# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОДЪЕМА НАВЕСНОЙ МАШИНЫ

**В.Б. Попов**
*Гомельский политехнический институт им.П.О. Сухого, ГСКБПО «Гомсельмаш», Беларусь*

Исследование динамики процесса подъема навесных машин (НМ), агрегатируемых с тракторами и энергосредствами, составляет условие рационального проектирования гидронавесных систем (ГНС). В процессе подъема НМ в элементах ГНС возникают переменные нагрузки, поэтому без знания закона движения поршня гидроцилиндра (ГЦ) нельзя решить задачу кинетостатического анализа для плоского аналога механизма навески (МН). Целенаправленный многовариантный анализ адекватной математической модели (ММ) ГНС - основа для оптимизации на завершающей стадии ее параметрического синтеза [3].

Для исследования динамики подъема вес и масса со стороны, совершающей плоскопараллельное движение в продольно-вертикальной плоскости НМ приводятся к штоку ГЦ гидропривода (ГП). Влиянием веса звеньев МН пренебрегаем, вследствие их малости по отношению к весу НМ и одновременно считаем их абсолютно жесткими.

Динамическая модель машинного агрегата (МА) – ГНС+НМ представляет собой материальную точку с переменной массой $m(S)$, которая движется под действием переменной силы $Q(S)$, так что обобщенная координата $S$ (положение штока ГЦ) этой точки совпадает с обобщенной координатой МА в любой момент времени. Из закона равенства кинетических энергий приведенная масса , с учетом упомянутых допущений, определяется как:

$$m(S) = m_6 \cdot \left( \frac{dL_{S6}}{dS} \right)^2 + J_6 \cdot \left( \frac{d\varphi_6}{dS} \right)^2, \qquad (1)$$

где $m_6, J_6$ – соответственно масса и момент инерции НМ; $\frac{dL_{S6}}{dS}$, $\frac{d\varphi_6}{dS}$ – соответственно аналоги линейной скорости центра масс и угловой скорости НМ. Уравнение движения МА получим из уравнения Лагранжа 2 го рода:

$$\frac{d}{dt}\left( \frac{\partial T}{\partial S^2} \right) - \frac{\partial T}{\partial S} = Q(S). \qquad (2)$$

Подставляя в (2) известное выражение для кинетической энергии $T$, осуществляя необходимые преобразования и учитывая, что обобщенная сила $Q(S)$ равна разности между движущей силой $F_{дв}$ на штоке ГЦ и приведенной к нему со стороны НМ нагрузкой $P(S)$ получим:

$$m(S) \cdot \frac{d^2 S}{dt^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{dm(S)}{dS} \cdot \left( \frac{dS}{dt} \right)^2 = F_{дв} - P(S). \qquad (3)$$

При формировании ММ подъема НМ учитываются особенности работы ГНС. Подъем протекает за сравнительно короткое время (3-5 с.), т.е. близок к адиабатическому. Считаем, что большинство элементов ГП работает безинерционно. Температура, плотность, вязкость рабочей жидкости и количество нерастворенного в ней воздуха постоянны. Режим течения в напорной магистрали во время переходного процесса неустановившийся, ламинарно-турбулентный. На основе анализа, выполненного в [1] потери давления на трение определяются по выражению:

$$p_l = 27{,}5 \cdot \frac{\rho \cdot \nu \cdot L}{f} \cdot \upsilon + 0{,}443 \cdot \frac{k_\varepsilon \cdot \rho \cdot L}{\sqrt{f}} \cdot \upsilon^2; \qquad (4)$$

$$p_M = \frac{\zeta \cdot \rho}{2} \cdot \upsilon^2; \qquad p_i = \rho \cdot L \cdot \frac{d\upsilon}{dt},$$

где $\rho$ – плотность рабочей жидкости; $\nu$ - кинематическая вязкость; $L$ – длина магистрали; $f$ – площадь сечения магистрали; $k_\varepsilon$ – коэффициент относительной шероховатости; $\upsilon$ – средняя по сечению скорость столба жидк ости; $\zeta$ – коэффициент местного сопротивления; $p_M$, $p_j$ – потери давления местные и инерционные.

Рабочая жидкость в ГП мобильных машин представляет двухфазную гидровоздушную смесь (ГВС) [2]. Ее модуль объемной упругости (МОУ) при адиабатическом характере деформации и изменении давления от 1 до 20 МПа с точностью до 0.1% из [1] определяются по выражению:

$$E_c(p)=\frac{a\cdot\left[\dfrac{p_0}{p}\right]^{\frac{1}{n}}+(1-a)\cdot\left[\dfrac{E_a+A\cdot p_0}{E_a+A\cdot p}\right]^{\frac{1}{A}}}{\dfrac{a}{n\cdot p}\cdot\left[\dfrac{p_0}{p}\right]^{\frac{1}{n}}+\dfrac{1-a}{E_a+A\cdot p}},\qquad(5)$$

где $a$ – относительный процент нерастворенного воздуха; $p_0, p$ – соответственно начальное и текущее давления на участке магистрали; $n$ – показатель адиабаты; $E_a$ – МОУ жидкости при нормальном давлении; $A$ – коэффициент роста МОУ при росте давления на участке.

МОУ ГВС зависит от содержания нерастворенного воздуха и начального давления. Скорость распространения деформаций в магистрали почти на два порядка превосходит ее среднюю длину, поэтому волновые процессы не учитываются. Изменение приведенной нагрузки носит низкочастотный характер и неравномерность подачи ГН практически не влияет на процесс подъема. На основе этих утверждений считаем, что заполняющая напорный тракт ГВС сосредоточена в двух объемах небольшой протяженности (у ГН и ГЦ). Поэтому скорость изменения давления в каждом из объемов не связывается с положением сечения на участке. МОУ для деформирующихся полостей трубопровода, рукавов высокого давления и ГЦ определяется по выражению [2]:

$$E_{np}=\frac{E_c(p)}{1+\dfrac{E_c(p)}{E_m}\cdot\dfrac{D}{\delta}},\qquad(6)$$

где $E_m$ – МОУ материала полости; $D, \delta$ – соответственно внутренний диаметр и толщина стенки полости.

Следует отметить, что объем сосредоточенный в узле у ГН постоянный, а у ГЦ переменный, причем начальные давления в узлах неодинаковы и зависят в том числе от схемы их включения . Таким образом, переменный характер коэффициентов податливости в узле у ГЦ усиливается изменением сосредоточенного объема, возникающего из-за хода ГЦ. Используя уравнение неразрывности, перемещение столба жидкости и его производные выражаем через аналогичные параметры движущегося поршня ГЦ. На основании отмеченного, уравнение баланса давлений для участка ГН-ГЦ записывается:

$$a_1\cdot\frac{d^2S_1}{dt^2}+a_2\cdot\frac{dS_1}{dt}+a_3\cdot\left(\frac{dS_1}{dt}\right)^2\cdot sign\frac{dS_1}{dt}+p_2=p_1,\qquad(7)$$

где $a_1, a_2, a_3$ – коэффициенты пропорциональности соответствующие инерционным, магистральным и местным потерям давления.

Уравнения баланса объемных расходов для узлов ГН и ГЦ имеют вид:

$$\frac{dS_1}{dt}=\frac{Q_1}{F_H}-\frac{V_1}{F_H\cdot E(p_1)}\cdot\frac{dp_1}{dt};\qquad(8)$$

$$\frac{dS}{dt}=\frac{dS_1}{dt}-\frac{V_{20}+F_H\cdot(S-S_0)}{F_H\cdot E(p_2)}\cdot\frac{dp_2}{dt},\qquad(9)$$

где $Q_1$ – объемный расход на выходе ГН с учетом утечек; $V$ – объем ГВС в узле; $dS_1/dt$, $dS/dt$ – эквивалентные скорости перемещения поршня ГЦ; $F_н$ – площадь сечения поршня ГЦ.

Дифференциальное уравнение (ДУ) движения поршня ГЦ с учетом приведенной силы трения $F_{тр}^{пр}$ записывается в виде:

$$m(S)\cdot\frac{d^2S}{dt^2}+\frac{1}{2}\frac{dm(S)}{ds}\cdot\left(\frac{dS}{dt}\right)^2+F_{\text{тр}}^{\text{пр}}\cdot\operatorname{sgn}\left(\frac{dS}{dt}\right)+P(S)=p_2\cdot F_H. \tag{10}$$

Уравнение (10) одновременно является искомым ДУ движения МА, описывающим динамику подъема гидронавесным устройством навесной машины, а система уравнений (7-10) его базовой математической моделью. Эта система решается численным методом, например, Рунге-Кутта 4-го порядка. В результате определяется закон движения поршня ГЦ, а также давления в напорной магистрали у ГН и ГЦ.

Литература

1. Метлюк Н.Ф., Автушко В.П. Динамика пневматических и гидравлических приводов автомобилей. - М.: Машиностроение,1980. -231 с.

2. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: учебник для втузов. - М.: Машиностроение,1987. - 492 с.

3. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем : Учебник для вузов. - Мн.: ДизайнПРО,1997. - 640 с.