

УДК 531.3

ОБЩЕЕ И ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О СТАЦИОНАРНОМ СОСТОЯНИИ БИФИЛЯРНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Ю. А. КАШИН, М. И. ЖАДАН

*Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины»,
Республика Беларусь*

Р. Е. КАШИНА

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Введение

Эта работа является непосредственным продолжением нашего исследования кинетики бифилярной передачи [1], сохраняющим первоначальный смысл ранее введенных понятий и обозначений.

Постановка задачи

Общим решением задачи о стационарном Z -состоянии бифилярной передачи будем называть аналитическое описание всего множества ее устойчивых по Ляпунову стационарных состояний, качественно подобных ее данному начальному Z^0 -состоянию и независимых от угла крена φ подвижного тела T_B .

Для построения такого общего решения воспользуемся уравнениями (8), (13), (20)–(22) работы [1], выражающими принцип Даламбера для данной механической системы, и запишем их в форме уравнений неявной функциональной связи между характеристиками условий и учитываемыми характеристиками состояния передачи:

$$\left. \begin{aligned} 1 + \frac{s}{a} \cos \alpha_s \cos \beta_s - \frac{r}{a} \cos \alpha_r \cos \beta_r - \frac{b}{a} \cos \alpha_b \cos \beta_b &= 0; \\ \frac{s}{a} \sin \alpha_s \cos \beta_s - \frac{r}{a} \sin \alpha_r \cos \beta_r - \frac{b}{a} \sin \alpha_b \cos \beta_b &= 0; \\ \frac{s}{a} \sin \beta_s - \frac{r}{a} \sin \beta_r - \frac{b}{a} \sin \beta_b &= 0; \\ q \cos \alpha_s \cos \beta_s + p \cos \alpha_r \cos \beta_r - \cos \alpha_F \cos \beta_F &= 0; \\ q \sin \alpha_s \cos \beta_s + p \sin \alpha_r \cos \beta_r - \sin \alpha_F \cos \beta_F &= 0; \\ q \sin \beta_s + p \sin \beta_r - \sin \beta_F &= 0; \\ \sin \alpha_s \cos \beta_s \cos \beta_M + \sin \beta_s \sin \beta_M &= 0; \\ 4q^2(1 - \cos^2 \alpha_s \cos^2 \beta_s) - \mu_A^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Подразделяя учитываемые характеристики на переменные и постоянные характеристики задаваемых условий и на искомые характеристики состояния передачи, систему уравнений (1) далее будем рассматривать упорядоченной системой вида

$$Z_i[x_1, x_2, \dots, x_l, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0, y_1, y_2, \dots, y_m] = 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

считая, что

$$l = 4, n = 7, m = 8$$

и что

$$\left. \begin{aligned} x_1 = \alpha_F, \quad x_2 = \beta_F, \quad x_3 = \mu_A, \quad x_4 = \beta_M, \quad x_5^0 = \frac{r}{a}, \quad x_6^0 = \frac{s}{a}, \quad x_7^0 = \frac{b}{a}; \\ y_1 = \alpha_b, \quad y_2 = \beta_b, \quad y_3 = \alpha_r, \quad y_4 = \beta_r, \quad y_5 = \alpha_s, \quad y_6 = \beta_s, \quad y_7 = p, \quad y_8 = q. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Начальное Z^0 -состояние передачи, согласно его принятому определению [1], считаем стационарным, устойчивым и определенным следующими, удовлетворяющими уравнениям (2), начальными характеристиками:

$$\left. \begin{aligned} x_1^0 = \frac{\pi}{2}, \quad x_2^0 = 0, \quad x_3^0 = \frac{\pi}{2}, \quad x_4^0 = 0, \quad x_5^0 = \frac{r}{a}, \quad x_6^0 = \frac{s}{a}, \quad x_7^0 = \frac{b}{a}; \\ y_1^0 = \sigma^0, \quad y_2^0 = 0, \quad y_3^0 = \pi - \gamma^0, \quad y_4^0 = 0, \quad y_5^0 = \gamma^0, \quad y_6^0 = 0, \quad y_7^0 = y_8^0 = \frac{1}{2\sin\gamma^0}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

При этом базовые размеры передачи и углы γ^0 и σ^0 связаны равенствами

$$\cos^2\gamma^0 + \frac{a(s+r)}{2sr}\cos\gamma^0 - \frac{b^2 - a^2 - (s-r)^2}{4sr} = 0; \quad (5)$$

$$\operatorname{tg}\sigma^0 = \frac{(s-r)\sin\gamma^0}{a + (s+r)\cos\gamma^0}. \quad (6)$$

Общее решение рассматриваемой задачи будем считать определенным, если в Ω -окрестности точки начальных условий $X^0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \in R^n$ определены и единственны функции

$$y_i = \zeta_i[x_1, x_2, \dots, x_l, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0], \quad i = \overline{1, m}, \quad (7)$$

удовлетворяющие уравнениям (2) и если определена Γ -граница Ω -области их устойчивого по Ляпунову существования.

Частным решением задачи считаем ее общее решение (7), дополненное уравнениями, учитывающими влияние угла крена φ подвижного тела на закономерности взаимодействия элементов передачи с окружающей средой, и обремененное ограничениями на характеристики условий и состояние передачи данного функционального назначения. Полагая, например, что $\varphi = y_{m+1}$, $\varphi^0 = y_{m+1}^0 = 0$, что

$$Z_{m+1}[x_1, x_2, \dots, x_l, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0, y_1, y_2, \dots, y_m, y_{m+1}] = 0 \quad (8)$$

– единственное дополнительное уравнение, определяющее взаимосвязь φ и остальных характеристик условий и состояния передачи, и что

$$H_j[x_1, x_2, \dots, x_l, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0, y_1, y_2, \dots, y_m, y_{m+1}] \leq 0, \quad j = \overline{1, r} \quad (9)$$

– система названных ограничений для данной передачи, строгое выполнение которых предполагается соблюденным при определении ее данного начального Z^0 -

состояния. Тогда частное решение будет включать систему функций (7), дополненную функцией:

$$y_{m+1} = \zeta_{m+1}[x_1, x_2, \dots, x_l, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0], \quad (10)$$

удовлетворяющей уравнению (8) в Ω^* -подобласти, выделенной в Ω -области Γ^* -границей выполнение строгих равенств в условиях (9).

Метод исследования

Покажем, что искомые решения задачи можно построить на основе утверждений известной теоремы о разрешимости неявно заданных функций, которая утверждает следующее [2].

Пусть в некоторой области $\Delta \subset R^{n+m}$ заданы m функций Z_1, Z_2, \dots, Z_m от $n+m$ переменных $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m$:

$$\Phi_i = Z_i(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m), \quad i = \overline{1, m}.$$

Достаточное условие разрешимости системы уравнений

$$Z_i(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m) = 0, \quad i = \overline{1, m} \quad (1^0)$$

относительно y_1, y_2, \dots, y_m дается следующей теоремой.

Пусть Z_i в некоторой Ω -окрестности точки $Z^0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0, y_1^0, y_2^0, \dots, y_m^0) \in \Delta$ непрерывны и непрерывно дифференцируемы относительно y_1, y_2, \dots, y_m . Пусть, далее,

$$Z_i(Z^0) = 0, \quad \frac{\partial(Z_1, Z_2, \dots, Z_m)}{\partial(y_1, y_2, \dots, y_m)} \Big|_{Z^0} \neq 0. \quad (2^0)$$

Тогда существует и единственна определенная в некоторой Ω -окрестности точки $X^0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \subset R^n$ система непрерывных функций $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_m$ такая, что

$$y_i = \zeta_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad y_i^0 = \zeta_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0), \quad i = \overline{1, m} \quad (3^0)$$

и для каждой точки $X(x_1, x_2, \dots, x_n) \subset \Omega$ выполняются равенства

$$Z_i[x_1, x_2, \dots, x_n, \zeta_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \zeta_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, \zeta_m(x_1, x_2, \dots, x_n)] = 0, \quad i = \overline{1, m}. \quad (4^0)$$

Если все Z_i k раз дифференцируемы, то все ζ_i также k раз дифференцируемы.

Для вычисления $\frac{\partial \zeta_k}{\partial x_r}$, $k = \overline{1, m}$, $r = \overline{1, n}$ прибегают к обобщенному правилу дифференцирования сложных функций

$$0 = \frac{\partial Z_i}{\partial x_r} + \sum_{k=1}^m \frac{\partial Z_i}{\partial y_k} \frac{\partial \zeta_k}{\partial x_r}, \quad i = \overline{1, m}, \quad r = \overline{1, n}. \quad (5^0)$$

Определитель, образованный из коэффициентов этой системы уравнений линейных относительно $\frac{\partial \zeta_k}{\partial x_r}$, $k = \overline{1, m}$, $r = \overline{1, n}$, есть якобиан

$$J = \frac{\partial(Z_1, Z_2, \dots, Z_m)}{\partial(y_1, y_2, \dots, y_m)}, \quad (6^0)$$

который согласно условию теоремы не равен нулю в Ω -окрестности точки X^0 . В этой окрестности система линейных уравнений (5^0) однозначно разрешима относительно производных $\frac{\partial \zeta_k}{\partial x_r}$, $k = \overline{1, m}$, $r = \overline{1, n}$.

Прежде всего отметим, что формулировка рассматриваемой задачи строго удовлетворяет условиям и сюжету данной теоремы. Уравнениям (2) соответствуют функции $\Phi_i = Z_i[x_1, x_2, \dots, x_l, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0, y_1, y_2, \dots, y_m] = 0$, $i = \overline{1, m}$, неограниченно дифференцируемые по всем своим $n + m$ аргументам. Точка начальных условий $X^0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ удовлетворяет условию устойчивости начального Z^0 -состояния передачи. Следовательно, необходимо существует некоторая Ω -окрестность точки X^0 , где выполняются условия (2^0) теоремы и где согласно ее утверждениям существует и единственна система непрерывных и дифференцируемых функций, являющаяся искомым решением системы уравнений (2).

Задача Коши и ее параметрические решения

Покажем, что эти решения можно построить в параметрическом виде. Для этого в Ω -окрестности точки X^0 выберем некоторую близкую ей точку $X'(x'_1, x'_2, \dots, x'_n, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0)$, введем вспомогательный параметр t и положим, что

$$x_k(t) = x_k^0 + c_k t, \quad t \in [0, 1], \quad c_k = x'_k - x_k^0, \quad k = \overline{1, l}. \quad (11)$$

Тогда искомые функции (7), если они существуют, при $t \in [0, 1]$ будут определяться функциями параметра t :

$$y_i(t) = \zeta_i[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0], \quad i = \overline{1, m}. \quad (12)$$

Их существование утверждается вышеприведенной теоремой.

Считая X' произвольной точкой Ω -окрестности точки X^0 , заключаем, что любое Z -состояние передачи, достижимое из ее данного начального Z^0 -состояния, теперь может быть представлено результатом соответствующего непрерывного процесса совместного изменения характеристик условий и состояние передачи, описываемого семейством параметрически определенных при $t \in [0, 1]$ функцией (11), (12).

Отметим, что при необходимости линейный процесс изменения условий (11) вполне может быть заменен иным монотонным процессом, при $t \geq 0$ удовлетворяющим условиям:

$$x_k = x_k(t), \quad \left(\frac{dx_k}{dt}\right)^2 > 0, \quad x_k(0) = x_k^0, \quad x'_k(1) = x'_k, \quad k = \overline{1, l}. \quad (13)$$

Эта форма задания условий работы передачи может быть использована, например, при управлении поведением передачи регулированием переменных характеристик условий ее работы.

В точке $X' \subset \Omega$ -окрестности точки X^0 функции (11), (12) являются ограниченными, непрерывными, дифференцируемыми и, следовательно, продолжимыми при $t \geq 1$. Если на этом продолжении регулярность функций (12) будет нарушена при некотором $t = T(c_1, c_2, \dots, c_l, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0)$, то это событие будет аналитическим признаком достижения такого критического сочетания параметров условий $x_1(T), x_2(T), \dots, x_l(T), x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0$, которым в R^n определяется точка

$X^T[x_1(T), x_2(T), \dots, x_l(T), x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0] \in \Gamma$ -границе Ω -области условий существования устойчивых по Ляпунову Z -состояний передачи, достижимых из ее данного начального Z^0 -состояния.

Это означает, что параметрическая форма (11), (12) решений системы уравнений (2) позволяет установить Γ -границу Ω -области с центром X^0 существования устойчивых по Ляпунову Z -состояний передачи, качественно подобных ее данному начальному Z^0 -состоянию. Иные виртуальные решения системы уравнений (2), предполагающие пересечения Γ -границы, при этом исключаются из анализа состояния передачи.

Отметим также, что при любом $t_1 < T$ функциями (11), (12) определяется точка $Z^1[x_1(t_1), x_2(t_1), \dots, x_l(t_1), x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0, y_1(t_1), y_2(t_1), \dots, y_m(t_1)] \in \Delta$ -окрестности точки Z^0 , где выполняются условия (2⁰) теоремы. Следовательно, при необходимости, она может служить точкой определения нового начального Z^1 -состояния передачи для определения нового семейства функций (11), (12) в той же Ω -области условий с новым ее центром $X^1[x_1(t_1), x_2(t_1), \dots, x_l(t_1), x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0]$.

При выполнении условий (11) в Ω -окрестности точки X^0 функции (12) имеют производные

$$\frac{dy_i}{dt} = \sum \frac{\partial \zeta_i}{\partial x_k} c_k, \quad k = \overline{1, l} \quad (14)$$

и здесь выполняются равенства

$$Z_i[x_1(t_1), x_2(t_1), \dots, x_l(t_1), x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n(t), y_1(t_1), y_2(t_1), \dots, y_m(t_1)] = 0, \quad i = \overline{1, m}. \quad (15)$$

Их дифференцированием по t получим систему линейных дифференциальных уравнений

$$0 = \sum_{k=1}^l \frac{\partial Z_i}{\partial x_k} c_k + \sum_{r=1}^m \frac{\partial Z_i}{\partial y_r} \frac{dy_r}{dt}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (16)$$

якобиан которой при $t \in [0, 1]$ не равен нулю, которая разрешима относительно производных $\frac{dy_r}{dt}$, $r = \overline{1, m}$ и приводима к нормальному виду

$$\frac{dy_r}{dt} = Y_r[x_1^0 + c_1 t, x_2^0 + c_2 t, \dots, x_l^0 + c_l t, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0, y_1, y_2, \dots, y_n], \quad r = \overline{1, m} \quad (17)$$

и для которой заданы начальные условия:
при

$$t = 0 \quad y_1 = y_1^0, \quad y_2 = y_2^0, \quad \dots, \quad y_m = y_m^0. \quad (18)$$

Как известно [3], условие невырожденности якобиана при $t \in [0, 1]$ для системы уравнений (16) является условием Липшица существования при $t \in [0, 1]$ однозначного решения задачи Коши (17), (18). Следовательно, ее решением является определенная и единственная искомая система непрерывных и дифференцируемых функций (12).

Таким образом, доказано, что строго удовлетворяющее принципу Даламбера общее решение задачи о стационарном Z -состоянии бифилярной передачи с фикси-

рованными базовыми размерами, определяется параметрическим решением задачи Коши для соответствующей системы дифференциальных уравнений. Аналогичное утверждение справедливо и для частного решения этой задачи.

Известные численные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений и компьютерные технологии их реализации позволяют определить искомые решения с достаточной для практических приложений точностью.

Данный метод описания стационарных состояний передачи легко распространяется на иные варианты ее конструктивного исполнения и на иные варианты условий ее работы. В частности, при определении условий работы передачи в форме (13) более предпочтительной является обобщенная формулировка соответствующей задачи Коши:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_k}{dt} = f_k(t), \quad k = \overline{1, l}; \\ \frac{dy_r}{dt} = Y_r[x_1, x_2, \dots, x_l, x_{l+1}^0, x_{l+2}^0, \dots, x_n^0, y_1, y_2, \dots, y_m], \quad r = \overline{1, m}, \end{array} \right. \quad (19)$$

при

$$t = 0 \quad x_1 = x_1^0, x_2 = x_2^0, \dots, x_l = x_l^0, y_1 = y_1^0, y_2 = y_2^0, \dots, y_m = y_m^0. \quad (20)$$

В этом случае функции $f_k(t)$ определяются на основании условий обеспечения неких заданных свойств стационарных состояний передачи.

Практическую осуществимость данного метода проиллюстрируем на примере описания плоских Z -состояний передачи, рассмотренных в [1].

Для определенности, положим, что $r : s : a = 1 : 3 : 2$, $\gamma^0 = \frac{\pi}{3}$ и, удовлетворяя уравнениям (5), (6), считаем, что $b : a = \sqrt{19} : 2$, $\operatorname{tg} \sigma^0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$. Далее учитываем, что плоскому состоянию передачи соответствуют условия, что $\beta_F = \beta_r = \beta_s = \beta_b = 0$, $\beta_M = \frac{\pi}{2}$, и систему уравнений (1) преобразуем к виду

$$\left. \begin{array}{l} 2 + 3\cos\alpha_s - \cos\alpha_r - \sqrt{19}\cos\alpha_b = 0; \\ 3\sin\alpha_s - \sin\alpha_r - \sqrt{19}\sin\alpha_b = 0; \\ q\cos\alpha_s + p\cos\alpha_r = \cos\alpha_F; \\ q\sin\alpha_s + p\sin\alpha_r = \sin\alpha_F; \\ q\sin\alpha_s = 0,5\mu_A. \end{array} \right\} \quad (21)$$

В этом случае Z^0 -состояние передачи определяется начальными характеристиками:

$$\alpha_F^0 = \frac{\pi}{2}, \quad \mu_A^0 = 1, \quad \alpha_s^0 = \frac{\pi}{3}, \quad \alpha_r^0 = \frac{2\pi}{3}, \quad \alpha_b^0 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right), \quad p^0 = q^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (22)$$

Для наглядности, сохраним неизменными обозначения переменных характеристик, считая их при $t \geq 0$ некими функциями параметра t : $\alpha_F(t)$, $\mu_A(t)$, $\alpha_s(t)$, $\alpha_r(t)$, $\alpha_b(t)$, $p(t)$, $q(t)$. Тогда, дифференцируя уравнения (21), находим, что

$$\left. \begin{aligned} 3\alpha'_s \sin \alpha_s - \alpha'_r \sin \alpha_r - \sqrt{19} \alpha'_b \sin \alpha_b &= 0; \\ 3\alpha'_s \cos \alpha_s - \alpha'_r \cos \alpha_r - \sqrt{19} \alpha'_b \cos \alpha_b &= 0; \\ q' \cos \alpha_s + p' \cos \alpha_r - q \alpha'_s \sin \alpha_s - p \alpha'_r \sin \alpha_r &= -\alpha'_F \sin \alpha_F; \\ q' \sin \alpha_s + p' \sin \alpha_r + q \alpha'_s \cos \alpha_s + p \alpha'_r \cos \alpha_r &= \alpha'_F \cos \alpha_F; \\ q' \sin \alpha_s + q \alpha'_s \cos \alpha_s &= 0,5 \mu'_A. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Вначале рассматриваем линейный процесс изменения характеристик условий:

$$\alpha_F = \frac{\pi}{2} + c_F t, \quad \mu_A = 1 + c_M t. \quad (24)$$

Система (23) преобразуется к нормальному виду

$$\begin{pmatrix} q' \\ p' \\ \alpha'_s \\ \alpha'_r \\ \alpha'_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \sin \alpha_s & -\sin \alpha_r & -\sqrt{19} \sin \alpha_b \\ 0 & 0 & 3 \cos \alpha_s & -\cos \alpha_r & -\sqrt{19} \cos \alpha_b \\ \cos \alpha_s & \cos \alpha_r & -q \sin \alpha_s & -p \sin \alpha_r & 0 \\ \sin \alpha_s & \sin \alpha_r & q \cos \alpha_s & p \cos \alpha_r & 0 \\ \sin \alpha_s & 0 & q \cos \alpha_s & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \times \quad (25)$$

$$\times (0, 0, -c_F \sin c_F t, -c_F \cos c_F t, 0,5 c_M)$$

и, используя условия (22), численно интегрируем при различных значениях c_F и c_M . Численное интегрирование и прочие действия выполним с помощью компьютерной системы Mathematica. Графики функций $\alpha_F(t)$, $\mu_A(t)$, $\alpha_s(t)$, $\alpha_r(t)$, $\alpha_b(t)$, $p(t)$, $q(t)$, построенные по результатам этих расчетов при $c_F = -1$, $c_M = -\frac{2}{\pi}$ и при $c_F = 1$, $c_M = -\frac{2}{\pi}$, изображены соответственно на рис. 1, а и 1, б.

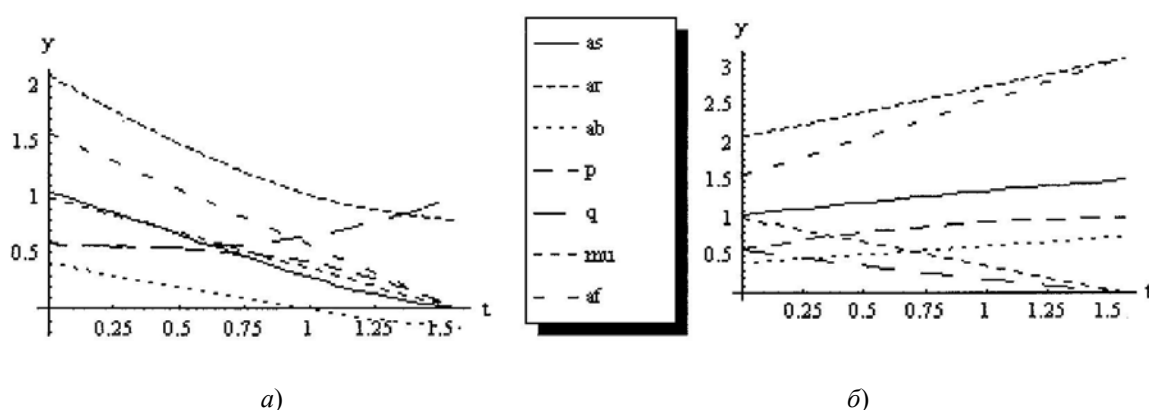
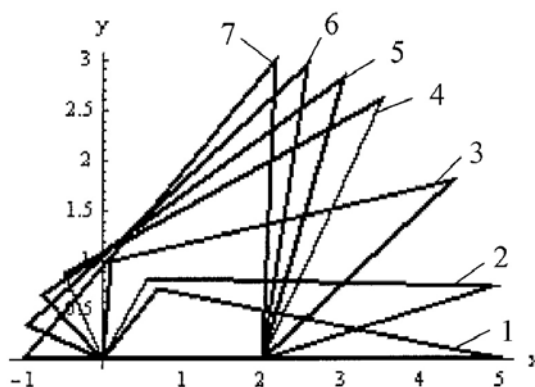


Рис. 1. Графики характеристик условий и состояния передачи

Вычисленные при $t = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$ и $\frac{\pi}{2}$ численные значения этих функций представлены в таблице, в которой номером N обозначена позиция соответствующей фигуры данной передачи, изображенной на рис. 2.

c_F, c_M	t	α_F	μ_A	q	p	α_s	α_r	α_b	N
$-1, -\frac{2}{\pi}$	$\pi/2$	0	0	1	0	0	0,7954	-0,1646	1
	$\pi/3$	0,5236	0,3333	0,6691	0,3983	0,2518	0,9915	-0,0205	2
	$\pi/6$	1,0472	0,6667	0,5525	0,5360	0,6476	1,4598	0,1882	3
$1, \frac{2}{\pi}$	0	1,5708	1	0,5774	0,5774	1,0472	2,0944	0,4086	4
	$\pi/6$	2,0944	0,6667	0,3545	0,8180	1,2232	2,4324	0,5209	5
	$\pi/3$	2,6180	0,3333	0,1697	0,9577	1,3824	2,7861	0,6388	6
	$\pi/2$	3,1416	0	0	1	1,5152	3,1416	0,7576	7

Рис. 2. N -конфигурации передачи в различных условиях

Функциями (24) на плоскости силовых условий $O\alpha_F\mu_A$ (рис. 3) задается семейство лучей, испускаемых из центра $X^0(\frac{\pi}{2}, 1)$, ориентация которых определяется значениями коэффициентов c_F и c_M . Γ -граница Ω -области условий существования плоских Z -состояний передачи, определяемая концом каждого из лучей при значениях α_F и μ_A , при которых согласно расчетам исчезает напряжение поводков, т. е. при $p = 0$ или при $q = 0$. Сопоставляя результаты такого численного определения точек Γ -границы с ее точным аналитическим определением в [1], замечаем, что в пределах точности вычислений значениям $q = 0$ действительно соответствует отрезок оси абсцисс $\alpha_F \in [0, \pi]$, а значениям $p = 0$ – опирающаяся на него дуга синусоиды $\mu_A = 2\sin\alpha_F$. Следовательно, данным численным способом Ω -область условий существования Z -состояний передачи определяется достаточно точно.

Для определения силовых условий, при которых конфигурация передачи сохраняется неизменной, полагаем, что $\alpha'_s = \alpha'_r = \alpha'_b = 0$, и систему уравнений (23) преобразуем к виду

$$\frac{dq}{d\alpha_F} = -\frac{\cos(\alpha_r - \alpha_F)}{\sin(\alpha_r - \alpha_s)}, \quad \frac{dp}{d\alpha_F} = \frac{\cos(\alpha_F - \alpha_s)}{\sin(\alpha_r - \alpha_s)}, \quad \frac{d\mu_A}{d\alpha_F} = -2\sin\alpha_s \frac{\cos(\alpha_r - \alpha_F)}{\sin(\alpha_r - \alpha_s)}. \quad (26)$$

Интегрированием находим, что

$$q = \frac{\sin(\alpha_r - \alpha_F)}{\sin(\alpha_r - \alpha_s)} + A_q, \quad p = \frac{\sin(\alpha_F - \alpha_s)}{\sin(\alpha_r - \alpha_s)} + A_p, \quad \mu_A = 2\sin\alpha_s \frac{\sin(\alpha_r - \alpha_F)}{\sin(\alpha_r - \alpha_s)} + A_M, \quad (27)$$

где постоянные интегрирования A_q , A_p и A_M определяются на основании значений $\alpha_F(t)$, $\mu_A(t)$, $\alpha_s(t)$, $\alpha_r(t)$, $p(t)$, $q(t)$, полученных при соответствующем t в результате решения задачи Коши (25), (26). Численные расчеты показывают, что значения A_q , A_p и A_M , вычисленные на основании данных таблицы для каждого варианта N этих данных, равны нулю с точностью до шестого знака после запятой.

На плоскости условий $O\alpha_F\mu_A$ графиком функции $\mu_A = \mu(\alpha_F)$, согласно (27), является дуга синусоиды, расположенной в Ω -области условий существования Z -состояний данной передачи. Соответствующие названным вариантам условий дуги синусоид $\mu_A = \mu(\alpha_F)$ изображены на рис. 3, причем номера их позиций соответствуют номерам позиций фигур данной передачи, изображенных на рис. 2. При $\alpha_F = 0$ и $\mu_A = 0$ дуга синусоиды стягивается в точку начала координат.

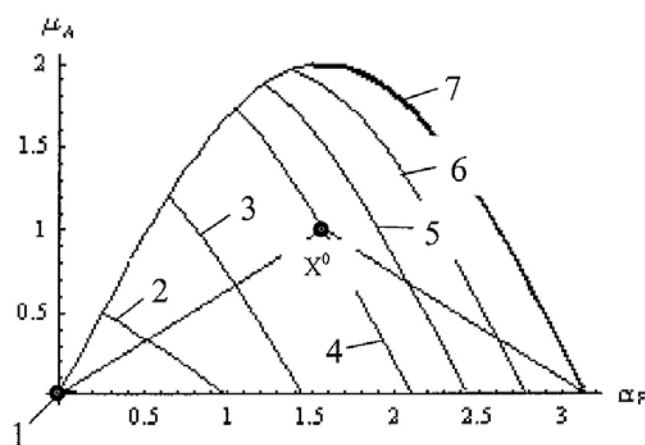


Рис. 3. Ω -область условий существования плоских состояний передачи

Заключение

Предложенный метод описания стационарных состояний бифилярной передачи на основании решений задачи Коши для системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющей принципу Даламбера, практически вполне осуществим. Данный метод позволяет получить спектр полезной информации реальных свойств о поведении изучаемой механической системы.

Литература

1. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – Москва : Наука, 1981. – 720 с.
3. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – Москва : Наука, 1984. – 832 с.

Получено 19.12.2007 г.