

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗУЮЩИХ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ФОРМИРУЕМЫХ СБОРНЫМИ ПЕРИФЕРИЙНЫМИ ФРЕЗАМИ**

**М. И. МИХАЙЛОВ**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

### **Введение**

Математическое моделирование поверхностей деталей является основой системы автоматизированного проектирования (САПР) ТП. Для решения проблемы формирования САПР ТП необходимы методические переходы, которые позволяют создавать ее отдельные блоки. На первом этапе необходимо разработать математические модели теоретических поверхностей [1], которые формируются инструментальными поверхностями. Большое количество работ посвящено исследованиям шероховатости кинематических поверхностей, которая рассматривалась как элемент ее топографии [2]–[12] и др.

Авторы этих работ в основном решали задачу определения размеров остаточных гребешков шероховатости, полученных в результате различных методов обработки. Гребешки шероховатости изучались в одной из секущих плоскостей (продольной или поперечной). Кроме того, отдельными авторами выявлено влияние геометрии, чаще всего углов в плане, радиуса закруглений режущих кромок на размеры шероховатостей [7], [8].

Чаще всего формообразование резанием при определенных допущениях рассматривают как процесс образования поверхности производящим элементом в виде точки, линии или поверхности, которые движутся относительно заготовки [6], [9], [10], [12]. При этом обработанную поверхность представляют в виде следа режущей кромки или в виде огибающей исходной инструментальной поверхности.

Различные аспекты теории формообразования поверхностей резанием обобщены в [10], [11], где предложены классификации схем формообразования на основе разновидностей относительного движения инструмента и заготовки, представленных с помощью аксоидов этих элементов, для выявления инструментальных поверхностей, допускающих обработку заданной поверхности. В результате исследований процессов формообразования поверхностей дисковыми, реечными и червячными инструментами [12] дан анализ используемых на практике схем формообразования поверхностей режущей кромкой и производящей поверхностью инструмента, условий формообразования номинальной поверхности инструментом. Разработаны методы определения оптимальных параметров установки инструментов, погрешности формообразования и решены другие задачи, что позволило сформулировать теоретические основы проектирования инструментов. Однако в этих работах не приведены особенности формирования поверхностей сборным инструментом и не учтено влияние расположения сменных многогранных

пластин (СМП) в корпусе инструмента на шероховатость обработанных поверхностей.

Для решения прямой задачи формообразования [1] необходимо иметь математическую модель формообразующих кромок и траекторий их движения. Если невозможно создать аналитическую модель формообразующих кромок, путем совместного решения уравнений передней и задней поверхностей, то одним из возможных путей решения этой задачи является использование методов формализованного построения формообразующего профиля зубьев режущего инструмента. Под формализованным построением профиля будем понимать алгоритм, реализующий вычисление координат опорных его точек.

Такое представление процесса формообразования поверхности, учитывая, что ее образующая может иметь любую форму, в том числе и непрерывно изменяющуюся при движении, является универсальным. В связи с этим, в описании метода формообразования поверхности должна отражаться форма характеристического образа инструмента, т. е. инструментальной поверхности.

Для реализации этого алгоритма необходимо в основной плоскости статической системы координат записать уравнения формообразующих кромок инструмента, которые затем позволяют определить шероховатость обработанной поверхности в секущих плоскостях, одна плоскость которой является продольной, а вторая – поперечной секущей поверхности детали. Под продольной секущей плоскостью понимают плоскость, содержащую направляющую поверхности детали и нормаль к ней, а под поперечной – плоскость, содержащую образующую и нормаль к ней.

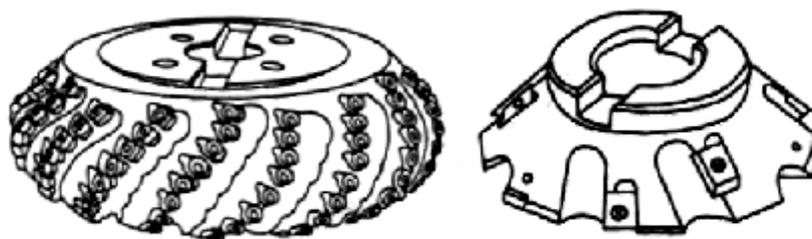
### **Цель работы**

Формирование математических моделей образующих инструментальных поверхностей для различного расположения СМП в корпусе режущего инструмента.

### **Методика моделирования**

Так как режущая кромка зуба сборного инструмента может быть непрерывной или прерывистой, то описание ее в системе координат, связанной с базовой осью или базовой плоскостью инструмента, можно производить в различной форме.

Рассмотрим несколько вариантов моделирования инструментальных поверхностей, образующая которых формируется из СМП внешнего вращающегося инструмента (рис. 1). Для этого будем рассматривать секции фрезы, имеющие одну СМП различной формы.



*Рис. 1. Эскизы сборных фрез*

В зависимости от вида и типа СМП, а также ее расположения в корпусе инструмента были выделены следующие варианты.

Вариант 1. Трехгранные пластины имеют  $\alpha_n = 0$  и для образования заднего угла зуба инструмента, пластину необходимо установить в корпусе под этим углом. Тогда передняя поверхность не будет совпадать с основной плоскостью (рис. 2).

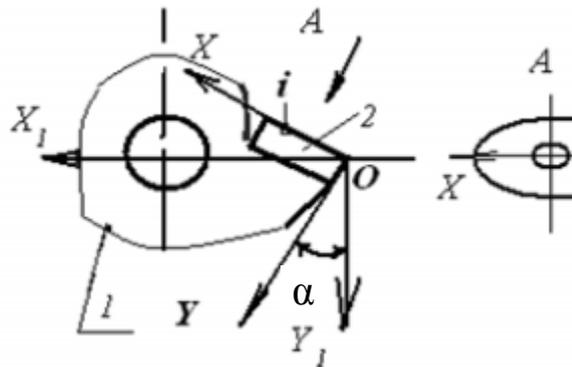


Рис. 2. Эскиз рабочей части сборного вращающегося инструмента с трехгранным режущим элементом: 1 – корпус инструмента; 2 – СМП

Если в местной системе координат XYZ формообразующие кромки будут заданы в виде радиус-векторов  $r_i$  отдельных точек, то в системе координат  $X_1Y_1Z_1$ , ось  $X_1$  которой пересекает ось вращения инструмента, они имеют вид:

$$\bar{r}_{1i} = [A_1] \bar{r}_i, \tag{1}$$

где  $[A_1] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;  $\bar{r}_{1i}$  – радиус-вектор  $i$ -й точки образующей

инструментальной поверхности;  $\bar{r}_i$  – радиус-вектор  $i$ -й точки формообразующих кромок СМП.

Вариант 2. Передняя поверхность многогранной пластины не совпадает с основной (формообразующей) плоскостью, которая содержит ось вращения фрезы и точку на формообразующей кромке. Выберем местную систему координат, в плоскости ZOY которой расположена верхняя грань пластины без искажения, кромки которой состоят из участков прямых (рис. 3, а). Для преобразования формообразующих кромок в образующую инструментальной поверхности была введена система координат  $X_2Y_2Z_2$ , ось  $O_2Z_2$  которой проходит через ось вращения инструмента.

Уравнения преобразования координат XYZ в  $X_2Y_2Z_2$  запишем в виде:

$$Y = Y_2 \cos \gamma_{yi}; \quad X = X_2 = 0; \quad Z = Z_2, \tag{2}$$

где  $\gamma_{yi}$  – угол между осью  $Y_2$ , проходящую через  $i$ -ю точку формообразующей кромки пластины, и плоскостью касательной к ее передней поверхности.

По данным рис. 3, а:

$$\cos \gamma_{yi} = \sqrt{1 - Y_2^2(1) \sin^2 \gamma_y / Y_2^2}, \quad Y_2(1) \equiv R, \tag{3}$$

где  $R$  – максимальный радиус инструмента;  $\gamma_y$  – поперечный передний угол поворота пластины в точке кромки с радиусом  $R$ .

Принимаем, что в системе координат  $XYZ$  формообразующие кромки имеют вид участков прямых, тогда уравнение одной из них можно записать в виде:

$$Z = kY + b, \text{ при } Y(1) < Y < Y(2), \quad (4)$$

где  $k$  и  $b$  – параметры прямой.

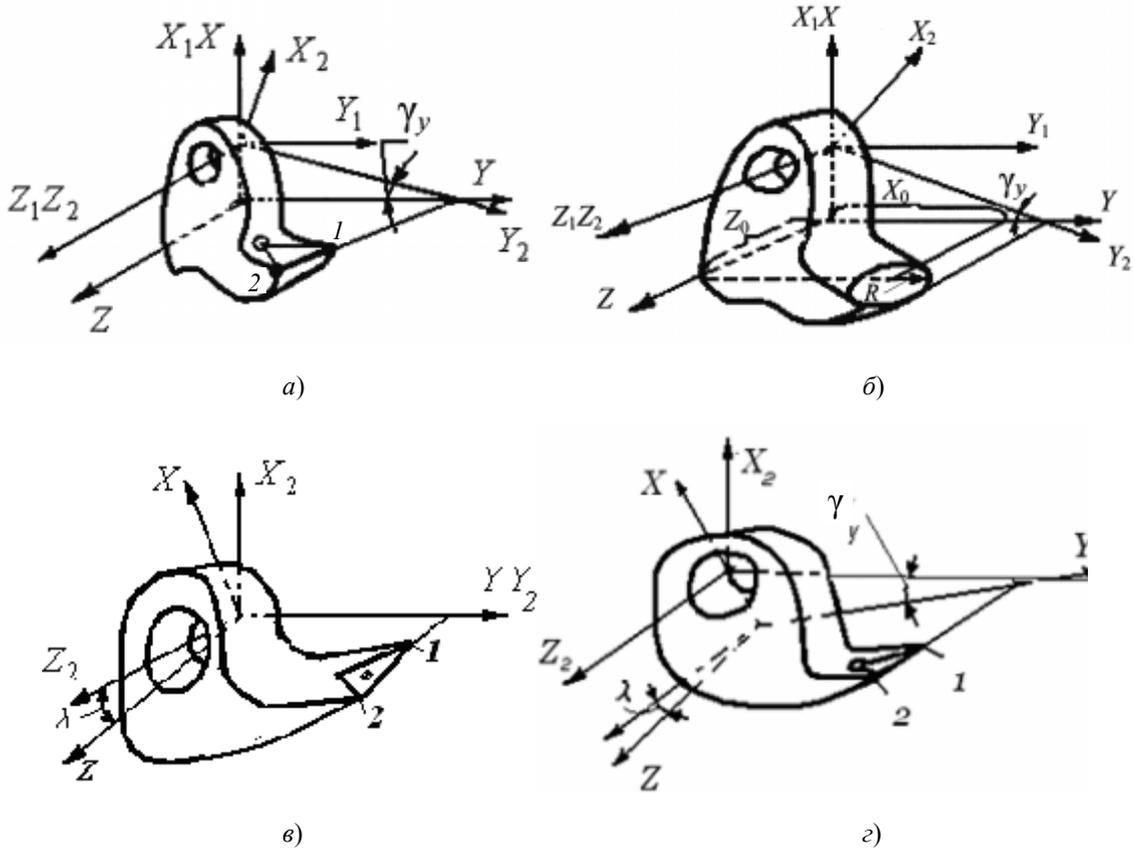


Рис. 3. Эскизы секций рабочей части сборного вращающегося инструмента

Подставив в уравнение (4) зависимости (2) и (3), можно получить уравнение образующей инструментальной поверхности в виде:

$$\frac{Y_2^2}{Y_2^2(1)\sin^2 \gamma_y} - \frac{(Z_2 - b)^2}{k^2 Y_2^2(1)\sin^2 \gamma_y} = 1. \quad (5)$$

Формула (5) позволяет заключить, что прямая формообразующая кромка СМП преобразуется в гиперболу образующей инструментальной поверхности.

*Вариант 3.* В качестве режущего элемента используется пластина формы усеченного конуса с  $\alpha_n \neq 0$ .

В системе координат  $XYZ$  (рис. 3, б) уравнение формообразующей кромки можно записать:

$$(Y - Y_0)^2 + (Z - Z_0)^2 = R^2, \text{ при } Z_0 - R \leq Z \leq Z_0 + R, \quad Y_0 \leq Y \leq Y_0 + R, \quad (6)$$

где  $Y_0 Z_0$  – координаты центра верхней грани пластины в системе  $XYZ$ ;  $R$  – радиус кривизны формообразующей кромки пластины.

Найдем уравнение образующей инструментальной поверхности в системе  $X_2 Y_2 Z_2$ , ось  $O_2 Z_2$  которой проходит через ось вращения инструмента. Для этого

использовались преобразования (2) и (3), подставив которые в уравнение (6), получили:

$$\left( \frac{\left( \sqrt{Y_2^2 - Y_2^2(1)\sin^2 \gamma_y} - \sqrt{Y_{02}^2 - Y_2^2(1)\sin^2 \gamma_y} \right)^2}{R^2} + \frac{(Z_2 - Z_{02})^2}{R^2} \right) = 1. \quad (7)$$

*Вариант 4.* Если в качестве СМП используется пластина в форме усеченной пирамиды с  $\alpha_n \neq 0, \gamma_n \neq 0$ , и опорная поверхность которой повернута относительно оси инструмента на угол  $\lambda$  (рис. 3, в), то в системе координат  $XYZ$  формообразующую кромку можно записать в виде:

$$Z = kY + b \text{ при } Y(1) < Y < Y(2), \quad (8)$$

где  $k$  и  $b$  – параметры прямой, а  $Y(1), Y(2)$  – координаты начала и конца формообразующей кромки в точках 1 и 2.

Уравнения преобразования системы  $XYZ$  в систему  $X_2Y_2Z_2$  принимали в виде:

$$Y = Y_2 \sqrt{1 - (Z_2^2 / Y_2^2) \operatorname{tg}^2 \lambda}; \quad X = X_2 = 0; \quad Z = Z_2 / \cos \lambda. \quad (9)$$

Уравнения преобразования систем координат (9) подставили в уравнение формообразующей кромки (8) и после несложных преобразований получили уравнение образующей инструментальной поверхности:

$$\frac{Z_2^2 - 2Z_2 b \cos \lambda + k^2 Z_2 \sin^2 \lambda}{b^2 \cos^2 \lambda} - \frac{k^2 Y_2^2}{b^2} = -1. \quad (10)$$

Для частного случая расположения СМП, т. е. при  $Z = kY$ , уравнение образующей примет вид:

$$Z_2 = \frac{k \cos \lambda}{\sqrt{1 + k^2 \sin^2 \lambda}} Y_2. \quad (11)$$

В случае, если формообразующая кромка параллельна оси  $Z$ , т. е.  $Y = b$ , то уравнение образующей инструментальной поверхности преобразуется к виду:

$$\frac{Y_2^2}{(b)^2} - \frac{Z_2^2}{(b/\operatorname{tg} \lambda)^2} = 1. \quad (12)$$

*Вариант 5.* В том случае, когда в качестве формообразующего элемента принята пластина формы усеченного конуса с  $\alpha_n \neq 0$  и установлена под углом  $\lambda \neq 0$ , то используя местную систему координат, аналогичную приведенной на рис. 3, в, для которой оси  $OZ$  и  $OY$  располагаются в плоскости, совпадающей с верхней поверхностью пластины, можно записать ее уравнение

$$(Y - Y_0)^2 + (Z - Z_0)^2 = R^2, \text{ при } Z_0 - R \leq Z \leq Z_0 + R, \quad Y_0 \leq Y \leq Y_0 + R, \quad (13)$$

где  $Y_0, Z_0$  – координаты центра пластины в системе координат  $XYZ$ ;  $R$  – радиус формообразующей кромки пластины.

Для получения уравнения образующей инструментальной поверхности используем систему координат  $X_2Y_2Z_2$ , ось  $O_2Z_2$  которой совпадает с осью

инструмента, а  $O_2Y_2$  – проходит через рассматриваемую точку формообразующей кромки.

Подставив уравнения преобразования систем координат (9) в уравнение (13), получили уравнение образующей инструментальной поверхности в виде:

$$\frac{\left(\sqrt{Y_2^2 \cos^2 \lambda - Z_2^2 \sin^2 \lambda} - \sqrt{Y_{02}^2 \cos^2 \lambda - Z_{02}^2 \sin^2 \lambda}\right)^2}{R^2 \cos^2 \lambda} + \frac{(Z_2 - Z_{02})^2}{R^2 \cos^2 \lambda} = 1. \quad (14)$$

*Вариант б.* Сменная многогранная пластина имеет  $\alpha_n \neq 0$  и ее поверхность, служащая в качестве передней, составляет угол  $\gamma_y$  с основной плоскостью в точке кромки с максимальным радиусом инструмента  $R$  и, кроме того, она повернута относительно оси инструмента на угол  $\lambda$ .

Рассмотрим применение двух видов СМП для этого варианта.

В первом случае СМП в форме усеченной пирамиды и формообразующие кромки можно представить в виде прямых, каждую из которых можно описать в системе  $XYZ$  (рис. 3, з) в виде:

$$Z = kY + b \text{ при } Y(1) < Y < Y(2), \quad (15)$$

где  $k$  и  $b$  – параметры прямой;  $Y(1)$ ,  $Y(2)$  – координаты начала и конца формообразующей кромки в точках 1 и 2.

Для получения уравнения образующей инструментальной поверхности используем систему координат  $X_2Y_2Z_2$ , ось  $O_2Z_2$  которой совпадает с осью инструмента, а  $O_2Y_2$  – проходит через рассматриваемую точку формообразующей кромки.

Уравнения преобразования системы  $XYZ$  в систему  $X_2Y_2Z_2$  запишем в виде:

$$Y = (1/Y_2) \sqrt{Y_2^2 - (Y_2(1) \sin \gamma_y + Z_2 \operatorname{tg} \lambda)^2}; \quad X_2 = X = 0; \quad Z = Z_2 / \cos \lambda, \quad (16)$$

где  $Y_2(1) \equiv R$ ,  $R$ ,  $\gamma_y$  – максимальные значения радиуса инструмента и поперечного переднего угла в этой точке.

Подставив выражение (16) в уравнение (15), получим уравнение образующей инструментальной поверхности в виде:

$$Z_2 = k \sqrt{Y_2^2 \cos^2 \lambda - (Y_2(1) \cos \lambda \sin \gamma_y + Z_2 \sin \lambda)^2} + b \cos \lambda. \quad (17)$$

Для частного случая расположения СМП, т. е. при  $Z = kY$ , уравнение образующей инструментальной поверхности примет вид:

$$\begin{aligned} Z_2^2 (1 + k^2 \sin^2 \lambda) + 2Z_2 Y_2(1) k^2 \cos \lambda \sin \lambda \sin \gamma_y = \\ = k^2 \cos^2 \lambda (Y_2^2 - Y_2^2(1) \sin^2 \gamma_y). \end{aligned} \quad (18)$$

В случае, если формообразующая кромка параллельна оси  $OZ$ , т. е.  $Y = b$ , то уравнение образующей преобразуется к виду:

$$\frac{Y_2^2}{b^2 + Y_2^2(1) \sin^2 \gamma_y} - \frac{Z_2^2 \operatorname{tg}^2 \lambda - 2Z_2 Y_2(1) \sin \gamma_y \operatorname{tg} \lambda}{b^2 + Y_2^2(1) \sin^2 \gamma_y} = 1. \quad (19)$$

Во втором случае СМП формы усеченного конуса и формообразующая кромка в системе  $XYZ$  описывается уравнением

$$(Y - Y_0)^2 + (Z - Z_0)^2 = R_n^2$$

при

$$Z_0 - R_n \leq Z \leq Z_0 + R_n, \quad Y_0 \leq Y \leq Y_0 + R_n, \quad (20)$$

где  $Y_0, Z_0$  – координаты центра грани пластины в системе координат  $XYZ$ ;  $R_n$  – радиус формообразующей кромки пластины.

Подставив выражение (16) в (20), получим уравнение образующей инструментальной поверхности в виде:

$$\frac{\sqrt{Y_2^2 - (Y_2(1) \sin \gamma_y + Z_2 \operatorname{tg} \lambda)^2} \sqrt{Y_{02}^2 - (Y_2(1) + Z_{02} \operatorname{tg} \lambda)^2}}{R_n^2} + \frac{(Z_2 - Z_0)^2}{\cos \lambda R_n^2} = 1. \quad (21)$$

### Заключение

Предложенная методика позволяет сформировать в процессе проектирования сложный режущий инструмент из унифицированных блоков в виде колец с использованием сменных многогранных пластин. Кроме того, полученные математические модели образующих инструментальных поверхностей позволяют найти образующую, а также установить влияние расположения СМП на форму инструментальной поверхности, а значит на шероховатость и топографию обработанной поверхности.

### Литература

1. Михайлов, М. И. К вопросу о методике моделирования кинематических поверхностей, сформированных режущим инструментом по различным схемам формообразования / М. И. Михайлов // *Машиностроение* : сб. науч. тр. – Минск, 2000. – Вып. 16. – С. 125–132.
2. Маталин, А. А. Точность механической обработки и проектирование технологических процессов / А. А. Маталин. – Ленинград : *Машиностроение*, 1970. – 319 с.
3. Корсаков, В. С. Точность механической обработки / В. С. Корсаков. – Москва : Машгиз, 1962. – 379 с.
4. Шарин, Ю. С. Технологическое обеспечение станков с ЧПУ / Ю. С. Шарин. – Москва : *Машиностроение*, 1986. – 176 с.
5. Ермаков, Ю. М. Технология и станки тангенциального точения / Ю. М. Ермаков. – Москва : *Машиностроение*, 1979. – 152 с.
6. Данилов, В. А. Формообразующая обработка сложных поверхностей резанием / В. А. Данилов. – Минск : *Навука і тэхніка*, 1995. – 264 с.
7. Родин, П. Р. Обработка фасонных поверхностей на станках с ЧПУ / П. Р. Родин, Г. А. Линкин, В. Н. Татаренко. – Киев : *Техника*, 1976. – 198 с.
8. Фельдштейн, Е. А. Шероховатость поверхности при тонком точении спеченных порошковых материалов / Е. А. Фельдштейн // *Машиностроение* : сб. науч. ст. – Минск, 1979. – Вып. 5. – С. 94–98.
9. Смирнов, А. И. Анализ перспектив развития методов формообразования в машиностроении / А. И. Смирнов, И. А. Смирнов. – Москва : *НИИМаш*, 1982. – 49 с.

10. Радзевич, С. П. Формообразование поверхностей деталей. Основы теории / С. П. Радзевич. – Киев : Растан, 2001. – 592 с.
11. Дружинский, А. И. Сложные поверхности: математическое описание и технологическое обеспечение : справочник / А. И. Дружинский. – Ленинград : Машиностроение, 1985. – 263 с.
12. Лашнев, С. И. Проектирование режущей части инструмента с применением ЭВМ / С. И. Лашнев, М. И. Юликов. – Москва : Машиностроение, 1980. – 208 с.

*Получено 21.10.2010 г.*