

УДК 621.9.06

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ГИСТЕРЕЗИСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СФЕРИЧЕСКИХ ШАРНИРОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ ПРИВОДОВ

С. В. СТРУТИНСКИЙ

*Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт»*

Введение

Пространственные системы приводов являются основой прогрессивного технологического оборудования. Разработка такого оборудования требует исследования отдельных узлов системы, в частности сферических шарниров. Поэтому определение нелинейных гистерезисных характеристик сферических шарниров является актуальным.

Конструкция шарнира включает упругие элементы и фрикционные пары. Это обуславливает нелинейные неоднозначные характеристики шарнира. Проблема в общем виде состоит в математическом описании нелинейных гистерезисных характеристик сферического шарнира.

Описание нелинейных гистерезисных характеристик шарниров позволяет прогнозировать показатели точности пространственных шарнирных механизмов. Поэтому становится возможным повышение точности пространственной системы приводов на этапе проектирования. Проектирование пространственной системы приводов представляет собой важную научную и практическую задачу современного машиностроения.

В последних исследованиях и публикациях приведены примеры целого ряда конструкций пространственных шарнирных механизмов [1]. В монографии [2] рассмотрены конструкции сферических шарниров. При расчетах, как правило, шарниры принимаются безлюфтовыми с линейными характеристиками жесткости [3]. В работах [4], [5] рассмотрены статические характеристики сферических шарниров в виде однозначных гладких зависимостей. Определение нелинейных гистерезисных характеристик сферических шарниров в литературных источниках и сети Internet не обнаружено.

К нерешенным частям общей проблемы относится математическое описание экспериментально определенных нелинейных гистерезисных характеристик сферических шарниров с помощью современных информационных технологий.

Целью исследований является математическое описание экспериментально измеренных нелинейных гистерезисных характеристик сферических шарниров с использованием аппарата нечетких множеств. Задачи исследований состоят в разработке методики и оборудования для экспериментального определения характеристик шарниров, качественном и количественном анализе полученного массива экспериментальных данных и математическом описании гистерезисных характеристик шарниров с использованием теории нечетких множеств и разномасштабных процессов.

Изложение основных результатов исследований

Пространственная система приводов использована в узле подвижного стола станка параллельной кинематики [6]. Станок имеет высокооборотный шпиндель 1, установленный на платформе 2, которая имеет шесть штанг 3 переменной длины (рис. 1).

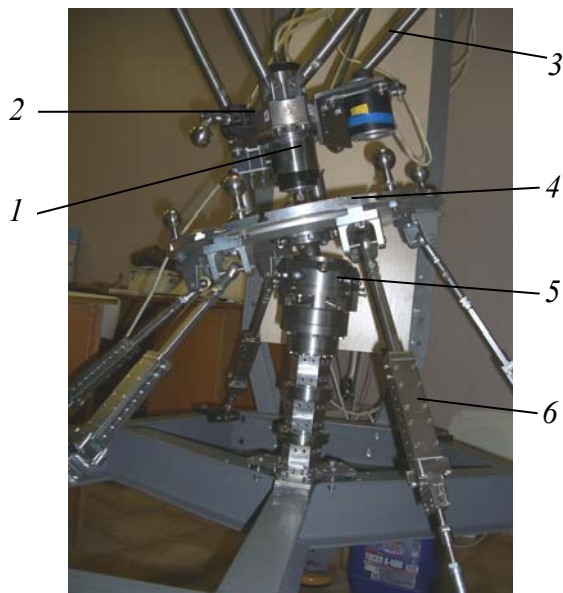


Рис. 1. Станок параллельной кинематики с поворотным столом, установленным на сферическом шарнире

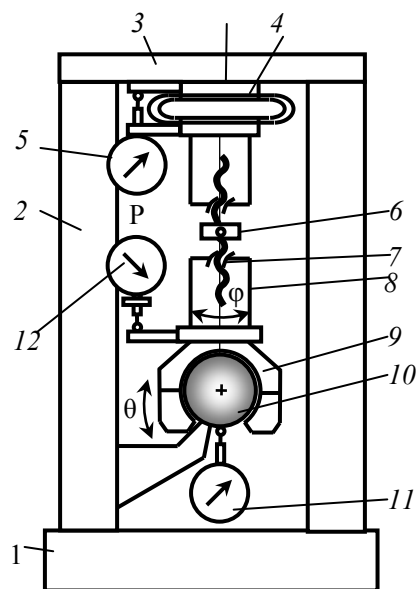


Рис. 2. Установки для определения нелинейных упруго-диссипативных характеристик сферического шарнира

Поворотный стол 4 установлен на сферическом шарнире 5 и имеет пространственную систему приводов 6.

Сферический шарнир выполнен в виде отдельного узла [6]. Он имеет сферу, которая помещена в корпусе. Между сферой и корпусом имеется зазор для компенсации температурных деформаций деталей. Сфера и соответствующая ей сферическая поверхность корпуса и крышки шарнира имеют погрешности изготовления, поэтому зазор между сферическими поверхностями увеличен для компенсации погрешностей изготовления деталей шарнира.

Вследствие погрешностей изготовления деталей и особенностей крепления корпуса шарнира и крышки зазор имеет разную величину в разных точках сферических поверхностей. Величина зазора по поверхности сферы зависит также от поперечно-углового положения шарнира. Величина зазора определяется многочисленными факторами нечетко определенного характера. Поэтому измерение зазора изготовленного сферического шарнира осуществлено экспериментальными методами по специальной методике [6]. Для определения упруго-диссипативных характеристик шарнира разработана и применена специальная установка (рис. 2).

Установка имеет силовую плиту 1, стойки 2 и траверсу 3. На траверсе закреплен двусторонний кольцевой динамометр, имеющий пружину 4, деформация которой измеряется индикатором 5. Установка имеет нагрузочное винтовое устройство, включающее винт 6, хвостовики которого имеют правую и левую резьбу, входящий в беззазорные разрезные гайки 7. Гайка 7 выполнена в подвижной части привода 8, на которой закреплен корпус сферического шарнира 9. Сфера 10 шарнира закреплена на стойке 2. Для измерений перемещения сферы и корпуса шарнира служат индикаторы 11 и 12.

Установка работает следующим образом. Поворотом винта 6 обеспечивается перемещение подвижной части 8 и корпуса 9 сферического шарнира. Возникающее усилие деформирует пружину 4 динамометра, а ее деформация регистрируется индикатором 5. Соответствующие данному усилию перемещения корпуса 9 сферического шарнира измеряются индикатором 12. Индикатор 11 служит для контроля фиксированного положения сферы 10. В случае перемещения сферы при значительных нагрузках перемещение корпуса 9 относительно сферы 10 находится как разность показаний индикаторов 12 и 11.

Нелинейные гистерезисные упруго-диссипативные характеристики шарнира представляют собой нечетко определенные неоднозначные зависимости. Для нахождения характеристики разработана методика экспериментальных измерений характеристики. Она базируется на учете реальных условий работы шарнира в составе пространственного механизма.

Нелинейные гистерезисные характеристики шарнира определены при изменении нагрузки от сжимающей P_c к нагрузке растяжения P_p .

Проведены измерения перемещения сферы относительно корпуса шарнира при воздействии на шарнир циклической вертикальной знакопеременной нагрузки (рис. 3).

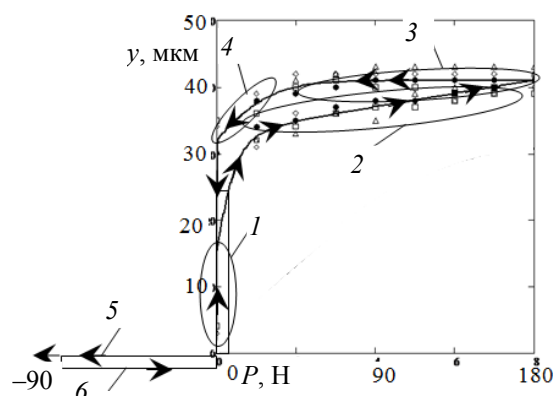


Рис. 3. Результаты экспериментальных измерений характеристик сферического шарнира при нескольких циклах знакопеременной нагрузки

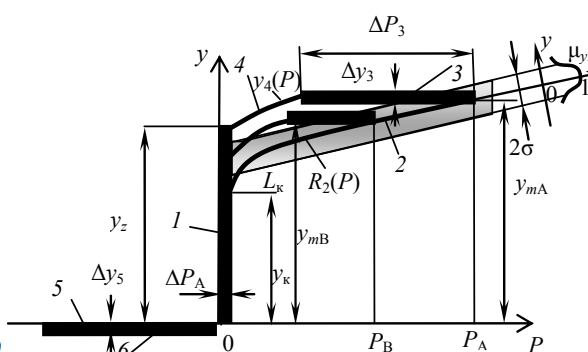


Рис. 4. Математическое описание нелинейной гистерезисной характеристики сферического шарнира

Характеристика имеет несколько характерных участков. Участок 1 соответствует изменению положения сферы относительно корпуса при изменении нагрузки от сжимающей до растягивающей. Участок имеет незначительную протяженность в области нулевой нагрузки на шарнир. Участок 2 соответствует деформационной характеристике шарнира при растягивающей нагрузке. Начало участка 2, где он примыкает к участку 1, соответствует выборке зазоров до полного прилегания сферических поверхностей. Основная часть участка 2 соответствует упругим деформациям шарнира, которые состоят из контактных деформаций между сферой и сферическим седлом, деформаций корпуса и крышки и деформаций элементов крепления корпуса и крышки. Участок 3 определяет характеристику шарнира при уменьшении нагрузки от максимальной растягивающей. Он имеет практически постоянное значение. Характеристика также включает участок 4 резкого перемещения сферы относительно корпуса при уменьшении нагрузки до нуля. При сжимающей нагрузке на шарнир характеристика соответствует участку 5, который имеет практически постоянное значение характеристики. При изменении нагрузки от максимальной сжимающей до

нуля характеристика соответствует участку 6. Характеристика имеет неоднозначность в виде петли гистерезиса между участками 2 и 3, 4.

В процессе исследований выполнено математическое описание характеристик на каждом участке. Описание проведено для каждого цикла нагрузки и для всей совокупности циклов нагрузки. Для первого цикла нагрузки (показано черными точками) характеристика на участке 2 описана следующей нелинейной математической моделью:

$$y(P) = a_0 + a_1 P + \sum_{k=1}^n b_k th(c_k P),$$

где постоянные коэффициенты модели: $a_0 = 32$ мкм, $a_1 = 0,044$ 1/Н, $b_1 = 15$ мкм, $b_2 = 3$ мкм, $c_1 = 0,089$ 1/Н, $c_2 = 0,036$ 1/Н.

Для других циклов измерений вид характеристики меняется. Поэтому детерминированный подход к описанию характеристики не является целесообразным. Эффективным является предложенное математическое описание нелинейных характеристик с помощью аппарата нечетких (Fuzzy) множеств [7], [8] и разномасштабных процессов [9], [10]. Проведен качественный анализ характеристики по отдельным участкам. Участок 1 характеристики представляет собой узкую полосу, которая расположена справа от оси ординат. На данном участке имеется бесконечно быстрый процесс [9] изменения положения сферы относительно корпуса. Он показан в виде вертикальной полосы 1, которая имеет определенную ширину ΔP_A (рис. 4).

В каждом сечении характеристики ($P = \text{const}$) на участке 2 точки располагаются в пределах некоторой полосы. По ширине полосы значение характеристики представляет собой нечетко определенное (размытое – Fuzzy) множество. Для описания нечетко определенного множества используются характеристические функции принадлежности [7]. Определение функции принадлежности является элементом анализа нечетко определенного множества [8].

Из анализа характеристики следует, что множество ее значений на участке 2 является независимым и определяется рядом факторов, сопровождающих выборку люфта. Характеристики для отдельных циклов нагрузки на участке 2 представляют собой набор кривых, которые близки к параллельным прямым. Для участка 2 выбрана функция принадлежности нечеткого множества значений характеристики в виде плавной кривой $\mu_{yz}(y)$.

Характеристика на участке 3 представляет собой набор прямых, параллельных оси абсцисс. Их ординаты определены положением конечных точек характеристики. Для участка 3 характеристика находится в пределах узкой полосы шириной Δy_3 .

Для участка 4 характеристика процесса представляет собой нечетко определенное множество с некоторой функцией принадлежности.

На участке 5 перемещение корпуса шарнира является почти постоянным, т. е. характеристика находится в пределах узкой полосы шириной Δy_5 . При сжимающей нагрузке деформации шарнира незначительны, а изменение положения сферы относительно корпуса шарнира (участок 5) представляет собой бесконечно малый процесс [9], который мало изменяется при изменении нагрузки. Процесс на участке 5 распространяется в направлении $P \rightarrow -\infty$. Процесс на участке 6 тоже является бесконечно малым и переходит в бесконечно быстрый процесс (участок 1) в окрестности точки $P = 0$.

Для описания характеристики на участке 2 использован ряд положений теории нечетких (Fuzzy) множеств [7]. Проведено определение характеристической функ-

ции принадлежности и синтез процесса согласно найденной функции. Для характеристики нечеткого множества, описывающей данный процесс, введен детерминированный линейный процесс $R_2(P)$, характеризующий среднее значение полосы и параметр σ , который определяет точки перехода функции принадлежности через значения $1/2$. Указанные параметры определяются в результате статистического осреднения измеренных по отдельным циклам характеристик шарнира.

Для описания нечетко определенного процесса на участке 2 выбрана характеристическая функция принадлежности $\mu_{y_2}(y)$ в виде кривой Гаусса. Это обусловлено существенным случайным разбросом значений характеристики жесткости шарнира при растягивающей нагрузке. Для участка 4 выбрана трапецевидная функция принадлежности. При этом для функций принадлежности участков 2 и 4 имеет место разная ширина (степень «размытости») функции принадлежности.

Для нахождения функций принадлежности использованы экспериментальные данные. Построение функции принадлежности для участка 2 осуществляется следующим образом. Массив значений характеристики по пяти циклам нагрузки подвергнут статистической обработке с построением линейной регрессионной модели:

$$R_2(P) = k_0 + k_1 P,$$

где $k_0 = \text{intrsept}(vp, vy)$, $k_1 = \text{slope}(vp, vy)$ – коэффициенты линейной регрессии; vp – дискретные значения аргумента; vy – точечные значения характеристики, определенные экспериментально для всех циклов нагружения и всего диапазона изменения растягивающей нагрузки.

Определены центрированные относительно линейной регрессии экспериментальные значения характеристики:

$$vy^0 = vy - R_2(vp).$$

Для центрированных значений процесса по каждому циклу построены прямоугольные функции принадлежности для нечетких множеств экспериментальных значений характеристик по отдельным циклам нагрузки (рис. 5).

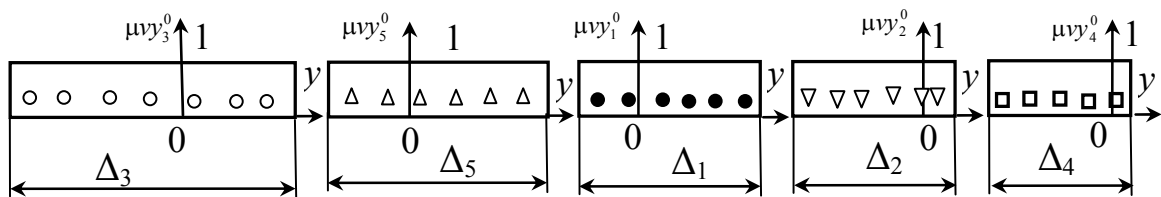


Рис. 5. Прямоугольные характеристические функции принадлежности нечетких множеств центрированных значений характеристики шарнира на участке 2 для пяти циклов нагрузки

Проведено упорядочение (сортировка) системы нечетких множеств, соответствующих отдельным циклам нагрузки. Сортировка осуществлена по уменьшению ширины прямоугольной функции принадлежности. На рис. 5 представлены в порядке слева направо упорядоченные значения функций принадлежности для нечетких множеств, соответствующих пяти циклам измерений характеристик.

Результирующая характеристическая функция принадлежности получена как результат объединения функций принадлежности по отдельным циклам нагружения:

$$\mu_p = \mu(vy_1^0 \cap vy_2^0 \cap vy_3^0 \cap vy_4^0 \cap vy_5^0).$$

Операция объединения осуществлена по отдельным составляющим, начиная с множества значений характеристик, которое имеет наиболее широкую функцию принадлежности. Геометрически операция объединения нечетких множеств интерпретируется в виде блочной диаграммы (рис. 6).

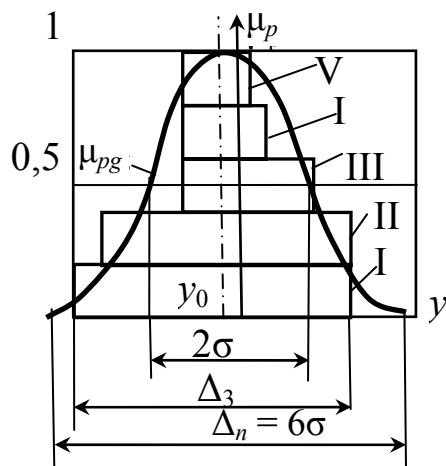


Рис. 6. Объединение прямоугольных функций принадлежности с получением результирующей функции в виде кривой Гаусса

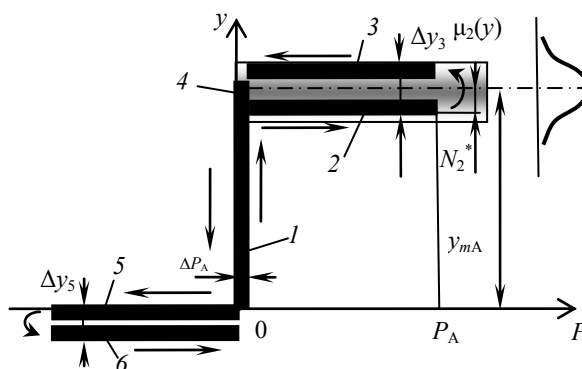


Рис. 7. Упрощенное математическое описание гистерезисных характеристик сферического шарнира

Каждый блок, образующий слой диаграммы, является результатом объединения нескольких нечетко определенных множеств. Блок I является результатом объединения множества vy_3^0 с ним же. Блок II – результат объединения множеств vy_3^0 и $\cap vy_5^0$. Блок III – результат объединения множеств $vy_3^0 \cap vy_5^0 \cap vy_1^0$. Блок IV – результат объединения множеств $vy_3^0 \cap vy_5^0 \cap vy_1^0 \cap vy_2^0$. Блок V – результат объединения всех пяти множеств. Полученная блочная диаграмма сглажена плавной зависимостью в виде кривой Гаусса:

$$\mu_{pg}(y) = e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}.$$

За критерий оптимального сглаживания принято равенство интегралов площадей блочной диаграммы и кривой Гаусса.

Характеристическая функция принадлежности в виде кривой Гаусса свидетельствует о равноценности вклада отдельных факторов в формирование нечеткого множества значений характеристики при достаточно большом числе факторов.

Найденные по результатам экспериментов характеристические функции принадлежности дают возможность с высокой точностью прогнозировать вид и параметры нелинейной гистерезисной характеристики люфтового соединения в шарнире. Прогноз значений характеристики осуществлен специальными методами. Наиболее общими являются прогнозирования значений характеристики на основе гипотезы о равноценности вклада отдельных факторов при значительном числе факторов воздействия. При этом характеристическая функция соответствует кривой Гаусса, а прогноз значения является отдельной реализацией случайного числа из массива нормально распределенных случайных чисел, математическое ожидание которых

соответствует найденной линейной регрессионной модели характеристики, а среднеквадратичное отклонение (стандарт) равно полуширине найденной характеристической функции принадлежности в виде кривой Гаусса по ее точкам перехода.

Значение характеристики шарнира, в частности на участке 2, будет определено в виде:

$$y_2 = R_2(P) + N_2^* = k_0 + k_1P + N_2^*,$$

где N_2^* – величина коррекции характеристики в соответствии со значением нечеткого множества, описывающего полосу рассеяния характеристики на участке 2.

Коррекция характеристики N_2^* определена с помощью генератора случайных чисел с нормальным законом распределения. Генерирована таблица случайных чисел со стандартом $\sigma = 1$. Соответственно величина коррекции характеристики для $\sigma_2 \neq 1$ определяется в виде $N_2^* = \sigma_2 N_0^*$.

Значение характеристики на участке 2 находится по заданной нагрузке. Максимальное значение характеристики соответствует максимальной нагрузке P_m и составляет:

$$y_m = y_2(P_m) = k_0 + k_1P_m + N_2^*.$$

Полученная величина y_m определяет постоянное значение характеристики на участке 3.

С целью упрощения математического описания гистерезисных характеристик шарнира предложено использовать упрощенную характеристику шарнира в виде петлеобразных зависимостей, составленных из набора ступенчатых функций, построенных из бесконечно малых и бесконечно быстрых процессов (рис. 7).

Гистерезисные свойства люфтового соединения учтены петлеобразными участками характеристики. Основная петля гистерезиса включает участки 2–4. При этом ширина петли Δy_3 является конечной. При действии сжимающей нагрузки (участок 5) с последующей разгрузкой (участок 6) тоже имеет место петля гистерезиса, но ее ширина $\Delta y_5 \rightarrow 0$.

Предложенная упрощенная математическая модель характеристики с достаточной точностью описывает перемещения сферы относительно корпуса шарнира при знакопеременных нагрузках.

Проведенные исследования подтвердили эффективность применения теории нечетких множеств и разномасштабных процессов для описания характеристик сферических шарниров пространственной системы приводов.

Заключение

1. Люфты и соединения между деталями в сферических шарнирах существенным образом влияют на параметры точности пространственной системы приводов. Наиболее целесообразно определить нелинейные упруго-диссипативные характеристики шарниров экспериментальными методами. Разработанная установка позволяет определить параметры нелинейных характеристик сферического шарнира, характеризующиеся резкими изменениями положения сферы в диапазоне 35–45 мкм и рассеянием значений характеристики в пределах 5–8 мкм.

2. Установлено, что при сжимающих нагрузках характеристика шарнира близка к бесконечно малому процессу петлеобразного типа, который переходит в бесконечно быстрый процесс при изменении знака нагрузки.

3. При растущих растягивающих нагрузках характеристика шарнира описывается суммой линейной регрессионной модели и нечетко определенного множества, которое отражает рассеяние характеристики. При этом характеристическая функция принадлежности нечеткого множества близка к кривой Гаусса со среднеквадратичным отклонением 1–2 мкм. При уменьшающихся растягивающих нагрузках характеристика шарнира имеет постоянное значение.

4. Математическое описание нелинейной гистерезисной характеристики шарнира осуществляется путем синтеза значений характеристики в виде нечетко определенного множества. При этом линейная регрессионная модель нижней ветви петли гистерезиса дополняется прогнозным значением реализации нечеткого множества, которое определяется с помощью генератора случайных чисел с нормальным законом распределения, плотность распределения которого соответствует найденной характеристической функции принадлежности.

5. Как направление дальнейших исследований рекомендуется распространить разработанную методику на математическое описание динамических характеристик сферического шарнира.

Литература

1. Бушуев, В. В. Практика конструирования машин : справочник / В. В. Бушуев. – М. : Машиностроение, 2006. – 448 с.
2. Крайнев, А. Ф. Идеология конструирования / А. Ф. Крайнев. – М. : Машиностроение, 2003. – 385 с.
3. Технологічне обладнання з паралельною кінематикою : навчальний посібник для ВНЗ / В. А. Крижанівський [и др.] ; під ред. Ю. М. Кузнецова. – Кіровоград, 2004. – 449 с.
4. Сяньвень Кун. Структурный синтез параллельных механизмов / Кун Сяньвень, Клемент Госселин. – М. : Физматлит, 2012. – 275 с.
5. Merlet, J. P. Parallel Robots. Solid Mechanics and Applications / J. P. Merlet. – Berlin : Springer, 2006. – 394 p.
6. Струтинський, С. В. Просторові системи приводів : монографія / С. В. Струтинський, А. А. Гуржій. – К. : Пед. думка, 2013. – 492 с.
7. Прикладные нечеткие системы / под ред. Т. Тэрано, К. Асан, М. Сугэно. – М. : Мир, 1993. – 368 с.
8. Круглов, В. В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Голунов. – М. : Физматлит, 2001. – 221 с.
9. Струтинський, С. В. Різномасштабні динамічні процеси в мехатронних системах / С. В. Струтинський ; Кіровоградський нац. техн. ун-т // Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин : загальнодержавний міжвідом. наук.-техн. збірник. – Вип. 35. – КНТУ, 2005. – С. 310–315.
10. Струтинський, С. В. Аналіз процесів технологічних систем : навчальний посібник / С. В. Струтинський, А. Кропівна. – Кіровоград : КОД, 2010. – 428 с.

Получено 05.09.2014 г.