Доклады Академии Наук СССР
1947. Том LV, № 8

ГИДРОМЕХАНИКА

Б. Э. КАЗАРНОВСКАЯ

ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ВОДО-НЕФТЯНОГО КОНТАКТА И ОБВОДНЕНИЕ СКВАЖИН ПРИ ВОДОНАПОРНОМ РЕЖИМЕ МЕСТОРОЖДЕНИЯ

(Представлено академиком Л. С. Лейбензоном 7 X 1946)

Рассматривается полосовая нефтяная залежь большой протяженности в длину с рядами скважин, расставленными в направлении полосы и с параллельным ей контуром питания. Границы пласта (кровля и подошва) предполагаются плоскими, слабо наклоненными к горизонту, скважины — пробуренными перпендикулярно пласту и дебит скважины — равномерным по ее высоте. Фильтрационные константы (вязкость и плотность) приняты одинаковыми для воды и нефти. Течение в таком случае будет плоским.

Применительно к рассматриваемой задаче система рядов скважин может быть в расчетной схеме представлена гидродинамической системой, состоящей из одной бесконечной цепочки стоков, соответствующей ближайшему к водо-нефтяному контакту ряду, и параллельного потока с расходом жидкости, эквивалентным дебиту всех остальных рядов скважин.

Гидродинамическое поле такой системы определяется комплексным потенциалом:

$$F = \varphi + i\psi = \frac{q}{2\pi}\ln\sin\frac{\pi z}{2a} + \frac{q}{2a}\left(\frac{1}{2} + \alpha\right)zi + C_1 + iC_2\,, \tag{1}$$

где $2a$ — расстояние между скважинами в ряду, q — дебит скважины на единицу мощности пласта, αq — расход параллельного потока на ширине $2a$ и принято $C_2 = q/4$.

Случай $\alpha = 0$ соответствует единственному ряду скважин в области с односторонним питанием. Время перемещения жидкой частицы определяется формулой

$$t = m\int_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{d\varphi}{|\nabla\varphi|^2}, \tag{2}$$

где φ_0 — значение потенциальной функции в начальном положении частицы, φ — то же в конечном положении, m — пористость породы, $|\nabla\varphi|^2 = (\partial\varphi/\partial x)^2 + (\partial\varphi/\partial y)^2$ выражено через φ и ψ; ψ при интегрировании считается постоянным.

Для безразмерного времени τ, определяемого из соотношения $t = \frac{2ma^2}{\pi q}\tau$, получается в случае $\alpha = 0$ следующее выражение:

$$\tau = \pi\,[\bar{y}_0 - \nu + \operatorname{ctg}\eta\,(\bar{x} - \bar{x}_0)], \quad \bar{x} = x/a, \quad \bar{y} = y/a, \tag{3}$$

где $\bar{x}_0, \bar{y}_0$ — начальные безразмерные координаты частицы, $\bar{x}, \bar{y}$ — ее конечные координаты, η — параметр линии тока, по которой движется частица, определяемый из соотношения

$$\eta = \frac{2\pi}{q}\psi;$$

$\bar{x}, \bar{y}, \eta$, так же как и $\bar{x}_0, \bar{y}_0, \eta$, связаны уравнением:

$$\eta = -\operatorname{arc\,tg}\left(\operatorname{th}\frac{\pi\bar{y}}{2}\operatorname{ctg}\frac{\pi\bar{x}}{2}\right) + \frac{\pi\bar{x}}{2} + \frac{\pi}{2}. \tag{4}$$

Время притока к скважине получается из формулы (3) при $\bar{x} = \bar{y} = 0$:

$$\theta = \pi(\bar{y}_0 - \bar{x}_0 \operatorname{ctg}\eta). \tag{5}$$

Для главной линии тока ($\eta = 0$) $x_0 = 0$, и

$$\theta_0 = \pi\bar{y}_0 - 1 + e^{-\pi\bar{y}_0}. \tag{6}$$

Уравнение $\theta = \mathrm{const}$, которое можно записать в виде:

$$\theta(\bar{x}, \bar{y}) = \theta_0(\bar{y}_0), \tag{7}$$

совместно с уравнением начальной контактной поверхности (предполагаемой горизонтальной) определяет геометрическое место в момент $\tau = 0$ точек контакта, которые достигнут скважины одновременно.

Предполагая, что в начальном положении контакт удален от оси ряда скважин не менее чем на $2a$ по подошве пласта (рис. 1), в

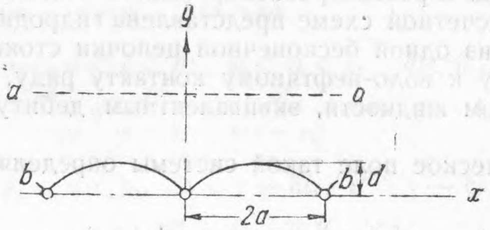

Рис. 1

формуле (7) можно с ничтожной погрешностью принять $\bar{y} = \infty$, $\bar{y}_0 = \infty$, $\bar{y}_0 - \bar{y} = \bar{\zeta}$, и тогда формула (7) примет вид

$$\bar{\zeta} = \frac{1 - \eta\operatorname{ctg}\eta}{\pi}. \tag{8}$$

На поверхности скважины область проникновения прорвавшейся воды ограничена контуром, представляющим собой геометрическое место тех же частиц в момент $\theta_0(\bar{y}_0)$.

Замечая, что параметр линии тока η равен углу, который эта линия тока образует с главной линией тока $\eta = 0$ ($\bar{x} = 0$), можно записать уравнение контура обводнения скважины в цилиндрических координатах r, η, z:

$$z = \frac{1 - \eta\operatorname{ctg}\eta}{\pi}\operatorname{tg}\gamma, \tag{9}$$

$$r = \bar{r}_c, \tag{10}$$

где r_c — радиус скважины, который предполагается малым. Полярный угол $\eta = \eta_0$ на подошве пласта назван углом обводнения скважины.

Высота обводнения скважины $\bar{h}$ определяется из формулы (9), в которой надо положить $\eta = \eta_0$, $\bar{z} = \bar{h}$, $\bar{h} = h/a$.

Площадь обводненной поверхности будет:

$$F = 2\pi r_c \, a \operatorname{tg} \gamma \, \bar{F}, \tag{11}$$

где

$$\bar{F} = \frac{1}{\pi^2}\left(\int\limits_0^{\eta_0} \eta \operatorname{ctg} \eta \, d\eta - \eta_0{}^2 \operatorname{ctg}^2 \eta_0 \right). \tag{12}$$

Имеет место соотношение:

$$\bar{F} = \lambda k, \tag{13}$$

где $\lambda = \dfrac{F}{2\pi r_c H}$ — коэффициент обводнения, а $k = \dfrac{H \operatorname{ctg} \gamma}{a}$, H — мощность пласта.

Время безводной эксплоатации и полное время эксплоатации батареи в случае $\alpha = 0$ определяются по формуле (6), примененной, соответственно, к точкам N и M (рис. 1).

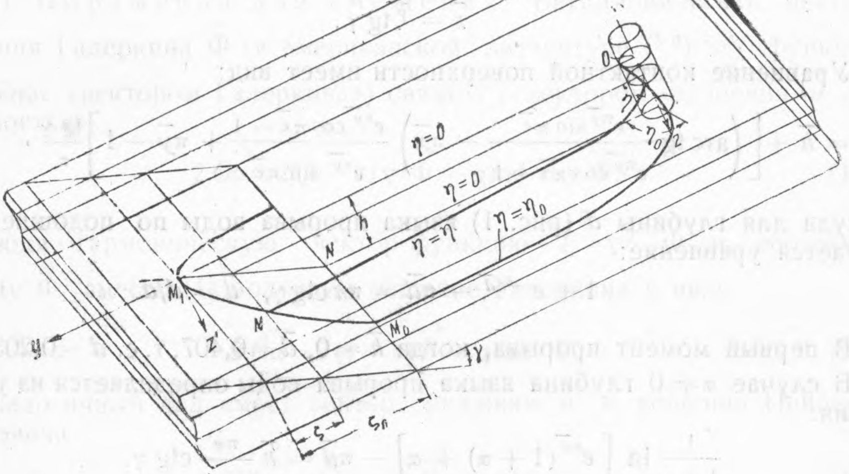

Рис. 2

В случае $\alpha \neq 0$ имеет место равенство:

$$\theta_0 = \left[\pi \bar{y}_0 - \frac{\ln(1 + \alpha - \alpha e^{-\pi \bar{y}_0})}{\alpha} \right] \frac{1}{1+\alpha}, \tag{14}$$

причем как в формуле (6), так и в формуле (14) можно обычно пренебречь показательным членом.

Для $\alpha = 0$ длительность периода обводнения можно записать в виде:

$$\tau = \pi \bar{\zeta}(\eta_0). \tag{15}$$

Количество извлеченной воды для $\alpha = 0$:

$$Q_в = \int\limits_0 \frac{q}{2\pi r_c} F dt = 2a^3 m \operatorname{tg} \gamma f(\eta_0), \tag{16}$$

где

$$f(\eta)=\int\limits_0^\eta \overline{F}(\eta)\,\overline{\zeta}'(\eta)\,d\eta=\left[\overline{F}(\eta)+\frac{\eta^2\operatorname{ctg}\eta}{2\pi^2}\right]\overline{\zeta}(\eta)-\frac{\eta^3}{6\pi^3}. \tag{17}$$

Все расчетные формулы, кроме (14), выведены для случая $\alpha=0$. Случай $\alpha\neq 0$ в практическом расчете приводится к первому, если положить $a=\frac{a_{\text{факт}}}{1+\alpha}$.

Приближенное непосредственное вычисление основных зависимостей $\overline{\zeta}$, $\overline{F}$, f для случая $\alpha={}^1/_2$, который можно считать крайним, дает расхождение с указанным способом приведения на 5—8% и позволяет не только оценить погрешность, но и уточнить результат путем интерполяции между $\alpha=0$ и $\alpha={}^1/_2$.

Функции $\overline{\zeta}$, $\overline{F}$, f протабулированы по η.

Расчет ведется по заданному коэффициенту обводнения λ, определяемому из предварительного расчета интерференции батарей скважин так же, как и параметр α.

Уравнение контактной поверхности для периода обводнения в случае $\alpha=0$ получается из соотношений (3), (5), в которых, как и выше, начальные значения координаты y надо положить равными бесконечности, и уравнения первоначального контакта

$$\overline{z}=\overline{\zeta}\operatorname{tg}\gamma.$$

Уравнение контактной поверхности имеет вид:

$$\overline{x}=\overline{h}+\left[\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{e^{\pi\overline{y}}\sin\pi\overline{x}}{e^{\pi\overline{y}}\cos\pi\overline{x}-1}-\pi\overline{x}\right)\frac{e^{\pi\overline{y}}\cos\pi\overline{x}-1}{e^{\pi\overline{y}}\sin\pi\overline{x}}+\pi\overline{y}-1\right]\frac{\operatorname{tg}\gamma}{\pi}, \tag{18}$$

откуда для глубины d (рис. 1) языка прорыва воды по подошве получается уравнение:

$$1+e^{-\pi\overline{d}}-\pi\overline{d}=\pi\overline{h}\operatorname{ctg}\gamma,\quad \overline{d}=d/a. \tag{19}$$

В первый момент прорыва, когда $\overline{h}=0$, $\overline{d}=0{,}407$, т. е. $d=0{,}203\cdot 2a$.

В случае $\alpha\neq 0$ глубина языка прорыва воды определяется из уравнения:

$$\frac{1}{1+\alpha}\ln\left[e^{\pi\overline{d}}(1+\alpha)+\alpha\right]-\pi\overline{d}=\overline{h}\frac{\pi\alpha}{1+\alpha}\operatorname{ctg}\gamma. \tag{20}$$

Московский нефтяной институт
им. акад. И. М. Губкина

Поступило
7 X 1946