = 98{,}81\%$;

в) $\dfrac{d_o - d}{d_o} = 91{,}1\%$;   г) $\dfrac{d_o - d}{d_o} = 90{,}0\%$.

5.20. Какую долю β скорости света должна составлять скорость частицы, чтобы ее кинетическая энергия была равна ее энергии покоя?

а) $\beta = 86{,}6\%$;   б) $\beta = 89{,}9\%$;

в) $\beta = 85{,}0\%$;   г) $\beta = 99{,}6\%$.

5.21. Найти скорость υ мезона, если его полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

а) $\upsilon = 1{,}567 \cdot 10^{8}$ м/с;   б) $\upsilon = 0{,}247 \cdot 10^{8}$ м/с;

в) $\upsilon = 5{,}369 \cdot 10^{7}$ м/с;   г) $\upsilon = 2{,}985 \cdot 10^{8}$ м/с.

5.22. Протон движется со скоростью 0,7 скорости света. Найти импульс и кинетическую энергию протона.

а) $P = 5{,}63 \cdot 10^{-19}\,\text{кг} \cdot \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $E_k = 7{,}28 \cdot 10^{-11}$ Дж;

б) $P = 4{,}91 \cdot 10^{-19}\,\text{кг} \cdot \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $E_k = 6{,}02 \cdot 10^{-11}\,\text{Дж}$;

в) $P = 3{,}64 \cdot 10^{-19}\,\text{кг} \cdot \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $E_k = 5{,}48 \cdot 10^{-11}\,\text{Дж}$;

г) $P = 6{,}27 \cdot 10^{-19}\,\text{кг} \cdot \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$, $E_k = 8{,}16 \cdot 10^{-11}\,\text{Дж}$.

5.23. При какой относительной скорости υ движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

а) $\upsilon = 1{,}567 \cdot 10^8$ м/с; б) $\upsilon = 0{,}247 \cdot 10^8$ м/с;

в) $\upsilon = 5{,}369 \cdot 10^7$ м/с; г) $\upsilon = 1{,}98 \cdot 10^8$ м/с.

5.24. Какую скорость υ должно иметь движущееся тело, чтобы его предельные размеры уменьшились в 2 раза?

а) $\upsilon = 1{,}567 \cdot 10^8$ м/с; б) $\upsilon = 0{,}247 \cdot 10^8$ м/с;

в) $\upsilon = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с; г) $\upsilon = 1{,}98 \cdot 10^8$ м/с.

5.25. Мезоны космических лучей достигают поверхности Земли с самыми разнообразными скоростями. Найти релятивистское сокращение размеров мезона, скорость которого равна 95% скорости света.

а) $\dfrac{V_0 - V}{V_0} = 78{,}8\%$; б) $\dfrac{V_0 - V}{V_0} = 70{,}8\%$;

в) $\dfrac{V_0 - V}{V_0} = 68{,}8\%$; г) $\dfrac{V_0 - V}{V_0} = 69{,}8\%$.

5.26. Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы по часам неподвижного наблюдателя, если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 99% скорости света?

а) $\dfrac{\Delta\tau}{\Delta\tau_0} = 7{,}08$раза; б) $\dfrac{\Delta\tau}{\Delta\tau_0} = 3{,}07$раза;

в) $\frac{\Delta\tau}{\Delta\tau_0} = 2{,}55$раза; г) $\frac{\Delta\tau}{\Delta\tau_0} = 5{,}5$раза.

5.27. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляю щей 95% скорости света. Какой промежуток времени $\Delta\tau$ по часам неподвижного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

а) $\Delta\tau = 3{,}3c$; б) $\Delta\tau = 30{,}3c$;
в) $\Delta\tau = 3{,}2c$; г) $\Delta\tau = 0{,}3c$.

5.28. На сколько увеличится масса α-частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 0,9 скорости света?

а) $\Delta m = 8{,}6 \cdot 10^{-27}$кг; б) $\Delta m = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$кг;
в) $\Delta m = 9{,}3 \cdot 10^{-27}$кг; г) $\Delta m = 5{,}2 \cdot 10^{-27}$кг.

5.29. До какой энергии W_K можно ускорить частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы не должно превышать 5%? Задачи решить для: 1) электронов; 2) протонов; 3) дейтонов.

а) 1)$W_k = 25{,}6 \cdot 10^3$ эВ, 2)$W_k = 47 \cdot 10^6$ эВ, 3)$W_k = 94 \cdot 10^6$ эВ;
б) 1)$W_k = 15{,}6 \cdot 10^3$ эВ, 2)$W_k = 19 \cdot 10^6$ эВ, 3)$W_k = 65 \cdot 10^6$ эВ;
в) 1)$W_k = 9{,}1 \cdot 10^3$ эВ, 2)$W_k = 21 \cdot 10^6$ эВ, 3)$W_k = 18 \cdot 10^6$ эВ;
г) 1)$W_k = 5{,}6 \cdot 10^3$ эВ, 2)$W_k = 50 \cdot 10^6$ эВ, 3)$W_k = 42 \cdot 10^6$ эВ;

5.30. При какой скорости υ масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя?

а) $\upsilon = 1{,}567 \cdot 10^8$ м/с; б) $\upsilon = 0{,}247 \cdot 10^8$ м/с;
в) $\upsilon = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с; г) $\upsilon = 1{,}98 \cdot 10^8$ м/с.

5.30. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти протон, чтобы его продольные размеры стали меньше в 2 раза?

а) $U = 940\text{МВ}$; б) $U = 850\text{МВ}$;
в) $U = 450\text{МВ}$; г) $U = 580\text{МВ}$.

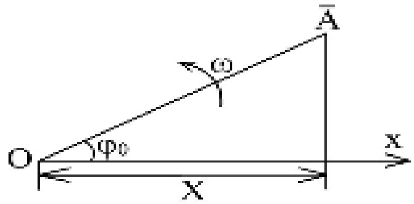
6. Механические колебания. Упругие волны. Основные понятия и формулы

Колебаниями называют движения и процессы, обладающие повторяемостью во времени. К гармоническим относят колебания, при которых координаты тела меняются по закону

$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ или $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$,

где x – смещение колеблющейся величины от положения равновесия;

A – амплитуда колебаний; $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ – круговая (циклическая) частота; $\nu = 1/T$ – частота; T – период колебаний; φ_0 – начальная фаза (в момент времени $t_0 = 0$); $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент t.



Гармонические колебания можно представить с помощью векторной диаграммы. Вектор $\vec{A}$ равномерно вращается с угловой скоростью φ относительно точки O (см. рис.), при этом угол φ между осью OX и вектором $\vec{A}$ непрерывно меняется со временем t:

$\varphi = \omega t + \varphi_0$

где φ_0 – начальный угол при $t_0 = 0$. При вращении проекция вектора $\vec{A}$ на ось OX совершает гармонические колебания:

$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$,

при которых модуль вектора $|\vec{A}|$ является амплитудой, модуль угловой скорости вращения ω – циклической частотой, а угол φ_0 – начальной фазой колебаний. Метод векторной диаграммы используется при сложении гармонических колебаний одинаковой частоты и определении сдвига фаз между током и напряжением в цепях переменного тока.

Модуль скорости и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega\cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0 + \pi) = -\omega^2 x.$$

Величина максимальной скорости υ_{max} (амплитуда скорости) и ускорение a_{max} (амплитуда ускорения) материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$\upsilon_{max} = A\omega$ $\qquad\qquad\qquad$ $a_{max} = A\omega^2$.

Фаза колебаний

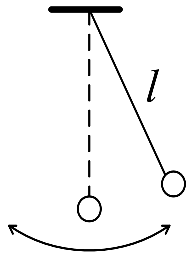
$$\varphi = (\omega t + \varphi_0) = (2\pi\nu t + \varphi_0) = \left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right).$$

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний материальной точки массой m:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \text{или} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx,$$

где m – масса точки; k – коэффициент квазиупругой силы ($k = m\omega^2$),

ω^2 – собственная частота колебаний, которая зависит от параметров колеблющейся системы.



Математический маятник с неподвижной осью:

период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$;

циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$,

где l – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

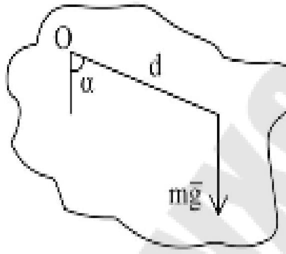
Математический маятник с осью, движущейся с ускорением $\vec{a}$:

период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g^*}}$;

циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g^*}{l}}$,

где l – длина маятника; g^* – модуль вектора ускорения маятника $\vec{g}^* = \vec{g} + \vec{a}$.

Физический маятник:

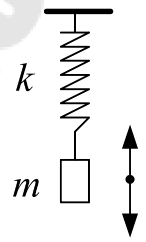


период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{mgd}{J}} = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$,

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний O; d – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника; $L = J/(md)$ – приведенная длина физического маятника.

Пружинный маятник:

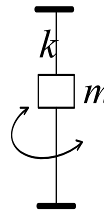


период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$;

циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$,

где k – коэффициент упругости (жесткость пружины).

Крутильный маятник (тело, подвешенное на упругой нити): период крутильных колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{k}}$;



циклическая частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{k}{J}}$,

где J – момент инерции тела относительно оси, совпадающей с упругой нитью; k – жесткость упругой нити, равная отношению упругого момента, возникающего при закручивании нити, к углу, на который нить закручивается.

Приведенные формулы являются точными для случая бесконечно малых амплитуд. При конечных амплитудах эти формулы дают лишь приближенные результаты. При амплитудах порядка 3° погрешность в значении периода не превышает 1 %.

При наличии сил трения свободные колебания будут затухающими и их амплитуда уменьшается в результате потерь энергии.

Дифференциальное уравнение свободных *затухающих колебаний*:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad \text{или} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt},$$

где $\delta = \dfrac{r}{2m}$ – коэффициент затухания; если амплитуда уменьшилась в e раз ($e \approx 2,718$), то $\delta = \dfrac{1}{\tau}$, где τ – время релаксации; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ – собственная частота той же колебательной системы; r – коэффициент сопротивления.

Уравнение затухающих колебаний, т.е. смещение колеблющейся точки от положения равновесия (решение дифференциального уравнения):

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний в момент t; A_0 – амплитуда затухающих колебаний в начальный момент времени ($t_0 = 0$); $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – круговая частота затухающих колебаний.

Логарифмический декремент затухания

$$\Theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e},$$

где δ – коэффициент затухания; T – период затухающих колебаний; τ – время релаксации; N_e – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз; $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период.

Добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\omega_0}{2\delta},$$

где Θ – логарифмический декремент затухания, ω_0 – циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы, δ – коэффициент затухания.

Если система совершает колебания под периодически изменяющимся внешним воздействием, то такие колебания называют вынужденными.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний для установившихся колебаний:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \quad \text{или} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} + F_0\cos\omega t,$$

где $F_0\cos\omega t$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – амплитуда вынуждающей силы.

Решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний для установившихся колебаний:

$$x = A\cos(\omega t - \varphi),$$

где A – амплитуда вынужденных колебаний, которая зависит от соотношения вынужденной ω и собственной частоты ω_0:

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}},$$

где φ определяет отставание по фазе вынужденного колебания от вынуждающей силы:

$$tg\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонансная частота и резонансная амплитуда:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}, \; A_{рез} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}},$$

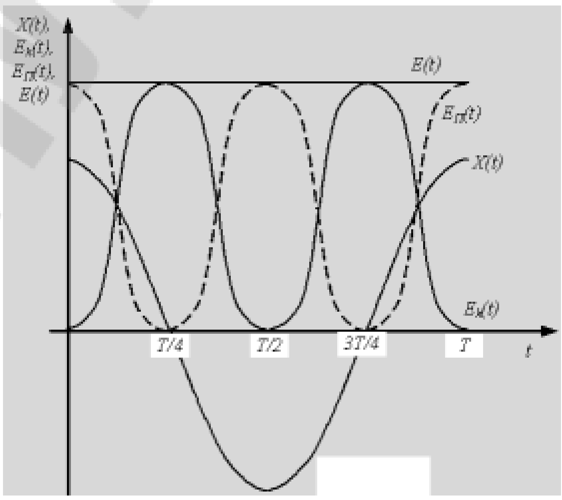
где F_0 – амплитудное значение внешней периодической силы

Кинетическая энергия колеблющейся материальной точки массой m:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Потенциальная энергия колеблющейся материальной точки массой m:

$$E_П = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$



Полная энергия колеблющейся материальной точки массой m:

$$E_П = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2.$$

Сложение двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты

Амплитуда A результирующего колебания:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Начальная фаза результирующего колебания:

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды двух складываемых колебаний; φ_1 и φ_2 – начальные фазы колебаний.

Частота биений, возникающих при сложении двух колебаний, происходящих по одной прямой с различными, но близкими по значению частотами ν_1 и ν_2,

$$\nu = \nu_1 - \nu_2 .$$

Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с амплитудами A_1 и A_2 и начальными фазами φ_1 и φ_2,

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) .$$

Если начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний одинаковы, уравнение траектории примет вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1,$$

т.е. точка движется по эллипсу.

Связь длины волны λ с периодом T и частотой ν колебаний

$$\lambda = \upsilon T; \qquad \upsilon = \lambda\nu,$$

где υ – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

Уравнение *плоской волны*, распространяющейся вдоль положительного направления оси x

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon T} = \frac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число (λ – длина волны; υ – фазовая скорость волны; T – период колебаний); φ_0 – начальная фаза колебаний.

Величина $\varphi = \omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \varphi_0$ или $\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0$ называется фазой волны.

Дифференциальное уравнение волнового процесса:

$$\frac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial t^2}=\upsilon^2\frac{\partial^2\xi(x,t)}{dx^2},$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t, υ – фазовая скорость волны.

Уравнение плоской затухающей волны:

$$\xi(x,t)=A_0e^{-\beta x}\cos(\omega t-kx+\varphi_0),$$

где A_0 – амплитуда волны в точке $x=0$, β – коэффициент затухания, зависящий от свойств среды, ω – циклическая (круговая) частота; $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{\upsilon T}=\frac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число (λ – длина волны; υ – фазовая скорость волны; T – период колебаний); φ_0 – начальная фаза колебаний.

Уравнение сферической волны без учета затухания имеет вид

$$\xi(x,t)=\frac{A}{r}\cos\left(\omega\left(t-\frac{r}{\upsilon}\right)+\varphi_0\right),$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t;

A – амплитуда волны; r – расстояние от источника колебаний; ω – циклическая (круговая) частота; υ – фазовая скорость волны; φ_0 – начальная фаза колебаний.

Волновое уравнение для волн, распространяющихся в упругой изотропной среде, имеет вид:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2},$$

решением которого является выражение:

$$\xi=a\cos\left[\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi_0\right],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, который характеризует точку пространства, которой достигла волна к промежутку времени t, при этом выполняются следующие равенства:

$$k_x^2+k_y^2+k_z^2=\frac{\omega^2}{\upsilon^2}, \qquad \vec{k}\cdot\vec{r}=k_xx+k_yy+k_zz.$$

Связь между разностью фаз $\Delta\varphi$ и разностью хода Δ:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta.$$

Условия максимума и минимума амплитуды колебания при интерференции волн:

$$\Delta_{\max} = \pm 2m\frac{\lambda}{2}, \qquad \Delta_{\min} = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

где $m = 0, 1, 2, \ldots$ – порядок максимума (минимума).

Фазовая υ и групповая u скорости, а также связь между ними:

$$\upsilon = \frac{\omega}{k}; \qquad u = \frac{d\omega}{dk}; \qquad u = \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda}.$$

Уравнение стоячей волны

$$\xi(x,t) = 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\omega t = 2A\cos kx \cdot \cos\omega t,$$

где $\xi(x,t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon T} = \frac{\omega}{\upsilon}$ – волновое число (λ – длина волны; υ – фазовая скорость; T – период колебаний).

Координаты пучностей и узлов стоячей волны

$$x_П = \pm m\frac{\lambda}{2}; \qquad x_у = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2},$$

где $m = 0, 1, 2, \ldots$.

Уровень интенсивности звука в децибелах:

$$L = 10\lg\frac{I}{I_0},$$

где I – интенсивность звука; I_0 – интенсивность звука на пороге слышимости ($I_0 = 10^{-12}$ Вт/м^2).

Эффект Доплера в акустике

$$\nu = \frac{(\upsilon \pm \upsilon_{пр})\nu_0}{\upsilon \mp \upsilon_{ист}},$$

где ν – частота звука, воспринимаемая движущимся приемником; ν_0 – частота звука, посылаемая источником; $\upsilon_{пр}$ – скорость движения приемника; $\upsilon_{ист}$ – скорость движения источника; υ – скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

Скорость распространения поперечной упругой волны (например, в тонкой струне):

$$\upsilon_{\perp} = \sqrt{\frac{F}{\rho S}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}},$$

где $\sigma = \dfrac{F}{S}$ – механическое напряжение в струне (модуль сдвига), ρ – плотность вещества струны.

Скорость распространения продольных волн в стержне

$$\upsilon_{II} = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E – модуль Юнга.

В изотропном твердом теле по любому направлению могут распространяться продольная упругая волна со скоростью $\upsilon_{II} = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$ и две поперечные волны со скоростью $\upsilon_{\perp} = \sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho}}$. Скорость поперечных волн меньше скорости продольных волн ($\upsilon_{\perp} < \upsilon_{II}$).

В жидкостях возможно распространение лишь продольных волн. Скорость их распространения определяется формулой

$$\upsilon_{II} = \sqrt{\frac{k}{\rho}},$$

где k – модуль всестороннего сжатия, ρ – плотность жидкости (например, в воде $\upsilon_{II} \approx 1450$ м/с).

Скорость распространения продольных волн в газообразной среде (звук) определяется выражением

$$\upsilon_{II} = \sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}} = \langle\upsilon\rangle\sqrt{\frac{\pi\gamma}{8}},$$

где $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ отношение теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости газа при постоянном объеме (показатель адиабаты); p и ρ – давление и плотность невозмущенного газа; M – молярная масса газа, T – абсолютная температура, R – универсальная газовая постоянная; где $\langle\upsilon\rangle = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}}$ – средняя скорость теплового движения молекул газа.

В воздухе при нормальных условиях скорость звука $\upsilon_{II} \approx 340$ м/с.

Отдельную группу представляют волны на поверхности жидкости. Распространение таких волн обусловлено действием сил тяжести и сил поверхностного натяжения. Роль этих сил различна для волн разной длины: для достаточно коротких волн, когда кривизна поверхности жидкости велика, преобладающими являются силы поверхностного натяжения, а в случае длинных волн этими силами можно пренебречь. В первом случае волны на воде называются капиллярными – υ_σ. Во втором случае волны называются гравитационными – υ_g.

Скорость капиллярных поверхностных волн:

$$\upsilon_\sigma = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}},$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, ρ – плотность жидкости, λ – длина волны.

Скорость гравитационных поверхностных волн:

- для «глубокой » воды, когда $\lambda << h$ (h глубина жидкости)

$$\upsilon_g = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{g\lambda},$$

- для «мелкой» воды, когда $h << \lambda$

$$\upsilon_g = \sqrt{gh}.$$

При распространении волн происходит перенос энергии без переноса вещества. Энергия волны в упругой среде состоит из кинетической энергии колебательного движения частиц вещества $K_{\Delta x}$ и потенциальной энергии упругой деформации среды $\Pi_{\Delta x}$.

Кинетическая энергия элемента стержня длиной Δx в точке x в момент времени t

$$K_{\Delta x} = \frac{1}{2}\rho S\Delta x\omega^2 A^2 \sin^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right) = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right),$$

где S – площадь сечения стержня, ρ – плотность материала стержня ω – циклическая (круговая) частота; A – амплитуда колебания, υ – фазовая скорость $m = \rho S\Delta x$ – масса выделенного элемента стержня.

Плотность кинетической энергии в точке x в момент времени t

$$w_K = \frac{K_{\Delta x}}{S\Delta x} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \sin^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right).$$

Потенциальная энергия деформации $\Pi_{\Delta x}$ в момент времени t:

$$\Pi_{\Delta x} = \frac{1}{2}S\Delta xE\left(\frac{\Delta l}{\Delta x}\right)^2 = \frac{1}{2}S\Delta xE\left(\frac{\omega}{\upsilon}A\right)^2 \sin^2\left(\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right),$$

где Δl – удлинение рассматриваемого элемента стержня Δx, вызванное проходящей волной; S – площадь сечения стержня; E – модуль

Юнга; ω – циклическая (круговая) частота; A – амплитуда колебания, υ – фазовая скорость.

Плотность потенциальной энергии в точке x в момент времени t:

$$w_П = \frac{П_{\Delta x}}{S\Delta x} = \frac{1}{2}E\frac{\omega^2}{\upsilon^2}A^2\sin^2\left[\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)\right] = \frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\sin^2\left(\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)\right).$$

Суммарная плотность энергии в точке x в момент времени t:

$$w = w_П + w_K = \rho\omega^2A^2\sin^2\left(\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)\right),$$

где ρ – плотность материала, ω – циклическая (круговая) частота; A – амплитуда колебания, υ – фазовая скорость.

Среднее значение вдоль направления распространения волны:

$$\langle w\rangle = \frac{1}{2}\rho\omega^2A^2.$$

Плотность потока энергии волны (вектора Умова):

$$j = \frac{dФ}{dS} = w\upsilon,$$

где $d\vec{Ф}$ – поток энергии переносимой волной за единицу времени через площадку dS, перпендикулярную направлению распространения волны.

Среднее значение модуля вектора Умова

$$\langle j\rangle = \langle w\rangle\upsilon = \frac{1}{2}\rho A^2w^2\upsilon.$$

При произвольной ориентации площадки dS (единичного вектора $\vec{n}$, нормального к плоскости площадки) относительно вектора Умова $\vec{j}$ поток через нее будет равен

$$dФ = \vec{j}\cdot d\vec{S} = j\Delta S\cos\alpha.$$

Полный поток через поверхность S определяется интегралом

$$Ф = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = \int_S j_n dS.$$

Тестовые задачи по механическим колебаниям и упругим волнам

6.1. Написать уравнение гармонического колебания, если амплитуда его 10 см, максимальная скорость 50 см/с, начальная фаза $15°$. Определить период колебаний и смещение колеблющейся точки через 0,2 с от начала колебания.

а) $x(t) = 0{,}2(5t + \pi/12),\ T = 1{,}98\,\text{с}; x(1{,}3) = 0{,}143\,\text{м}$;

б) $x(t) = 0{,}1(5t + \pi/12),\ T = 1{,}26\,\text{с}; x(0{,}2) = 0{,}095\,\text{м}$;

в) $x(t) = 1{,}4(5t + \pi/12),\ T = 2{,}37\,\text{с}; x(1{,}4) = 1{,}358\,\text{м}$;

г) $x(t) = 0{,}4(5t + \pi/12),\ T = 0{,}84\,\text{с}; x(0{,}6) = 0{,}053\,\text{м}$.

6.2. Материальная точка совершает гармонические колебания с частотой $n = 500$ Гц и амплитудой $A = 0{,}02$ см. Определить среднее значение скорости $\langle \upsilon \rangle$ и ускорения $\langle a \rangle$ точки на пути от ее крайнего положения до положения равновесия, а также найти амплитудные значения этих величин υ_m, a_m.

а) $\langle \upsilon \rangle = 0{,}4\,\text{м/с},\ \langle a \rangle = 1{,}26 \cdot 10^3\,\text{м/с}^2,\ \upsilon_m = 0{,}63\,\text{м/с},\ a_m = 2 \cdot 10^3\,\text{м/с}^2$;

б) $\langle \upsilon \rangle = 0{,}8\,\text{м/с},\ \langle a \rangle = 2{,}52 \cdot 10^3\,\text{м/с}^2,\ \upsilon_m = 0{,}36\,\text{м/с},\ a_m = 3 \cdot 10^3\,\text{м/с}^2$;

в) $\langle \upsilon \rangle = 0{,}2\,\text{м/с},\ \langle a \rangle = 0{,}63 \cdot 10^3\,\text{м/с}^2,\ \upsilon_m = 0{,}84\,\text{м/с}, a_m = 4 \cdot 10^3\,\text{м/с}^2$;

г) $\langle \upsilon \rangle = 1{,}6\,\text{м/с},\ \langle a \rangle = 5{,}04 \cdot 10^3\,\text{м/с}^2,\ \upsilon_m = 0{,}92\,\text{м/с}, a_m = 6 \cdot 10^3\,\text{м/с}^2$.

6.3. Материальная точка массой 20 г совершает гармонические колебания с периодом 9 с. Начальная фаза колебаний 10º. Через какое время от начала движения смещение точки достигнет половины амплитуды? Найти амплитуду, максимальные скорость и ускорение точки, если полная ее энергия равна 10^{-2} Дж.

а) $t = 1{,}2\,\text{с},\ A = 2{,}47\,\text{м},\ \upsilon_\text{m} = 1{,}5\,\text{м/с},\ a_\text{m} = 0{,}9\,\text{м/с}^2$;

б) $t = 0{,}7\,\text{с},\ A = 1{,}97\,\text{м},\ \upsilon_\text{m} = 0{,}85\,\text{м/с}, a_m = 0{,}5\,\text{м/с}^2$;

в) $t = 0{,}5\,\text{с},\ A = 1{,}43\,\text{м},\ \upsilon_\text{m} = 1\,\text{м/с}, a_m = 0{,}7\,\text{м/с}^2$;

г) $t = 1{,}5\,\text{с},\ A = 3{,}29\,\text{м},\ \upsilon_\text{m} = 1{,}74\,\text{м/с}, a_m = 1{,}3\,\text{м/с}^2$.

6.4. Материальная точка массой $m = 1$ г колеблется гармонически. Амплитуда колебаний равна 5 см, циклическая частота 2 c^{-1}, начальная фаза равна 0. Определить величину силы, действующую на точку в тот момент, когда ее скорость равна 6 м/с.

а) $F = 16 \cdot 10^{-5}$ Н; б) $F = 32 \cdot 10^{-5}$ Н;
в) $F = 8 \cdot 10^{-5}$ Н; г) $F = 4 \cdot 10^{-5}$ Н.

6.5. За какую часть периода точка, совершающая гармонические колебания, пройдет путь, равный: 1) половине амплитуды, если в начальный момент она находилась в положении равновесия; 2) одной трети амплитуды, если в начальный момент она находилась в крайнем положении.

а) $t_1 = \dfrac{T}{16}, t_2 = \dfrac{T}{15}$; б) $t_1 = \dfrac{T}{24}, t_2 = \dfrac{T}{22{,}5}$;
в) $t_1 = \dfrac{T}{6}, t_2 = \dfrac{T}{7{,}5}$; г) $t_1 = \dfrac{T}{12}, t_2 = \dfrac{T}{7{,}5}$

6.6. Тело массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания по закону $x = 0{,}1\cos(4\pi t + \pi/4)$ м. Определить максимальные значения кинетической энергии и возвращающей силы.

а) $E_k = 8{,}96$ мДж, $F_m = 0{,}316$ Н; б) $E_k = 7{,}89$ мДж, $F_m = 0{,}158$ Н;
в) $E_k = 4{,}48$ мДж, $F_m = 0{,}086$ Н; г) $E_k = 6{,}64$ мДж, $F_m = 0{,}637$ Н.

6.7. Материальная точка массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см. Определить частоту n колебаний, если максимальная сила F_m, действующая на точку, равна 10 мН.

а) $n = 0{,}148$ Гц; б) $n = 0{,}503$ Гц;
в) $n = 0{,}874$ Гц; г) $n = 0{,}692$ Гц.

6.8. Пружинный маятник совершает гармонические колебания, описываемые уравнением $x = 0{,}3\cos(\dfrac{\pi}{6})t$ м. В тот момент, когда возвращающая сила F в первый раз достигла значения – 10 мН, потенциальная энергия $E_п$ маятника оказалась равной 7,5 мДж. Определить этот момент времени t.

а) $t = 2\,с$; б) $t = 1\,с$; в) $t = 8\,с$; г) $t = 4\,с$.

6.9. Материальная точка массой $m = 50$ г совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0{,}1\cos(\frac{3\pi}{6})t$ м. Определить величину возвращающей силы F для момента времени $t = 0{,}5$ с и полную энергию.

а) $F = 89{,}2\,мН$, $E = 3{,}46\,мДж$; б) $F = 54{,}2\,мН$, $E = 7{,}83\,мДж$;
в) $F = 63{,}4\,мН$, $E = 13{,}68\,мДж$; г) $F = 78{,}7\,мН$, $E = 5{,}55\,мДж$.

6.10. Через какую долю периода в первый раз от начала колебаний кинетическая энергия будет равна потенциальной?

а) $t = T/6$; б) $t = T/8$; в) $t = T/2$; г) $t = T/4$.

6.11. Складываются два гармонических колебания одного направления с периодами $T_1 = T_2 = 2$ с, амплитудами $A_1 = A_2 = 3$ см и начальными фазами $\varphi_1 = \pi/2$ и $\varphi_2 = \pi/3$. Записать уравнение результирующих колебаний, найти амплитуду A и начальную фазу φ, построить векторную диаграмму.

а) $A = 5{,}8 \cdot 10^{-2}\,м$, $\varphi = 0{,}417\pi\,рад$, $x = 5{,}8 \cdot 10^{-2} \cos(\pi t + 0{,}417\pi)\,м$;
б) $A = 6{,}6 \cdot 10^{-2}\,м$, $\varphi = 0{,}203\pi\,рад$, $x = 6{,}6 \cdot 10^{-2} \cos(\pi t + 0{,}203\pi)\,м$;
в) $A = 1{,}4 \cdot 10^{-2}\,м$, $\varphi = 0{,}824\pi\,рад$, $x = 1{,}4 \cdot 10^{-2} \cos(\pi t + 0{,}824\pi)\,м$;
г) $A = 3{,}2 \cdot 10^{-2}\,м$, $\varphi = 0{,}485\pi\,рад$, $x = 3{,}2 \cdot 10^{-2} \cos(\pi t + 0{,}485\pi)\,м$.

6.12. Тонкий однородный диск радиусом $R = 0{,}3$ м имеет вырез в виде круга радиусом $r = 0{,}15$ м. Найти период колебаний диска, если ось вращения перпендикулярна к его плоскости и проходит через точку O.

а) $T = 2{,}64\,с$; б) $T = 3{,}93\,с$; в) $T = 1{,}39\,с$; г) $T = 1{,}78\,с$.

6.13. Физический маятник в виде тонкого однородного стержня совершает гармонические колебания вокруг неподвижной оси, проходящей через точку подвеса O, находящуюся от центра масс C на расстоянии $x = 28{,}9$ см. Определить длину стержня, если циклическая частота колебаний максимальна.

а) $l = 1$ м; б) $l = 2$ м; в) $l = 4$ м; г) $l = 8$ м.

6.14. Шарик массой $m = 20$ г колеблется с периодом $T = 2$ с. В начальный момент времени шарик обладал энергией $E = 0{,}01$ Дж и находился от положения равновесия на расстоянии $x_1 = 0{,}25$ м. Написать уравнение гармонических колебаний шарика.

а) $x = 0{,}63\cos\pi(t + 0{,}8)$ м; б) $x = 0{,}41\cos\pi(t + 0{,}5)$ м;
в) $x = 0{,}32\cos\pi(t + 0{,}3)$ м; г) $x = 0{,}27\cos\pi(t + 0{,}2)$ м.

6.15. Физический маятник представляет собой стержень длиной $l = 1$ м и массой $3m_1$ с прикрепленным к одному из его концов обручем диаметром $d = 0{,}5$ и массой m_1. Горизонтальная ось OZ маятника проходит через середину стержня перпендикулярно к нему. Определить период T колебаний такого маятника.

а) $T = 3{,}14$; б) $T = 2{,}17$; в) $T = 5{,}36$; г) $T = 1{,}09$.

6.16. Тонкий невесомый стержень длиной $l = 0{,}5$ м с грузиками на концах массами $m_1 = m_2 = m$ колеблется около точки O на горизонтальной оси. Определить приведенную длину $l_{пр}$ и период колебаний такого маятника, если расстояние $d = 0{,}1$ м.

а) $T = 3{,}2$ с, $l_{пр} = 1{,}14$ м; б) $T = 2{,}4$ с, $l_{пр} = 1{,}23$ м;
в) $T = 0{,}7$ с, $l_{пр} = 0{,}26$ м; г) $T = 1{,}5$ с, $l_{пр} = 0{,}57$ м.

6.17. На концах вертикального стержня укреплены два груза. Центр масс грузов находится ниже середины стержня на расстоянии d = 5 см. Найти длину стержня /, если известно, что период малых колебаний стержня с грузами вокруг горизонтальный оси, проходящей через его середину, T = 2 с. Массой стержня пренебречь по сравнению с массой грузов.

а) $l = 1{,}14$ м; б) $l = 0{,}446$ м;
в) $l = 0{,}14$ м; г) $l = 4{,}14$ м.

6.18. Обруч диаметром D = 56,5 см висит на гвозде, вбитом в стенку, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний T обруча.

а) $T = 0{,}5$ с; б) $T = 1{,}5$ с;
в) $T = 1{,}5$ с; г) $T = 10{,}5$ с.

6.19. Определить период колебаний T математического маятника с длиной нити l = 0,8 м, поднимающегося вверх с ускорением a = 2 м/с^2.

а) Т = 2,2 с; б) Т = 3,8 с; в) Т = 1,6 с; г) Т = 0,9 с.

6.20. Найти период T затухающих колебаний математического маятника длиной $l = 1$ м, если известен логарифмический декремент затухания $\theta = 0{,}6$.

а) $T = 2$ с; б) $T = 3{,}2$ с; в) $T = 1$ с; г) $T = 1{,}4$ с.

6.21. Результирующее колебание, получающееся при сложении двух гармонических колебаний одного направления, мало отличающихся по частоте, описывается уравнением вида: $x = A \cdot \cos(t) \cdot \cos(50t)$. Определить циклические частоты складываемых колебаний; циклическую частоту биений; период биений.

а) $\omega_1 = 153$ с$^{-1}$, $\omega_2 = 61$ с$^{-1}$, $\omega_б = 3$ с$^{-1}$, $T_б = 1{,}02$ с;
б) $\omega_1 = 24$ с$^{-1}$, $\omega_2 = 25$ с$^{-1}$, $\omega_б = 1$ с$^{-1}$, $T_б = 1{,}02$ с;
в) $\omega_1 = 102$ с$^{-1}$, $\omega_2 = 94$ с$^{-1}$, $\omega_б = 4$ с$^{-1}$, $T_б = 6{,}28$ с;
г) $\omega_1 = 51$ с$^{-1}$, $\omega_2 = 49$ с$^{-1}$, $\omega_б = 2$ с$^{-1}$, $T_б = 3{,}14$ с.

6.22. Энергия затухающих колебаний маятника, происходящих в некоторой среде, за время $t_1 = 2$ мин уменьшилась в $N = 100$ раз. Определить коэффициент сопротивления, если масса маятника $m = 0{,}1$ кг.

а) $r = 0{,}0066$ кг/с; б) $r = 0{,}0248$ кг/с;
в) $r = 0{,}0038$ кг/с; г) $r = 0{,}0126$ кг/с.

6.23. Тело массой $m = 0{,}6$ кг, подвешенное к пружине жесткостью $k = 30$ Н/м, совершает в некоторой среде упругие колебания. Логарифмический декремент затухания $\theta = 0{,}01$. Определить время t_1, за которое амплитуда колебаний уменьшится в 3 раза и число полных колебаний N, которые должно совершить тело, чтобы прошло подобное уменьшение амплитуды.

а) $t_1 = 220$ с, $N = 246$; б) $t_1 = 55$ с, $N = 62$;
в) $t_1 = 110$ с, $N = 123$; г) $t_1 = 330$ с, $N = 482$.

6.24. Тело массой $m = 100$ г, совершая затухающие колебания, за $t_1 = 1$ мин потеряло 40 % своей энергии. Определить коэффициент сопротивления r.

а) $r = 4{,}22 \cdot 10^{-4}$ кг/с; б) $r = 8{,}54 \cdot 10^{-4}$ кг/с;
в) $r = 16{,}08 \cdot 10^{-4}$ кг/с; г) $r = 2{,}17 \cdot 10^{-4}$ кг/с.

6.25. Определить добротность Q колебательной системы, если за время, в течение которого система совершает $N = 90$ полных колебаний, их амплитуда уменьшилась в 3 раза.

а) $Q = 346$; б) $Q = 128$; в) $Q = 504$; г) $Q = 257$.

6.26. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой $n = 900$ Гц. Определить собственную частоту колебательной системы, если резонансная частота $n_{рез} = 898$ Гц.

а) $n_{соб} = 187$ Гц; б) $n_{соб} = 364$ Гц;

в) $n_{соб} = 728\,Гц$; г) $n_{соб} = 902\,Гц$.

6.27. Тело массой $m = 50$ г совершает затухающие колебания, начальная амплитуда A_0 которых равна 10 см, начальная фаза $\varphi = 0$, коэффициент затухания $\delta = 1{,}6\,с^{-1}$. В результате действия на это тело внешней периодической силы установились вынужденные колебания, описываемые уравнением $x = 6\cos(10\pi t - 0{,}75\pi t)$ см. Написать уравнение собственных затухающих колебаний и уравнение внешней периодической силы.

а) $x = 0{,}2e^{-3{,}2t}\cos(7{,}3\pi t)\,м$, $F = 0{,}148\cos(5\pi t)\,Н$;
б) $x = 0{,}3e^{-4{,}7t}\cos(6{,}8\pi t)\,м$, $F = 0{,}286\cos(7\pi t)\,Н$;
в) $x = 0{,}4e^{-2{,}1t}\cos(17{,}6\pi t)\,м$, $F = 1{,}428\cos(14\pi t)\,Н$;
г) $x = 0{,}1e^{-1{,}6t}\cos(10{,}5\pi t)\,м$, $F = 0{,}712\cos(10\pi t)\,Н$.

6.28. Груз массой $m = 50$ г, подвешенный на нити длиной $l = 20$ см, совершает колебания в жидкости. Коэффициент сопротивления $r = 0{,}02\,кг/с$. На груз действует вынуждающая сила $F = 0{,}1\cos(\omega t)\,Н$.

Определить частоту вынуждающей силы, при которой амплитуда вынужденных колебаний максимальна и резонансную амплитуду.

а) $\omega_{рез} = 9\,рад/с$, $A_{рез} = 58{,}6\,см$;
б) $\omega_{рез} = 5\,рад/с$, $A_{рез} = 65{,}6\,см$;
в) $\omega_{рез} = 7\,рад/с$, $A_{рез} = 71{,}4\,см$;
г) $\omega_{рез} = 8\,рад/с$, $A_{рез} = 83{,}5\,см$.

6.29. Складываются два взаимно перпендикулярных колебания с одинаковыми периодами 0,2 с и одинаковой начальной фазой $\pi/3$. Амплитуда одного колебания $A = 4$ см, второго $B = 3$ см. Найти уравнение результирующего колебания.

а) $y(x) = 0{,}05\cos(10\pi t + \pi/3)\,м$;
б) $y(x) = 0{,}14\cos(6\pi t + \pi/2)\,м$;
в) $y(x) = 0{,}07\cos(12\pi t + \pi/3)\,м$;
г) $y(x) = 0{,}21\cos(18\pi t + \pi/4)\,м$.

6.30. Материальная точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых $x = \cos 2\pi t$ и $y = \cos \pi t$. Найти уравнение траектории точки. Вычертить траекторию точки с соблюдением масштаба, указав направление движения точки.

а) $y(x) = 2y^2 - x = 6$; б) $y(x) = 4y^2 - 3x + 2 = 1$;
в) $y(x) = 2y^2 - x = 1$; г) $y(x) = 4y^2 - 3x = 2$.

6.31. Найти период колебаний поршня массой $m = 50$ г, разделяющего закрытый горизонтальный цилиндрический сосуд сечением $S = 100\,\text{см}^2$ на две равные части длиной $l = 20$ см каждая, при отклонении поршня от среднего положения на малую величину x. По обе стороны от поршня находится воздух под давлением $P = 100\,\text{Па}$. Температуру считать постоянной. Трением пренебречь.

а) $T = 0{,}63\,\text{с}$; б) $T = 0{,}27\,\text{с}$; в) $T = 0{,}45\,\text{с}$; г) $T = 0{,}39\,\text{с}$.

7. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Законы идеального газа. Основные понятия и формулы

Количество вещества тела (системы)

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.);

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – постоянная Авогадро (число молекул в одном моле).

Молярная масса вещества

$$M = \frac{m}{\nu},$$

где m – масса однородного тела (системы); ν – количество вещества этого тела.

Молярная масса смеси газов

$$M_{см} = \frac{\sum_{i=0}^{n} m_i}{\sum_{i=0}^{n} \nu_i},$$

где m_i – масса i -того компонента смеси; ν_i – количество вещества i -того компонента смеси; n – число компонентов смеси.

Концентрация частиц (молекул, атомов, ионов и т.п.) однородной системы

$$n = \frac{N}{V},$$

где N – число частиц в системе; V – объем системы.

Нормальные условия – стандартные физические условия, определяемые давлением $P = 101325 \approx 10^5$ Па (760 мм. рт. ст.) и абсолютной температурой $T = 273{,}15$ К ($t = 0^0$ С).

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{M} RT,$$

где R = 8,31 Дж/моль·К – молярная газовая постоянная; T – термодинамическая температура газа; P– давление газа; V – объем газа.

Зависимость давления газа P от концентрации молекул n и температуры T газа (уравнение состояния газа):

$P = nkT$,

где k = $1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана (определяет «долю» газовой постоянной, приходящейся на одну молекулу, $k = \dfrac{R}{N_A}$).

Опытные газовые законы. Объединенный газовый закон:

для неизменной массы газа : $\dfrac{PV}{T} = const$,

или для двух состояний газа: $\dfrac{P_1V_1}{T_1} = \dfrac{P_2V_2}{T_2}$,

где P_1, V_1, T_1 – соответственно давление, объем и температура газа в начальном состоянии; P_2, V_2, T_2 – те же величины в конечном состоянии.

Закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс, $m = const$,$T = const$)

$PV = const$,

или для двух состояний газа: $P_1V_1 = P_2V_2$.

Закон Гей – Люссака (изобарный процесс, $m = const$,$P = const$,):

$\dfrac{V}{T} = const$,

или для двух состояний газа: $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2}$.

Закон Шарля (изохорный процесс, $m = const$, $V = const$):

$\dfrac{P}{T} = const$,

или для двух состояний газа: $\dfrac{P_1}{T_1} = \dfrac{P_2}{T_2}$.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов:

$P = P_1 + P_2 + ... + P_n$,

где P – давление смеси газов; P_i– парциальное давление i -того компонента смеси; n – число компонентов смеси.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 < \upsilon_{кв} >^2 \quad \text{или} \quad P = \frac{2}{3} n < E_к >,$$

где m_0 – масса одной молекулы; $< \upsilon_{кв} >$ – средняя квадратичная скорость молекул, $< E_к >$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа

$$< E_{пост} >= \frac{3}{2} kT,$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана (определяет «долю» газовой постоянной, приходящейся на одну молекулу, $k = \frac{R}{N_A}$).

Средняя полная кинетическая энергия (приходящаяся на все степеrни свободы молекулы)

$$< E_i >= \frac{i}{2} kT,$$

где i – сумма числа поступательных $i_{пост}$, числа вращательных $i_{вр}$ и удвоенного числа колебательных $i_к$ степеней свободы молекулы: $i = i_{пост} + i_{вр} + i_к$; для одноатомной молекулы $i = 3$ (поступательное движение описывается тремя координатами); для двухатомной $i = 5$ ($i_{пост.} = 3$ для поступательного движения, $i_{вр.} = 2$ для вращательного движения); для трехатомной и более $i = 6$ ($i_{пост.} = 3$ для поступательного движения, $i_{вр.} = 3$ для вращательного движения)

Внутренняя энергия идеального газа:

а) для произвольной массы газа -

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{i}{2} \nu RT;$$

б) для одного моля газа -

$$U = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT,$$

где i – число степеней свободы газа, k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура, N_A – постоянная Авогадро, R – молярная газовая постоянная, m – масса газа, M – молярная масса, ν – количество вещества.

Тестовые задачи по молекулярно-кинетической теории идеального газа и законам идеального газа

7.1. Найти число молекул газа, находящегося в сосуде объемом $V = 0{,}5$ л при нормальных условиях.

а) $N = 0{,}52 \cdot 10^{22}$; б) $N = 1{,}31 \cdot 10^{22}$; в) $N = 1{,}41 \cdot 10^{22}$;
г) $N = 2{,}21 \cdot 10^{22}$; д) $N = 1{,}25 \cdot 10^{22}$.

7.2. В цилиндр длиной $l_1 = 1{,}5$ м и площадью $S = 100\ \text{см}^2$, заполненный идеальным газом при нормальном давлении, начали медленно вдвигать поршень. Определить величину силы, действующую на поршень, если его остановить на расстоянии $l_2 = 15$ см от дна цилиндра.

а) $F = 12$ кН; б) $F = 1{,}6$ кН; в) $F = 0{,}1$ кН;
г) $F = 8$ кН; д) $F = 10$ кН.

7.3. Идеальный газ находится в сосуде при температуре $t_1 = 20\ °\text{C}$. При нагревании газа до температуры t_2 его давление возросло в 1,5 раза. Найти температуру газа t_2.

а) $t_2 = 167{,}5\ °\text{C}$; б) $t_2 = 156{,}7\ °\text{C}$; в) $t_2 = 166{,}5\ °\text{C}$;
г) $t_2 = 135{,}8\ °\text{C}$; д) $t_2 = 182{,}3\ °\text{C}$.

7.4. При нагревании газа на $\Delta T = 10$ К его объем увеличился на 1/250 часть первоначального объёма. Найти начальную температуру газа, считая давление постоянным.

а) $T_1 = 2227$ К; б) $T_1 = 2300$ К; в) $T_1 = 2500$ К;
г) $T_1 = 2270$ К; д) $T_1 = 2660$ К.

7.5. Сосуд ёмкостью $V = 10$ л, заполненный воздухом при температуре 500 К, соединяется трубочкой с чашкой, в которой находится ртуть. Найти количество ртути Δm, перешедшей в сосуд при остывании воздуха в нем до 300 К.

а) $\Delta m = 53{,}4$кг; б) $\Delta m = 54{,}6$кг ; в) $\Delta m = 52{,}5$кг; г) $\Delta m = 54{,}4$кг; д) $\Delta m = 54$кг.

7.6. Определить: 1) число N молекул воды, занимающей при температуре $t = 4$ °С объем $V = 1$ мм^3; 2) массу m_1 молекул воды; 3) диаметр d молекулы воды, считая, что молекулы имеют форму шариков, соприкасающихся друг с другом.

а) $N = 3{,}34 \cdot 10^{19}$ молекул, $m_1 = 2{,}99 \cdot 10^{-26}$ кг, $d = 3{,}11 \cdot 10^{-10}$ м ;
б) $N = 3{,}34 \cdot 10^{19}$ молекул, $m_1 = 3{,}01 \cdot 10^{-26}$ кг, $d = 2{,}99 \cdot 10^{-10}$ м;
в) $N = 3{,}54 \cdot 10^{19}$ молекул, $m_1 = 2{,}99 \cdot 10^{-26}$ кг, $d = 3{,}41 \cdot 10^{-10}$ м;
г) $N = 2{,}74 \cdot 10^{19}$ молекул, $m_1 = 2{,}09 \cdot 10^{-26}$ кг, $d = 2{,}21 \cdot 10^{-10}$ м;
д) $N = 2{,}24 \cdot 10^{19}$ молекул, $m_1 = 2{,}09 \cdot 10^{-26}$ кг, $d = 2{,}16 \cdot 10^{-10}$ м.

7.7. В оболочке сферического аэростата находится газ объёмом $V_1 = 1000$ м^3, заполняющий оболочку лишь частично. На сколько увеличится подъемная сила аэростата, если газ в нем нагреть от $T_1 = 273$ К до $T_2 = 300$ К? Давление газа в оболочке и в окружающей среде постоянно и равно нормальному атмосферному давлению.

а) $\Delta F = 2{,}28$кН; б) $\Delta F = 1{,}28$кН; в) $\Delta F = 1{,}34$кН;
г) $\Delta F = 1{,}08$кН; д) $\Delta F = 1{,}24$кН.

7.8. Два баллона ёмкостью $V_1 = 2$ л и $V_1 = 6$ л, в которых находятся различные газы, соединены трубкой с краном. Давление газа в первом баллоне $P_1 = 0{,}2$ МПа, а во втором $P_2 = 0{,}12$ МПа. Температура газов одинакова. Найти общее давление P в баллонах и парциальные давления P_1' и P_2' газов после открытия крана.

а) $P_1' = 5 \cdot 10^4$ Па, $P_2' = 8 \cdot 10^4$ Па, $P = 1{,}3 \cdot 10^5$ Па;
б) $P_1' = 5 \cdot 10^4$ Па, $P_2' = 8 \cdot 10^4$ Па, $P = 1{,}3 \cdot 10^5$ Па;
в) $P_1' = 5 \cdot 10^4$ Па, $P_2' = 8 \cdot 10^4$ Па, $P = 1{,}3 \cdot 10^5$ Па;
г) $P_1' = 5 \cdot 10^4$ Па, $P_2' = 8 \cdot 10^4$ Па, $P = 1{,}3 \cdot 10^5$ Па;

д) $P_1' = 5 \cdot 10^4$ Па, $P_2' = 8 \cdot 10^4$ Па, $P = 1{,}3 \cdot 10^5$ Па.

7.9. В сосуде находится смесь водорода и кислорода, причем их массовые доли равны соответственно: $щ_1 = 2/7$ и $щ_2 = 5/7$. Найти плотность ρ смеси газов, если давление смеси $P = 50$ кПа, а температура $T = 273$ К.

а) $\rho = 0{,}16\,\frac{кг}{м^3}$; б) $\rho = 0{,}13\,\frac{кг}{м^3}$; в) $\rho = 0{,}23\,\frac{кг}{м^3}$; г) $\rho = 1{,}13\,\frac{кг}{м^3}$; д) $\rho = 1{,}3\,\frac{кг}{м^3}$.

7.10. Найти массу водорода m_1 и гелия m_2 в смеси, находящийся в баллоне объёмом $V = 20$ л при температуре 300 К и давлении $P = 800$ кПа, если общая масса смеси $m = 20$ г.

а) $m_1 = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг, $m_2 = 14{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг;
б) $m_1 = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг, $m_2 = 14{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг;
в) $m_1 = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг, $m_2 = 14{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг;
г) $m_1 = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг, $m_2 = 14{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг;
д) $m_1 = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг, $m_2 = 14{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг.

7.11. В баллоне объёмом $V = 10$ л находится гелий под давлением $P_1 = 1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К. После того, как был израсходован гелий массой $m = 10$ г, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290$ К. Определить давление P_2 гелия, оставшегося в баллоне.

а) $P_2 = 368$ кПа; б) $P_2 = 354$ кПа; в) $P_2 = 364$ кПа;
г) $P_2 = 335$ кПа; д) $P_2 = 36{,}4$ кПа.

7.12. Какое количество Δm кислорода выпустили из баллона ёмкостью 10 л, если при этом показания манометра на баллоне изменились от $P_1 = 1{,}4$ МПа до $P_2 = 0{,}7$ МПа, а температура изменилась от $t_1 = 27$ °C до $t_2 = 7$ °C?

а) $\Delta m = 85 \cdot 10^{-3}$ кг; б) $\Delta m = 64 \cdot 10^{-3}$ кг; в) $\Delta m = 91 \cdot 10^{-3}$ кг;
г) $\Delta m = 6{,}4 \cdot 10^{-3}$ кг; д) $\Delta m = 82 \cdot 10^{-3}$ кг.

7.13. Плотность смеси азота и водорода при температуре $t = 47$ °С и давлении $P = 2 \cdot 10^5$ Па равна $\rho = 0{,}3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Найти концентрации молекул азота (n_1) и водорода (n_2).

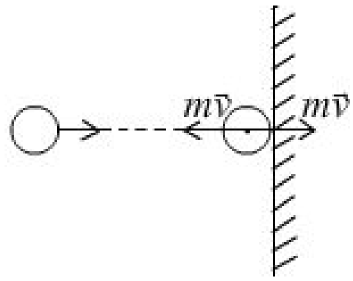
а) $n_1 = 32{,}1 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$, $n_2 = 42 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$;
б) $n_1 = 3{,}21 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$, $n_2 = 4{,}2 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$;
в) $n_1 = 3{,}46 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$, $n_2 = 4{,}02 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$;
г) $n_1 = 3{,}13 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$, $n_2 = 4{,}12 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$;
д) $n_1 = 3{,}46 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$, $n_2 = 4{,}2 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$;

7.14. В баллоне объёмом $V = 0{,}4$ м^3 находится кислород массой $m_1 = 1{,}2$ кг и $m_2 = 0{,}5$ кг воды. Баллон нагревается до температуры $t = 300$ °С, при этом вся вода превращается в пар. Определить давление в баллоне после нагревания.

а) $P = 666$ кПа; б) $P = 888$ кПа; в) $P = 777$ кПа;
г) $t = 20$ °С; д) $P = 645$ кПа.

Ответ: $P = 777$ *кПа*.

7.15. Молекула кислорода, летящая со скоростью $\upsilon = 500$ м/с, упруго ударяется о стенку по нормали к ней. Найти импульс, полученный стенкой.



а) $p = -2{,}3 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$; б) $p = 2{,}3 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$;

в) $p = -5{,}7 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$; г) $p = -5{,}3 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$; д) $p = 5{,}2 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

7.16. В баллоне вместимостью $V = 50$ л находится азот, концентрация молекул которого $n = 9{,}5 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$. Найти массу газа.

а) $m = 231 \cdot 10^{-3}$ кг; б) $m = 2{,}31 \cdot 10^{-3}$ кг; в) $m = 221 \cdot 10^{-3}$ кг; г) $m = 26{,}1 \cdot 10^{-3}$ кг; д) $m = 184 \cdot 10^{-3}$ кг.

7.17. Найти внутреннюю энергию U массы $m = 50$ г азота при температуре $t = 20$ °С. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул, и какая часть – на долю вращательного движения?

а) $U = 10{,}8$ кДж, $U_{пост} = 6{,}5$ кДж, $U_{вр} = 5{,}3$ кДж;

б) $U = 10{,}8$ кДж, $U_{пост} = 6{,}5$ кДж, $U_{вр} = 4{,}3$ кДж;

в) $U = 1{,}08$ кДж, $U_{пост} = 6{,}75$ кДж, $U_{вр} = 4{,}3$ кДж;

г) $U = 16{,}2$ кДж, $U_{пост} = 0{,}65$ кДж, $U_{вр} = 2{,}6$ кДж;

д) $U = 1{,}3$ кДж, $U_{пост} = 2{,}4$ кДж, $U_{вр} = 0{,}43$ кДж.

7.18. Найти среднюю кинетическую энергию $E_{ср.вр}$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $T = 286$ К, а также кинетическую энергию $E_{\Sigma ср.вр}$ вращательного движения всех молекул этого газа, если его масса $m = 4$ г.

а) $E_{ср.вр} = 4{,}5 \cdot 10^{-21}$ Дж, $E_{\Sigma ср.вр} = 247$ Дж;

б) $E_{ср.вр} = 45 \cdot 10^{-21}$ Дж, $E_{\Sigma ср.вр} = 247$ Дж;

в) $E_{ср.вр} = 5{,}5 \cdot 10^{-21}$ Дж, $E_{\Sigma ср.вр} = 197$ Дж;

г) $E_{ср.вр} = 3{,}95 \cdot 10^{-21}$ Дж, $E_{\Sigma ср.вр} = 290$ Дж;

д) $E_{ср.вр} = 39{,}5 \cdot 10^{-21}$ Дж, $E_{\Sigma ср.вр} = 297$ Дж.

7.19. Смесь азота и гелия при температуре t = 27 °С находится под давлением $P = 1{,}3 \cdot 10^2$ Па. Масса азота составляет 70 % от общей массы смеси. Найти концентрацию молекул каждого из газов.

а) $n_1 = 0{,}9 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$, $n_2 = 2{,}4 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$;

б) $n_1 = 0{,}8 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$, $n_2 = 26 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$;

в) $n_1 = 0{,}8 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$, $n_2 = 2{,}4 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$;

г) $n_1 = 1{,}1 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$, $n_2 = 2{,}6 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$;

д) $n_1 = 0{,}98 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$, $n_2 = 24 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$.

7.20. В баллоне вместимостью V = 6,9 л находится азот массой m = 2,3 г. При нагревании часть молекул диссоциировали на атомы. Степень диссоциации α= 0,2. Определить: 1) общее число N_1 молекул и концентрацию n_1 молекул азота до нагревания; 2) концентрацию n_2 молекул и n_3 атомов азота после нагревания.

а) $N_1 = 5{,}94 \cdot 10^{23}$молекул, $n_1 = 7{,}16 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_2 = 57{,}3 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_3 = 2{,}86 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$;

б) $N_1 = 3{,}44 \cdot 10^{23}$молекул, $n_1 = 7{,}16 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_2 = 3{,}45 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_3 = 2{,}26 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$;

в) $N_1 = 4{,}94 \cdot 10^{23}$молекул, $n_1 = 7{,}16 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_2 = 5{,}73 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_3 = 2{,}86 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$;

г) $N_1 = 4{,}68 \cdot 10^{23}$молекул, $n_1 = 7{,}16 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_2 = 5{,}73 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_3 = 1{,}96 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$;

д) $N_1 = 4{,}94 \cdot 10^{23}$молекул, $n_1 = 6{,}16 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_2 = 3{,}75 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$, $n_3 = 2{,}86 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.

7.21. В колбе вместимостью V= 0,5 л находится кислород при нормальных условиях. Определить среднюю энергию $< E_{пост} >$ поступательного движения всех молекул, содержащихся в колбе.

а) $< E_{пост} >$= 74,3 Дж; б) $< E_{пост} >$= 7,41 Дж; в) $< E_{пост} >$= 6,39 Дж; г) $< E_{пост} >$= 75,9 Дж ; д) $< E_{пост} >$= 7,95 Дж.

7.22. Какой объем занимает смесь 1 кг кислорода и 2 кг гелия при нормальных условиях? Какова молярная масса смеси?

а) V=12м^3; $M_{см} = 5{,}65 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}$;

б) V=10м^3; $M_{см} = 4{,}64 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}$;

в) V=1м^3; $M_{см} = 5{,}25 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}$;

г) V=16м^3; $M_{см} = 56{,}5 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}$;

д) V=1,54м^3; $M_{см} = 5{,}65 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}$.

7.23. Двухатомный газ занимает объем $V = 100$ см^3 при давлении P =6 кПа и температуре t=20 °C. Какое число молекул N содержится в газе и какой энергией теплового движения обладают эти молекулы?

а) N= $1{,}2 \cdot 10^{20}$, U= 1,2 Дж; б) N= $1{,}5 \cdot 10^{20}$, U= 1,5 Дж;

в) N= $12 \cdot 10^{20}$, U= 12 Дж; г) N= $15 \cdot 10^{20}$, U= 1,5 Дж;

д) N= $1{,}5 \cdot 10^{20}$, U= 15 Дж.

7.24. Найти энергию теплового движения молекул, содержащихся в двухатомном газе массой $m = 2$ кг, имеющем плотность $\rho = 5\ \dfrac{кг}{м^3}$ и находящемся под давлением $P = 100$ кПа.

а) U=10^5 Дж; б) U=$2 \cdot 10^5$ Дж; в) U=$1{,}1 \cdot 10^5$ Дж;

г) U=$22 \cdot 10^4$ Дж; д) U=$5 \cdot 10^5$ Дж.

7.25. Найти температуру T и среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа $\langle E_n \rangle$, имеющего концентрацию $n = 10^{16}$ м$^{-3}$ и находящегося под давлением P = 0,5 мПа.

а) T= 3600 К, $\langle E_n \rangle$= $7{,}5 \cdot 10^{-20}$ Дж ;

б) T= 3327 К, $\langle E_n \rangle$= $7{,}5 \cdot 10^{-20}$ Дж;

в) T= 3873 К, $\langle E_n \rangle$= $7{,}1 \cdot 10^{-20}$ Дж;

г) T= 2673 К, $\langle E_n \rangle$= $6{,}2 \cdot 10^{-20}$ Дж;

д) T= 4273 К, $\langle E_n \rangle$= $14{,}2 \cdot 10^{-20}$ Дж.

7.26. Кислород массой m=10 г находится под давлением $P = 200$ кПа при температуре 280 К. В результате изобарного расширения газ занял объем 9 л. Определить: 1) объем газа V_1 до расширения; 2) температуру газа T_2 после расширения; 3) плотность газа ρ_2 после расширения.

а) V_1=5,64 л, $T_2 = 690$ К, ρ_2= $1{,}21 \frac{кг}{м^3}$;

б) V_1= 56,4 л, $T_2 = 573$ К, ρ_2= $0{,}91 \frac{кг}{м^3}$;

в) V_1= 2,75 л, $T_2 = 420$ К, ρ_2= $1{,}11 \frac{кг}{м^3}$;

г) V_1= 3,64 л, $T_2 = 693$ К, ρ_2= $1{,}11 \frac{кг}{м^3}$;

д) V_1= 3,64 л, $T_2 = 420$ К, ρ_2= $1{,}11 \frac{кг}{м^3}$.

7.27. В баллоне вместимостью V=5 л находится гелий под давлением $P_1 = 3$ МПа при температуре $t_1 = 27$ °С. После того, как из баллона был израсходован гелий массой $m = 15$ г, температура в баллоне понизилась до $t_2 = 17$ °С. Определить давление P_2 гелия, оставшегося в баллоне.

а) $P_2 = 1{,}99$ МПа; б) $P_2 = 1{,}15$ МПа; в) $P_2 = 2{,}05$ МПа;
г) $P_2 = 0{,}11$ МПа; д) $P_2 = 1{,}09$ МПа.

7.28. Давление в автомобильной шине объёмом $V = 0{,}3$ м^3 равно $P_0 = 1{,}5$атм. Шина накачивается насосом с ёмкостью хода поршня ΔV= $3 \cdot 10^{-3}$ м^3 до давления P_N=2 атм. Сколько ходов поршня

N потребуется, если процесс накачки происходит достаточно медленно, так, что система сохраняет температуру окружающей среды. Атмосферное давление принять равным $P_a = 1$ атм.

а) $N = 20$; б) $N = 30$; в) $N = 40$; г) $N = 50$; д) $N = 60$;

7.29. Посередине откачанного и запаянного с обеих концов капилляра, расположенного горизонтально, находится столбик ртути длиной l= 20 см. Если капилляр поставить вертикально, то столбик ртути переместится на Δl = 10 см. До какого давления P_0 был откачан капилляр? Длина капилляра L = 1 м.

а) $\Delta P = 58{,}6\text{Н}$; б) $\Delta P = 18{,}1\text{Н}$; в) $\Delta P = 98{,}5\text{Н}$;

г) $\Delta P = 42{,}0\text{Н}$; д) $\Delta P = 23{,}1\text{Н}$.

7.30. Каков должен быть вес p оболочки детского воздушного шарика, наполненного водородом, чтобы результирующая подъемная сила шарика F = 0, т.е. чтобы шарик находился во взвешенном состоянии? Воздух и водород находится при нормальных условиях. Давление внутри шарика равно внешнему давлению. Радиус шарика r= 12,5 см.

а) $P = 96\text{мН}$; б) $P = 57\text{мН}$; в) $P = 32\text{мН}$;

г) $P = 18\text{мН}$; д) $P = 26\text{мН}$.

8. Элементы статистической физики. Основные понятия и формулы

Скорости молекул:

наиболее вероятная $\upsilon_в = \sqrt{\dfrac{2RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m_0}}$;

средняя квадратичная $\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}$;

средняя арифметическая $\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m_0}}$,

где m_0 – масса одной молекулы.

Распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла): $dN = Nf(\upsilon)d\upsilon$,

где $f(\upsilon)$ – функция распределения молекул газа по скоростям (доля молекул, модули скоростей которых находятся в единичном интервале скоростей).

Аналитическое выражение функции распределения:

$$f(\upsilon) = \frac{dN(\upsilon)}{Nd\upsilon} = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \upsilon^2 e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}},$$

где m_0 – масса одной молекулы газа; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Закон распределения молекул по скоростям (Максвелла) в дифференциальной форме:

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Ne^{-u^2} u^2 du,$$

где $u = \dfrac{\upsilon}{\upsilon_в}$ – относительная скорость; υ – данная скорость; $\upsilon_в$ – наиболее вероятная скорость молекул; $f(u)$ – функция распределения; N – общее число молекул.

Для малых интервалов относительных скоростей $\Delta u << u$ или, поскольку $u = \dfrac{\upsilon}{\upsilon_в}$ и $\Delta u = \dfrac{\Delta\upsilon}{\upsilon_в}$, $\Delta\upsilon << \upsilon$, закон распределения молекул по скоростям справедлив в виде:

$$f(u) = \frac{\Delta N}{N\Delta u} = \frac{4}{\pi} Ne^{-u^2} u^2,$$

и при решении задач на закон распределения молекул по скоростям удобно пользоваться таблицей, в которой даны значения функции распределения $f(u)=\dfrac{\Delta N}{N\Delta u}=\dfrac{4}{\pi}Ne^{-u^2}u^2$ для различных u.

u	$f(u)$	u	$f(u)$	u	$f(u)$
0,1	0,022	0,8	0,761	1,5	0,535
0,2	0,087	0,9	0,813	1,6	0,447
0,3	0,185	1,0	0,830	1,7	0,362
0,4	0,308	1,1	0,814	1,8	0,286
0,5	0,439	1,2	0,770	2,0	0,165
0,6	0,567	1,3	0,703	2,2	0,186
0,7	0,677	1,4	0,623	2,4	0,041

Распределение частиц в потенциальном силовом поле (распределение Больцмана):

$$n=n_0e^{-Mgh/(RT)}=n_0e^{-m_0gh/(kT)} \quad \text{или} \quad n=n_0e^{-\Pi/(kT)},$$

где n и n_0 – концентрации молекул соответственно на высоте h и h_0 =0; $\Pi=m_0gh$ – потенциальная энергия молекулы в поле тяготения.

Распределение давления в однородном поле силы тяжести (барометрическая формула)

$$P=P_0e^{-Mgh/(RT)}=P_0e^{-m_0gh/(kT)},$$

где h – координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; P – давление газа на высоте h; P_0 – давление газа на высоте h = 0; m_0 – масса частицы; M – молярная масса; g – ускорение свободного падения; R – молярная газовая постоянная; k – постоянная Больцмана.

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени,

$$\langle z\rangle=\sqrt{2}\pi d^2n\langle \upsilon\rangle,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул;
$\langle \upsilon\rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l\rangle=\frac{\langle \upsilon\rangle}{\langle z\rangle}=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\pi d^2n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\cdot\pi d^2P},$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Среднее число ударов молекул о единицу поверхности в единицу времени

$$\nu = \frac{1}{4} n \langle \upsilon \rangle .$$

Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости)

$$F = -\eta \frac{d\upsilon}{dx} S ,$$

где F – сила внутреннего трения между движущимися слоями площадью S; $\frac{d\upsilon}{dx}$ – градиент скорости; η – динамическая вязкость,

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle ,$$

где ρ – плотность газа.

Закон теплопроводности Фурье:

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} St,$$

где Q – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через площадь S за время t; $\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры; λ – коэффициент теплопроводности,

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle ,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ – плотность газа; $\langle \upsilon \rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения его молекул; $\langle l \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул.

Закон диффузии Фика:

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} St ,$$

где M – масса вещества, переносимая посредством диффузии через площадь S за время t; $\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности, D – коэффициент диффузии,

$$D = \frac{1}{3} \langle \upsilon \rangle \langle l \rangle .$$

Связь между коэффициентами теплопроводности λ, диффузии D и внутреннего трения η:

$$\eta = \rho D, \quad \frac{\lambda}{\eta c_V} = 1,$$

где c_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ – плотность газа.

Тестовые задачи по элементам статистической физики

8.1. Найти число молекул n кислорода в единице объема сосуда при давлении $P = 300$ Па, если средняя квадратичная скорость его молекул $\upsilon_{кв} = 2{,}5$ км/с.

а) $n = 6 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$; б) $n = 6{,}8 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$; в) $n = 4{,}6 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$;
г) $n = 6{,}2 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$; д) $n = 4{,}3 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$.

8.2. Найти температуру T, при которой среднеквадратичная скорость молекулы азота равнялась бы среднеквадратичной скорости молекулы водорода при температуре T_1=200 К.

а) $T = 2527$К; б) $T = 3273$К; в) $T = 3073$К; г) $T = 2800$К;
д) $T = 2254$К.

8.3. Какое число молекул n содержит единица массы газа при нормальных условиях, если средняя квадратичная скорость молекул $\upsilon_{кв} = 500$ м/с?

а) $n = 1{,}4 \cdot 10^{25}$ кг; б) $n = 2{,}2 \cdot 10^{25}$ кг; в) $n = 18 \cdot 10^{24}$ кг;
г) $n = 1 \cdot 10^{25}$ кг; д) $n = 1{,}4 \cdot 10^{24}$ кг.

8.4. Пылинка массой $m = 10^{-11}$ кг находится среди молекул азота. Во сколько раз скорость пылинки υ меньше средней квадратичной скорости $\upsilon_{кв}$ молекул азота?

а) $n = 1{,}47 \cdot 10^7$ раз; б) $n = 1{,}37 \cdot 10^6$ раз; в) $n = 13{,}7 \cdot 10^7$ раз;
г) $n = 1{,}14 \cdot 10^7$ раз; д) $n = 0{,}47 \cdot 10^8$ раз.

8.5. Средняя квадратичная скорость молекул газа $\upsilon_{кв}$ = 800 м/с. Чему равна их средняя арифметическая скорость $\langle\upsilon\rangle$?

а) $\langle\upsilon\rangle = 700$м/с; б) $\langle\upsilon\rangle = 600$м/с; в) $\langle\upsilon\rangle = 667$м/с;

г) $\langle \upsilon \rangle = 737$м/с; д) $\langle \upsilon \rangle = 707$м/с.

8.6. Найти массу m и давление P двухатомного газа, находящегося в баллоне объемом V=40 л, если известны энергия поступательного движения E_n= 10 кДж и средняя квадратичная скорость его молекул $\upsilon_{кв} = 2500$м/с.

а) $m = 3{,}2 \cdot 10^{-3}$ кг, $P = 0{,}17$МПа; б) $m = 2{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг, $P = 1{,}5$МПа;
в) $m = 3{,}8 \cdot 10^{-3}$ кг, $P = 17$МПа; г) $m = 2{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг, $P = 0{,}15$МПа;
д) $m = 4{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг, $P = 0{,}21$МПа.

8.7. Найти среднюю квадратичную скорость, среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул гелия и азота при температуре t = 27 °С.
а) $\langle E_n \rangle = 6{,}21 \cdot 10^{-21}$ Дж, $\langle \upsilon_{кв1} \rangle = 1{,}23 \cdot 10^3$ м/с, $\langle \upsilon_{кв2} \rangle = 0{,}34 \cdot 10^3$ м/с;
б) $\langle E_n \rangle = 6{,}21 \cdot 10^{-21}$ Дж, $\langle \upsilon_{кв1} \rangle = 1{,}37 \cdot 10^3$ м/с, $\langle \upsilon_{кв2} \rangle = 0{,}52 \cdot 10^3$ м/с;
в) $\langle E_n \rangle = 5{,}68 \cdot 10^{-21}$ Дж, $\langle \upsilon_{кв1} \rangle = 1{,}32 \cdot 10^3$ м/с, $\langle \upsilon_{кв2} \rangle = 0{,}5 \cdot 10^3$ м/с;
г) $\langle E_n \rangle = 5{,}21 \cdot 10^{-21}$ Дж, $\langle \upsilon_{кв1} \rangle = 1{,}37 \cdot 10^3$ м/с, $\langle \upsilon_{кв2} \rangle = 0{,}34 \cdot 10^3$ м/с;
д) $\langle E_n \rangle = 6{,}21 \cdot 10^{-21}$ Дж, $\langle \upsilon_{кв1} \rangle = 13{,}7 \cdot 10^3$ м/с, $\langle \upsilon_{кв2} \rangle = 0{,}34 \cdot 10^3$ м/с.

8.8. Сколько молекул водорода находится в сосуде емкостью V = 2 л, если средняя квадратичная скорость движения молекул $\upsilon_{кв} = 500$ м/с, а давление на стенки $P = 10^4$ Па?

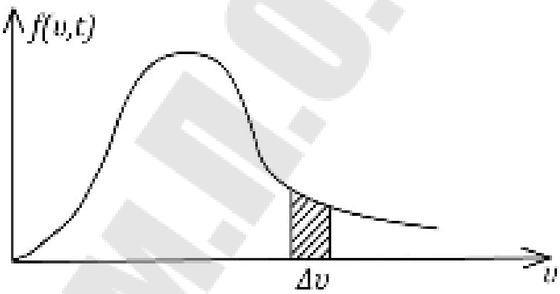
а) $N = 4{,}2 \cdot 10^{21}$; б) $N = 4{,}2 \cdot 10^{22}$; в) $N = 7{,}2 \cdot 10^{22}$; г) $N = 4{,}8 \cdot 10^{22}$; д) $N = 500$.

8.9. В сосуде объёмом $V = 1$ см^3 находится водород при нормальных условиях. Найти число молекул ΔN, скорости которых лежат в диапазоне от 0 до 1 м/с.

а) $\Delta N = 5{,}8 \cdot 10^9$; б) $\Delta N = 5{,}8 \cdot 10^8$; в) $\Delta N = 6 \cdot 10^8$; г) $\Delta N = 2{,}4 \cdot 108$; д) $\Delta N = 5{,}2 \cdot 10^9$.

8.10. Найти долю молекул кислорода, находящегося при температуре $t = 20\ °C$, скорости которых находятся в интервале от $\upsilon_1 = 275$ м/с до $\upsilon_2 = 280$ м/с.

а) $\frac{\Delta N}{N} = 1\%$; б) $\frac{\Delta N}{N} = 1{,}9\%$; в) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}2\%$; г) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}5\%$;
д) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}9\%$.



8.11. Температура окиси азота NO $t = 27\ °C$. Определить долю молекул, скорости которых лежат в интервале от $\upsilon_1 = 820$ м/с до $\upsilon_2 = 830$ м/с.

а) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}1\%$; б) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}4\%$; в) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}3\%$; г) $\frac{\Delta N}{N} = 1{,}2\%$; д) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}9\%$.

8.12. Какая часть молекул водорода, находящегося при температуре T, обладает скоростями, отличающимися от наиболее вероятной скорости не более чем на 5 м/с? Задачу решить для двух значений T: 1) T_1=400К; 2) T_2 = 900 К.

а) 1) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}34\%$, 2) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}45\%$;
б) 1) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}45\%$, 2) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}34\%$;
в) 1) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}46\%$, 2) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}31\%$;
г) 1) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}51\%$, 2) $h = 4200$м;
д) 1) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}36\%$, 2) $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}18\%$.

8.13. Найти изменение атмосферного давления при подъёме на высоту h = 500 м, считая температуру воздуха постоянной и равной T = 300 К, а давление у поверхности Земли $P_0 = 10^5$ Па.

а) ДP = 5,8 кПа; б) ДP = 7,6кПа; в) ДP = 4,6 кПа; г) ДP = 8,5 кПа; д) ДP = 6,1 кПа.

8.14. Определить высоту полета самолета, если барометр в его кабине показывает давление P=$2{,}5 \cdot 10^4$ Па. Температуру воздуха считать постоянной и равной T=220 К, а давление у поверхности Земли $P_0 = 10^5$ Па.

а) $h = 8000$м; б) $h = 8700$м; в) $h = 7800$м; г) $h = 4200$м;
д) $h = 6785$м.

8.15. Определить отношение давления воздуха на высоте h_1 =1 км к давлению воздуха на дне скважины глубиной 1 км (h_2= −1 км). Воздух на поверхности земли находится при нормальных условиях и его температура не зависит от высоты.

а) $\frac{P_1}{P_2} = 0{,}870$; б) $\frac{P_1}{P_2} = 0{,}770$; в) $\frac{P_1}{P_2} = 0{,}778$; г) $\frac{P_1}{P_2} = 0{,}648$;
д) $\frac{P_1}{P_2} = 0{,}982$.

8.16. На какой высоте плотность воздуха в e раз (e – основание натурального логарифма) меньше по сравнению с его плотностью на уровне моря? Температура воздуха и ускорение свободного падения не зависят от высоты.

а) $h = 4{,}3 \cdot 10^3$ м; б) $h = 3{,}4 \cdot 10^3$ м; в) $h = 4 \cdot 10^3$ м;
г) $h = 2{,}8 \cdot 10^3$ м; д) $h = 7{,}8 \cdot 10^3$ м.

8.17. Температура воздуха на некоторой высоте T_0= 220 К, а давление P=25 кПа. Найти изменение высоты Δh, соответствующее изменению давления на $\Delta P = 100$ Па.

а) $\Delta h = 25{,}3$м; б) $\Delta h = 25$м; в) $\Delta h = 25{,}7$м; г) $\Delta h = 26{,}2$м;
д) $\Delta h = 24{,}7$м.

8.18. Известно отношение концентрации пылинок $n_1 / n_0 = 0{,}787$, взвешенных в воздухе и находящихся на высоте h_1=0,1 м и h_0=0 м. Температура воздуха T = 300 К, а масса пылинки $m_1 = 10^{-21}$кг. Найти по этим данным значение постоянной Авогадро N_A.

а) $N_A = 5{,}68 \cdot 10^{23}$моль$^{-1}$; б) $N_A = 5{,}96 \cdot 10^{23}$моль$^{-1}$;
в) $N_A = 5{,}86 \cdot 10^{23}$моль$^{-1}$; г) $N_A = 5{,}38 \cdot 10^{23}$моль$^{-1}$;
д) $N_A = 5{,}08 \cdot 10^{23}$моль$^{-1}$.

8.19. Одинаковые частицы массой $m = 10^{-12}$г каждая распределены в однородном гравитационном поле напряжённостью g=0,2 мкН/кг. Определить отношение n_1 / n_2 концентрации частиц, находящихся на эквипотенциальных уровнях, отстоящих друг от друга на Δz=10 м. Температура T во всех слоях считается одинаковой и равной 290 К.

а) $\frac{n_1}{n_2} = 1{,}65$; б) $\frac{n_1}{n_2} = 0{,}61$; в) $\frac{n_1}{n_2} = 1{,}05$; г) $\frac{n_1}{n_2} = 1{,}38$; д) $\frac{n_1}{n_2} = 0{,}73$.

8.20. Во время полета вертолета барометр в его кабине показывает давление P=80 кПа, поэтому летчик считает, что летит на постоянной высоте. Однако температура воздуха изменилась на ΔT=2 К. Какую ошибку допускает летчик при определении высоты полета? Считать температуру воздуха не зависящей от высоты, а давление у поверхности Земли $P_0 = 10^5$ Па.

а) $\Delta h = 20$м; б) $\Delta h = 23$м; в) $\Delta h = 13$м; г) $\Delta h = 18$м; д) $\Delta h = 31$м.

8.21. Идеальный газ с молярной массой М находится в однородном поле тяжести, ускорение свободного падения в котором равно g. Найти давление газа как функцию высоты h, если при $h = 0$ давление $P = P_0$, а температура изменяется с высотой как 1) $T = T_0(1 - \alpha h)$; 2) $T = T_0(1 + \alpha h)$, где α – положительная постоянная.

а) 1) $P = P_0(1+\alpha h)^{\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$; 2) $P = P_0(1-\alpha h)^{-\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$;

б) 1) $P = P_0(1+\alpha h)^{-\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$; 2) $P = P_0(1+\alpha h)^{-\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$;

в) 1) $P = P_0(1-\alpha h)^{\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$; 2) $P = P_0(1+\alpha h)^{\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$;

г) 1) $P = P_0(1-\alpha h)^{\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$; 2) $P = P_0(1-\alpha h)^{-\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$;

д) 1) $P = P_0(1-\alpha h)^{\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$; 2) $P = P_0(1+\alpha h)^{-\frac{Mg}{RT_0\alpha}}$.

8.22. Водород находится при температуре $t = 20$ °С и давлении $P = 15$ Па. Найти среднюю длину пробега $\langle\lambda\rangle$ молекул водорода.

а) $\langle\lambda\rangle = 1{,}1\cdot10^{-3}$ м; б) $\langle\lambda\rangle = 1{,}21\cdot10^{-3}$ м; в) $\langle\lambda\rangle = 1{,}06\cdot10^{-3}$ м;

г) $\langle\lambda\rangle = 1{,}16\cdot10^{-3}$ м; д) $\langle\lambda\rangle = 2{,}34\cdot10^{-3}$ м.

8.23. Средняя длина свободного пробега $\langle\lambda\rangle$ молекул кислорода равна 10 см. Найти плотность ρ газа.

а) $\rho = 0{,}18\cdot10^{-5}\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; б) $\rho = 1{,}8\cdot10^{-5}\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; в) $\rho = 0{,}13\cdot10^{-5}\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

г) $\rho = 1{,}5\cdot10^{-5}\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; д) $\rho = 0{,}13\cdot10^{-5}\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

8.24. Определить среднюю длину $\langle\lambda\rangle$ свободного пробега атомов гелия, если плотность ρ газа равна $2\cdot10^{-2}$ кг/м^3. Эффективный диаметр d молекулы гелия равен 0,22нм.

а) $\langle\lambda\rangle = 1{,}76$мкм; б) $\langle\lambda\rangle = 1{,}84$мкм; в) $\langle\lambda\rangle = 1{,}8$мкм;

г) $\langle\lambda\rangle = 1{,}55$мкм; д) $\langle\lambda\rangle = 1{,}62$мкм.

8.25. При температуре $T = 280$ К и некотором давлении средняя длина $\langle\lambda_1\rangle$ свободного пробега молекул кислорода равна 0,1 мкм. Определить среднее число $\langle z_r\rangle$ столкновений молекул в 1 с, если давление в сосуде уменьшить до 0,02 от первоначального значения. Температуру считать постоянной, а эффективный диаметр d молекулы кислорода принять равным $0{,}36$ нм.

а) $\langle z_r \rangle = 2{,}09 \cdot 10^{-8}\,\text{с}^{-1}$; б) $\langle z_r \rangle = 2{,}19 \cdot 10^{-8}\,\text{с}^{-1}$;
в) $\langle z_r \rangle = 3{,}39 \cdot 10^{-8}\,\text{с}^{-1}$; г) $\langle z_r \rangle = 2{,}69 \cdot 10^{-8}\,\text{с}^{-1}$;
д) $\langle z_r \rangle = 2{,}39 \cdot 10^{-8}\,\text{с}^{-1}$;

8.26. Найти среднее число соударений z в течение $t = 1$ с, испытываемых молекулой водорода при нормальных условиях.

а) $\langle z \rangle = 2{,}2 \cdot 10^{10}\,\text{с}^{-1}$; б) $\langle z \rangle = 1{,}1 \cdot 10^{10}\,\text{с}^{-1}$; в) $\langle z \rangle = 5{,}5 \cdot 10^{10}\,\text{с}^{-1}$;
г) $\langle z \rangle = 3{,}3 \cdot 10^{10}\,\text{с}^{-1}$; д) $\langle z \rangle = 4{,}4 \cdot 10^{10}\,\text{с}^{-1}$.

8.27. Найти число z всех столкновений, которые происходят в единицу времени между всеми молекулами кислорода, занимающего объем $V = 5$ л при нормальных условиях.

а) $z = 1 \cdot 10^{32}\,\text{с}^{-1}$; б) $z = 2 \cdot 10^{32}\,\text{с}^{-1}$; в) $z = 3 \cdot 10^{32}\,\text{с}^{-1}$;
г) $z = 4 \cdot 10^{32}\,\text{с}^{-1}$; д) $z = 5 \cdot 10^{32}\,\text{с}^{-1}$.

8.28. Для исследования плазмы тлеющего разряда применяется цилиндрическая газоразрядная трубка, в которой находится неон при температуре $T = 300$ К и давлении $P = 1$ Па. Найти число молекул неона N, ударяющихся в единицу времени о катод, имеющий форму диска площадью $S = 1\,\text{см}^2$.

а) $N = 3 \cdot 10^{18}\,\text{с}^{-1}$; б) $N = 4{,}4 \cdot 10^{18}\,\text{с}^{-1}$; в) $N = 3{,}4 \cdot 10^{18}\,\text{с}^{-1}$;
г) $N = 3{,}2 \cdot 10^{18}\,\text{с}^{-1}$; д) $N = 2{,}8 \cdot 10^{18}\,\text{с}^{-1}$.

8.29. Средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы углекислого газа при нормальных условиях равна 40 нм. Определить среднюю арифметическую скорость $\langle \upsilon \rangle$ молекул и число z соударений, которые испытывает молекула в 1 с.

а) $\langle \upsilon \rangle = 263\,\text{м/с}$, $\langle z \rangle = 5{,}06\,\text{с}^{-1}$; б) $\langle \upsilon \rangle = 312\,\text{м/с}$, $\langle z \rangle = 8{,}35\,\text{с}^{-1}$;

в) $\langle \upsilon \rangle = 362$м/с, $\langle z \rangle = 9{,}05$с$^{-1}$; г) $\langle \upsilon \rangle = 442$м/с, $\langle z \rangle = 7{,}18$с$^{-1}$.

8.30. Определить коэффициент внутреннего трения для водорода, имеющего температуру $t = 27$ °C.

а) $\eta = 6{,}3 \cdot 10^{-5} \dfrac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$; б) $\eta = 7{,}8 \cdot 10^{-5} \dfrac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$; в) $\eta = 8 \cdot 10^{-5} \dfrac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$;
г) $\eta = 6{,}3 \cdot 10^{-6} \dfrac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$; д) $\eta = 8{,}4 \cdot 10^{-6} \dfrac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$.

8.31. Кислород находится при нормальных условиях. Известно, что средняя длина свободного пробега молекул $\langle \lambda \rangle = 0{,}1$мкм. Найти коэффициент диффузии D.

а) $D = 31 \cdot 10^{-6} \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}}$; б) $D = 26 \cdot 10^{-6} \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}}$; в) $D = 14 \cdot 10^{-6} \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}}$;
г) $D = 21 \cdot 10^{-6} \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}}$; д) $D = 18 \cdot 10^{-6} \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

8.32. Найти, во сколько раз отличается коэффициент диффузии D_1 кислорода от коэффициента диффузии D_2 гелия, если оба газа находятся в нормальных условиях.

а) $\dfrac{D_1}{D_2} = 0{,}12$; б) $\dfrac{D_1}{D_2} = 0{,}21$; в) $\dfrac{D_1}{D_2} = 0{,}16$; г) $\dfrac{D_1}{D_2} = 0{,}18$; д) $\dfrac{D_1}{D_2} = 0{,}26$

8.33. Коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях $D = 9 \cdot 10^{-5} \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}}$. Найти динамическую вязкость водорода при тех же условиях.

а) $\eta = 5 \cdot 10^{-6}$ Па·с ; б) $\eta = 4 \cdot 10^{-6}$ Па·с; в) $\eta = 7 \cdot 10^{-6}$ Па·с;
г) $\eta = 8 \cdot 10^{-6}$ Па·с; д) $\eta = 6 \cdot 10^{-6}$ Па·с.

8.34. Определить, во сколько раз отличаются коэффициенты динамической вязкости кислорода η_1 и азота η_2, если температуры газов одинаковы. Эффективные диаметры молекул кислорода и азота соответственно равны $d_1 = 0{,}36 \text{нм}$ и $d_1 = 0{,}38 \text{нм}$.

а) $\frac{\eta_1}{\eta_2} = 1{,}19$; б) $\frac{\eta_1}{\eta_2} = 0{,}84$; в) $\frac{\eta_1}{\eta_2} = 1{,}24$; г) $\frac{\eta_1}{\eta_2} = 0{,}76$; д) $\frac{\eta_1}{\eta_2} = 1{,}64$.

8.35. Вязкость гелия при нормальных условиях $\eta = 13 \text{мкПа} \cdot \text{с}$. Найти среднюю длину свободного пробега молекул гелия $\langle\lambda\rangle$ при тех же условиях.

а) $\langle\lambda\rangle = 136 \cdot 10^{-9} \text{м}$; б) $\langle\lambda\rangle = 13{,}6 \cdot 10^{-7} \text{м}$; в) $\langle\lambda\rangle = 234 \cdot 10^{-9} \text{м}$;
г) $\langle\lambda\rangle = 165 \cdot 10^{-8} \text{м}$; д) $\langle\lambda\rangle = 184 \cdot 10^{-9} \text{м}$.

8.36. Вязкость водорода $\eta = 8{,}6 \text{мкПа} \cdot \text{с}$. Определить коэффициент теплопроводности γ водорода при тех же условиях.

а) $70{,}3 \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; б) $83{,}6 \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; в) $69{,}3 \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; г) $72{,}6 \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$; д) $89{,}3 \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

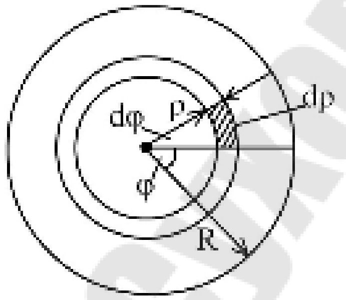
8.37. Температура наружной поверхности кирпичной стены площадью 25 м^2 и толщиной 37 см 259 К, а внутренней поверхности -293 К. Помещение отапливается электроплитой. Определить ее мощность, если температура в помещении поддерживается постоянной. Теплопроводность кирпича $\gamma = 0{,}4 \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

а) $N = 0{,}67 \text{кВт}$; б) $N = 0{,}92 \text{кВт}$; в) $N = 0{,}76 \text{кВт}$;
г) $N = 0{,}82 \text{кВт}$; д) $N = 1{,}12 \text{кВт}$.

8.38. Вычислить количество льда, которое образуется в течение часа в бассейне, площадь которого 10м^2. Толщина льда 15 см, температура воздуха -10 °С, коэффициент теплопроводности льда $\gamma = 2{,}1 \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$

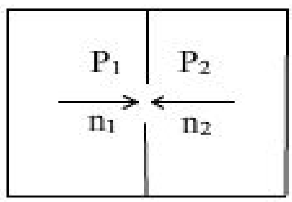
а) $m = 10 \text{кг}$; б) $m = 5 \text{кг}$; в) $m = 15 \text{кг}$; г) $m = 20 \text{кг}$; д) $m = 18 \text{кг}$.

8.39. Два диска радиусом $R = 0{,}2$ м каждый расположены горизонтально друг над другом на расстоянии $d = 0{,}5$ см так, что их оси совпадают. Верхний диск неподвижен, а нижний вращается относительно своей оси с частотой $n = 10 с^{-1}$. Найти вращающий момент M, действующий на верхний диск, если динамическая вязкость воздуха, в котором находятся диски, $\eta = 8{,}6 мкПа \cdot с$



а) $M = 1{,}24 мН \cdot м$; б) $M = 1{,}13 мН \cdot м$; в) $M = 1{,}82 мН \cdot м$;
г) $M = 0{,}96 мН \cdot м$; д) $M = 0{,}54 мН \cdot м$.

8.40. Сосуд с азотом делится перегородкой на две части, в которых поддерживается различное давление газа: $P_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ Па и $P_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ Па Перегородка имеет отверстие диаметром $d = 1$ см (см. рисунок). Определить массу азота, протекающего в единицу времени через отверстие при температуре газа $T = 300$ К. Газ разряжен, длина свободного пробега молекул $\lambda >> d$.



а) $\frac{m}{\Delta t} = 1 \cdot 10^{-10} \frac{кг}{с}$; б) $\frac{m}{\Delta t} = 2 \cdot 10^{-10} \frac{кг}{с}$; в) $\frac{m}{\Delta t} = 3 \cdot 10^{-10} \frac{кг}{с}$;
г) $\frac{m}{\Delta t} = 4 \cdot 10^{-10} \frac{кг}{с}$; д) $\frac{m}{\Delta t} = 5 \cdot 10^{-10} \frac{кг}{с}$.

9. Основы термодинамики. Основные понятия и формулы

Теплоемкость – отношение элементарного количества теплоты dQ, сообщенного телу (системе) при бесконечно малом изменении его состояния в каком-либо процессе, к соответствующему изменению dT абсолютной температуры этого тела:

$$C_T = \frac{dQ}{dT}.$$

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_V) и при постоянном давлении (c_p)

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}; \quad c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M},$$

где i – число степеней свободы; R – молярная газовая постоянная.

Связь между молярной и удельной теплоемкостью:

$$C_M = cM .$$

Молярные теплоемкости при постоянном объеме (C_V) и постоянном давлении (C_P)

$$C_V = \frac{i}{2}R; \quad C_p = \frac{i+2}{2}R.$$

Связь между молярными теплоемкостями при постоянном объеме и постоянном давлении (при изобарном и изохорном процессах) выражается уравнением Майера:

$$C_p - C_V = R.$$

Удельная теплоемкость смеси газов определяется отношением теплоемкости $C_{см}$ к массе этой смеси $m_{см}$:

$$c_{см} = \frac{C_{см}}{m_{см}}.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{m}{M}C_V T,$$

где i – число степеней свободы молекулы; для одноатомной молекулы $i=3$ (поступательное движение описывается тремя координатами); для двухатомной $i=5$ ($i_{пост.}=3$ для поступательного движения, $i_{вр.}=2$ для вращательного движения); для трехатомной и более $i=6$ ($i_{пост.}=3$ для поступательного движения, $i_{вр.}=3$ для вращательного движения).

Первое начало термодинамики:

$$Q=\Delta U+A,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею; ΔU – изменение ее внутренней энергии; A – работа системы против внешних сил.

Первое начало термодинамики в дифференциальной форме:

$$\delta Q=dU+\delta A.$$

Элементарная работа, совершаемая газом при изменении его объема,

$$dA=PdV.$$

Полная работа при изменении объема газа.

$$A=\int_{V_1}^{V_2}PdV,$$

где V_1 и V_2 – соответственно начальный и конечный объемы газа.

Работа газа

при изобарном процессе

$$A=P(V_2-V_1)=\frac{m}{M}R(T_2-T_1);$$

при изотермическом процессе

$$A=\frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}=\frac{m}{M}RT\ln\frac{P_1}{P_2};$$

при изохорном процессе

$$A=0.$$

В условиях теплоизоляции системы реализуется *адиабатный* процесс, которым можно считать также процесс, протекающий столь быстро, что за время его осуществления не успевает произойти существенный теплообмен с внешней средой. Из первого начала термодинамики следует, что в адиабатном процессе работа совершается за счет изменения внутренней энергии: $\delta A = -dU$. Т.е. если газ расширяется, то его температура понижается, а при резком сжатии – возрастает.

Уравнение Пуассона, связывающее параметры идеального газа при адиабатическом процессе,

$$PV^{\gamma} = \text{const}; \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}; \quad T^{\gamma}P^{1-\gamma} = \text{const},$$

где $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{i+2}{i}$ – показатель адиабаты.

Связь между начальными и конечными параметрами состояний газа при адиабатическом процессе:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \qquad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \qquad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Работа в случае адиабатного процесса:

$$A = \frac{m}{M}C_V\left(T_1 - T_2\right) \quad \text{или} \quad A = \frac{RT_1}{\gamma-1}\frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{P_1V_1}{\gamma-1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right],$$

где T_1, T_2 и V_1, V_2 – соответственно начальные и конечные температура и объем газа.

Изохорный процесс: $V = \text{const}$; $dA = 0$. Количество теплоты, переданное газу, идет на увеличение внутренней энергии газа: $dQ = dU$.

Изобарный процесс: $P = \text{const}$; $dA = PdV$. Количество теплоты, переданное газу, идет на увеличение его внутренней энергии и на совершение им работы: $dQ = dU + dA$.

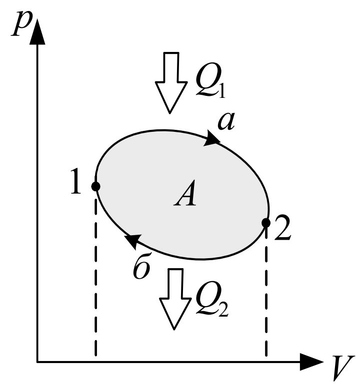
Изотермический процесс: $T = \text{const}$; $dU = 0$. Количество теплоты, переданное газу, идет на совершение им работы при изотермическом расширении: $dQ = dA$.

Адиабатный процесс идет без теплообмена с окружающей средой, поэтому $dQ = 0$. Газ при расширении совершает работу за счет уменьшения его внутренней энергии: $dU = -dA$, при этом газ охлаждается.

Политропическими называются процессы, при которых теплоемкость тела остается постоянной. Для идеального газа уравнение политропы имеет вид: $PV^n = \text{const}$,

где n – показатель политропы $n = \dfrac{C - C_p}{C - C_V}$.

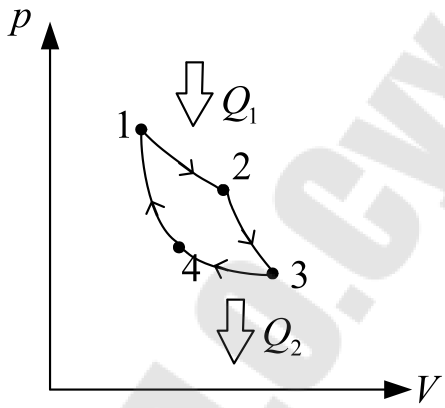
При $C = 0$, $n = \gamma$ получается уравнение адиабаты; при $C = \infty$, $n = 1$ – уравнение изотермы; при $C = C_p$, $n = 0$ – уравнение изобары; при $C = C_V$, $n = \pm\infty$ – уравнение изохоры.



Круговым процессом называется термодинамический процесс, в итоге которого система возвращается в исходное состояние. Круговые процессы изображаются в диаграммах $P - V$, $P - T$ и др. в виде замкнутых контуров, образуемых графиками.

Круговые процессы лежат в основе действия всех *тепловых машин* – устройств, которые превращают внутреннюю энергию в механическую энергию.

Основные части тепловой машины: нагреватель, рабочее тело и холодильник. Рабочее тело (обычно газ) получает количество теплоты Q_1 от нагревателя, совершает работу A за цикл, отдает холодильнику количество теплоты Q_2. На PV - диаграмме работа равна площади фигуры $1a2б1$, ограниченная графиками процессов $1a2$ и $2б1$. Изменение внутренней энергии в круговом процессе равно нулю. Работа, совершаемая за цикл равна $A = Q_1 - Q_2$.



Среди всех круговых процессов большое значение имеет процесс, составленный из четырех процессов: двух изотерм и двух адиабат – *цикл Карно*.

Эффективность тепловой машины определяется термическим коэффициентом полезного действия (*КПД*) для кругового процесса (цикла):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где знак равенства относится к *циклу Карно*, A – работа, совершенная рабочим веществом в течение цикла (полезная работа); Q_1 – количество теплоты, полученное от нагревателя рабочим веществом; Q_2 – количество теплоты, отданное при этом холодильнику; T_1 и T_2 – температуры нагревателя и холодильника.

Приведенная теплота $\left(\frac{Q}{T}\right)$ для любых изотермических переходов между двумя адиабатами есть величина постоянная:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}; \quad \frac{Q}{T} = \text{const}.$$

Функция, характеризующая направление протекания самопроизвольных процессов в замкнутой термодинамической системе, называется *энтропией:*

$$\frac{\delta Q}{T} = dS.$$

Изменение энтропии тела в любом обратимом процессе, переводящем его из состояния 1 в состояние 2,

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где dQ – элементарное количество теплоты, полученное телом при температуре T.

Второе начало термодинамики: энтропия замкнутой системы при любых происходящих в ней процессах не уменьшается – она возрастает при необратимых процессах и остается постоянной в случае обратимых процессов, т.е. $\Delta S \geq 0$.

Если система совершает равновесный переход из состояния 1 в состояние 2, то изменение энтропии

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T},$$

где подынтегральное выражение и пределы интегрирования надо выразить через величины, характеризующие исследуемый процесс.

Изменение энтропии в процессах идеального газа:

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \frac{m}{M}\left(C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1} \right);$$

для *адиабатического* процесса $\Delta S = 0$, т.е. процесс протекает при постоянной энтропии, $S = \text{const}$;

для *изотермического* ($T = \text{const}$, т.е. $T_1 = T_2$) процесса

$$\Delta S_{12} = \frac{m}{M} R \ln\frac{V_2}{V_1};$$

для *изохорического* ($V = \text{const}$, т.е. $V_1 = V_2$) процесса

$$\Delta S_{12} = \frac{m}{M} C_V \ln\frac{T_2}{T_1}.$$

Тестовые задачи по основам термодинамики

9.1. Вычислить удельные теплоемкости неона и водорода при постоянных объеме (c_V) и давлении (c_p), принимая эти газы за идеальные.

а) $c_{V1} = 523 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, c_{P1} = 1{,}24 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, c_{V2} = 1{,}04 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, c_{P2} = 14{,}6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$

б) $c_{V1} = 624\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{P1} = 1{,}04\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{V2} = 10{,}4\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{P2} = 14{,}6\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$;

в) $c_{V1} = 731\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{P1} = 10{,}4\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{V2} = 10{,}4\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{P2} = 12{,}1\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$;

г) $c_{V1} = 367\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{P1} = 1{,}23\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{V2} = 11{,}6\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{P2} = 12{,}2\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$;

д) $c_{V1} = 620\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{P1} = 10{,}4\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{V2} = 1{,}04\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ $,c_{P2} = 15{,}6\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

9.2. Вычислить удельную теплоемкость $c_{Vсм}$ смеси двух газов (гелия массой $m_1 = 6$ г и азота массой $m_2 = 10$ г) при постоянном объеме.

а) $c_{Vсм} = 1{,}33\dfrac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$; б) $c_{Vсм} = 13{,}3\dfrac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$; в) $c_{Vсм} = 1{,}63\dfrac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$;
г) $c_{Vсм} = 1{,}06\dfrac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$; д) $c_{Vсм} = 1{,}26\dfrac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

9.3. Найти работу A расширения двухатомного идеального газа, которому при постоянном давлении сообщено количество теплоты $Q = 4{,}9$ кДж.

а) $A = 1$кДж ; б) $A = 2{,}7$кДж; в) $A = 12$кДж; г) $A = 3{,}1$кДж;
д) $A = 1{,}4$кДж.

9.4. Идеальный газ, занимавший объем $V_1 = 10$ л при давлении $P = 10^5$ Па и температуре $T_1 = 300$ К, был нагрет при постоянном давлении до температуры $T_2 = 510$ К. Найти работу расширения газа.

а) $A = 1{,}4$кДж ; б) $A = 0{,}7$кДж; в) $A = 0{,}3$кДж; г) $A = 1{,}1$кДж;
д) $A = 2{,}3$кДж.

9.5. Азот массой $m = 100$ г нагрет при постоянном давлении на $\Delta T = 50$ К. Найти работу расширения газа и приращение ΔU его внутренней энергии.

а) $A = 14{,}8$кДж $,\Delta U = 37$кДж ; б) $A = 12{,}1$кДж$,\Delta U = 37$кДж;
в) $A = 14{,}8$кДж$,\Delta U = 64$кДж; г) $A = 15{,}2$кДж$,\Delta U = 26$кДж;

д) $A = 10{,}8$кДж; $\Delta U = 23$кДж.

9.6. Найти работу, совершаемую при изотермическом расширении кислорода массой $m = 20$г, находящегося при температуре $t = -20^{\circ}$C, если его давление изменяется от $P_1 = 500$кПа до $P_2 = 50$кПа.

а) $A = 5$кДж; б) $A = 8$кДж; в) $A = 3$кДж; г) $A = 2$кДж;
д) $A = 2{,}6$кДж.

9.7. Баллон емкостью $V = 20$л с кислородом при давлении $P_1 = 10$мПа и температуре $t_1 = 7^{\circ}$C нагревается до $t_2 = 27^{\circ}$C. Какое количество теплоты при этом поглощает газ?

а) $Q = 307$кДж; б) $Q = 327$кДж; в) $Q = 347$кДж;
г) $Q = 387$кДж; д) $Q = 357$кДж.

9.8. Найти среднюю квадратичную скорость молекул идеального газа, если известна работа его изотермического расширения от объема V_1 до $V_2 = 4V_1$, равная $A = 600$Дж. Масса газа $m = 20$г.

а) $\upsilon_{кв} = 222\frac{м}{с}$; б) $\upsilon_{кв} = 188\frac{м}{с}$; в) $\upsilon_{кв} = 255\frac{м}{с}$; г) $\upsilon_{кв} = 264\frac{м}{с}$;
д) $\upsilon_{кв} = 301\frac{м}{с}$.

9.9. Определить количество теплоты, поглощаемое водородом массой $m = 0{,}2$кг при нагревании его от температуры $t_1 = 0^{\circ}$C до температуры $t_2 = 100^{\circ}$C при постоянном давлении. Найти также изменение внутренней энергии газа и совершаемую им работу.
а) $Q = 374$кДж, $\Delta U = 291$кДж, $A = 83$кДж;
б) $Q = 272$кДж, $\Delta U = 208$кДж, $A = 64$кДж;
в) $Q = 240$кДж, $\Delta U = 108$кДж, $A = 132$кДж;
г) $Q = 291$кДж, $\Delta U = 208$кДж, $A = 83$кДж;
д) $Q = 291$кДж, $\Delta U = 198$кДж, $A = 93$кДж.

9.10. Кислород массой $m = 2$кг при температуре $T_1 = 293$К сжимается адиабатически. Найти конечную температуру газа T_2, если в процессе сжатия была совершена работа $A = 200$кДж.

а) $T_2 = 228$К; б) $T_2 = 447$К; в) $T_2 = 336$К; г) $T_2 = 552$К; д) $T_2 = 662$К

9.11. Температура кислорода массой $m = 40$г в процессе адиабатического расширения понизилась на $\Delta T = 20$К. Найти работу расширения газа.

а) $A = -431$Дж ; б) $A = -519$Дж; в) $A = -643$Дж; г) $A = -318$Дж;
д) $A = 431$Дж.

9.12. Азот массой $m = 20$г при температуре $T_1 = 293$К был сжат адиабатически. Объем газа уменьшился в $n = 5$раз. Найти температуру газа T_2 после сжатия.

а) $T_2 = 228$К; б) $T_2 = 336$К; в) $T_2 = 558$К; г) $T_2 = 634$К; д) $T_2 = 524$К.

9.13. Азот, занимавший объем $V_1 = 6$л, адиабатически сжимался до объема $V_2 = 3$л. При этом давление повысилось до $P_2 = 1{,}5$МПа .Найти давление газа до сжатия.

а) $P_1 = 0{,}34$мПа; б) $P_1 = 0{,}46$мПа; в) $P_1 = 0{,}73$мПа;
г) $P_1 = 0{,}57$мПа; д) $P_1 = 1{,}27$мПа.

9.14. Кислород занимает объем $V_1 = 1\,м^3$ и находится под давлением $P_1 = 200$кПа. Газ нагрели сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3м^3$, а затем при постоянном объеме – до давления $P_2 = 500$кПа. Построить график процесса и найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, переданное газу.

а) $\Delta U = 3{,}25$МДж , $A = 0{,}4$МДж , $Q = 3{,}65$МДж;

б) $\Delta U = 1{,}25$МДж, $A = 0{,}9$МДж, $Q = 2{,}15$МДж;
в) $\Delta U = 3{,}05$МДж, $A = 0{,}6$МДж, $Q = 3{,}65$МДж;
г) $\Delta U = 1{,}75$МДж, $A = 0{,}4$МДж, $Q = 2{,}15$МДж;
д) $\Delta U = 2{,}64$МДж, $A = 1{,}2$МДж, $Q = 3{,}84$МДж.

9.15. Газ, занимавший объем 20 л при нормальных условиях, был изобарически нагрет до 80°C. Определить работу расширения газа.

а) $A = 295$Дж; б) $A = 326$Дж; в) $A = 267$Дж; г) $A = 402$Дж; д) $A = 592$Дж.

9.16. Определить скорость вылета поршня массой 4кг из цилиндра при адиабатическом расширении воздуха в 40 раз, если начальное давление воздуха 10^7 Па, а объем 0,3 л.

а) $\upsilon = 27\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; б) $\upsilon = 21\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; в) $\upsilon = 54\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; г) $\upsilon = 36\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$; д) $\upsilon = 44\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

9.17. Молекулярный пучок кислорода ударяется о неподвижную стенку. После соударения молекулы отражаются от стенки с той же по модулю скоростью. Определить давление пучка на стенку, если скорость молекул $500\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ и концентрация молекул в пучке $5\cdot10^{24}\,\text{м}^{-3}$.

а) $P = 2{,}45\cdot10^5$ Па; б) $P = 2{,}14\cdot10^5$ Па; в) $P = 2{,}56\cdot10^5$ Па;
г) $P = 1{,}13\cdot10^5$ Па; д) $P = 1{,}33\cdot10^5$ Па.

9.18. В цилиндре под поршнем находится водород, который имеет массу 0,02 кг и начальную температуру 27°C. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в 5 раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и работу, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

а) $T_2 = 157$К, $A = 8{,}7\cdot10^3$ Дж; б) $T_2 = 217$К, $A = 3{,}5\cdot10^3$ Дж;

в) $T_2 = 132$К, $A = 9{,}8 \cdot 10^3$ Дж; г) $T_2 = 405$К, $A = 10{,}1 \cdot 10^3$ Дж;

д) $T_2 = 194$К, $A = 8{,}9 \cdot 10^3$ Дж.

9.19. Азот массой $m = 10$г, находящийся при нормальных условиях, сжимается до объема V_2=1,4 л. Найти давление P_2, температуру T_2 и работу сжатия A, если азот сжимается: 1) изотермически; 2) адиабатически.

а) 1- $P_1 = 2{,}28 \cdot 10^5$ Пa, $T_2 = 277$К, $A = -1{,}52$кДж;

2- $P_2 = 10{,}6 \cdot 10^5$ Па, $T_2 = 454$К, $A = -2{,}33$кДж;

б) 1- $P_1 = 10{,}6 \cdot 10^5$ Па; $T_2 = 454$К, $A = -2{,}33$кДж;

2- $P_2 = 2{,}28 \cdot 10^5$ Па, $T_2 = 277$К, $A = -1{,}52$кДж;

в) 1- $P_1 = 5{,}78 \cdot 10^5$ Па, $T_2 = 273$К, $A = -1{,}42$кДж;

2- $P_2 = 11{,}6 \cdot 10^5$ Па, $T_2 = 545$К, $A = -2{,}02$кДж;

г) 1- $P_1 = 3{,}24 \cdot 10^5$ Па, $T_2 = 273$К, $A = 1{,}32$кДж;

2- $P_2 = 1{,}6 \cdot 10^5$ Па, $T_2 = 341$К, $A = -2{,}02$кДж;

д) 1- $P_1 = 5{,}4 \cdot 10^5$ Па, $T_2 = 169$К, $A = -1{,}42$кДж;

2- $P_2 = 11{,}1 \cdot 10^5$ Па, $T_2 = 545$К, $A = 2{,}1$кДж.

9.20. Объем газа при адиабатическом расширении увеличился в два раза, а температура уменьшилась в 1,32 раза. Найти число степеней свободы молекул этого газа.

а) $i = 2$; б) $i = 3$; в) $i = 4$; г) $i = 5$; д) $i = 6$.

9.21. Кислород нагревают от $t_1 = 50^\circ$С до $t_2 = 60^\circ$С. Масса кислорода $m = 160$г. Найти количество поглощенной теплоты и изменение внутренней энергии при изохорическом и изобарическом процессах. Начальное давление близко к атмосферному.

а) $\Delta U_p = \Delta U_V = 1037{,}5$Дж, $Q_V = 1037{,}5$Дж, $Q_p = 1452{,}5$Дж;

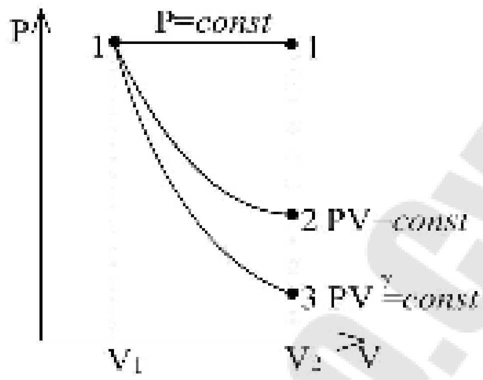
б) $\Delta U_p = \Delta U_V = 1237{,}5$Дж, $Q_V = 1056{,}5$Дж, $Q_p = 1232{,}5$Дж;

в) $\Delta U_p = \Delta U_V = 1014{,}5$Дж, $Q_V = 1044{,}5$Дж, $Q_p = 1464{,}5$Дж;

г) $\Delta U_p = \Delta U_V = 1133{,}5$Дж, $Q_V = 1133{,}5$Дж, $Q_p = 1638{,}5$Дж;

д) $\Delta U_p = \Delta U_V = 1452{,}5$Дж, $Q_V = 1012{,}5$Дж, $Q_p = 1452{,}5$Дж.

9.22. Азот, занимавший при давлении $P = 10^5$ Па объем $V_1 = 10$л, расширился вдвое: $V_2 = 2V_1$. Найти конечное давление и работу, совершаемую газом, при следующих процессах: 1) изобарном (1-1′); 2) изотермическом (1-2); 3) адиабатном (1-3) (см. рисунок).



а) 1- $P = 10^5$ Па, $A = 1020$Дж, 2- $P = 0{,}5 \cdot 10^5$ Па, $A = 590$Дж,
3- $P = 0{,}38 \cdot 10^5$ Па, $A = 500$Дж;

б) 1- $P = 2 \cdot 10^5$ Па, $A = 2000$Дж, 2- $P = 0{,}7 \cdot 10^5$ Па, $A = 470$Дж,
3- $P = 0{,}41 \cdot 10^5$ Па, $A = 580$Дж;

в) 1- $P = 10^5$ Па, $A = 1000$Дж, 2- $P = 0{,}5 \cdot 10^5$ Па, $A = 690$Дж,
3- $P = 0{,}38 \cdot 10^5$ Па, $A = 600$Дж;

г) 1- $P = 10^5$ Па, $A = 1052$Дж, 2- $P = 0{,}25 \cdot 10^5$ Па, $A = 780$Дж,
3- $P = 0{,}38 \cdot 10^5$ Па, $A = 600$Дж;

д) 1- $P = 10^5$ Па, $A = 1000$Дж, 2- $P = 0{,}5 \cdot 10^5$ Па, $A = 690$Дж,
3- $P = 0{,}23 \cdot 10^5$ Па, $A = 595$Дж.

9.23. Двухатомный идеальный газ, занимавший при давлении $P_1 = 3 \cdot 10^5$ Па объем $V_1 = 4$л, расширяют до объема $V_3 = 6$л, при этом давление падает до значения $P_3 = 10^5$ Па. Процесс происходит сначала по адиабате, затем по изохоре. Определить работу сил давления газа, изменение его внутренней энергии и количество поглощенной теплоты при этом переходе.

а) $P_2 = 3{,}4 \cdot 10^5$ Па, $A_{1-2} = -1764$Дж, $Q_{1-3} = 1036$Дж, $\Delta U_{1-3} = 2800$Дж;
б) $P_2 = 1{,}7 \cdot 10^5$ Па, $A_{1-2} = 450$Дж, $Q_{1-3} = -1050$Дж, $\Delta U_{1-3} = -1500$Дж;
в) $P_2 = 1{,}5 \cdot 10^5$ Па, $A_{1-2} = 328$Дж, $Q_{1-3} = -1036$Дж, $\Delta U_{1-3} = -1364$Дж;
г) $P_2 = 3 \cdot 10^5$ Па, $A_{1-2} = 450$Дж, $Q_{1-3} = -1060$Дж, $\Delta U_{1-3} = -1510$Дж;

д) $P_2 = 1{,}2 \cdot 10^5$ Па , $A_{1-2} = 450$Дж , $Q_{1-3} = 1950$Дж , $\Delta U_{1-3} = 1500$Дж .

9.24. Двухатомный газ необходимо сжать от объема $V_1 = 5$л до объема $V_2 = 2{,}5$л . Определить, во сколько раз и как выгоднее

сжимать газ, адиабатно или изотермически.

а) $\dfrac{A_1}{A_2} = 1{,}05$- изотермически сжимать газ выгоднее ;

б) $\dfrac{A_1}{A_2} = 0{,}95$- адиабатически сжимать газ выгоднее ;

в) $\dfrac{A_1}{A_2} = 2$- изотермически сжимать газ выгоднее ;

г) $\dfrac{A_1}{A_2} = 0{,}5$- адиабатически сжимать газ выгоднее ;

д) $\dfrac{A_1}{A_2} = 1{,}15$- изотермически сжимать газ выгоднее .

9.25. Некоторый двухатомный газ подвергают политропному сжатию, в результате чего давление газа возросло от $P_1 = 10$ кПа до $P_2 = 30$ кПа , а объем газа уменьшился от $V_1 = 2{,}5$л до $V_2 = 1$л . Определить: 1) показатель политропы n ; 2) изменение внутренней энергии ΔU газа.

а) $n = 2{,}3$, $\Delta U = 400$Дж ; б) $n = 2{,}7$, $\Delta U = 600$Дж ;
в) $n = 0{,}6$, $\Delta U = 180$Дж ; г) $n = 1{,}2$, $\Delta U = 200$Дж ;
д) $n = 1{,}6$, $\Delta U = 340$Дж .

9.26. Температура пара, поступающего в паровую машину, $t_1 = 127^{\circ}$C ; температура в холодильнике $t_2 = 27^{\circ}$C . Определить теоретически максимальную работу при затрате количества теплоты $Q_1 = 4{,}2$кДж

а) $A = 0{,}95$кДж ; б) $A = 2{,}25$кДж ; в) $A = 1{,}65$кДж ; г) $A = 1{,}45$кДж ;
д) $A = 1{,}05$кДж .

9.27. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества $\nu = 1$моль, находится под давлением $P_1 = 250$ кПа и занимает объем $V_1 = 10$л. Сначала газ изохорно нагревают до температуры $T_2 = 400$ К. Далее, изотермически расширяя, доводят его до первоначального давления. После этого путем изобарного сжатия возвращают газ в начальное состояние. Определить термический кпд цикла.

а) $\eta = 3{,}7\%$; б) $\eta = 3{,}2\%$; в) $\eta = 4{,}1\%$; г) $\eta = 4{,}6\%$; д) $\eta = 5{,}1\%$.

9.28. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $1{,}5 \cdot 10^5$ Дж. Температура нагревателя 400 К, температура холодильника 260 К. Найти кпд машины, количество теплоты, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику.

а) $\eta = 35\%, Q_1 = 429$ Дж, $Q_2 = 279$ Дж;

б) $\eta = 17\%, Q_1 = 390$ Дж, $Q_2 = 279$ Дж;

в) $\eta = 4{,}1\%, Q_1 = 429$ Дж, $Q_2 = 1029$ Дж;

г) $\eta = 74\%, Q_1 = 134$ Дж, $Q_2 = 264$ Дж;

д) $\eta = 21\%, Q_1 = 429$ Дж, $Q_2 = 279$ Дж.

9.29. Температура нагревателя тепловой машины 500 К. Температура холодильника 400 К. Определить кпд тепловой машины, работающей по циклу Карно, и полезную мощность машины, если нагреватель ежесекундно передаёт ей 1675 Дж теплоты.

а) $N = 215$ Вт, $\eta = 34\%$; б) $N = 335$ Вт, $\eta = 20\%$;

в) $N = 354$ Вт, $\eta = 28\%$; г) $N = 215$ Вт, $\eta = 20\%$;

д) $N = 278$ Вт, $\eta = 17\%$.

9.30. Кислород массой 1кг совершает цикл Карно. При изотермическом расширении газа его объем увеличивается в 2 раза, а при последующем адиабатическом расширении совершается работа 3000 Дж. Определить работу, совершенную за цикл.

а) $A = 983{,}2$Дж ; б) $A = 800{,}4$Дж ; в) $A = 741{,}5$Дж ; г) $A = 878{,}8$Дж ; д) $A = 831{,}6$Дж .

9.31. При давлении 10^5 Па 0,2 моля двухатомного газа занимает объем 10л. Газ изобарно сжимают до объема 4л, затем сжимают адиабатно, после чего газ изотермически расширяют до начального объема и давления. Построить график процесса в координатах P, V. Найти работу, совершенную газом за один цикл; температуру, давление и объем в характерных точках процесса; количество теплоты, полученное газом от нагревателя и отданное газом холодильнику, а также термический кпд цикла.

а) $A = 1{,}3$кДж , T_1= 602 К , T_2= 241 К , $P_3 = 2{,}47 \cdot 10^6$ Па , $\eta = 35{,}6\%$, $Q_1 = 3{,}4$ кДж , $Q_2 = 2{,}1$ кДж , $V_3 = 4{,}05 \cdot 10^{-4}$ м^3;

б) $A = 1{,}1$кДж , T_1= 562 К , T_2= 222 К , $P_3 = 2{,}27 \cdot 10^6$ Па , $\eta = 34{,}4\%$; $Q_1 = 3{,}2$ кДж , $Q_2 = 2{,}1$ кДж , $V_3 = 4{,}05 \cdot 10^{-4}$ м^3 ;

в) $A = 1{,}8$кДж , T_1= 602 К , T_2= 345 К , $P_3 = 2{,}38 \cdot 10^6$ Па , $\eta = 34{,}4\%$, $Q_1 = 3{,}2$ кДж , $Q_2 = 2{,}1$ кДж , $V_3 = 2{,}1 \cdot 10^{-4}$ м^3 ;

г) $A = 1{,}1$кДж , T_1= 602 К , T_2= 241 К , $P_3 = 2{,}47 \cdot 10^6$ Па , $\eta = 34{,}4\%$, $Q_1 = 3{,}2$ кДж , $Q_2 = 2{,}1$ кДж , $V_3 = 4{,}05 \cdot 10^{-4}$ м^3 ;

д) $A = 1{,}1$кДж , T_1= 602 К , T_2= 241 К , $P_3 = 2{,}21 \cdot 10^5$ Па , $\eta = 28{,}9\%$, $Q_1 = 4{,}6$ кДж , $Q_2 = 3{,}5$ кДж , $V_3 = 3{,}68 \cdot 10^{-4}$ м^3 ;

9.32. Холодильная машина работает по обратимому циклу Карно в интервале температур $t_1 = 27^{\circ}$С и $t_2 = -3^{\circ}$С. Рабочее тело – азот, масса которого $m = 0{,}2$кг. Найти количество теплоты, отбираемое от охлажденного тела, и работу внешних сил за цикл, если максимальный объем больше минимального в 5 раз. Вычислить холодильный коэффициент.

а) $Q_2 = 21{,}1$ кДж , $A^* = 2{,}1$ кДж , $e = 9$;

б) $Q_2 = 23{,}2$ кДж , $A^* = 1{,}9$ кДж , $e = 8$;

в) $Q_2 = 24{,}4$ кДж , $A^* = 2{,}4$ кДж , $e = 9$;

г) $Q_2 = 21{,}6$ кДж , $A^* = 2{,}4$ кДж , $e = 9$;

д) $Q_2 = 24{,}4$ кДж, $A^* = 2{,}8$ кДж, $e = 8$.

9.33. Тепловая машина работает по циклу Карно. При изотермическом расширении двухатомного газа его объем увеличивается в 3 раза, а при последующем адиабатическом расширении – в 5 раз. Определить кпд цикла. Какую работу совершает 1 кмоль газа за один цикл, если температура нагревателя 300 К? Какое количество теплоты получит от холодильника машина, если она будет совершать тот же цикл в обратном направлении, и какое количество теплоты будет передано нагревателю?

а) $\eta = 47{,}5\%$, $A = 1{,}3$МДж, $Q_1 = 2{,}74$ МДж, $Q_2 = 1{,}44$ МДж;

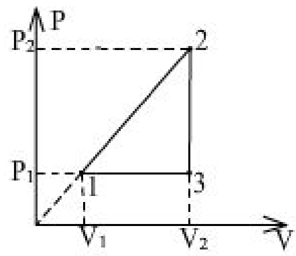
б) $\eta = 55{,}5\%$, $A = 1{,}4$МДж, $Q_1 = 2{,}94$ МДж, $Q_2 = 1{,}54$ МДж;

в) $\eta = 38\%$, $A = 1{,}3$МДж, $Q_1 = 2{,}6$ МДж, $Q_2 = 1{,}3$ МДж;

г) $\eta = 55{,}5\%$, $A = 1{,}11$МДж, $Q_1 = 2{,}55$ МДж, $Q_2 = 1{,}44$ МДж;

д) $\eta = 21{,}8\%$, $A = 0{,}9$МДж, $Q_1 = 2{,}04$ МДж, $Q_2 = 1{,}14$ МДж.

9.34. Гелий массой $m = 4$ г совершает цикл, изображённый на рисунке. Найти работу A, совершенную газом за один цикл, а также количество теплоты, принятое от нагревателя Q_1 и переданное холодильнику Q_2 за цикл, если $P_1 = 200$ кПа, $P_2 = 600$ кПа; $V_1 = 1$л, $V_2 = 3$л.



а) $A = 600$ Дж, $Q_1 = 3200$ Дж, $Q_2 = 2500$ Дж;

б) $A = 820$ Дж, $Q_1 = 3120$ Дж, $Q_2 = 2300$ Дж;

в) $A = 910$ Дж, $Q_1 = 3340$ Дж, $Q_2 = 2330$ Дж;

г) $A = 400$ Дж, $Q_1 = 3200$ Дж, $Q_2 = 2800$ Дж;

д) $A = 400$ Дж, $Q_1 = 3200$ Дж, $Q_2 = 2300$ Дж.

9.35. Кислород массой $m = 20$ г нагревается от температуры $t_1 = 20^\circ$С до температуры $t_2 = 220^\circ$С. Найти изменение энтропии ΔS, если нагревание происходит: 1) изохорически; 2) изобарически.

а) $1\text{-}\Delta S = 6{,}75\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$, $2\text{-}\Delta S = 9{,}45\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$;

б) $1\text{-}\Delta S = 3{,}15\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$, $2\text{-}\Delta S = 5{,}25\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$;

в) $1\text{-}\Delta S = 5{,}25\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$, $2\text{-}\Delta S = 3{,}15\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$;

г) $1\text{-}\Delta S = 2{,}87\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$, $2\text{-}\Delta S = 6{,}12\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$;

д) $1\text{-}\Delta S = 7{,}14\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$, $2\text{-}\Delta S = 8{,}64\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

9.36. Определить изменение ΔS энтропии при изотермическом расширении кислорода массой $m = 10\text{г}$ от объема $V_1 = 25\text{л}$ до объема $V_2 = 100\text{л}$.

а) $\Delta S = 2{,}3\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$; б) $\Delta S = 3{,}2\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$; в) $\Delta S = 6{,}3\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$;

г) $\Delta S = 3{,}9\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$; д) $\Delta S = 3{,}6\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

9.37. В результате адиабатического процесса один моль двухатомного идеального газа перешел из состояния 1 с температурой T_1 в состояние 2 с температурой T_2. Определить изменение энтропии газа при этом процессе.

а) $\Delta S = \left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{\gamma - 1}\right) R \ln \dfrac{T_2}{T_1}$; б) $\Delta S = \left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{1}{\gamma - 1}\right) R \ln \dfrac{T_2}{T_1}$;

в) $\Delta S = \left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{\gamma - 1}\right) R \ln \dfrac{T_1}{T_2}$; г) $\Delta S = \left(3 - \dfrac{1}{\gamma - 1}\right) R \ln \dfrac{T_1}{T_2}$;

д) $\Delta S = \left(\dfrac{5}{2} - \dfrac{1}{\gamma - 1}\right) R \ln \dfrac{T_2}{T_1}$.

9.38. Кислород, масса которого $m = 200\ г$, нагревают от температуры $t_1 = 27^\circ\text{C}$ до $t_2 = 127^\circ\text{C}$. Найти изменение энтропии, если известно, что начальное и конечное давление одинаково и близко к атмосферному.

а) $\Delta S = 38\ \frac{Дж}{К}$; б) $\Delta S = 41\ \frac{Дж}{К}$; в) $\Delta S = 52\ \frac{Дж}{К}$;
г) $\Delta S = 65\ \frac{Дж}{К}$; д) $\Delta S = 23\ \frac{Дж}{К}$.

9.39. Теплоизолированный сосуд разделен на две равные части перегородкой. В одной половине сосуда содержится $m = 10$ г водорода. Вторая половина откачана до высокого вакуума. Перегородку убирают, и газ заполняет весь объем. Считая газ идеальным, найти приращение его энтропии.

а) $\Delta S = 20{,}1\ \frac{Дж}{К}$; б) $\Delta S = 52\ \frac{Дж}{К}$; в) $\Delta S = 42\ \frac{Дж}{К}$;
г) $\Delta S = 31{,}8\ \frac{Дж}{К}$; д) $\Delta S = 28{,}6\ \frac{Дж}{К}$.

9.40. Лед массой 2кг, находящийся при температуре $t_1 = -10^{\circ}\mathrm{C}$, нагрели и превратили в пар. Определить изменение энтропии.

а) $\Delta S = 2{,}34 \cdot 10^4\ \frac{Дж}{К}$; б) $\Delta S = 1{,}41 \cdot 10^4\ \frac{Дж}{К}$; в) $\Delta S = 2{,}65 \cdot 10^4\ \frac{Дж}{К}$;
г) $\Delta S = 1{,}73 \cdot 10^4\ \frac{Дж}{К}$; д) $\Delta S = 1{,}97 \cdot 10^4\ \frac{Дж}{К}$.

9.41. Определить изменение энтропии ΔS при изотермическом расширении азота массой $m = 10$ г, если давление газа уменьшилось от $P_1 = 0{,}1$ МПа до $P_2 = 50$ кПа.

а) $\Delta S = 2{,}5\ \frac{Дж}{К}$; б) $\Delta S = 2{,}14\ \frac{Дж}{К}$; в) $\Delta S = 2{,}06\ \frac{Дж}{К}$;
г) $\Delta S = 3{,}02\ \frac{Дж}{К}$; д) $\Delta S = 2{,}67\ \frac{Дж}{К}$.

9.42. Азот массой $m = 100$ г был изобарно нагрет так, что его объем увеличился в 2 раза, а затем был изохорно охлажден так, что его давление уменьшилось в 2 раза. Определить изменение энтропии ΔS в ходе указанных процессов.

а) $\Delta S = 15{,}8\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$; б) $\Delta S = 20{,}6\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$; в) $\Delta S = 24{,}3\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$;
г) $\Delta S = 25\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$; д) $\Delta S = 26{,}2\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

10. Реальные газы и насыщенные пары. Основные понятия и формулы

Реальные газы. Уравнение состояния реального газа (уравнение Ван-дер-Ваальса) для одного моля газа:

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT,$$

где V_m – молярный объём; a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса, различные для разных газов.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для произвольной массы газа

$$\left(P + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT,$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ – количество вещества; $V = \nu V_m$.

Внутреннее давление газа, обусловленное силами взаимодействия молекул: $$P' = \frac{a}{V_m^2},$$

где a – постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения.

Критические параметры – объем V_k, давление P_k и температура T_k связаны с постоянными a и b Ван-дер-Ваальса соотношениями

$$V_к = 3b; \quad P_к = \frac{a}{27b^2}; \quad T_к = \frac{8a}{27Rb},$$

где R – молярная газовая постоянная.

Внутренняя энергия реального газа:

одного моля

$$U_m = C_V T - \frac{a}{V_m};$$

произвольной массы

$$U_m = \frac{m}{M}\left(C_V T - \frac{a}{V_m}\right),$$

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Насыщенные пары. Абсолютной влажностью p называется парциальное давление водяного пара, находящегося в воздухе. Относительной влажностью ω называется отношение абсолютной влажности p к парциальному давлению $p_н$ водяного пара, насыщающего пространство при данной температуре.

Удельной теплотой парообразования r называется количество теплоты, необходимое для превращения единицы массы жидкости в пар при постоянной температуре.

Молярная теплота парообразования:

$$r_o = \mu r,$$

где μ — молярная масса.

Зависимость давления насыщенного пара $p_н$ от температуры дается уравнением Клаузиуса — Клапейрона:

$$\frac{dp_н}{dT} = \frac{r_o}{T(V_{оп} - V_{ож})},$$

где $V_{оп}$ и $V_{ож}$ — молярные объемы пара и жидкости.

Тестовые задачи по реальным газам и насыщенным парам

10.1. Углекислый газ массой $m = 10$ г находится в сосуде вместимостью $V = 1$л. Определить: 1) собственный объем V' молекул газа; 2) внутреннее давление P' газа. Поправки Ван-дер-Ваальса: $a = 0{,}361\ \text{Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$ и $b = 4{,}28\cdot 10^{-5}\text{м}^3/\text{моль}^2$

а) $V' = 2{,}43\ \text{см}^3$, $P' = 18{,}6\ \text{кПа}$; б) $V' = 2{,}15\ \text{см}^3$, $P' = 15{,}4\ \text{кПа}$;
в) $V' = 2{,}15\ \text{см}^3$, $P' = 16{,}8\ \text{кПа}$; г) $V' = 2{,}09\ \text{см}^3$, $P' = 16{,}8\ \text{кП}a$;
д) $V' = 3{,}23\ \text{см}^3$, $P' = 14{,}5\ \text{кПа}$,

10.2. Давление P кислорода равно 8МПа, его плотность $\rho = 100\text{кг/м}^3$. Определить температуру газа, если: 1) газ идеальный (T_1); 2)газ реальный(T). Поправки Ван-дер-Ваальса: $a = 0{,}136\text{Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$ и $b = 3{,}17\cdot 10^{-5}\text{м}^3/\text{моль}^2$.

а) $T_1 = 254\text{К}, T_2 = 268\text{К}$; б) $T_1 = 308\text{К}, T_2 = 324\text{К}$;
в) $T_1 = 386\text{К}, T_2 = 402\text{К}$; г) $T_1 = 424\text{К}, T_2 = 486\text{К}$;
д) $T_1 = 514\text{К}, T_2 = 568\text{К}$.

10.3. Вычислить поправки Ван-дер-Ваальса для кислорода, если критическая температура $T_{кр} = 15К$ и критическое давление $P_{кр} = 5{,}08 \cdot 10^6$ Па.

а) $a = 0{,}138 Н \cdot м^4/моль^2, b = 3{,}17 \cdot 10^{-5} м^3/моль^2$;
б) $a = 0{,}216 Н \cdot м^4/моль^2, b = 4{,}21 \cdot 10^{-5} м^3/моль^2$;
в) $a = 0{,}345 Н \cdot м^4/моль^2, b = 5{,}34 \cdot 10^{-5} м^3/моль^2$;
г) $a = 0{,}429 Н \cdot м^4/моль^2, b = 6{,}68 \cdot 10^{-5} м^3/моль^2$;
д) $a = 0{,}585 Н \cdot м^4/моль^2, b = 9{,}72 \cdot 10^{-5} м^3/моль^2$.

10.4. Углекислый газ массой $m = 10$кг адиабатно расширяется в вакуум от $V_1 = 1 м^3$ до $V_{21} = 2 м^3$. Принимая поправку Ван-дер-Ваальса $a = 0{,}361 Н \cdot м^4/моль^2$, определить понижение температуры ΔT газа при этом расширении.

а) $\Delta T = -0{,}95К$; б) $\Delta T = -1{,}35К$;
в) $\Delta T = -1{,}65К$; г) $\Delta T = -2{,}3К$;
д) $\Delta T = -3{,}55К$.

10.5. В цилиндре под поршнем находится хлор массой $m = 20г$. Определить изменение ΔU внутренней энергии хлора при изотермическом расширении его от $V_1 = 200 см^3$ до $V_2 = 500 см^3$.

а) $\Delta U = 86 Дж$; б) $\Delta U = 154 Дж$; в) $\Delta U = 286 Дж$; г) $\Delta U = 368 Дж$; д) $\Delta U = 412 Дж$.

10.6. Азот количеством вещества $\nu = 2$моль, занимавший при температуре $T = 350К$ объем $V_1 = 2 \cdot 10^{-3} м^3$, расширяется изотермически до объема $V_2 = 3V_1$. Принимая поправки Ван-дер-Ваальса $a = 0{,}136 Н \cdot м^4/моль^2$ и $b = 3{,}86 \cdot 10^{-5} м^3/моль^2$ определить: 1) работу A расширения газа; 2) изменение внутренней энергии ΔU газа.

а) $A = 3{,}12 кДж, \Delta U = 96 Дж$;
б) $A = 4{,}36 кДж, \Delta U = 112 Дж$;

в) $A = 4{,}78$кДж, $\Delta U = 124$Дж;
г) $A = 5{,}84$кДж, $\Delta U = 169$Дж;
д) $A = 6{,}36$кДж, $\Delta U = 181$Дж.

10.7. Какую температуру T имеет масса m = 2 г азота, занимающего объем V = 820см^3 при давлении P = 0,2 МПа? Газ рассматривать как: 1) идеальный; 2) реальный.

а) 1- $T = 280K$, 2 - $T = 280K$;
б) 1- $T = 250K$, 2 - $T = 200K$;
в) 1- $T = 356K$, 2 - $T = 350K$;
г) 1- $T = 180K$, 2 - $T = 180K$;
д) 1- $T = 759K$, 2 - $T = 430K$;

10.8. Какую температуру T имеет масса m = 3,5 г кислорода занимающего объем V = 90см^3 при давлении P = 2,8МПа? Газ рассматривать как: 1) идеальный; 2) реальный.

а) 1- $T = 278K$, 2 - $T = 280K$;
б) 1- $T = 250K$, 2 - $T = 200K$;
в) 1- $T = 356K$, 2 - $T = 350K$;
г) 1- $T = 180K$, 2 - $T = 180K$;
д) 1- $T = 277K$, 2 - $T = 285{,}7K$;

10.9. Количество ν = 1 кмоль углекислого газа находится при температуре t = 100° С. Найти давление P газа, считая его: 1) реальным; 2) идеальным. Задачу решить для объёмов V_1 = 1 м^{3}и V_2=0,05 м^3.

а) 1- $P_1 = 3{,}37$МПа, $P_2 = 110$МПа,
2 - $P_1 = 1{,}05$МПа, $P_2 = 32$МПа;
б) 1- $P_1 = 6{,}3$МПа, $P_2 = 117$МПа,
2 - $P_1 = 5{,}5$МПа, $P_2 = 98{,}2$МПа;
в) 1- $P_1 = 4{,}4$МПа, $P_2 = 356$МПа,
2 - $P_1 = 2{,}56$МПа, $P_2 = 45{,}2$МПа;
г) 1- $P_1 = 1{,}03$МПа, $P_2 = 150$МПа,

2 - $P_1 = 3{,}5\text{МПа}$, $P_2 = 57{,}1\text{МПа}$;

д) 1- $P_1 = 2{,}87\text{МПа}$, $P_2 = 277\text{МПа}$,

2 - $P_1 = 3{,}09\text{МПа}$, $P_2 = 61{,}8\text{МПа}$.

10.10. В закрытом сосуде объёмом V =0,5 м^3 находится количество ν = 0,6 кмоль углекислого газа при давлении P = 3 МПа. Пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса, найти, во сколько раз надо увеличить температуру газа, чтобы давление увеличилось вдвое.

а) $\frac{T_2}{T_1} = 1{,}35$; б) $\frac{T_2}{T_1} = 1{,}55$; в) $\frac{T_2}{T_1} = 1{,}85$; г) $\frac{T_2}{T_1} = 1{,}65$; д) $\frac{T_2}{T_1} = 1{,}75$;

10.11. Количество ν = 1 кмоль кислорода находится при температуре $t=21°$ С и давлении P= 10МПа. Найти объем V газа, считая, что кислород при данных условиях ведёт себя как реальный газ.

а) $V = 232$л; б) $V = 231$л; в) $V = 130$л; г) $V = 300$л; д) $V = 95$л;

10.12. Найти эффективный диаметр σ молекулы кислорода, считая известными для кислорода критические значения $T_к$ и $P_к$.

а) $\sigma=300\cdot10^{-12}$м; б) $\sigma=250\cdot10^{-12}$м; в) $\sigma=294\cdot10^{-12}$м;

г) $\sigma=115\cdot10^{-12}$м; д) $\sigma=102\cdot10^{-12}$м;

10.13. Найти эффективный диаметр σ молекулы азота двумя способами: 1) по данному значению средней длины свободного пробега молекул при нормальных условиях $<\lambda>=$ *95* нм; 2) по известному значению постоянной b в уравнении Ван-дер-Ваальса.

а) 1- $\sigma=300\cdot10^{-12}$м, 2 - $\sigma=300\cdot10^{-12}$м;

б) 1- $\sigma=440\cdot10^{-12}$м, 2 - $\sigma=250\cdot10^{-12}$м;

в) 1- $\sigma=115\cdot10^{-12}$м, 2 - $\sigma=280\cdot10^{-12}$м;

г) 1- $\sigma=303\cdot10^{-12}$м, 2 - $\sigma=116\cdot10^{-12}$м;

д) 1- $\sigma=298\cdot10^{-12}$м, 2 - $\sigma=313\cdot10^{-12}$м.

10.14. Найти коэффициент диффузии D гелия при температуре t= 17° С и давлении P = 150 КПа. Эффективный диаметр атома σ вычислить, считая известными для гелия критические значения T_K и $P_к$.

а) $D \approx 0{,}5 \cdot 10^{-5}\,\text{м}^2/\text{с}$; б) $D \approx 4{,}5 \cdot 10^{-5}\,\text{м}^2/\text{с}$; в) $D \approx 3{,}5 \cdot 10^{-5}\,\text{м}^2/\text{с}$;
г) $D \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}\,\text{м}^2/\text{с}$; д) $D \approx 5{,}5 \cdot 10^{-5}\,\text{м}^2/\text{с}$.

10.15. Найти давление P_1, обусловленное силами взаимодействия молекул, заключённых в количестве ν = 1 кмоль газа при нормальных условиях. Критическая температура и критическое давление этого газа равны $T_к$ = 417 К и $P_к$ = 7,7 МПа.

а) $P_1 = 1{,}32\text{кПа}$; б) $P_1 = 0{,}89\text{кПа}$; в) $P_1 = 5{,}5\text{кПа}$;
г) $P_1 = 0{,}68\text{кПа}$; д) $P_1 = 2{,}3\text{кПа}$.

10.16. Найти плотность $\rho_н$ насыщенного водяного пара при температуре t = 50° С.

а) $\rho_н = 0{,}32\text{кг/м}^3$; б) $\rho_н = 3{,}92\text{кг/м}^3$; в) $\rho_н = 2{,}32\text{кг/м}^3$;
г) $\rho_н = 0{,}55\text{кг/м}^3$; д) $\rho_н = 0{,}82\text{кг/м}^3$.

10.17. Во сколько разных плотность $\rho_{н1}$ насыщенного водяного пара при температуре t_1 = 200° С больше плотности $\rho_{н2}$ насыщенного водяного пара при температуре t_2= 100° С?

а) $\dfrac{\rho_{н1}}{\rho_{н2}} = 8{,}5$; б) $\dfrac{\rho_{н1}}{\rho_{н2}} = 12{,}09$; в) $\dfrac{\rho_{н1}}{\rho_{н2}} = 65{,}4$;
г) $\dfrac{\rho_{н1}}{\rho_{н2}} = 10{,}58$; д) $\dfrac{\rho_{н1}}{\rho_{н2}} = 9{,}03$.

10.18. В замкнутом объёме V = 1м^3 относительная влажность воздуха ω = 0,6 при температуре t = 20° С. Какая масса Δm воды должна ещё испариться в этот объем, чтобы водяной пар стал насыщенным?

а) $\Delta m = 6{,}88$г ; б) $\Delta m = 7{,}02$г ; в) $\Delta m = 4{,}77$г ;
г) $\Delta m = 6{,}98$г ; д) $\Delta m = 5{,}44$г .

10.19. Температура комнаты t_1=18°С, относительная влажность $\omega = 0{,}5$. В металлический чайник налили холодную воду, какова температура t_2, воды, при которой чайник перестанет запотевать?

а) $t_2 \approx 3$ °С; б) $t_2 \approx 10$ °С; в) $t_2 \approx 11$°С; г) $t_2 \approx 7$ °С; д) $t_2 \approx 12$ °С.

10.20. Найти число n молекул насыщенного водяного пара, содержащихся в единице объёма при температуре t_1 = 30° С.

а) n=1,011·10^{24}м$^{-3}$; б) n=1,051·10^{24}м$^{-3}$; в) n=1,021·10^{24}м$^{-3}$; г) n=1,091·10^{24}м$^{-3}$; д) n=1,001·10^{24}м$^{-3}$.

10.21. Масса m = 0,5 г водяного пара занимает объем V_1 = 10 л при температуре t = 50° С, какова при этом относительная влажность ω ? Какая масса Δm пара сконденсируется, если изотермически уменьшить объем от V_l до $V_2 = V_l / 2$?

а) ω=60,6%, Δm =87,5мг; б) ω=62,6%, Δm =87,5мг;
в) ω=63,6%, Δm =85,5мг; гω=60,6%, Δm =97,5мг;
д) ω=61,6%, Δm =86,5мг.

10.22. Найти удельный объем ν воды в жидком и парообразном состояниях при нормальных условиях.

а) $\nu_ж = 2 \cdot 10^{-3}$м^3/кг , $\nu_п = 1{,}09$м^3/кг ;
б) $\nu_ж = 3 \cdot 10^{-3}$м^3/кг , $\nu_п = 1{,}25$м^3/кг ;
в) $\nu_ж = 10^{-2}$м^3/кг , $\nu_п = 3{,}25$м^3/кг ;
г) $\nu_ж = 10^{-4}$м^3/кг , $\nu_п = 0{,}25$м^3/кг ;
д) $\nu_ж = 10^{-3}$м^3/кг , $\nu_п = 1{,}25$м^3/кг .

10.23. Какая часть теплоты парообразования воды при температуре t= 100° С идёт на увеличение внутренней энергии системы?

а) $\frac{\Delta W}{r_0} = 82{,}5\%$; б) $\frac{\Delta W}{r_0} = 75{,}4\%$; в) $\frac{\Delta W}{r_0} = 92{,}4\%$;
г) $\frac{\Delta W}{r_0} = 68{,}9\%$; д) $\frac{\Delta W}{r_0} = 98{,}8\%$.

10.24. Удельная теплота парообразования бензола C_6H_6 при температуре t= 77° С равна r = 398 кДж/кг. Найти изменение внутренней энергии ΔW при испарении массы Δm = 20 г бензола.

а) ΔW =6,54кДж; б) ΔW =8,63кДж; в) ΔW =7,72кДж;
г) ΔW =7,21кДж; д) ΔW =9,28кДж.

10.25. Давления насыщенного ртутного пара при температурах t_1=100° С и t_2 =120° С равны p_1=37,3 Па и p_2 =101,3 Па. Найти среднее значение удельной теплоты парообразования r ртути в указанном интервале температур.

а) $r = 0{,}304 \cdot 10^6$ Дж/кг; б) $r = 0{,}35 \cdot 10^6$ Дж/кг;
в) $r = 0{,}102 \cdot 10^6$ Дж/кг; г) $r = 0{,}458 \cdot 10^6$ Дж/кг;
д) $r = 0{,}53 \cdot 10^6$ Дж/кг.

10.26. Температура кипения бензола (C_6H_6) при давлении P = 0,1 МПа равна $t_к$ = 80,2°С. Найти давление $p_н$ насыщенного пара бензола при температуре t= *75,6° С*. Среднее значенье удельной теплоты парообразования бензола в данном интервале температур принять равным r = 0,4 МДж/кг.

а) $p_н \approx 85 \cdot 10^3$ Па; б) $p_н \approx 81 \cdot 10^3$ Па; в) $p_н \approx 87 \cdot 10^3$ Па;
г) $p_н \approx 86 \cdot 10^3$ Па; д) $p_н \approx 93 \cdot 10^3$ Па.

10.27. Давления насыщенного пара этилового спирта (C_2H_5OH) при температурах t_1=40° С и t_2=60°С равны p_1=17.7кПа и p_2=67,9кПа. Найти изменение энтропии ΔS при испарении массы Δm = lг этилового спирта, находящегося при температуре t = 50° С.
а) ΔS =1,98Дж/К; б) ΔS =0,55Дж/К; в) ΔS =2,92Дж/К;
г) ΔS =3,22Дж/К; д) ΔS =7,52Дж/К.

10.28. Изменение энтропии при испарении количества $\Delta\nu$ = 1моль некоторой жидкости, находящейся при температуре t_1=50°С, равно ΔS = 133Дж/К. Давление насыщенного пара при температуре t_1 = 50° С равно p_1 = 12,33 кПа. На сколько меняется давление насыщенного пара жидкости при изменении Температуры от t_1= 50° С до t_1= 51^0 С?

а) Δp =634Па; б) Δp =589Па; в) Δp =977Па;
г) Δp =624Па; д) Δp =824Па.

10.29. До какого предельного давления P можно откачать сосуд при помощи ртутно-диффузионного насоса, работающего без ртутной ловушки, если температура водяной рубашки насоса t = 15° С? Давление насыщенного ртутного пара при температуре t = 0° С равно p_0 = 0,021 Па, среднее значение удельной теплоты парообразования ртути в данном интервале температур принять равным r = 10,08 МДж/кг.

а) P =98МПа; б) P =15МПа; в) P =65МПа;
г) P =93МПа; д) P =42МПа.

10.30. При температуре t_0 =0°С плотность ртути ρ_0 =13,6·10^{3}кг/м^3. Найти её плотность ρ при температуре t = 300° С. Коэффициент объёмного расширения ртути β= 1,85 ·10^{-4} К$^{-1}$.

а) ρ=12,9·10^{3}кг/м^3; б) ρ=16,9·10^{3}кг/м^3; в) ρ=25,1·10^{3}кг/м^3;
г) ρ=17,8·10^{3}кг/м^3; д) ρ=3,5·10^{3}кг/м^3.

11. Жидкости и твердые тела. Основные понятия и формулы

Жидкости. Поверхностное натяжение

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad \text{либо} \quad \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – изменение свободной энергии поверхностной плёнки жидкости, связанной с изменением площади ΔS поверхности этой плёнки.

Формула Лапласа, позволяющая определить избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двоякой кривизны:

$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости; радиус кривизны положителен, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицателен, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск).
В случае сферической поверхности

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R}.$$

Высота подъёма жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r},$$

где θ – краевой угол; r – радиус капилляра; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения.

Высота подъёма жидкости между двумя близкими и параллельными плоскостями

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g d},$$

где d – расстояние между плоскостями.

Уравнение Клапейрона-Клаузиуса, позволяющее определить изменение температуры фазового перехода в зависимости от изменения давления при равновесно протекающем процессе:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_2 - V_1)},$$

где L – теплота фазового перехода; $(V_1 - V_2)$ – изменение объёма вещества при переходе его из первой фазы во вторую; T – температура перехода (процесс изотермический).

Твёрдые тела. Закон Дюлонга и Пти:

$$C_V = 3R,$$

где C_V – молярная (атомная) теплоёмкость химически простого твёрдого тела.

При повышении температуры длина твёрдых тел возрастает в первом приближении линейно с температурой, т.е.

$$l_1 = l_0\left(1 + at\right),$$

где l_1 – длина тела при температуре t, l_0 – его длина при температуре 0°С, a – коэффициент линейного теплового расширения.

Для твёрдых изотропных тел $a = \frac{1}{3}b$, где b – коэффициент объёмного теплового расширения.

Относительное изменение длины стержня по закону Гука в случае деформации продольного растяжения (или одностороннего сжатия) стержня

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \alpha p_н = \frac{1}{E} p_н,$$

где $p_н$ – удельная нагрузка (напряжения), $p_н = \frac{F}{S}$, где F – растягивающая (сжимающая) сила, S – площадь поперечного сечения; α –

коэффициент упругости, $E=\frac{1}{\alpha}$ – модуль упругости (модуль Юнга).

Относительное изменение толщины стержня при продольном растяжении

$$\frac{\Delta d}{d}=\varepsilon_n\cdot p_н,$$

где ε_n – коэффициент поперечного сжатия.

Коэффициент Пуассона

$$\mu=\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon}.$$

Для закручивания стержня (проволоки) на некоторый угол φ необходимо приложить момент пары сил

$$M=\frac{\pi N r^4\varphi}{2l},$$

где l – длина проволоки, r – её радиус; N – модуль сдвига материала проволоки.

Тестовые задачи по жидкостям и твёрдому телу.

11.1. Определить, какую величину силы F следует приложить к горизонтальному медному кольцу высотой $h=15$мм с внутренним диаметром $d_1=40$мм и внешним $d_2=42$мм, чтобы оторвать его от поверхности воды. Плотность меди $\rho=8{,}93$г/см^3, поверхностное натяжение воды $\sigma=73$мН/м.

а) $F=21{,}6$мН ; б) $F=28{,}4$мН; в) $F=35{,}7$мН; г) $F=44{,}8$мН; д) $F=58{,}1$мН.

11.2. Определить изменение свободной энергии ΔE поверхности мыльного пузыря при изотермическом увеличении его объёма от $V_1 = 10\text{см}^3$ до $V_2 = 2V_1$.

а) $\Delta E = 106 \cdot 10^{-6}$ Дж; б) $\Delta E = 154 \cdot 10^{-6}$ Дж; в) $\Delta E = 234 \cdot 10^{-6}$ Дж;
д) $\Delta E = 257 \cdot 10^{-6}$ Дж; г) $\Delta E = 467 \cdot 10^{-6}$ Дж.

11.3. Ртуть массой $m = 5\text{г}$ помещена между двумя параллельными стеклянными пластинками. Считая, что ртуть стекло не смачивает, определить силу F, которую следует приложить, чтобы расплющить каплю до толщины $h = 0{,}15\text{мм}$. Плотность ртути $\rho = 13{,}6\text{г/см}^3$, а ее поверхностное натяжение $\sigma = 0{,}5\text{Н/м}$.

а) $F = 6{,}14\text{Н}$; б) $F = 8{,}46\text{Н}$; в) $F = 10{,}86\text{Н}$; г) $F = 16{,}4\text{Н}$;
д) $F = 25{,}69\text{Н}$.

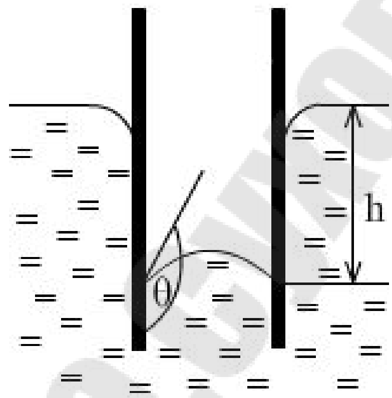
11.4. В сосуд с ртутью опущен открытый капилляр. Разность уровней ртути в сосуде и капилляре $h = 37\text{мм}$. Принимая плотность ртути $\rho = 13{,}6\text{г/см}^3$, а ее поверхностное натяжение $\sigma = 0{,}5\text{Н/м}$, определить радиус кривизны R ртутного мениска в капилляре.

а) $R = 2{,}03\text{мм}$; б) $R = 4{,}43\text{мм}$; в) $R = 8{,}42\text{мм}$; г) $R = 10{,}24\text{мм}$;
д) $R = 15{,}89\text{мм}$.

11.5. Вертикальный капилляр с внутренним диаметром $d = 0{,}04\text{см}$ погружен в воду. Определить, на какую высоту h поднимется вода в капилляре, если поверхностное натяжение воды $\sigma = 73\text{мН/м}$, а ее плотность $\rho = 1\text{г/см}^3$. Считать, что вода полностью смачивает стекло.

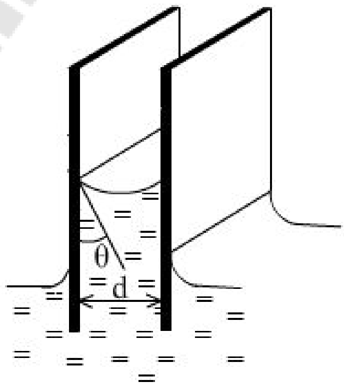
а) $h = 2{,}34\text{см}$; б) $h = 3{,}58\text{см}$; в) $h = 6{,}84\text{см}$; г) $h = 7{,}44\text{см}$;
д) $h = 9{,}21\text{см}$.

11.6. Вертикальный стеклянный капилляр с внутренним радиусом $r = 0{,}2$мм помещен в ртуть, которая опускается в капилляре на глубину $h = 3{,}75$см (см. рисунок). Определить поверхностное натяжение σ ртути, если ее плотность $\rho = 13{,}6 \text{г/см}^3$. Считать, что ртуть не смачивает стекло.



а) $\sigma = 0{,}3$Н/м ; б) $\sigma = 0{,}4$Н/м ;в) $\sigma = 0{,}5$Н/м; г) $\sigma = 0{,}6$Н/м;
д) $\sigma = 0{,}7$Н/м.

11.7. Две одинаковые длинные плоскопараллельные пластины, расстояние между которыми $d = 1$мм, погружены в воду (см. рисунок). Считая смачивание полным, определить, на какую высоту h поднимется вода в зазоре. Плотность воды $\rho = 1 \text{г/см}^3$, а ее поверхностное натяжение $\sigma = 73$мН/м.



а) $h = 1{,}21$см; б) $h = 1{,}49$см; в) $h = 2{,}16$см; г) $h = 3{,}2$см;
д) $h = 4{,}84$см.

11.8. Как изменится высота поднятия спирта между двумя пластинками, погруженными в спирт, если расстояние между ними уменьшить с 1мм до 0,5мм? Смачивание пластинок считать полным.

а) $\Delta h = 2{,}43 \cdot 10^{-3}$м; б) $\Delta h = 3{,}74 \cdot 10^{-3}$м; в) $\Delta h = 4{,}21 \cdot 10^{-3}$м;
г) $\Delta h = 5{,}61 \cdot 10^{-3}$м; д) $\Delta h = 6{,}46 \cdot 10^{-3}$м.

11.9. Из капиллярной трубки с радиусом канала 0,2мм по капле вытекает жидкость. Масса 100 капель равна 0,282г. Определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

а) $\sigma = 1{,}4 \cdot 10^{-2}$ Н/м ; б) $\sigma = 2{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н/м; в) $\sigma = 3{,}6 \cdot 10^{-2}$ Н/м;
г) $\sigma = 4{,}8 \cdot 10^{-2}$ Н/м; д) $\sigma = 5{,}6 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

11.10. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром 10см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

а) $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ Дж ; б) $3 \cdot 10^{-3}$ Дж; в) $4 \cdot 10^{-3}$ Дж; г) $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ Дж;
д) $5{,}5 \cdot 10^{-3}$ Дж.

11.11. В сообщающихся капиллярных трубках с диаметрами $d_1 = 1$мм и $d_2 = 1{,}5$мм разность уровней ртути $\Delta h = 5$мм. Определить поверхностное натяжение ртути. Смачивание считать полным.

а) $\sigma = 5{,}5$Н/м ; б) $\sigma = 3{,}5$Н/м; в) $\sigma = 2{,}5$Н/м; г) $\sigma = 1{,}5$Н/м;
д) $\sigma = 0{,}5$Н/м.

11.12. В боковую поверхность цилиндрического сосуда радиусом R = 2 см вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус r = 1 мм которого и длина l = 2 см. В сосуд налито касторовое масло, динамическая вязкость которого η = 1,2 Па·с. Найти зависимость скорости υ понижения уровня касторового масла в сосуде от высоты h этого уровня над капилляром. Найти значение этой скорости при h = 26 см.

а) $\upsilon = \dfrac{r^4 \cdot \rho \cdot g \cdot h}{8 \cdot l \cdot \eta \cdot R^2}, \upsilon = 3 \cdot 10^{-5}$ м/с;

б) $\upsilon = \dfrac{r^2 \cdot \rho \cdot g \cdot h}{2 \cdot l \cdot \eta \cdot R}, \upsilon = 8 \cdot 10^{-5}$ м/с;

в) $\upsilon = \dfrac{r^3 \cdot \rho \cdot g \cdot h}{l \cdot \eta \cdot R^2}, \upsilon = 15 \cdot 10^{-5}$ м/с;

г) $\upsilon = \dfrac{r \quad \cdot \rho \cdot g}{l \cdot \eta \cdot R^2}, \upsilon = 25 \cdot 10^{-5}$ м/с.

11.13. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого r = 1 мм и длина l = 1,5 см. В сосуд напит глицерин, динамическая вязкость которого η = 1,0 Па·с. Уровень глицерина в сосуде поддерживается постоянным на высоте h = 0,18 м выше капилляра. Какое время потребуется на то, чтобы из капилляра вытек объем глицерина V =5 см^3?

а) $t = 1{,}5\text{мин}$; б) $t = 3{,}5\text{мин}$;
в) $t = 2{,}5\text{мин}$; г) $t = 4{,}5\text{мин}$.

11.14. На столе стоит сосуд, в боковую поверхность которого вставлен горизонтальный капилляр на высоте h_1 = 5 см от дна сосуда. Внутренний радиус капилляра r = 1 мм и длина l= 1 см. В сосуд налито машинное масло, плотность которого ρ= 0,9 ·10^3 кг/м^3 и динамическая вязкость η = 0,5 Па·с. Уровень масла в сосуде поддерживается постоянным на высоте h_2 =50 см выше капилляра. На каком расстоянии L от конца капилляра (по горизонтали) струя масла падает на стол?

а) $L = 1{,}5 см$; б) $L = 3{,}5 см$;
в) $L = 1 см$; г) $L = 2 см$.

11.15. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы разделить сферическую каплю ртути радиусом R = 3 мм на две одинаковые капли?

а) $A = 197\text{мкДж}$; б) $A = 147\text{мкДж}$;
в) $A = 126\text{мкДж}$; г) $A = 367\text{мкДж}$.

11.16. Какую работу A против сил поверхностного натяжения совершить, чтобы увеличить вдвое объем мыльного пузыря диаметром d= 1 см? Поверхностное натяжение мыльного раствора σ=0,043 Н/м.

а) $A = 423\text{мкДж}$; б) $A = 819\text{мкДж}$;
в) $A = 126\text{мкДж}$; г) $A = 367\text{мкДж}$.

11.17. Температура плавления железа изменяется на $\Delta T = 0{,}12$K при изменении давления на $\Delta p = 98$кПа. На сколько меняется при плавлении объем количества ν = 1 кмоль железа?

а) $\Delta V = 1{,}56\text{л}$; б) $\Delta V = 1{,}13\text{л}$;
в) $\Delta V = 1{,}778\text{л}$; г) $\Delta V = 1{,}03\text{л}$.

11.18. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, из какого материала сделан металлический шарик массой m = 0,025 кг, если известно, что для его нагревания от t_1 = 10° С до t_2 =30° С потребовалось затратить количество теплоты Q= 117 Дж.

а) $M = 0{,}195$кг/моль(платина); б) $M = 0{,}107$кг/моль(серебро);
в) $M = 0{,}139$кг/моль(лантан); г) $M = 0{,}065$кг/моль(цинк).

11.19. Какую силу F надо приложить к концам стального стержня с площадью поперечного сечения S = 10 см^2, чтобы не дать ему расшириться при нагревании от t_0 = 0° С до t = 30° С?

а) $F = 121$кН; б) $F = 45$кН;
в) $F = 98$кН; г) $F = 71$кН.

11.20. Медная проволока натянута горячей при температуре t_1 =150° С между двумя прочными неподвижными стенками. При какой температуре t_2, остывая, разорвётся проволока? Считать, что закон Гука справедлив вплоть до разрыва проволоки.

а) $t_2 = 21\,°\text{C}$; б) $t_2 = 45\,°\text{C}$;
в) $t_2 = 30\,°\text{C}$; г) $t_2 = 20\,°\text{C}$.

11.21. Какую длину l_0 должны иметь при температуре t_0 = 0° С стальной и медный стержни, чтобы при любой температуре стальной стержень был длиннее медного на Δl = 5 см?

а) $t_2 = 21\,°\text{C}$; б) $t_2 = 45\,°\text{C}$;

в) $t_2 = 30\,°C$; г) $t_2 = 20\,°C$.

11.22. При растяжении медной проволоки, поперечное сечение которой S = 1,5 мм^2, начало остаточной деформации наблюдалось при нагрузке F = 44,1 Н. Каков предел упругости p материала проволоки?

а) $p_{\max} = 18{,}4\text{МПа}$; б) $p_{\max} = 30{,}6\text{МПа}$;
в) $p_{\max} = 19{,}5\text{МПа}$; г) $p_{\max} = 29{,}4\text{МПа}$.

11.23. К стальной проволоке радиусом r = 1 мм подвешен груз массой m = 100 кг. На какой наибольший угол α можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении этим грузом положения равновесия?

а) $\alpha = 75{,}5\,°$; б) $\alpha = 32{,}7\,°$;
в) $\alpha = 78{,}9\,°$; г) $\alpha = 180\,°$.

11.24. Однородный стержень равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. Стержень разрывается, когда скорость конца стержня достигает υ = 380 м/с. Найти предел прочности p материала стержня. Плотность материала стержня ρ = 7,9 $\cdot 10^3$ кг/м^3.

а) $p_{\max} = 390\text{МПа}$; б) $p_{\max} = 123\text{МПа}$;
в) $p_{\max} = 570\text{МПа}$; г) $p_{\max} = 920\text{МПа}$.

11.25. Имеется резиновый шланг длиной l = 50 см и внутренним диаметром d_1 = 1 см. Шланг натянули так, что его длина стала на Δl = 10 см больше. Найти внутренний диаметр d_2 натянутого шланга, если коэффициент Пуассона для резины μ = 0,5 .

а) $d_2 = 9 \cdot 10^{-3}\text{м}$; б) $d_2 = 6 \cdot 10^{-3}\text{м}$;
в) $d_2 = 8 \cdot 10^{-3}\text{м}$; г) $d_2 = 5 \cdot 10^{-3}\text{м}$.

11.26. При протекании электрического тока через обмотку гальванометра на его рамку с укреплённым на ней зеркальцем действует закручивающий момент $M = 2\cdot10^{-13}$Н·м. Рамка при этом поворачивается на малый угол φ. На это закручивание идёт работа $A = 8{,}7\cdot10^{-16}$ Дж. На какое расстояние a переместится зайчик от зеркальца по шкале, удалённой на расстояние $L = 1$ м от гальванометра?

а) $a = 19{,}9$мм; б) $a = 16{,}2$мм;
в) $a = 10{,}5$мм; г) $a = 17{,}4$мм.

11.27. Найти коэффициент Пуассона μ, при котором объем проволоки при растяжении не меняется.

а) $\mu = 0{,}3$; б) $\mu = 0{,}5$;
в) $\mu = 0{,}4$; г) $\mu = 0{,}9$.

Ответ: $\mu = 0{,}5$.

11.28. Найти относительное изменение плотности цилиндрического медного стержня при сжатии его давлением $p_н$=9.8·10^7 Па. Коэффициент Пуассона для меди μ = 0,34.

а) $\frac{\Delta\rho}{\rho_1} = 0{,}52\%$; б) $\frac{\Delta\rho}{\rho_1} = 0{,}027\%$;
в) $\frac{\Delta\rho}{\rho_1} = 0{,}5\%$; г) $\frac{\Delta\rho}{\rho_1} = 0{,}03\%$.

11.29. Найти момент пары сил M необходимый для закручивания проволоки длиной l= 10 см и радиусом r = 0,1 мм на угол $\varphi = 10'$. Модуль сдвига материала проволоки $N = 4{,}9 \cdot 10^{10}$ Па.

а) M =2,25·10^{-7}Н·м; б) M =2,26·10^{-7}Н·м;
в) M =2,24·10^{-7}Н·м; г) M =2,23·10^{-7}Н·м.

Ответ: M =2,26·10^{-7}Н·м.

11.30. Найти потенциальную энергию W проволоки длиной l = 5 см и диаметром d= 0,04 мм, закрученной на угол $\varphi = 10'$. Модуль сдвига материала проволоки $N = 5{,}9 \cdot 10^{10}$ Па.

а) $W = 1{,}20 \cdot 10^{-12}$ Дж; б) $W = 1{,}40 \cdot 10^{-12}$ Дж;
в) $W = 1{,}30 \cdot 10^{-12}$ Дж; г) $W = 1{,}25 \cdot 10^{-12}$ Дж.

Ответ: $W = 1{,}25 \cdot 10^{-12}$ Дж.

12. Литература

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1977 - 1979. – Т.1. – 1977. – 350 с.; Т.2. – 1978. – 480 с.; Т.3. – 1979. – 304 с.
2. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высшая школа, 1989. – 608 с.
3. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1985. – 630 с.
4. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1991. – 303 с.
5. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1973. – 464 с.
6. Чертов, А.Г. Задачник по физике / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М.: Высшая школа, 1988. – 572 с.
7. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике / И.Е. Иродов. – М.: Наука, 1979. – 368 с.
8. Савельев, И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1983. – 386 с.
9. Воробьев, А.А. Физика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов / А.А. Воробьев, В.П. Иванов, В.Г. Кондакова, А.Г. Чертов. – М.: Высшая школа, 1987. – 208 с.
10. «Физика. Электричество и магнетизм. Тестовые задания к экзамену». Практикум по курсу «Физика» для студентов технических специальностей дневной формы обучения / П. А. Хило, А. И. Кравченко, О.И. Проневич. – Гомель, 2013. – 97 с.

13. Приложение

1. Некоторые физические константы

Наименование	Обозначение	Числовое значение
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8$ м·с$^{-1}$
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2·кг$^{-2}$
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молекулярная газовая постоянная	R	8,31 Дж·моль$^{-1}$·К$^{-1}$
Объем моля идеального газа при нормальных условиях	V_0	$22{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3·моль$^{-1}$
Ускорение свободного падения	g	9,81 м·с$^{-2}$
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж·К$^{-1}$

2. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Наименование	Обозначение	Множитель
гига	Г	10^9
мега	М	10^6
кило	к	10^3
гекто	г	10^2
милли	м	10^{-3}
микро	мк	10^{-6}
нано	н	10^{-9}
пико	п	10^{-12}

3. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, $10^3\ \frac{кг}{м^3}$	Жидкость	Плотность, $10^3\ \frac{кг}{м^3}$
вода	1,00	ртуть	13,60

4. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, $\frac{кг}{м^3}$	Газ	Плотность, $\frac{кг}{м^3}$
Азот	1,25	Воздух	1,29
Аргон	1,78	Гелий	0,18
Водород	0,09	Кислород	1,43

5. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, 10^{-9} м	Газ	Диаметр, 10^{-9} м
Аргон	0,29	Гелий	0,19
Водород	0,23	Кислород	0,29

6. Некоторые сведения по математике.

а. Формулы алгебры и тригонометрии

$ax^2 + bx + c = 0$,

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$sin(x \pm y) = sin\,x\,cos\,y \pm sin\,y\,cos\,x$,

$$cos(x \pm y) = cos\,x\,cos\,y \mp sin\,x\,sin\,y,$$

$$sin\,2x = 2\,sin\,x\,cos\,x,$$

$$cos\,2x = cos^2 x - sin^2 x,$$

$$sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - cos\,2x),$$

$$cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + cos\,2x).$$

б. Формулы дифференциального и интегрального исчисления

$$\frac{d}{dx}c = 0, \qquad \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2},$$

$$\frac{d}{dx}\left(x^m\right) = m\,x^{m-1}, \qquad \frac{d}{dx}(cosx) = -sinx,$$

$$\frac{d(uV)}{dx} = V\frac{du}{dx} + u\frac{dV}{dx}, \qquad \frac{d}{dx}(sinx) = cosx,$$

$$\frac{d\left(\frac{u}{V}\right)}{dx} = \frac{V\frac{du}{dx} - u\frac{dV}{dx}}{\upsilon^2}, \qquad \frac{d(ln\,x)}{dx} = \frac{1}{x},$$

$$\frac{d\left(a^x\right)}{dx} = a^x\,ln\,a, \qquad \int\frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C,$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1}x^{m+1} + C, m \neq -1, \qquad \int dx = x + C,$$

$$\int\frac{dx}{x} = \ln|x| + C, x \neq 0, \qquad \int cosxdx = sinx + C,$$

$$\int e^x dx = e^x + C, \qquad \int sinxdx = -cosx + C.$$

в. Некоторые математические постоянные

$\pi = 3{,}1416$ $\sqrt{2} = 1{,}4142$

$\sqrt{\pi} = 1{,}772$ $\sqrt{3} = 1{,}7321$

$e = 2{,}7183$ $\ln 2 = 0{,}6931$

$\sqrt{e} = 1{,}6487$ $\ln 3 = 1{,}0986$

1 рад $= \left(\frac{180}{\pi}\right) \approx 57^\circ\ 17'$ $\alpha^\circ = \frac{180}{\pi}\alpha$ рад

Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$,

где φ - угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Модуль векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$

$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\alpha$.

г. Формулы приведения

β	sinβ	cosβ	tgβ	ctgβ
$б+\frac{р}{2}$	cosα	-sinα	-ctgα	-tgα
$б+р$	-sinα	-cosα	tgα	ctgα
$2р+б$	sinα	cosα	tgα	ctgα
$-б$	-sinα	cosα	-tgα	-ctgα
$р-б$	sinα	-cosα	-tgα	-ctgα
$\frac{\pi}{2}-\alpha$	cosα	sinα	ctgα	tgα

д. Некоторые значения тригонометрических функций

α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$
0°	0	1	0	–
30°	0,5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,5	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
90°	1	0	–	0
180°	0	– 1	0	–
360°	0	1	0	–

Содержание

Хило Петр Анатольевич
Кравченко Александр Ильич
Савкова Татьяна Николаевна

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

ПРАКТИКУМ
по выполнению тестовых заданий по курсу «Физика» для студентов технических специальностей дневной формы обучения

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 02.10.14.

Рег. № 73E.
http://www.gstu.by