

ЧИСЛЕННАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Д. Г. Ворочкин

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Беларусь

Научный руководитель С. Ф. Андреев

Большинством производственных машин технологический процесс выполняется при установившемся движении и может быть описан периодическими функциями положения, скорости и ускорения рабочего звена исполнительного механизма. Периодическое установившееся движение свойственно цикловым технологическим машинам с переменными силами сопротивления, с переменными передаточными отношениями. Составной частью этого класса машин являются механизмы с низшими кинематическими парами – компрессоры, насосы, механические прессы и т. д.

Вследствие периодически изменяющегося приведенного момента инерции и внешних сил в течение одного цикла неизбежны колебания скорости ведущего звена около ее среднего значения. Эти колебания вызывают нарушение технологического процесса, вибрацию и повышенный износ звеньев.

Заданный режим движения рабочего звена возможен при установлении точного соответствия закономерностей движущих сил и сил сопротивления, геометрических и динамических параметров. В силу конструктивных особенностей технологической машины такое соответствие установить практически невозможно, поэтому реальные скорости, ускорения и силы могут значительно отличаться от их заданных значений. Это обуславливает необходимость исследования закономерностей, по которым изменяются силы и моменты полезного сопротивления, преодолеваемые машинами.

В данной работе исследуется динамическое поведение многозвеного плоского шарнирного механизма. Совместно решается нелинейная система, в которую входят: нелинейное дифференциальное уравнение движения механизма, система нелинейных уравнений геометрических и кинематических связей. Исследуются факторы, влияющие на неравномерность вращения ведущего звена. Все вычисления и построения графиков осуществляются в математическом пакете Mathcad.

В качестве примера выполним численную оптимизацию динамических параметров механизма нефтяного насоса, на кинематической схеме которого показаны исследуемые функции положения звеньев [1]. Плоский шарнирный механизм (рис. 1), расположенный в вертикальной плоскости, движется под действием внешнего момента $M_{дв}$, приложенного к ведущему звену (кривошипу OA). На поршень насоса E действует полезная нагрузка $F_{пс}$. Вид функции $F_{пс}(\alpha)$ определяем по индикаторной диаграмме насоса: на холостом ходу – давление всасывания, на рабочем ходу – нагнетающее давление [2].

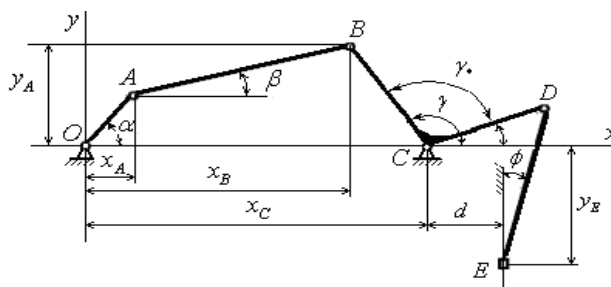


Рис. 1. Кинематическая схема механизма поршневого насоса

Фрагмент программы для расчета функции $F_{ПС}(\alpha)$ и ее график показан на рис. 2.

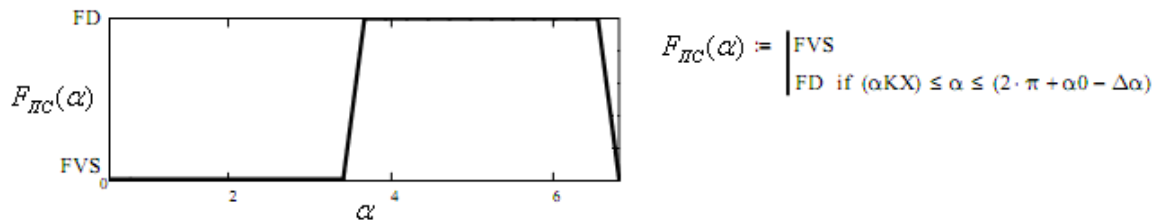


Рис. 2. Фрагмент программы – расчет функции $F_{ПС}(\alpha)$

Рассматриваемый механизм представляет собой механическую систему с одной степенью свободы. Функции положения звеньев определяются как функции обобщенной координаты. Приведем элементы алгоритма расчета функций положения звеньев, а также аналогов их скоростей:

$$x_A(\alpha) = OA \cdot \cos(\alpha), \quad y_A(\alpha) = OA \cdot \sin(\alpha);$$

$$x_B(\alpha) = x_A(\alpha) + AB \cdot \cos(\beta(\alpha)), \quad y_B(\alpha) = y_A(\alpha) + AB \cdot \sin(\beta(\alpha)).$$

$$x_B(\alpha) = x_C + BC \cdot \cos(\gamma(\alpha)), \quad y_B(\alpha) = y_C + BC \cdot \sin(\gamma(\alpha));$$

$$f_x(\alpha) = x_A(\alpha) - x_C, \quad f_y(\alpha) = y_A(\alpha) - y_C.$$

В результате преобразований получаем нелинейное уравнение

$$f_y(\alpha) \sin(\beta(\alpha)) + f_x(\alpha) \cos(\beta(\alpha)) = \frac{BC^2 - AB^2 - (f_x^2(\alpha) + f_y^2(\alpha))}{2AB}, \quad (1)$$

решая которое, находим функцию $\beta(\alpha)$ – функцию положения звена AB .

Исследуемый механизм – многозвенная система, в которой фиксированному положению ведущего звена при определенных условиях соответствует два или несколько положений других звеньев. Эта особенность называется ветвлением функций положения, она обусловлена многозначностью решения уравнения (1).

Для нахождения однозначного решения обозначим $Z(\alpha) = \cos(\beta(\alpha))$, в результате получим:

$$f_x(\alpha)Z(\alpha) + f_y(\alpha)\sqrt{1-Z^2(\alpha)} = \frac{(BC^2 - AB^2 - (f_x^2(\alpha) + f_y^2(\alpha)))}{2AB}. \quad (2)$$

В нашем примере функция $\sin(\beta(\alpha)) = \pm\sqrt{1-Z^2(\alpha)}$ является двузначной функцией переменной. Учитывая пределы изменения угла $\beta(\alpha)$, в нашем примере будем считать значение функции $\sqrt{1-Z^2(\alpha)} \geq 0$.

Для решения уравнения (2) применяем оператор **Given**, находим функцию $Z(\alpha)$, и находим функции положения:

$$\beta(\alpha) = \arccos Z(\alpha);$$

$$\gamma(\alpha) = \arccos\left(\frac{f_x(\alpha) + AB \cdot \cos(\beta(\alpha))}{BC}\right); \quad \phi(\alpha) = \arcsin\left(\frac{CD \cdot \cos(\gamma(\alpha) - \gamma_*) - d}{DE}\right);$$

$$x_{C_2}(\alpha) = x_A(\alpha) + \frac{AB}{2} \cdot \cos(\beta(\alpha)); \quad y_{C_2}(\alpha) = y_A(\alpha) + \frac{AB}{2} \cdot \sin(\beta(\alpha));$$

$$x_D(\alpha) = x_C + CD \cdot \cos(\gamma(\alpha) - \gamma_*); \quad y_D(\alpha) = y_C + CD \cdot \sin(\gamma(\alpha) - \gamma_*);$$

$$x_{C_4}(\alpha) = x_D(\alpha) + \frac{DE}{2} \cos(\phi(\alpha)); \quad y_{C_4}(\alpha) = y_D(\alpha) - \frac{DE}{2} \sin(\phi(\alpha));$$

$$y_E(\alpha) = y_D(\alpha) - DE \cdot \sin(\phi(\alpha)).$$

Вычисляя производные по параметру α , находим аналоги скоростей.

На рис. 3 представлены графические результаты расчетов.

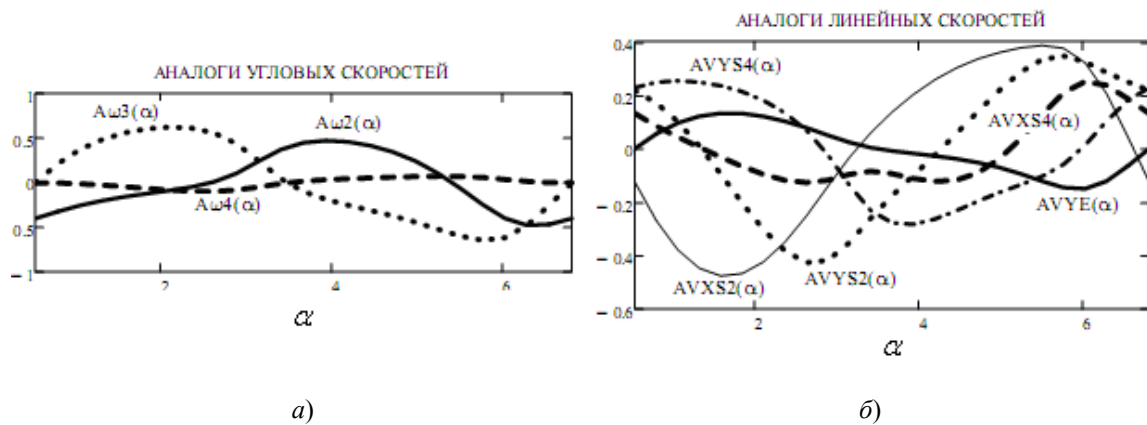


Рис. 3. Графики аналогов скоростей звеньев и их центров масс

Оптимизацию динамических параметров будем осуществлять по графику функции $\omega_{OA}(\alpha)$, колебания значений которой зависит от размеров звеньев и их масс. Задачу об определении функции угловой скорости $\omega_{OA}(\alpha)$ для $\alpha_0 \leq \alpha \leq (\alpha_0 + 2\pi)$ решаем с помощью дифференциального уравнения

$$\frac{d\omega_{OA}(\alpha)}{d\alpha} = \frac{(M_{дв}(\alpha, \omega_{OA}) - M_{пр}(\alpha))}{J_{пр}(\alpha)\omega_{OA}} - \frac{\omega_{OA}(\alpha)}{2J_{пр}(\alpha)} \frac{dJ_{пр}(\alpha)}{d\alpha}. \quad (3)$$

Здесь α_0 – начальное положение кривошипа, соответствующее одному из двух неподвижных положений коромысла CB ; $J_{пр}(\alpha)$ – приведенный момент инерции, $M_{пр}(\alpha)$ – приведенный момент сил сопротивления.

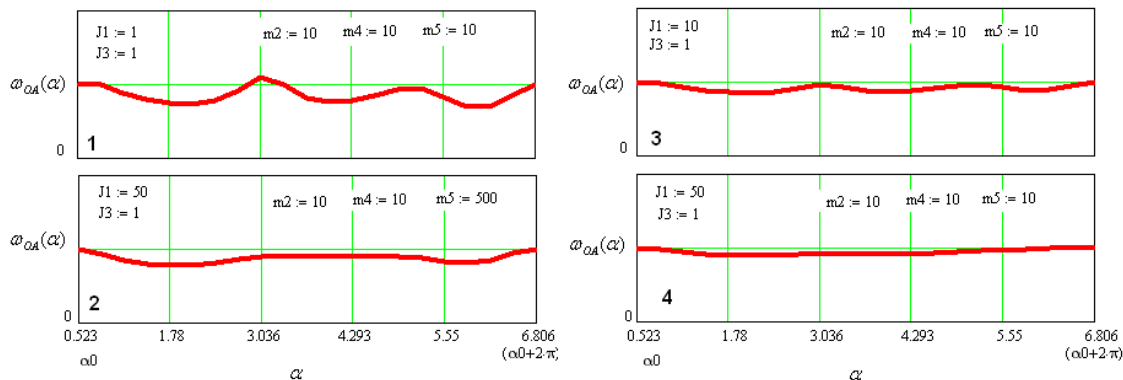


Рис. 4. Зависимость функции $\omega_{OA}(\alpha)$ от изменения динамических параметров

Дифференциальное уравнение (3) решаем методом Рунге-Кутты, применяя функцию **rkfixed** с фиксированным шагом. На рис. 4 приведены графики функции $\omega_{OA}(\alpha)$ для различных вариантов безразмерных динамических параметров насоса, которые демонстрируют процесс оптимального уравновешивания механизма.

Литература

1. Попов, С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / С. А. Попов, Г. А. Тимофеев. – М. : Высш. шк., 2002.
2. Насосы : справ. пособие / под ред. В. Плетнера ; пер. с нем. К. Бадеке [и др.] ; пер. В. В. Машуленко, М. К. Бобок. – М. : Машиностроение, 1979. – 502 с.