УДК 548.24

УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ НЕ ТОНКОГО ДВОЙНИКА КЛИНОВИДНОЙ ФОРМЫ

О. М. ОСТРИКОВ
Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Существующая дислокационная теория тонкого двойника описывает двойникование с позиций линейного скопления полных дислокаций [1]–[4]. При этом, как отмечалось в [2], дислокационное описание двойника клиновидной формы схоже с описанием дислокационной трещины, тонкого мартенситного включения или полосы скольжения. В качестве главного преимущества такого подхода можно отметить использование достижений теории дислокационных трещин [5] для развития теории двойникования и согласующегося с экспериментальными данными описания ряда явлений, наблюдаемых при двойниковании кристаллов. Основным недостатком такого подхода является то, что он применим для весьма ограниченного класса наблюдаемых на практике двойников. Тонкие двойники, как правило, наблюдаются лишь на начальной стадии формирования двойника. Эта стадия называется упругим двойникованием и характеризуется пренебрежимо малой (но не нулевой) шириной двойника у устья по сравнению с длиной двойника. На стадии остаточного двойникования, когда ширина двойника преимущественно соизмерима с его длиной, теория тонкого двойника не может быть корректно применена. Применимость этой теории также затруднительна и на стадии упругого двойникования, когда рассматривается напряженно-деформированное состояние вблизи границ упругого тонкого двойника. Использование дислокационной теории тонкого двойника для таких задач дает грубое приближение.

Наличие указанных проблем создало необходимость разработки теории не тонких двойников. Такие попытки делались с использованием модели дискретного распределения двойникующих дислокаций на границах двойника [6]. Однако из-за большого количества двойникующих дислокаций, находящихся на границах даже микродвойника, делает дискретное суммирование вклада двойникующих дислокаций весьма объемной задачей. Поэтому в работах [7]–[9] было предложено такой подход использовать для случая нанодвойникования, экспериментально изученного в [10]. А для случая микро- и макродвойников с большим количеством двойникующих дислокаций на масштабном уровне, допускающем приближение непрерывного распределения дислокаций на двойниковых границах, в [9], [11], [12] заложены основы макроскопической дислокационной модели не тонкого двойника. Развитие данной модели, не требующей условия тонкости двойника, нельзя назвать завершенным. Поэтому представляется актуальной цель данной работы, заключающаяся в рассмотрении условия равновесия не тонкого двойника клиновидной формы в случае непрерывного распределения двойникующих дислокаций на его границах.

Рассмотрим совокупность условий равновесия двух границ двойника:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_{ij}^{(1)}}{\partial x_j} + f_i^{(1)} - S_i^{(1)} = 0; \\ \dfrac{\partial \sigma_{ij}^{(2)}}{\partial x_j} + f_i^{(2)} - S_i^{(2)} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $\sigma_{ij}^{(1)}$ и $\sigma_{ij}^{(2)}$ – напряжения, созданные первой и второй границей клиновидного двойника соответственно; $f_i^{(1)}$ и $f_i^{(2)}$ – плотности сил, действующих на первую и вторую двойниковые границы соответственно со стороны противоположной границы; $S_i^{(1)}$ и $S_i^{(2)}$ – плотности сил неупругой природы, действующих на первую и вторую границу соответственно.

Рассмотрим двойник, находящийся вдали от поверхности кристалла. Такая возможность образования двойника вдали от поверхности кристалла, в том числе с изменением его формы, рассмотрена, например, в [1], [2]. Для упрощения задачи пренебрежем напряжениями у устья двойника, обусловленными источником двойникующих дислокаций. Пренебрежем также величиной ступеньки, которую образует двойник, например, на границе зерна, которая часто является источником двойникующих дислокаций вдали от поверхности кристалла. Если считать каждую из границ двойника источником внешних сил для другой границы, то (1) примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_{xx}^{(1)}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{xy}^{(1)}}{\partial y} + b_{\text{кр}}\left(\sigma_{xy}^{(2)} + \sigma_{xy}^{e}\right) + b_{\text{в}}\left(\sigma_{yz}^{(2)} + \sigma_{yz}^{e}\right) - S_x^{(1)} = 0; \\ \dfrac{\partial \sigma_{xy}^{(1)}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yy}^{(1)}}{\partial y} + b_{\text{кр}}\left(\sigma_{xx}^{(2)} + \sigma_{xx}^{e}\right) + b_{\text{в}}\left(\sigma_{xz}^{(2)} + \sigma_{xz}^{e}\right) - S_y^{(1)} = 0; \\ \dfrac{\partial \sigma_{xz}^{(1)}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yz}^{(1)}}{\partial y} = 0; \\ \dfrac{\partial \sigma_{xx}^{(2)}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{xy}^{(2)}}{\partial y} + b_{\text{кр}}\left(\sigma_{xy}^{(1)} + \sigma_{xy}^{e}\right) + b_{\text{в}}\left(\sigma_{yz}^{(1)} + \sigma_{yz}^{e}\right) - S_x^{(2)} = 0; \\ \dfrac{\partial \sigma_{xy}^{(2)}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yy}^{(2)}}{\partial y} + b_{\text{кр}}\left(\sigma_{xx}^{(1)} + \sigma_{xx}^{e}\right) + b_{\text{в}}\left(\sigma_{xz}^{(1)} + \sigma_{xz}^{e}\right) - S_y^{(2)} = 0; \\ \dfrac{\partial \sigma_{xz}^{(2)}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_{yz}^{(2)}}{\partial y} = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь

$$f_x^{(1)} = b_{\text{кр}}\left(\sigma_{xy}^{(2)} + \sigma_{xy}^{e}\right) + b_{\text{в}}\left(\sigma_{yz}^{(2)} + \sigma_{yz}^{e}\right);$$

$$f_y^{(1)} = b_{\text{кр}}\left(\sigma_{xx}^{(2)} + \sigma_{xx}^{e}\right) + b_{\text{в}}\left(\sigma_{xz}^{(2)} + \sigma_{xz}^{e}\right);$$

$$f_x^{(2)} = b_{\text{кр}}\left(\sigma_{xy}^{(1)} + \sigma_{xy}^{e}\right) + b_{\text{в}}\left(\sigma_{yz}^{(1)} + \sigma_{yz}^{e}\right);$$

$$f_y^{(2)} = b_{\text{кр}}\left(\sigma_{xx}^{(1)} + \sigma_{xx}^{e}\right) + b_{\text{в}}\left(\sigma_{xz}^{(1)} + \sigma_{xz}^{e}\right), \tag{3}$$

где σ_{ij}^{e} – компоненты тензора напряжений внешних сил; $b_{\text{кр}}$ и $b_{\text{в}}$ – модуль краевой и винтовой составляющей вектора Бюргерса частичной двойникующей дислокации Шокли [13].

В (2) учтено, что $\frac{\partial \sigma_{ij}^{(1)}}{\partial z} = 0$ и $\frac{\partial \sigma_{ij}^{(2)}}{\partial z} = 0,$ так как линии дислокаций параллельны оси z и градиент напряжений вдоль этой оси отсутствует. По этой же причине полагалось $f_z^{(1)} = 0,$ $f_z^{(2)} = 0.$ В (3) правая часть считается поделенной на единицу площади.

Из [9], [11] известно, что

$$\sigma_{ij}^{(1)}(x, y) = \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(x_0))^2}\, \rho_1(x_0) \sigma_{ij}^{(1,0)}(x, y, x_0) dx_0; \tag{4}$$

$$\sigma_{ij}^{(2)}(x, y) = \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(x_0))^2}\, \rho_2(x_0) \sigma_{ij}^{(2,0)}(x, y, x_0) dx_0, \tag{5}$$

где L – длина двойника; $f_1(x_0)$ и $f_2(x_0)$ – функции, характеризующие форму границ двойника; x_0 – параметр интегрирования; $\rho_1(x_0)$ и $\rho_2(x_0)$ – линейные плотности двойникующих дислокаций на первой и второй границах двойника соответственно; $\sigma_{ij}^{(1,0)}(x, y, x_0)$ и $\sigma_{ij}^{(2,0)}(x, y, x_0)$ – напряжения, создаваемые единичной двойникующей дислокацией, находящейся на первой или второй границе двойника соответственно, и определяемые по формулам [9], [11]:

$$\sigma_{xx}^{(1,0)}(x, y, x_0) = -\frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_1(x_0))[3(x - x_0)^2 + (y - f_1(x_0))^2]}{[(x - x_0)^2 + (y - f_1(x_0))^2]^2};$$

$$\sigma_{yy}^{(1,0)}(x, y, x_0) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_1(x_0))[(x - x_0)^2 - (y - f_1(x_0))^2]}{[(x - x_0)^2 + (y - f_1(x_0))^2]^2};$$

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(x, y, x_0) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x - x_0)[(x - x_0)^2 - (y - f_1(x_0))^2]}{[(x - x_0)^2 + (y - f_1(x_0))^2]^2};$$

$$\sigma_{zz}^{(1,0)}(x, y, x_0) = -\frac{\mu b_{\text{кр}} \nu}{\pi(1-\nu)} \frac{y - f_1(x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - f_1(x_0))^2};$$

$$\sigma_{xz}^{(1,0)}(x, y, x_0) = -\frac{\mu b_{\text{в}}}{2\pi} \frac{y - f_1(x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - f_1(x_0))^2};$$

$$\sigma_{yz}^{(1,0)}(x, y, x_0) = \frac{\mu b_{\text{в}}}{2\pi} \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (y - f_1(x_0))^2};$$

$$\sigma_{xx}^{(2,0)}(x, y, x_0) = -\frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_2(x_0))[3(x - x_0)^2 + (y - f_2(x_0))^2]}{[(x - x_0)^2 + (y - f_2(x_0))^2]^2};$$

$$\sigma_{yy}^{(2,0)}(x, y, x_0) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(y - f_2(x_0))[(x - x_0)^2 - (y - f_2(x_0))^2]}{[(x - x_0)^2 + (y - f_2(x_0))^2]^2};$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(x, y, x_0) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x - x_0)[(x - x_0)^2 - (y - f_2(x_0))^2]}{[(x - x_0)^2 + (y - f_2(x_0))^2]^2};$$

$$\sigma_{zz}^{(2,0)}(x,y,x_0) = -\frac{\mu b_{\text{кр}}\nu}{\pi(1-\nu)} \frac{y - f_2(x_0)}{(x-x_0)^2 + (y - f_2(x_0))^2};$$

$$\sigma_{xz}^{(2,0)}(x,y,x_0) = -\frac{\mu b_{\text{в}}}{2\pi} \frac{y - f_2(x_0)}{(x-x_0)^2 + (y - f_2(x_0))^2};$$

$$\sigma_{yz}^{(2,0)}(x,y,x_0) = \frac{\mu b_{\text{в}}}{2\pi} \frac{x - x_0}{(x-x_0)^2 + (y - f_2(x_0))^2},$$

где μ – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона.

Подставляя (4) и (5) в (2), получим:

$$\int_0^L \sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\rho_1(x_0)\left[\frac{\partial\sigma_{xx}^{(1,0)}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}^{(1,0)}}{\partial y}\right]dx_0 +$$

$$+\int_0^L \sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\rho_2(x_0)\left[b_{\text{кр}}\sigma_{xy}^{(2,0)} + b_{\text{в}}\sigma_{yz}^{(2,0)}\right]dx_0 = -\left(b_{\text{кр}}\sigma_{xy}^{e} + b_{\text{в}}\sigma_{yz}^{e}\right) + S_x^{(1)};$$

$$\int_0^L \sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\rho_1(x_0)\left[\frac{\partial\sigma_{xy}^{(1,0)}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yy}^{(1,0)}}{\partial y}\right]dx_0 +$$

$$+\int_0^L \sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\rho_2(x_0)\left[b_{\text{кр}}\sigma_{xx}^{(2,0)} + b_{\text{в}}\sigma_{xz}^{(2,0)}\right]dx_0 = -\left(b_{\text{кр}}\sigma_{xx}^{e} + b_{\text{в}}\sigma_{xz}^{e}\right) + S_y^{(1)};$$

$$\int_0^L \sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\rho_2(x_0)\left[\frac{\partial\sigma_{xx}^{(2,0)}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}^{(2,0)}}{\partial y}\right]dx_0 +$$

$$+\int_0^L \sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\rho_1(x_0)\left[b_{\text{кр}}\sigma_{xy}^{(1,0)} + b_{\text{в}}\sigma_{yz}^{(1,0)}\right]dx_0 = -\left(b_{\text{кр}}\sigma_{xy}^{e} + b_{\text{в}}\sigma_{yz}^{e}\right) + S_x^{(2)};$$

$$\int_0^L \sqrt{1+(f_2'(x_0))^2}\rho_2(x_0)\left[\frac{\partial\sigma_{xy}^{(2,0)}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yy}^{(2,0)}}{\partial y}\right]dx_0 +$$

$$+\int_0^L \sqrt{1+(f_1'(x_0))^2}\rho_1(x_0)\left[b_{\text{кр}}\sigma_{xx}^{(1,0)} + b_{\text{в}}\sigma_{xz}^{(1,0)}\right]dx_0 = -\left(b_{\text{кр}}\sigma_{xx}^{e} + b_{\text{в}}\sigma_{xz}^{e}\right) + S_y^{(2)}. \qquad (6)$$

Так как границы микродвойника находятся друг к другу на малом расстоянии, то можно считать, что

$$S_i^{(1)} = S_i^{(2)}. \qquad (7)$$

В этом случае, принимая в (6) интегралы неопределенными, с учетом (7) получим:

$$F_1 = -\frac{\mu(x-x_0)}{2\pi(1-\nu)}\left[\frac{b_{\text{кр}}^2\left[(x-x_0)^2 - (y - f_1(x_0))^2\right]}{\left[(x-x_0)^2 + (y-f_1(x_0))^2\right]^2} + \frac{b_{\text{в}}^2(1-\nu)}{\left[(x-x_0)^2 + (y-f_1(x_0))^2\right]}\right];$$

$$F_2 = -\frac{\mu(x-x_0)}{2\pi(1-\nu)}\left[\frac{b_{\text{кр}}^2\left[(x-x_0)^2-(y-f_2(x_0))^2\right]}{\left[(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2\right]^2}+\frac{b_{\text{в}}^2(1-\nu)}{\left[(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2\right]}\right];$$

$$F_3 = \frac{\mu(y-f_1(x_0))}{2\pi(1-\nu)}\left[\frac{b_{\text{кр}}^2\left[3(x-x_0)^2+(y-f_1(x_0))^2\right]}{\left[(x-x_0)^2+(y-f_1(x_0))^2\right]^2}+\frac{b_{\text{в}}^2(1-\nu)}{\left[(x-x_0)^2+(y-f_1(x_0))^2\right]}\right];$$

$$F_4 = \frac{\mu(y-f_2(x_0))}{2\pi(1-\nu)}\left[\frac{b_{\text{кр}}^2\left[3(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2\right]}{\left[(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2\right]^2}+\frac{b_{\text{в}}^2(1-\nu)}{\left[(x-x_0)^2+(y-f_2(x_0))^2\right]}\right]. \quad (8)$$

С другой стороны примем:

$$F_1 = \frac{\partial\sigma_{xx}^{(1,0)}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}^{(1,0)}}{\partial y}-b_{\text{кр}}\sigma_{xy}^{(1,0)}-b_{\text{в}}\sigma_{yz}^{(1,0)};$$

$$F_2 = \frac{\partial\sigma_{xx}^{(2,0)}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}^{(2,0)}}{\partial y}-b_{\text{кр}}\sigma_{xy}^{(2,0)}-b_{\text{в}}\sigma_{yz}^{(2,0)};$$

$$F_3 = \frac{\partial\sigma_{xy}^{(1,0)}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yy}^{(1,0)}}{\partial y}-b_{\text{кр}}\sigma_{xx}^{(1,0)}-b_{\text{в}}\sigma_{xz}^{(1,0)};$$

$$F_4 = \frac{\partial\sigma_{xy}^{(2,0)}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yy}^{(2,0)}}{\partial y}-b_{\text{кр}}\sigma_{xx}^{(2,0)}-b_{\text{в}}\sigma_{xz}^{(2,0)}. \quad (9)$$

Из (6), (8) и (9) следует:

$$\frac{F_1}{F_3}=\frac{F_2}{F_4},\ \frac{F_1}{F_2}=\frac{F_3}{F_4},$$

а также

$$\frac{\left[b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right](x-x_0)^2+\left[b_{\text{кр}}^2-b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right](y-f_1(x_0))^2}{\left[b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right](x-x_0)^2+\left[b_{\text{кр}}^2-b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right](y-f_2(x_0))^2}=$$

$$=\frac{(y-f_1(x_0))}{(y-f_2(x_0))}\frac{\left[3b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right](x-x_0)^2+\left[b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right](y-f_1(x_0))^2}{\left[3b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right](x-x_0)^2+\left[b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right](y-f_2(x_0))^2}. \quad (10)$$

Принимая $x=0$ и $y=0$, из (10) получим:

$$\frac{\left[b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right]x_0^2+\left[b_{\text{кр}}^2-b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right]f_1^2(x_0)}{\left[b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right]x_0^2+\left[b_{\text{кр}}^2-b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right]f_2^2(x_0)}=$$

$$=\frac{f_1(x_0)}{f_2(x_0)}\frac{\left[3b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right]x_0^2+\left[b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right]f_1^2(x_0)}{\left[3b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right]x_0^2+\left[b_{\text{кр}}^2+b_{\text{в}}^2(1-\nu)\right]f_2^2(x_0)}. \quad (11)$$

Вводя обозначения

$$\xi_1 = b_{\text{кр}}^2 + b_{\text{в}}^2(1-\nu);$$

$$\xi_2 = b_{\text{кр}}^2 - b_{\text{в}}^2(1-\nu);$$

$$\xi_3 = 3b_{\text{кр}}^2 + b_{\text{в}}^2(1-\nu),$$

из (11) получаем:

$$\left(f_2(x_0) - f_1(x_0)\right)\left(\xi_1\xi_2 f_1^2(x_0) f_2^2(x_0) + \xi_1^2 x_0^2\left(f_1^2(x_0) + f_2^2(x_0)\right) + \right.$$

$$\left. + \left(\xi_1^2 - \xi_2\xi_3\right)x_0^2 f_1(x_0) f_2(x_0) + \xi_1\xi_2 x_0^4\right) = 0. \qquad (12)$$

Связь между формой каждой границ будем искать в виде:

$$f_2(x_0) = \alpha_\Delta f_1(x_0), \qquad (13)$$

где α_Δ – искомая связующая величина.

Подставляя (13) в (12), получим:

$$\xi_1\left(\xi_2 f_1^2(x_0) + \xi_1 x_0^2\right) f_1^2(x_0)\alpha_\Delta + \left(\xi_1^2 - \xi_2\xi_3\right)x_0^2 f_1^2(x_0)\alpha_\Delta + \xi_1\xi_2 x_0^4 = 0.$$

Отсюда

$$\alpha_\Delta = \frac{-\left(\xi_1^2 - \xi_2\xi_3\right)x_0^2 f_1^2(x_0) \pm \sqrt{D_\Delta}}{2\xi_1\left(\xi_2 f_1^2(x_0) + \xi_1 x_0^2\right) f_1^2(x_0)}, \qquad (14)$$

где

$$D_\Delta = \left(\xi_1^2 - \xi_2\xi_3\right)^2 x_0^4 f_1^4(x_0) - 4\xi_1^2\xi_2\left(\xi_2 f_1^2(x_0) + \xi_1 x_0^2\right)x_0^4 f_1^2(x_0).$$

Данная величина должна удовлетворять условию

$$D_\Delta > 0.$$

Тогда

$$f_1(x_0) > \sqrt{\frac{4\xi_1^3\xi_2 x_0^2}{\left(\xi_1^2 - \xi_2\xi_3\right)^2 - 4\xi_1^2\xi_2^2}} \text{ и } \left(\xi_1^2 - \xi_2\xi_3\right)^2 > 4\xi_1^2\xi_2^2.$$

Таким образом, исходя из (12) и (13), функции, описывающие форму каждой из границ двойника, связаны друг с другом соотношением

$$f_2(x_0) = \frac{-\left(\xi_1^2 - \xi_2\xi_3\right)x_0^2 f_1^2(x_0) \pm \sqrt{D_\Delta}}{2\xi_1\left(\xi_2 f_1^2(x_0) + \xi_1 x_0^2\right) f_1(x_0)}.$$

Из данной формулы следует, что если форма одной границы двойника описывается функцией *n*-го порядка, то такой же порядок имеет и функция, описывающая форму другой границы.

Таким образом, используя приближение непрерывного распределения двойникующих дислокаций на двойниковых границах, не прибегая к модели тонкого двойника, получено условие равновесия клиновидного двойника, находящегося вдали от поверхности. На основании данного условия равновесия выведена взаимосвязь между функциями, описывающими форму каждой границы двойника. Это позволило установить, что данные функции имеют один порядок.

Литература

1. Косевич, А. М. Дислокационная теория упругого двойникования кристаллов / А. М. Косевич, В. С. Бойко // Успехи физ. наук. – 1971. – Т. 104, № 2. – С. 101–255.
2. Косевич, А. М. Дислокации в теории упругости / А. М. Косевич. – Киев : Наук. думка, 1978. – 220 с.
3. Boyko, V. S. Microstructure design by twinning in high-temperature superconductor $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ for enhanced J_c at high magnetic fields / V. S. Boyko, Siu-Wai Chan // Physica C. – 2007. – № 466. – P. 56–60.
4. Mei Linfeng. Twin engineering for high critical current densities in bulk $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ / Linfeng Mei, V. S. Boyko, Siu-Wai Chan // Physica C. – 2006. – № 439. – P. 78–84.
5. Ландау, Л. Д. Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1987. – 246 с.
6. Финкель, В. М. Разрушение кристаллов при механическом двойниковании / В. М. Финкель, В. А. Федоров, А. П. Королев. – Ростов-н/Д, 1990. – 172 с.
7. Остриков, О. М. Дислокационная модель наноддвойника / О. М. Остриков // Изв. РАН. Сер. Механика твердого тела. – 2008. – № 5. – С. 124–129.
8. Остриков, О. М. Расчет энергии нанодвойника клиновидной формы в рамках дислокационной мезоскопической модели / О. М. Остриков // Журн. техн. физики. – 2008. – Т. 78, № 2. – С. 58–62.
9. Остриков, О. М. Механика двойникования твердых тел : монография / О. М. Остриков. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – 301 с.
10. Остриков, О. М. Нанодвойникование монокристаллов висмута / О. М. Остриков // Изв. высш. учеб. заведений. Черн. металлургия. – 2002. – № 3. – С. 51–52.
11. Остриков, О. М. Дислокационная макроскопическая модель клиновидного двойника / О. М. Остриков // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2006. – № 2. – С. 10–18.
12. Остриков, О. М. Учет формы границ клиновидного двойника в его макроскопической дислокационной модели / О. М. Остриков // Физика металлов и металловедение. – 2008. – Т. 106, № 5. – С. 471–476.
13. Фридель, Ж. Дислокации / Ж. Фридель. – М. : Мир, 1967. – 644 с.

Получено 15.09.2011 г.