УДК 621.317

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ И ПОГРЕШНОСТЬ МОСТОВОЙ СХЕМЫ С ОДНИМ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

В. А. КАРПОВ, О. М. РОСТОКИНА

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Для измерения неэлектрических величин широкое распространение получили резистивные чувствительные элементы (ЧЭ), электрическое сопротивление которых изменяется под действием физической величины [1]–[3]. При этом преобразование изменения электрического сопротивления в пропорциональное ему напряжение осуществляется с использованием различных измерительных схем, наиболее распространенной из которых является мостовая. Обычно при использовании мостовых схем производится оценка ее максимальной чувствительности в зависимости от изменения сопротивления ЧЭ и электрических сопротивлений моста [4], [5], либо анализируется чувствительность с учетом несовершенств и особенностей используемой активной мостовой схемы [6], [7]. Однако в случае применения одного ЧЭ полезное выходное напряжение моста нелинейно связано с изменением сопротивления ЧЭ и соотношением сопротивлений моста. Между тем анализ взаимосвязи чувствительности и нелинейности преобразования сопротивления ЧЭ в полезное напряжение отсутствует.

Настоящая работа посвящена нахождению аналитической связи между погрешностью от нелинейности, чувствительностью и соотношением электрических сопротивлений мостовой схемы с одним чувствительным элементом.

Мостовая схема с одним ЧЭ в традиционном исполнении представлена на рис. 1.

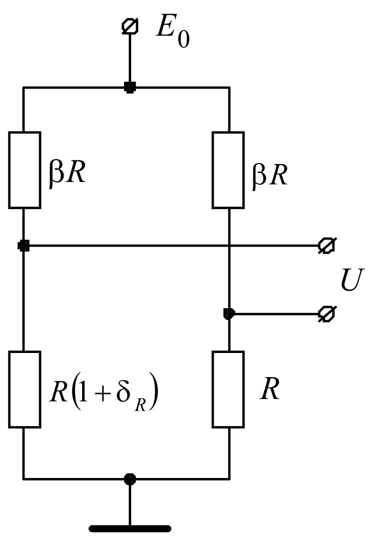

Рис. 1. Мостовая измерительная схема с одним резистивным чувствительным элементом $R(1+\delta_R)$

В данном случае под действием преобразуемой физической величины сопротивление ЧЭ изменяется на ΔR. Изначально сопротивление ЧЭ равно R. Относительное изменение сопротивления ЧЭ равно $\delta_R = \Delta R / R$. Принято считать, что при нулевом воздействии физической величины мост сбалансирован, т. е. в его измерительной диагонали нулевое напряжение. Отношение сопротивлений верхних плеч моста к нижним обозначим через β. Как правило, $\beta \geq 1$. С учетом отмеченного выходное напряжение моста U можно получить в следующем виде:

$$U = E_0 \frac{R(1+\delta_R)}{\beta R + R(1+\delta_R)} - E_0 \frac{R}{\beta R + R} = E_0 \frac{\beta \delta_R}{(1+\beta)(1+\beta+\delta_R)}, \tag{1}$$

где E_0 – напряжение питания моста.

Из полученного выражения видно, что выходное напряжение зависит как от отношения сопротивления плеч моста β, так и от относительного изменения сопротивления ЧЭ δ_R, причем нелинейно. Чувствительность моста принято оценивать выражением [2]:

$$S = \frac{\partial U}{\partial \delta_R} = E_0 \frac{\beta}{(1+\beta+\delta_R)^2}. \tag{2}$$

Из (2) видно, что чувствительность максимальна при $\delta_R = 0$, т. е. в сбалансированном мосте. При изменении β от нуля до бесконечности чувствительность S равна нулю при $\beta = 0, \infty$. Таким образом, при промежуточных β, $S \neq 0$, т. е. $S(\beta)$ имеет экстремум. Найдем значение β^*, при котором $S'(\beta^*) = 0$, а $S(\beta^*)$ имеет максимальное значение. Находя производную, можно получить:

$$\frac{dS}{d\beta} = \left[E_0 \frac{\beta}{(1+\beta+\delta_R)^2} \right]'_\beta = E_0 \frac{1+\delta_R-\beta}{(1+\beta+\delta_R)^3}.$$

После приравнивания полученного выражения нулю,

$$E_0 \frac{1+\delta_R-\beta^*}{(1+\beta^*+\delta_R)^3} = 0,$$

имеем $\beta^* = 1+\delta_R$, а максимальное значение чувствительности $S(\beta^*) = S_{\max}$ равно

$$S_{\max} = S(\beta^*) = \frac{E_0}{4(1+\delta_R)}.$$

При сбалансированном мосте значение чувствительности

$$S_{\max} = \frac{E_0}{4}.$$

Данное значение чувствительности получается при $\beta = 1$, т. е. при одинаковых сопротивлениях верхних и нижних плеч моста. В результате выходное напряжение моста при максимальной чувствительности равно:

$$U = \frac{E_0}{4} \cdot \frac{\delta_R}{1+0{,}5\delta_R}.$$

Для оценки нелинейности преобразования мостовой схемы с одним ЧЭ положим, что под действием физической величины относительное изменение сопротивления ЧЭ изменяется от 0 до $\delta_{R\max}$, тогда выходное напряжение изменяется в интервале $\left[0;\, E_0 \frac{\beta\delta_{R\max}}{(1+\beta)(1+\beta+\delta_{R\max})}\right]$.

Изменение $U(\delta_R)$ представлено на рис. 2.

Через точки [0; 0] и $[\delta_{R\max}; U(\delta_{R\max})]$ проведем градуировочную прямую, являющуюся идеальным выходным напряжением, т. е. напряжением, линейно связанным с изменением δ_R. Уравнение градуировочной прямой в пределах изменения δ_R $(0, \delta_{R\max})$ будет иметь вид:

$$U_{\text{гр}}(\delta_R) = \frac{U(\delta_{R\max})}{\delta_{R\max}}\delta_R = E\frac{\beta\delta_{R\max}}{(1+\beta)(1+\beta+\delta_{R\max})\delta_{R\max}}\delta_R. \quad (3)$$

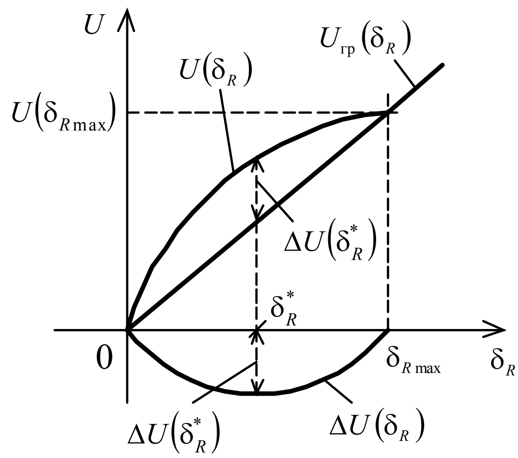

Рис. 2. Пояснение вывода максимальной относительной приведенной погрешности $\gamma(\delta_R^*)$

Абсолютная погрешность преобразования ΔU имеет вид

$$\Delta U(\delta_R) = U_{\text{гр}}(\delta_R) - U(\delta_R)$$

или

$$\Delta U(\delta_R) = -E\frac{\beta}{1+\beta}\frac{\delta_R(\delta_{R\max}-\delta_R)}{(1+\beta+\delta_R)(1+\beta+\delta_{R\max})}. \quad (4)$$

Из полученного выражения видно, что абсолютная погрешность отрицательна и имеет нулевое значение в крайних точках диапазона $[0; \delta_{R\max}]$, а внутри этого диапазона достигает максимального значения. Оценим погрешность от нелинейности приведенной относительной погрешности $\gamma(\delta_R)$:

$$\gamma(\delta_R) = \frac{\Delta U(\delta_R)}{U_{\text{гр}}(\delta_{R\max})}.$$

С использованием выражений (3) и (4) можно получить выражение для приведенной погрешности в зависимости от относительного изменения электрического сопротивления ЧЭ. Выражение для приведенной погрешности имеет вид:

$$\gamma(\delta_R) = -\frac{\delta_R(\delta_{R\max} - \delta_R)}{\delta_{R\max}(1+\beta+\delta_R)}. \qquad (5)$$

Поскольку $\gamma(\delta_R)$ на интервале $[0; \delta_{R\max}]$ изменяется монотонно, то экстремальное значение $\gamma(\delta_R)$ будет иметь в точке δ_R^*, в которой значение производной $\gamma'(\delta_R^*) = 0$. Находя производную от приведенной погрешности

$$\frac{d\gamma(\delta_R)}{d\delta_R} = -\frac{(\delta_{R\max} - 2\delta_R)(1+\beta+\delta_R) - (\delta_{R\max}\cdot\delta_R - \delta_R^2)}{\delta_{R\max}(1+\beta+\delta_R)^2},$$

после упрощения имеем:

$$\frac{d\gamma(\delta_R)}{d\delta_R} = \frac{\delta_R^2 + 2(1+\beta)\delta_R - (1+\beta)\delta_{R\max}}{\delta_{R\max}(1+\beta+\delta_R)^2} = 0.$$

Значение δ_R^* находится из решения квадратного уравнения

$$\delta_R^2 + 2(1+\beta)\delta_R - (1+\beta)\delta_{R\max} = 0,$$

решая которое с учетом того, что $\delta_R \geq 0$, можно найти δ_R^*:

$$\delta_R^* = \sqrt{(1+\beta)^2 + (1+\beta)\delta_{R\max}} - 1 - \beta.$$

Для нахождения максимального значения приведенной погрешности $\gamma_{\max}$ полученное выражение δ_R^* подставляем в выражение (5), после чего имеем:

$$\gamma(\delta_R^*) = \frac{\delta_{R\max}\left(\sqrt{(1+\beta)^2 + (1+\beta)\delta_{R\max}} - 1 - \beta\right) - \left(\sqrt{(1+\beta)^2 + (1+\beta)\delta_{R\max}} - 1 - \beta\right)^2}{\delta_{R\max}\left(1+\beta+\sqrt{(1+\beta)^2 + (1+\beta)\delta_{R\max}} - 1 - \beta\right)}.$$

После упрощения

$$\gamma(\delta_R^*) = \frac{\delta_{R\max}\sqrt{(1+\beta)^2 + (1+\beta)\delta_{R\max}} - 2\left(\sqrt{(1+\beta)^2 + (1+\beta)\delta_{R\max}}\right)^2 + 2(1+\beta)\left(\sqrt{(1+\beta)^2 + (1+\beta)\delta_{R\max}}\right)}{\delta_{R\max}\sqrt{(1+\beta)^2 + (1+\beta)\delta_{R\max}}}$$

или

$$\gamma(\delta_R^*) = \frac{\delta_{R\max} - 2\sqrt{(1+\beta)^2 + (1+\beta)\delta_{R\max}} + 2(1+\beta)}{\delta_{R\max}}. \qquad (6)$$

Представляя радикал числителя в виде

$$\sqrt{(1+\beta)^2+(1+\beta)\delta_{R\max}}=(1+\beta)\sqrt{1+\frac{\delta_{R\max}}{1+\beta}}$$

и принимая во внимание то, что $\delta_{R\max}<<1$, последнее выражение можно разложить в ряд Тейлора с точностью до членов второго порядка малости:

$$(1+\beta)\sqrt{1+\frac{\delta_{R\max}}{1+\beta}}\approx(1+\beta)\left(1+0{,}5\frac{\delta_{R\max}}{1+\beta}-0{,}125\frac{\delta^2_{R\max}}{(1+\beta)^2}\right).$$

Подставляя полученное выражение в (6) и проводя упрощения, окончательно имеем:

$$\gamma_{\max}=\gamma(\delta^*_R)=\frac{1}{4}\cdot\frac{\delta_{R\max}}{1+\beta}. \tag{7}$$

Из полученного выражения следует, что для уменьшения погрешности преобразования следует увеличивать отношение плеч моста β, однако при этом снижается чувствительность (см. (2)) по сравнению с максимальной. Снижение чувствительности обозначим коэффициентом n:

$$n=\frac{S_{\max}(\beta=1)}{S(\beta)}=\frac{E_0}{4}\cdot\frac{(1+\beta)^2}{4\beta}. \tag{8}$$

Выражая из (7) β по заданному $\delta_{R\max}$ и требуемой погрешности $\gamma_{\text{тр}}$

$$\beta=\frac{0{,}25\delta_{R\max}}{\gamma_{\text{тр}}}-1 \tag{9}$$

и подставляя в (8), можно получить коэффициент снижения чувствительности n:

$$n=\frac{1}{16}\cdot\frac{\left(\dfrac{\delta_{R\max}}{\gamma_{\text{тр}}}\right)^2}{\left(\dfrac{\delta_{R\max}}{\gamma_{\text{тр}}}-4\right)}. \tag{10}$$

Например, если $\delta_{R\max}=10\,\%$, $\gamma_{\text{тр}}=0{,}1\,\%$, тогда коэффициент снижения чувствительности n будет равен:

$$n=\frac{1}{16}\cdot\frac{100^2}{(100-4)}=26{,}04;$$

$$\beta=\frac{0{,}25\cdot 10}{0{,}1}-1=24.$$

Таким образом, для снижения погрешности, в конкретном случае, в сто раз требуется повысить коэффициент усиления в ~ 26 раз, а отношение сопротивления верхних плеч к сопротивлению нижних необходимо сделать равным 24.

Полученные выражения (8)–(10) позволяют находить убыль чувствительности измерительной схемы (которую естественно придется компенсировать увеличением коэффициента усиления) по требуемой погрешности преобразования.

Литература

1. Левшина, Е. С. Электрические измерения физических величин: измерительные преобразователи / Е. С. Левшина, П. В. Новицкий. – Л. : Энергоатомиздат, 1983. – 370 с.
2. Датчики : справочник / под ред. З. Ю. Горты и О. И. Чайковского. – Львов : Камунар, 1995. – 312 с. : ил.
3. Фрайден, Дж. Современные датчики : справочник / Дж. Фрайден. – М. : Техносфера, 2005. – 592 с. : ил.
4. Ahrerd, H. Operationsverstärker in Verbindung mit Messbrücken / H. Ahrerd. – J. «Radio-fernsehen Elektronik». – 1983. – 32. – № 1. – S. 54–55.
5. High-accuracy bridge amplifier. Electronics world+wireless world // July 1990. – T. 24. – P. 582–583.
6. Amplifier applications guide. AD. – 1992. – С. 1–13.
7. Wangh, J. Dual opamps improve bridge sensitivity / J. Wangh // «EDN». – 1989. – V. 34. – № 1. – P. 210–212.

Получено 03.03.2011 г.