УДК 62-83: 621.313.333

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ В СИСТЕМЕ «ОДНОФАЗНЫЙ АСИНХРОННЫЙ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬ – УПРУГИЙ ЭЛЕМЕНТ»

В. И. ЛУКОВНИКОВ, Ю. А. РУДЧЕНКО
Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Введение

Развитие безредукторных электроприводов автоколебательного движения [1], [2] требует исследования происходящих в них физических процессов с целью детализации анализа и синтеза оптимальных условий возникновения и стабилизации автоколебательного процесса.

Цель работы

Выявить общие необходимые и достаточные условия и особенности возникновения устойчивого автоколебательного движения в системе «однофазный асинхронный электродвигатель – упругий элемент» на основе анализа происходящих в ней физических процессов.

Метод достижения цели

В основу метода положен классический подход к анализу энергообмена по Лагранжу при допущении, что процесс установившихся автоколебаний является гармоническим.

При этом в системе учитываются консервативные силы упругих элементов и движущихся масс, диссипативные силы сухого и жидкостного трения, а также электромагнитные силы непотенциального характера.

Общие аналитические соотношения

В канонической форме уравнение движения автоколебательной системы «однофазный асинхронный электродвигатель – линейный упругий элемент» может быть записано в виде [1]

$$\ddot{\varphi} + \varphi = \mu_{д}(\dot{\varphi}) - \mu_{н}(\dot{\varphi}), \tag{1}$$

где φ, $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$ – относительные угловая координата, скорость и ускорение; $\mu_{д}(\dot{\varphi})$ – относительная механическая характеристика однофазного электродвигателя; $\mu_{н}(\dot{\varphi})$ – относительная механическая характеристика диссипативных сил нагрузки.

Ограничиваясь полиномиальной аппроксимацией механической характеристики двигателя по Сюмеку

$$\mu_{д}(\dot{\varphi}) = \mu_1\dot{\varphi} - \mu_2\dot{\varphi}^3 \tag{2}$$

и механической характеристикой нагрузки в виде сил сухого трения по Кулону и линейного жидкостного трения (демпфирования)

$$\mu_н(\dot{\varphi}) = \mu_3 \,\mathrm{Sign}\,\dot{\varphi} + \mu_4\dot{\varphi}\,, \tag{3}$$

запишем уравнение (1) в виде

$$\ddot{\varphi} + \varphi = \mu_1\dot{\varphi} - \mu_2\dot{\varphi}^3 - \mu_3 \,\mathrm{Sign}\,\dot{\varphi} - \mu_4\dot{\varphi}\,. \tag{4}$$

При гармонической линеаризации установившегося автоколебательного режима $\varphi = R\cos\tau$ из уравнения (1) прямой подстановкой можно получить, что амплитуда первой гармоники электромагнитного момента двигателя $\mu_{дm,1}$ равняется амплитуде первой гармоники нагрузки $\mu_{нm,1}$.

Тогда в соответствии с разложением в ряд Фурье получим с учетом равенств (2–4), что

$$\frac{1}{p}\int_0^{2p}[\mu_1(-R\sin\tau) - \mu_2(-R\sin\tau)^3]\cdot(-\sin\tau)d\tau = \frac{1}{p}\int_0^{2p}[\mu_3 \,\mathrm{Sign}(-R\sin\tau) +$$
$$+\mu_4(-R\sin\tau)]\cdot(-\sin\tau)d\tau.$$

После преобразований найдем уравнение радиусов предельных автоколебаний:

$$\mu_1 R - \frac{3}{4}\mu_2 R^3 = \mu_4 R + \frac{4}{\pi}\mu_3\,.$$

Вводя новую переменную

$$\rho = R\cdot\sqrt[3]{\frac{3p\cdot\mu_2}{16\cdot\mu_3}}\,,$$

получим обобщенное уравнение условий возникновения автоколебательного движения

$$\rho^3 - \beta\rho + 1 = 0\,, \tag{5}$$

где β – бифуркационный параметр, определяемый по формуле

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{p^2(\mu_1 - \mu_4)^3}{12\mu_3^2\cdot\mu_2}}\,.$$

Наибольший из вещественных корней уравнения (5)

$$\rho_m = 2\sqrt{\frac{\beta}{3}}\cos[\frac{p}{3} - \frac{1}{3}\arccos(\sqrt{\frac{27}{4\beta^3}})]$$

определяет устойчивый автоколебательный цикл с амплитудой

$$R_m = \rho_m\sqrt[3]{\frac{16\mu_3}{3p\cdot\mu_2}}\,. \tag{6}$$

Тогда можно записать следующим образом законы изменения:

– координаты $\varphi = R_m \cos\tau$;

– скорости $\dot{\varphi} = -R_m \sin\tau$;

– ускорения $\ddot{\varphi} = -R_m \cos\tau$;

– электромагнитного момента $\mu_д = -(\mu_1 R_m - \frac{3}{4}\mu_2 R_m^3)\sin\tau$;

– нагрузочного момента $\mu_н = -(\mu_4 R_m + \frac{4}{p}\mu_3)\sin\tau$;

– кинетической энергии $q_к = \dot{\varphi}^2 = R_m^2 \sin^2\tau$;

– потенциальной энергии $q_п = \varphi^2 = R_m^2 \cos^2\tau$;

– кинетической мощности $p_к = \frac{dq_к}{d\tau} = 2R_m^2 \sin\tau \cdot \cos\tau$;

– потенциальной мощности $p_п = \frac{dq_п}{d\tau} = -2R_m^2 \sin\tau \cdot \cos\tau$;

– электромагнитной мощности $p_д = \mu_д\dot{\varphi} = R_m(\mu_1 R_m - \frac{3}{4}\mu_2 R_m^3)\sin^2\tau$;

– мощности нагрузки $p_н = \mu_н\dot{\varphi} = R_m(\mu_4 R_m + \frac{4}{p}\mu_3)\sin^2\tau$.

Численная иллюстрация физики автоколебательного процесса

Рассмотрим физику процесса в реальной автоколебательной системе «однофазный асинхронный электродвигатель – маятник» при малых углах автоколебаний, когда ее параметры по (4) равны: $\mu_1 = 1{,}73$; $\mu_2 = 0{,}77$; $\mu_3 = 0{,}25$; $\mu_4 = 0{,}4$.

Радиус фазовой траектории устойчивого автоколебательного цикла согласно (6) будет $R_m = 1{,}3798$, а законы изменения переменных величин:

– $\varphi = 1{,}3798\cos\tau$;

– $\dot{\varphi} = -1{,}3798\sin\tau$;

– $\ddot{\varphi} = -1{,}3798\cos\tau$;

– $\mu_д = -0{,}87\sin\tau$;

– $\mu_н = -0{,}87\sin\tau$;

– $q_к = 1{,}9038\sin^2\tau$;

– $q_п = 1{,}9038\cos^2\tau$;

– $p_к = 1{,}9038\sin 2\tau$;

– $p_п = -1{,}9038\sin 2\tau$;

– $p_д = 1{,}2\sin^2\tau$;

– $p_н = 1{,}2\sin^2\tau$.

На рис. 1 представлены временные диаграммы указанных переменных, сориентированные в периоде по крайним и средним точкам положения маятника.

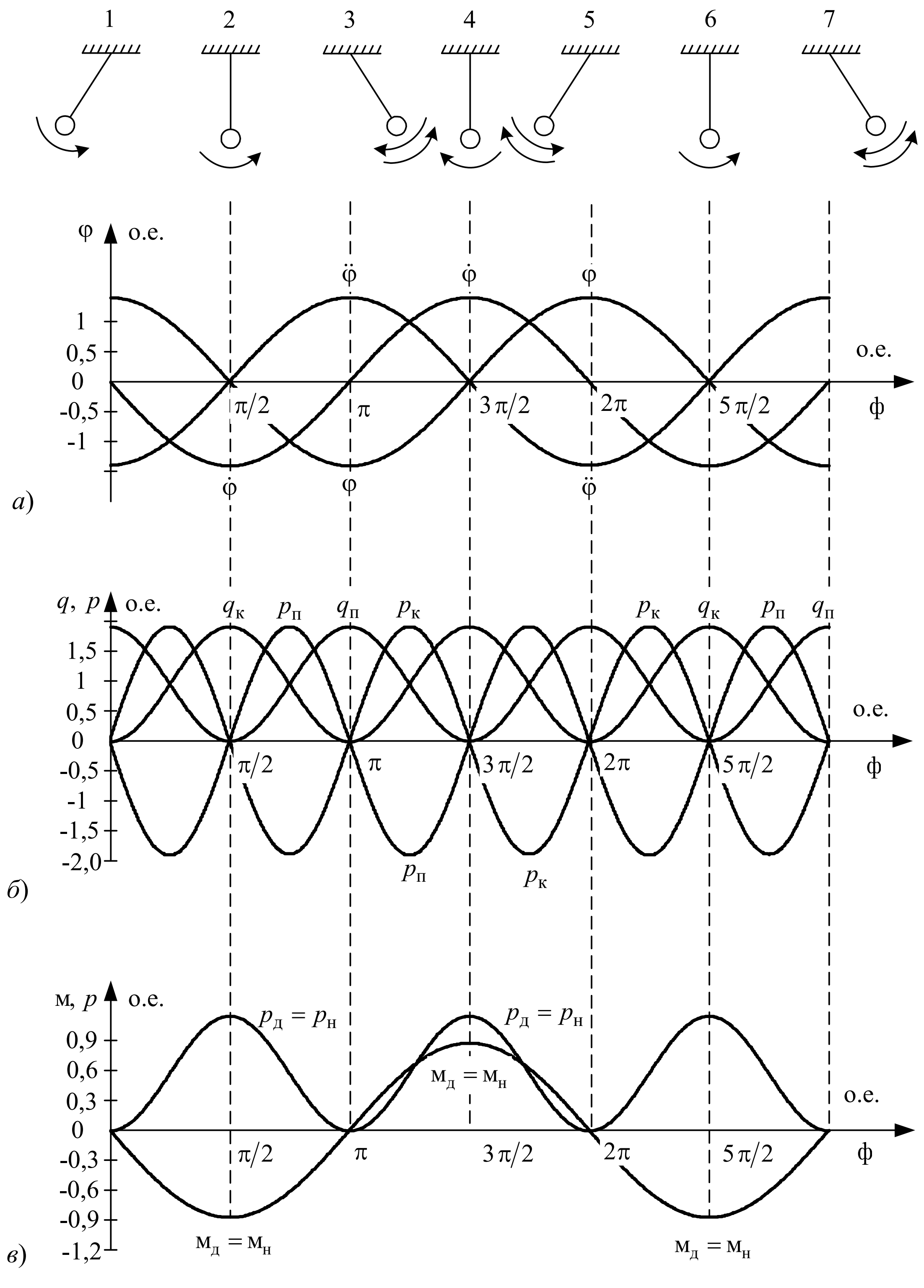


Рис. 1. Временные диаграммы координаты, скорости и ускорения (*а*), кинетической и потенциальной энергий (*б*), моментов и мощностей двигателя и нагрузки (*в*) при автоколебательном движении

Их анализ показывает, что в системе одновременно происходит два принципиально различных физических процесса: периодическое преобразование потенциальной энергии в кинетическую и компенсация механической энергии, потребляемой нагрузкой, электромагнитной энергией, вырабатываемой электродвигателем.

В первом приближении (гармоническая линеаризация) эти процессы идут независимо, поскольку $\ddot{\varphi}+\varphi=0$.

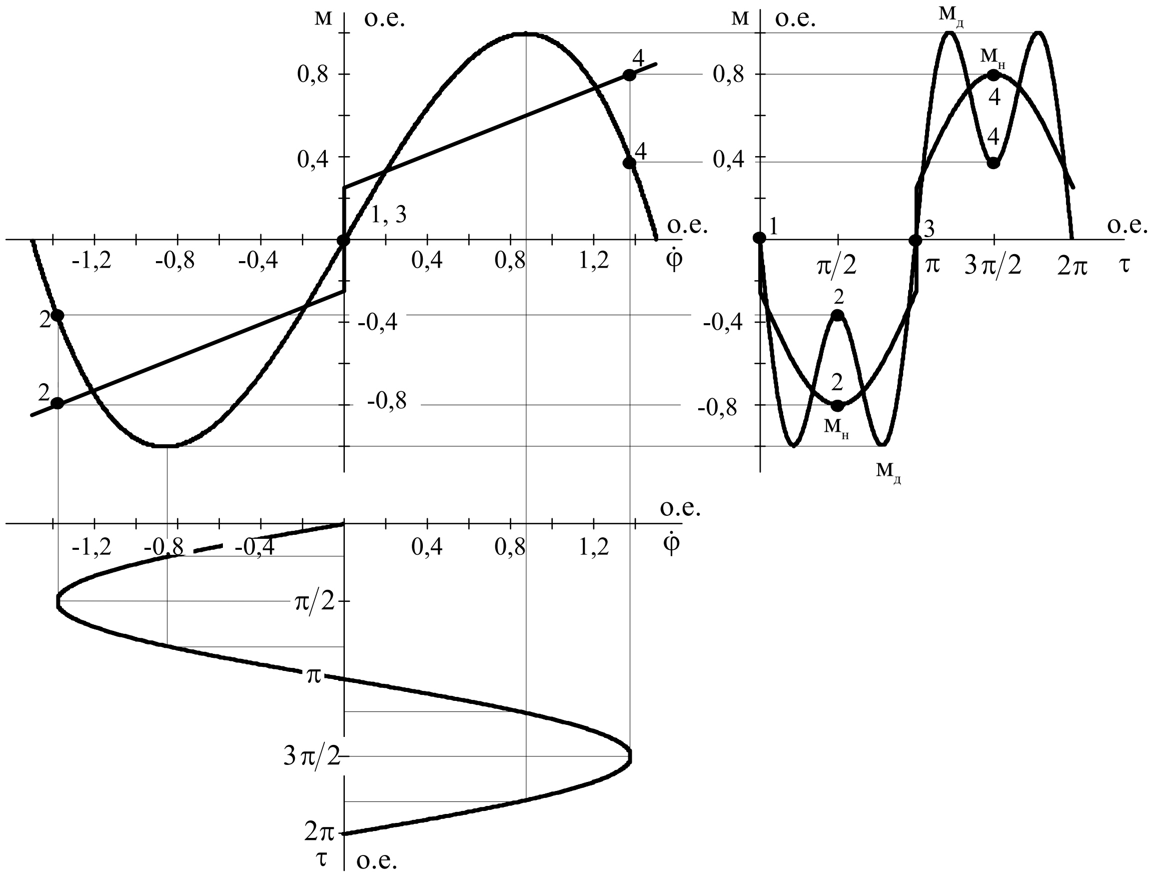
Потенциальная $q_{\text{п}}$ и кинетическая $q_{\text{к}}$ энергии положительны, изменяются с двойной частотой автоколебаний со сдвигом по фазе на 180° так, что суммарная энергия $q_{\text{К}}+q_{\text{П}}=1{,}9038$ остается постоянной и равной энергии, затраченной на первоначальное отклонение маятника для пуска в автоколебательный режим.

Потенциальная $p_{\text{П}}$ и кинетическая $p_{\text{К}}$ мощности разнополярны, изменяются тоже с двойной частотой со сдвигом по фазе на 180° так, что суммарная мощность $p_{\text{п}}+p_{\text{к}}=0$.

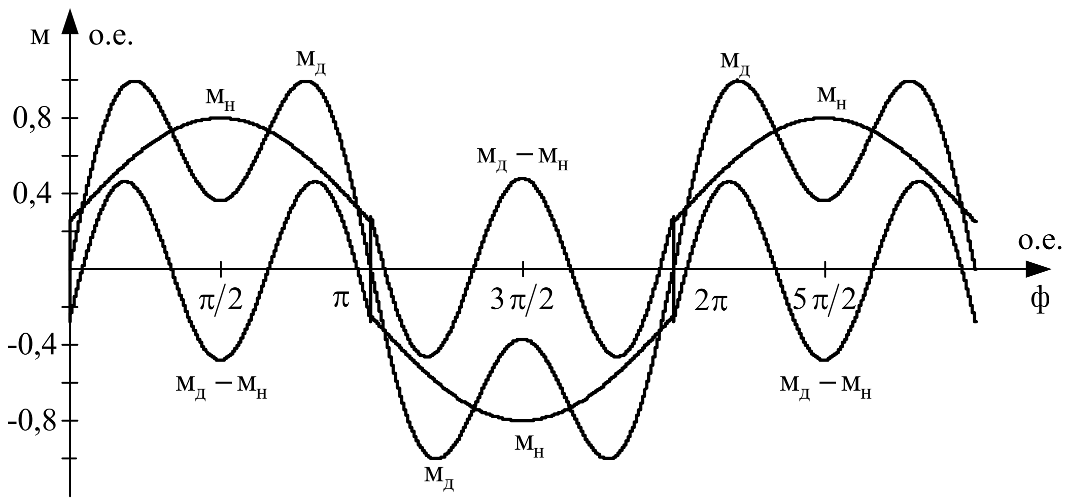
Сопоставление знаков энергий и мощностей показывает, что при движении маятника из положения 1 в положение 2 ($q_{\text{П}}>0$, $p_{\text{П}}<0$; $q_{\text{К}}>0$, $p_{\text{К}}>0$) потенциальная энергия полностью преобразуется в кинетическую, а при движении из положения 2 в положение 3 ($q_{\text{П}}>0$, $p_{\text{П}}>0$; $q_{\text{К}}>0$, $p_{\text{К}}<0$) кинетическая энергия преобразуется в потенциальную.

Этим обусловлено отсутствие электромагнитных пусковых процессов электродвигателя в крайних положениях маятника ($\dot{\varphi}=0$) и «застревания» его в нейтральном положении ($\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_m$).

Процесс компенсации нагрузки электродвигателем идет так, что мгновенная механическая мощность двигателя $p_{\text{Д}}$ изменяется с двойной частотой автоколебаний и полностью потребляется нагрузкой $p_{\text{Н}}$, а электромагнитное усилие двигателя и силы сопротивления нагрузки изменяются с частотой автоколебаний и равны друг другу.



а)



б)

Рис. 2. Построение временных диаграмм моментов двигателя и нагрузки (*а*) и их расхождение (*б*)

С целью уточнения физики процессов, происходящих в автоколебательной системе, были графически получены циклограммы моментов нагрузки и электродвигателя при гармоническом законе автоколебаний с помощью механических характеристик.

В рассматриваемом случае согласно (2) и (3) механические характеристики двигателя и нагрузки можно записать в виде

$$\mu_д(\dot{\varphi}) = 1{,}73\dot{\varphi} - 0{,}77\dot{\varphi}^3;$$

$$\mu_н(\dot{\varphi}) = 0{,}25\,\mathrm{Sign}\,\dot{\varphi} + 0{,}4\dot{\varphi}\,.$$

Результаты построений представлены на рис. 2, для $\dot{\varphi} = -1{,}3798\sin\tau$, где точками 1,…, 4 обозначены соответствующие положения маятника на рис. 1.

Видно, что при перемещении маятника из положения 1 в положение 2 первоначально $\mu_н > \mu_д$, что приводит к подтормаживанию движения, затем $\mu_д > \mu_н$, что заставляет маятник разгоняться, и, наконец, при подходе к нейтральному положению 2 вновь $\mu_н > \mu_д$ и вновь маятник тормозится.

За счет кинетической энергии маятник проходит нейтраль с максимальной скоростью и процесс «подтормаживания – разгона» повторяется.

Таким образом, в течение цикла автоколебаний имеется девиация закона колебаний по отношению к гармоническому. Кроме того, выяснилось, что для получения устойчивых автоколебаний рабочая точка на механической характеристике электродвигателя должна «забегать» за критическую и точку пересечения механических характеристик электродвигателя и нагрузки.

На рис. 2, *б* представлены временные диаграммы момента двигателя, нагрузки и их разности. В рассматриваемом случае эта разность достаточно велика, что говорит о необходимости уточнения закона колебаний, например, по методу гармонического баланса.

Выводы

1. В исследованной системе в первом приближении периодические процессы преобразования потенциальной энергии в кинетическую и обратно и компенсации диссипативных сил электромагнитными можно рассматривать независимо друг от друга.

2. Устойчивый автоколебательный цикл возникает в системе при «забегании» рабочей точки механической характеристики двигателя за критическую и точку пересечения ее с механической характеристикой нагрузки.

3. При большом различии в механических характеристиках двигателя и нагрузки в течение цикла автоколебаний возникает девиация закона колебаний по отношению к гармоническому.

Литература

1. Луковников, В. И. Условие устойчивости автоколебательной системы «однофазный асинхронный электродвигатель – пружина» / В. И. Луковников, Г. И. Селиверстов, А. В. Туренкова // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2005. – № 4. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2005. – С. 64–68.
2. Пат. 1С1 BY, МПК G01B 1/00, G01M 13/00. Стенд динамических испытаний пружин / Луковников В. И., Рудченко Ю. А. – № 2156; заявл. 14.02.05; опубл. 30.09.05 // Афіцыйны бюлетэнь / Дзярж. пат. ведамства Рэсп. Беларусь. – 2005. – № 3.

Получено 14.07.2006 г.