СИНТЕЗ МЕХАНИЗМА ПО МЕТОДУ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ

И. А. Черный

Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого, Беларусь

Научный руководитель Н. В. Иноземцева

Методы оптимизации с применением ЭВМ дают возможность практически решить любую задачу синтеза механизмов. Однако эти методы дают количественное решение любой задачи синтеза и не позволяют видеть влияние отдельных параметров синтеза на качественные характеристики механизма. Проводить качественный анализ ожидаемых решений позволяет метод синтеза механизмов, основывающийся на теории приближения функций.

Задача приближения функций состоит в том, что заданная функция $y = F(x)$ приближенно заменяется другой функцией $y = P(x)$ мало от нее отличающейся (рис. 1) [1]. Данная функция называется приближающей, содержит m постоянных параметров $r_1,\ r_2,\ ...,r_m$.

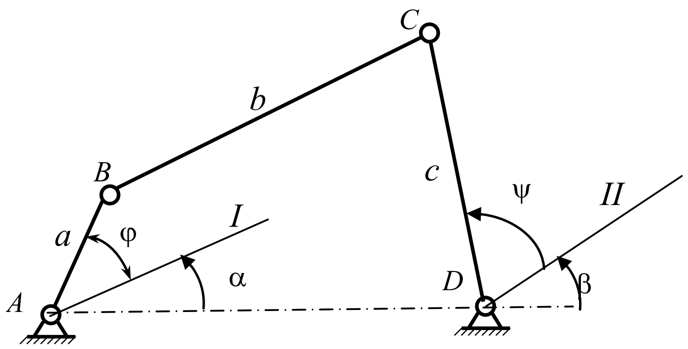

Рис. 1

Отклонение Δ приближающей функции от заданной является функцией аргумента x и параметров приближающей функции:

$$\Delta = \Delta(x, r_1, r_2, ..., r_m). \tag{1}$$

Параметры приближающей функции в задачах синтеза механизмов совпадают с параметрами синтеза или их комбинациями. Теория приближения функций дает возможность найти искомые значения выходных параметров синтеза непосредственно из системы уравнений, составляемой на основании условий минимума максимальной величины отклонения (1).

Задача приближенного синтеза механизмов может быть разделена на три этапа [1]:

1. Выбор основного условия синтеза и дополнительных ограничений.
2. Упрощение аналитического выражения основного условия синтеза в виде отклонения от заданной функции.
3. Вычисление параметров синтеза из условий минимума отклонения от заданной функции. Способ вычисления искомых параметров зависит от вида используемого приближения функций.

Применим метод приближения функций для синтеза передаточного шарнирного четырехзвенника (рис. 2) [2]. Обозначим через φ входную координату, т. е. угол поворота звена *AB*, а через ψ-угол поворота выходного звена *CD*.

Тогда заданная функция имеет вид

$$\psi = \psi(\varphi). \tag{2}$$

Шарнирный четырехзвенник может обеспечить точное воспроизведение заданной функции только в некоторых частных случаях. В общем случае он воспроизводит некоторую другую функцию:

$$\psi_м = \psi_м(\varphi, a, b, c, \alpha, \beta), \tag{3}$$

которая зависит от аргумента φ и от пяти параметров синтеза: длин звеньев и углов α и β, определяющих начала отсчетов углов φ и ψ.

Для того чтобы механизм воспроизводил заданную функцию достаточно точно, следует выбрать такую комбинацию параметров синтеза, при которой функция (3) возможно мало отличается от заданной функции (2) на рассматриваемом отрезке изменения аргумента от $\varphi = 0$ до $\varphi = \varphi_m$.

Отклонение от заданной функции измеряется величиной разности:

$$\Delta_\psi = \psi_м - \psi , \tag{4}$$

где $\psi_м$ – угол поворота звена *CD* в механизме при некотором значении угла φ, ψ – заданная величина угла поворота звена *CD* при том же значении угла φ.

Произведем перестановку углов φ, ψ и α, β, принимая теперь за углы φ, ψ – углы между линией *AD* и осями *AX* и *DX*, жестко связанными с *AB* и *CD* под углами α, β соответственно. От такой перестановки углов положения звеньев *AB* и *CD*, составляющих со стойкой углы $\alpha + \varphi$ и $\beta + \psi$, не изменяется. После описанного преобразования с помощью функции $\psi = \psi(\varphi)$ можно легко определить положение системы *Dxy*, жестко связанной со звеном *DC*, относительно системы *AXY*, жестко связанной со звеном *AB*. Соответствующие формулы следуют из рис. 2:

$$X_D = \cos(2\pi - \varphi),\ Y_D = \sin(2\pi - \varphi),\ \theta = \psi - \varphi. \tag{5}$$

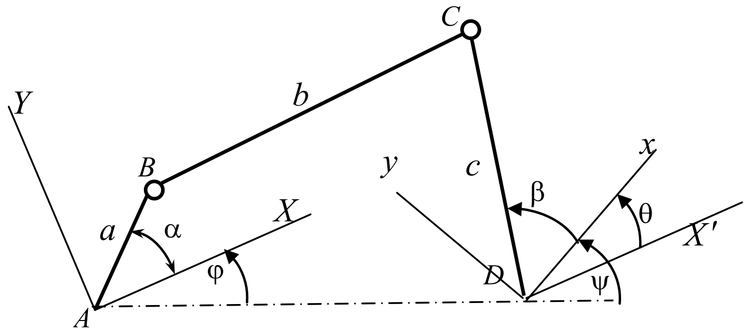

Рис. 2

Таким образом, дано движение плоскости *Dxy* относительно неподвижной плоскости *AXY*, требуется определить такую точку *C* плоскости *Dxy*, траектория которой в интервале $[0, \varphi_m]$ приближается к дуге окружности. При такой постановке задачи неизвестными будут координаты x_C, y_C точки *C* в *Dxy* и координаты центра В X_B и Y_B в плоскости *AXY*, а также радиус приближающей окружности $BC = b$.

После определения пяти указанных неизвестных параметров в соответствии с рис. 2 можно вычислить размеры *a*, *c*, углы α, β:

$$a = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}\ ,\ c = \sqrt{x_C^2 + y_C^2}\ ,\ \alpha = \mathrm{arctg}(\frac{Y_B}{X_B})\ ,\ \beta = \mathrm{arctg}(\frac{y_C}{x_C}). \tag{6}$$

Была рассмотрена задача приближенного воспроизведения функции $\psi = k\varphi$ в интервале $[0, \varphi_m]$ для шарнирного четырехзвенника. Примем $k = \frac{1}{2}$, φ_m = 0–80°. Разобьем рассматриваемый интервал на 20 равных частей и определим значения X_{D_i}, Y_{D_i}, θ_i по формулам (5) ($i = 1,2–21$, $\varphi_1 = 0$, $\varphi_м = 80$), устанавливающие 21 положение системы Dxy относительно AXY. Положение точки C в системе определяется координатами: $x_C = -2{,}27474$, $y_C = -0{,}55895$. Координаты центра соответствующей приближающей окружности и ее радиус находим $X_B = -0{,}76325$, $Y_B = 0{,}64594$, $R = 1{,}30798$. Далее по формулам (6) вычисляем искомые параметры $a = 0{,}9999$, $b = R$, $c = 2{,}3424$, $\alpha = 139°45'$, $\beta = 193°48'$. Спроектированный механизм показан на рис. 3.

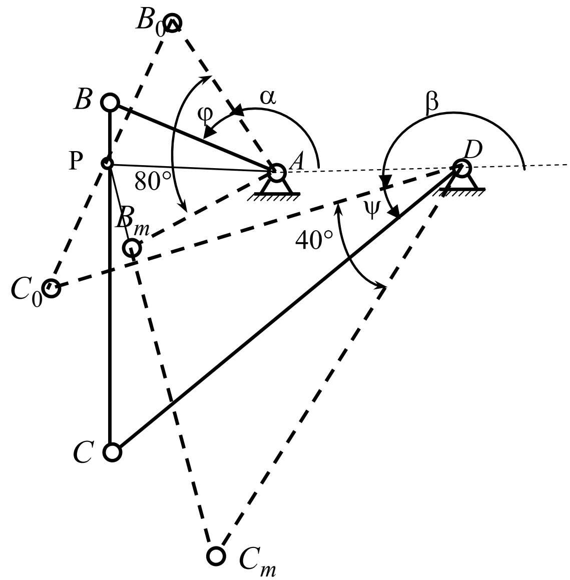

Рис. 3

Отклонение от заданной функции в указанном интервале не превышает $2'$.

Данный метод позволяет с высокой точностью воспроизвести уравнение движения выходного звена в механизмах с низшими кинематическими парами.

Л и т е р а т у р а

1. Левитский, Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М. : Наука, 1979. – 576 с.
2. Саркисян, Ю. Л. Аппроксимационный синтез механизмов / Ю. Л. Саркисян. – М. : Наука, 1982. – 304 с.