

УДК 531.39

ДИНАМИКА ЛАБОРАТОРНОЙ ЦЕНТРИФУГИ PICO 21

А. Е. БАБЕНКО, Я. И. ЛАВРЕНКО

*Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт»***Введение**

Центрифуги используются для разделения смесей, состоящих из веществ разной плотности, на фракции. Высокоскоростные центрифуги работают при скоростях до 15000 об./мин. Быстрый рост рабочих скоростей механизмов и машин в последнее десятилетие поставил перед механиками и техникой ряд новых научных прикладных задач. Одна из них – исследование динамики роторов, которые работают с закритическими скоростями первого и высших порядков. Определение динамических характеристик центрифуги необходимо для определения сил, действующих на конструкцию. Так как центрифуга работает при высоких скоростях, необходимо при определении динамических характеристик учитывать гироскопические эффекты.

Актуальность

Анализ литературных источников показал, что центрифуги рассматриваются как одномассовая система [1]–[5]. Анализ конструкции и экспериментальные исследования показали, что центрифуга является многомассовой системой. Реальные центрифуги состоят из нескольких тел, поэтому описать систему при помощи уравнения движения одного тела невозможно. Естественным подходом к решению задач динамики многомассовых систем является использование уравнение Лагранжа второго рода.

Целью работы является определение динамических характеристик лабораторной центрифуги с учетом ее конструктивных особенностей.

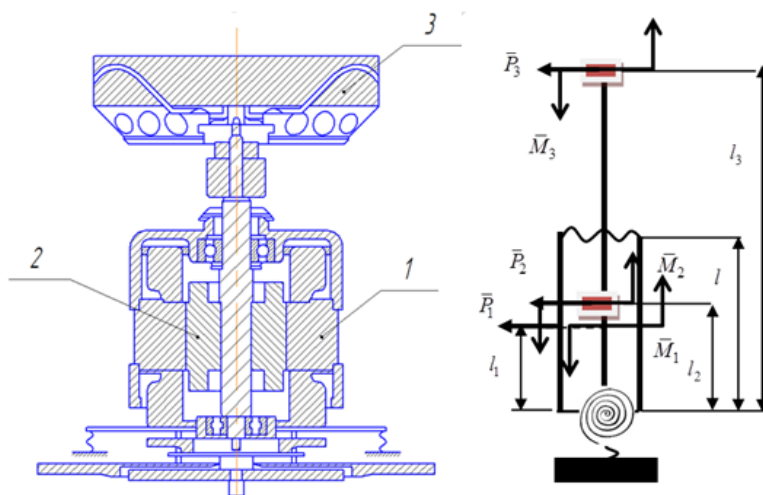


Рис. 1. Эскиз и расчетная схема центрифуги Pico 21:
1 – корпус; 2 – якорь (анкер); 3 – цилиндр

Центрифуга Pico 21 состоит из цилиндра (ротор) 3, вращающегося вокруг вертикальной оси, который приводится во вращение электродвигателем, якорь (анкер) которого 2 сидит на том же самом валу, вал закреплен в корпусе, а корпус 1 закреплен

на упругих опорах. Из показанных трех тел (рис. 1) вращаются вокруг оси только два (анкер и ротор), поэтому при дальнейших расчетах угловая скорость корпуса равна нулю, закручивание вала не учитывалось. Исследуемый механизм при сделанных допущениях имеет 14 степеней свободы. Системы сил каждого тела приведены на рис. 1.

При аналитическом описании движения твердого тела и гироскопов используются Декартова система координат и углы Эйлера–Крылова.

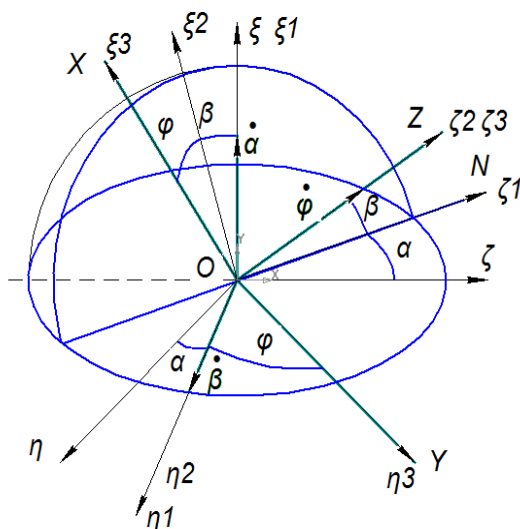


Рис. 2. Углы Эйлера–Крылова

Выбор их в кинематике произвольный и определяется только характером движения вращающегося тела. Введем условно неподвижную или абсолютную систему координат $\xi\mu\zeta$ с началом в некоторой крайней точке вала (рис. 2).

Упругие опоры центрифуги представляют собой резиновые цилиндры. В связи с тем что перемещения и углы являются малыми, то упругие силы, которые действуют со стороны опор, можно считать линейными или слабо нелинейными с мягкой характеристикой.

Для решения задачи использовалось уравнение Лагранжа второго рода $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$, где $L = T - \Pi$ – функция Лагранжа, T – кинетическая энергия, Π – потенциальная энергия [2], [5]. Потенциальная энергия системы состоит из потенциальной энергии деформации вала, упругих опор, на которых закреплен корпус, и потенциальной энергии деформации подшипников, которые рассматриваются как упругий элемент, т. е. $\Pi = \Pi_{val} + \Pi_0 + \Pi_p$. Потенциальная энергия вала состоит из суммы потенциальных энергий каждого участка вала за счет изгиба вала:

$$\Pi_1 = \frac{1}{2EI_1} \int_0^{b_1} (M_3 + P_3x)^2 dx; \quad \Pi_2 = \frac{1}{2EI_1} \int_{b_1}^{b_2} (M_3 + P_3x - X(x - b_1))^2 dx;$$

$$\Pi_3 = \frac{1}{2EI_1} \int_{b_2}^{b_1} (M_3 + P_3x - X(x - b_1) + M_2 + P_2(x - b_2))^2 dx.$$

Потенциальная энергия подшипника как упругой опоры вычисляется: $\Pi_p = \frac{X^2}{2C_{\Pi}}$, а потенциальная энергия упругой опоры $\Pi_o = \frac{1}{2}Q_0\eta_0 + \frac{1}{2}M_0\theta_0 = \frac{Q_0^2}{2C_Q} + \frac{M_0^2}{2C_M}$, где C_M и C_Q – жесткость опоры при повороте и перемещении, соответственно.

Выражения угловых скоростей в главных осях (рис. 2):

$$\omega_{\xi_2} = \dot{\alpha} \cos \beta; \quad \omega_{\eta_2} = \dot{\beta}; \quad \omega_{\zeta_2} = \dot{\phi} + \dot{\alpha} \sin \beta.$$

Выражаем углы в главной плоскости $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\phi}$ через углы в неподвижной системе координат $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$, ω . Поскольку оси вращения совпадают, то $\dot{\alpha} = \dot{\psi}$, а соответственно, $\alpha = \psi$. Вектор $\vec{B} = \dot{\beta}$ проецируем на оси η на ζ . Проекции будут иметь вид $\dot{\beta} \cos \alpha$ и $\dot{\beta} \sin \alpha$, соответственно. То есть в первом приближении $\dot{\theta} = \dot{\beta}$, а следовательно, $\theta = \beta$. Учитывая, что углы поворота являются малыми, то синус угла заменяем углом, косинус – единицей, а произведение углов отбрасываем и линеаризуем задачу.

Кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий тел, из которых состоит система, т. е. кинетических энергий статора и корпуса центрифуги, ротора двигателя (анкера), ротора. Тогда кинетическая энергия системы запишется в виде:

$$T = \frac{1}{2}[\dot{\xi}_1^2 + \eta_1^2]m_S + \frac{1}{2}I_{AS}(\psi_1^2 + \theta_1^2) + \frac{1}{2}[\dot{\xi}_2^2 + \eta_2^2]m_A + \frac{1}{2}I_{AA}(\psi_2^2 + \theta_2^2) + \frac{1}{2}I_{PA}\dot{\gamma}^2 + \frac{1}{2}[\dot{\xi}_3^2 + \eta_3^2]m_R + \frac{1}{2}I_{AR}(\psi_3^2 + \theta_3^2) + \frac{1}{2}I_{PR}\dot{\gamma}^2.$$

В конечном виде, используя матрицу жесткостей, потенциальная энергия выражается через перемещения и углы поворота.

Используя уравнения Лагранжа второго рода, были получены дифференциальные уравнения движения системы. Рассмотрение периодических движений дало возможность определить собственные частоты колебаний с учетом гироскопического эффекта.

Для экспериментального определения спектра собственных частот исследуемого объекта использовалась методика малого возбуждения. Схематическое изображение стенда экспериментального определения собственных частот приведено на рис. 3.

Ускорения измерялись акселерометром типа NP-3141 и передавались в многоканальную станцию DS-2000, которая позволяет определять пиковые значения амплитуды колебаний в зависимости от объекта исследования. С прибора DS-2000 развернутый сигнал передается на преобразователь DS-0297A, который анализирует его и отображает результат на экран ПК.

С помощью лазера Triangulation Displacement Sensors Opto NCDT 2220 (micro-epsilon) ILD 2220–100 направлялся луч на тело, которое вращается, и фиксировался сигнал с помощью усилителя типа NP-3414, встроенного в лазер. Прибор DS-2000 получает этот сигнал, а DS-0227 анализирует его. Результаты обработки полученных данных и траекторий движения тела отображаются на экране ПК.

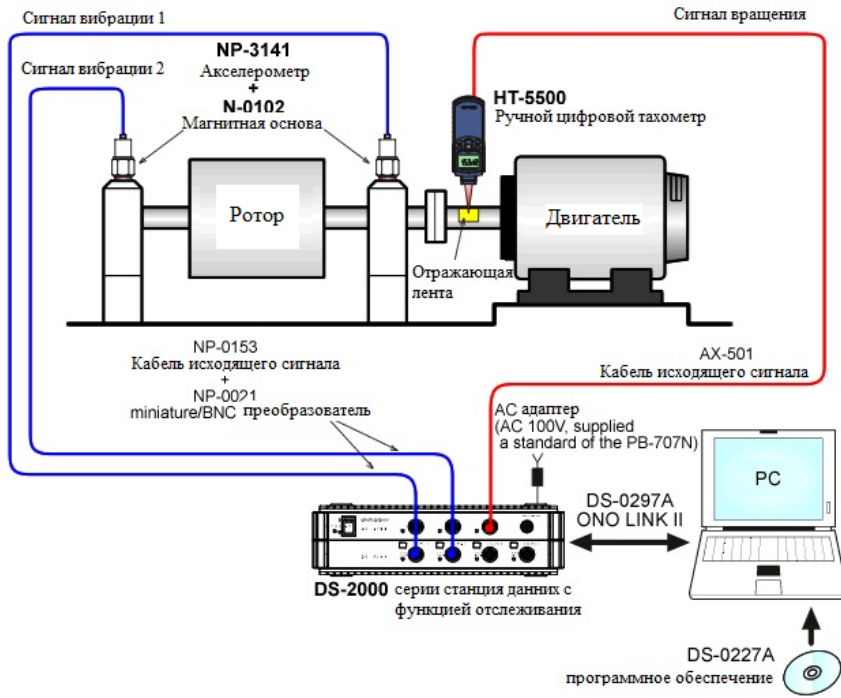


Рис. 3. Схематическое изображение стенда

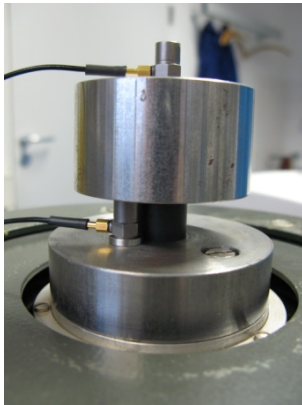
Траектория движения центра масс ротора центрифуги графически изображена в полярных координатах в таблице.

Траектория движения верхней точки вала центрифуги

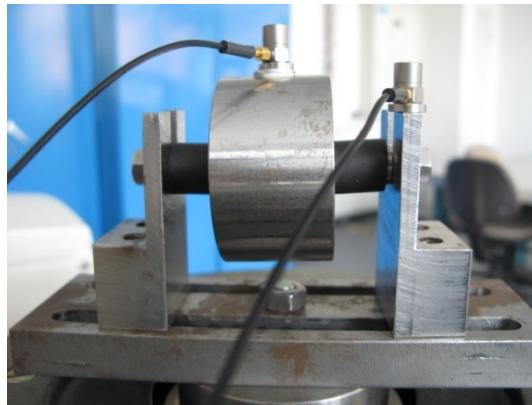
Частота	Траектория движения верхней точки вала	Спектральный анализ
10 Hz		
60 Hz		
100 Hz		

Была определена жесткость упругих опор, необходимая для расчета. Опоры сконструированы так, что позволяют центрифуге вращаться относительно неподвижных осей ξ , η и перемещаться относительно них, причем жесткость при вращении относительно них одинакова. Таким образом, вращение центрифуги состоит из вращения вокруг собственной оси симметрии и вращения вокруг осей ξ , η . Упругими элементами опор центрифуги являются резиновые цилиндры.

Для определения жесткости упругих опор была использована методика возбуждения вынужденных колебаний с помощью вибростенда, которая позволяет определять динамические характеристики опор при растяжении и сдвиге. На упругой опоре лабораторной центрифуги смонтирована масса $m = 0,5$ кг (рис. 4). С помощью датчиков, смонтированных на массе, измеряется ее ускорение $\ddot{x}(t)$. Вместе с этим вычисляется сила $F = m\ddot{x}(t)$. В точке крепления опоры измеряется ускорение $\ddot{y}(t)$. Проинтегрировав оба ускорения и поделив на $(2\pi f)^2$, получаем перемещения $x(t)$ и $y(t)$. Частота возмущающей силы обозначается f .



а)



б)

Рис. 4. Стенд для определения жесткости и демпфирования:
а – продольное нагружение; б – поперечное нагружение

Разница $z(t) = x(t) - y(t)$ дает отклонение опоры под действием нагружения. Вместе с этим известна связь между силой $F(t)$ и деформацией $z(t)$. С этих величин и определяется коэффициент жесткости.

Для определения движения центрифуги как многомассовой системы используются уравнения Лагранжа второго рода. Из них следуют дифференциальные уравнения. Так как исследуются колебания, то решения ищем в виде периодических функций, что дает однородную систему линейных уравнений относительно неизвестных амплитуд, которая имеет ненулевые решения при условии равенства нулю ее определителя. Из этого условия находим собственные частоты.

В качестве прикладной задачи рассматривался расчет центрифуги Pico 21 с параметрами:

$$I_R = 882 \text{ кг} \cdot \text{мм}^2, I_{R0} = 1529 \text{ кг} \cdot \text{мм}^2, I_A = 93 \text{ кг} \cdot \text{мм}^2, I_{A0} = 425 \text{ кг} \cdot \text{мм}^2,$$

$$m_A = 0,6 \text{ кг}, l = 86 \text{ мм}, I_S = 0,018 \text{ кг} \cdot \text{мм}^2, m_R = 0,507 \text{ кг}, m_S = 2,4 \text{ кг},$$

$$l_1 = 45 \text{ мм}, l_2 = 32 \text{ мм}, l_3 = 120 \text{ мм}.$$

В результате проделанной работы были найдены собственные частоты аналитическим и экспериментальным путем.

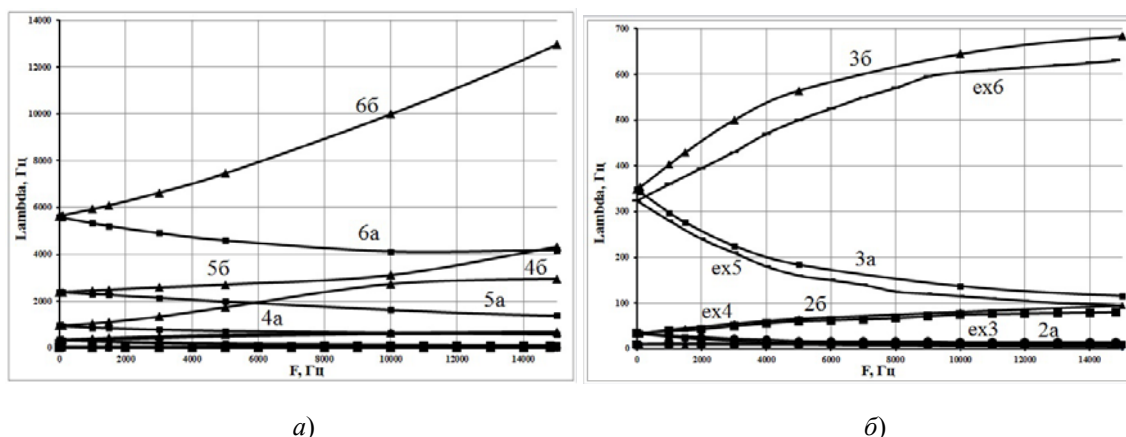


Рис. 5. Результаты определения зависимости собственных частот ротора от частоты его вращения: а – кривые зависимостей; б – кривые на нижних частотах

На рис. 5 приведены зависимости собственных частот от угловой скорости вращения ротора, выраженные в герцах. На рис. 5, а приведены все зависимости, но поскольку на нижних частотах кривые сливаются, то на рис. 5, б дополнительно показаны зависимости на нижних частотах.

На рис. 5 приведены собственные частоты для шести степеней свободы, на которых проявляется влияние гироскопического эффекта, в виде кривых 1а, 2а, 3а, 4а, 5а, 6а – при обратной прецессии, 1б, 2б, 3б, 4б, 5б, 6б – при прямой прецессии, а ex1, ex2, ex3, ex4, ex5, ex6 – экспериментальные данные.

Центрифуга разгонялась до различных рабочих скоростей, снимались виброграммы колебаний ротора, а затем с помощью статической обработки определялись резонансные частоты, которые совпадают с собственными частотами. По результатам эксперимента были построены кривые ex1, ex2, ex3, ex4, ex5, ex6 на рис. 5, б).

Найденные зависимости, показанные на рис. 5, дают возможность определить зоны устойчивой и неустойчивой работы центрифуги. С помощью графика можно определить собственную частоту колебаний при определенной скорости вращения ротора. Если собственная и рабочая частоты совпадают, то возникают резонансные явления и работа системы в этом случае будет неустойчивой.

Заключение

1. Предложена новая расчетная модель, которая в отличие от существующих отображает реальную конструкцию и динамическое поведение центрифуги Рісо 21 и дает возможность найти все основные частоты с достаточной точностью.

2. Аналитическим путем на основании использования уравнений Лагранжа второго рода и использования параметров модели получены зависимости влияния гироскопических эффектов на собственные частоты колебаний центрифуги.

3. Проведенный спектральный анализ позволил выявить новую закономерность, состоящую в том, что на более высоких частотах появляется вторая частота, которая отвечает удвоенной первой.

4. Эксперимент показал, что свободный конец вала лабораторной центрифуги описывает эллипс, ориентация которого зависит от амплитуд и разности фаз, что, по сути, очевидно зависит от начальных данных.

5. Разработана экспериментальная методика определения динамических параметров центрифуги. На ее основании определено влияние скорости вращения на собственные частоты.

6. Проведенные исследования дали возможность определить нестабильные режимы и тем самым определить область рабочих режимов центрифуги.

Литература

1. Fischer, J. Stability Analyses of High Speed lab centrifuges considering internal damping in rotor shafts / J. Fischer, J. Strackeljan. – Technische Mechanik, Band 26. Heft 2. – 2006, P. 131–147.
2. Бабенко, А. Е. Динамика центрифуги на нелинейно упругом основании / А. Е. Бабенко, Я. И. Лавренко, Й. Штракельян // Вестн. НТУУ «КПИ». Машиностроение. – К. : НТУУ «КПИ». – 2011. – Т. 1, вып. 61. – С. 91–94.
3. Нестеренко, В. П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы / В. П. Нестеренко. – Томск : Изд-во Томского ун-та, 1985. – 84 с.
4. Філімоніхін, Г. Б. Зрівноваження і віброзахист роторів авто балансирами з твердими коригувальними вантажами / Г. Б. Філімоніхін. – Кіровоград : КНТУ, 2004. – 352 с.
5. Бабенко, А. Є. Вплив гіроскопічних ефектів на коливання валу центрифуги / А. Є. Бабенко, Я. І. Лавренко, М. Куренко // Вісн. НТУУ «КПІ». Машинобудування. – К. : НТУУ «КПІ». – 2012. – Вип. 65. – С. 166–174.

Получено 01.04.2014 г.