

УДК 681.5

## РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ НА КОРПУСА АППАРАТУРЫ УПРАВЛЯЮЩИХ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ЗА СЧЕТ ПАРАЗИТНОГО ЗАРЯДА ОБСЛУЖИВАЮЩЕГО ПЕРСОНАЛА

**Д. В. КОМНАТНЫЙ**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

### **Введение**

Разработка и конструирование современных управляющих и измерительных систем включает в себя и решение проблемы электромагнитной совместимости этих систем с различными источниками электромагнитных помех. Одним из широко распространенных и опасных источников помех являются импульсные разряды статического электрического заряда, возникающего на теле оператора путем паразитной трибоэлектризации [1], [2]. Механизмы воздействия этих разрядов крайне разнообразны, их описание и анализ приведены в [1], [3], [4].

Тем не менее, в указанных работах почти не рассмотрено воздействие паразитного электрического заряда на технические средства управляющих систем по электростатической индукции. Хотя это явление может приводить к неожиданным и труднообъяснимым сбоям в работе этих систем, как это описано в [5]. В связи с этим для создания отвечающих современным требованиям управляющих и измерительных систем требуются применимые в инженерной практике методики расчета и оценки воздействия электростатической индукции на оборудование этих систем.

### **Постановка задачи**

Механизм воздействия паразитного электрического заряда оператора на технические средства управляющих и измерительных комплексов следующий [6]. Указанный заряд создает по электростатической индукции на корпусе технического средства (рецепторе помех) избыточный электрический заряд. После удаления источника помех избыточные заряды стекают с корпуса в землю и создают внутри него помеховое, электромагнитное в общем случае, поле. Таким образом, для расчета воздействия паразитного заряда оператора требуется рассчитывать распределение заряда, индуцированного паразитным зарядом на рецепторе помех. Эта задача является частным случаем основной задачи электростатики, в исследование которой внес значительный вклад великий русский физик А. Г. Столетов [7]. Им предложено общее правило решения этой задачи, но, как отмечает сам автор правила, оно является скорее идеальной схемой, так как требует практически невыполнимых аналитических преобразований.

Поэтому в настоящей статье поставлена задача разработки и исследования реализуемого метода расчета электростатической индукции применительно к анализу электромагнитной совместимости, в частности совместимости аппаратуры управляющих и измерительных систем с паразитно электризованным обслуживающим персоналом. При этом источник и рецептор помех имеют достаточно сложную гео-

метрическую форму, поэтому пригодный для решения всех таких задач метод может быть только численным.

### Основная часть

Так как для расчета воздействия по индукции заряда оператора, требуется вначале найти распределение индуцированного на корпусе рецептора заряда, то наиболее рациональным методом расчета является метод граничных элементов [8]. Для применения этого метода записывается интегральное уравнение для неизвестных поверхностных плотностей зарядов проводящих тел задачи. При этом учтено, что потенциал поверхности индуктора имеет значение  $U$  В, а потенциал поверхности рецептора равен нулю, так как корпуса аппаратуры заземляются.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \int_{S_{ист}} \frac{\sigma(Q_{ист})dS_{ист}}{r} + \int_{S_{реп}} \frac{\sigma(Q_{реп})dS_{реп}}{r} \right), \quad (1)$$

$$\varphi_{S_{ист}} = U, \quad \varphi_{S_{реп}} = 0,$$

где  $\varphi$  – заданный потенциал проводящего тела, В;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная, Ф/м;  $S_{ист}$  – площадь поверхности источника, м<sup>2</sup>;  $S_{реп}$  – площадь поверхности рецептора, м<sup>2</sup>;  $\sigma$  – поверхностная плотность заряда, Кл/м<sup>2</sup>;  $r$  – расстояние, м.

Уравнение (1) заменяется путем дискретизации поверхностного распределения заряда системой линейных алгебраических уравнений

$$[\varphi] = [A][\sigma], \quad (2)$$

где  $[\varphi]$  – матрица-столбец потенциалов в центрах граничных элементов;  $[A]$  – квадратная матрица потенциальных коэффициентов;  $[\sigma]$  – матрица-столбец поверхностной плотности зарядов граничных элементов.

Система (2) может быть решена многими известными методами [9]. Среди этих методов имеется итерационный метод Некрасова. Он может быть описан следующим выражением:

$$\begin{bmatrix} [\sigma_{ист}]^{k+1} \\ [\sigma_{реп}]^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [B_{ист}] & [0] \\ [0] & [B_{реп}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\varphi_{ист}] - ([A_{ии}] [\sigma_{ист}]^k + [A_{ип}] [\sigma_{реп}]^k) \\ [0] - ([A_{ри}] [\sigma_{ист}]^{k+1} + [A_{рр}] [\sigma_{реп}]^k) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $k$  – номер итерации;  $[\sigma_{ист}]$  – подматрица матрицы поверхностной плотности зарядов, содержащая плотности зарядов граничных элементов источника помех;  $[\sigma_{реп}]$  – подматрица матрицы поверхностной плотности зарядов, содержащая плотности зарядов граничных элементов рецептора помех;  $[B]$  – матрица, обратная диагональной матрице матрицы коэффициентов;  $[B_{ист}]$  – подматрица матрицы  $[B]$ , включающая относящиеся к источнику коэффициенты;  $[B_{реп}]$  – подматрица матрицы  $[B]$ , включающая относящиеся к рецептору коэффициенты;  $[A_{ии}]$  – подматрица матрицы  $[A]$ , выражающая связь между плотностями зарядов и потенциалами граничных элементов индуктора;  $[A_{ип}]$ ,  $[A_{ри}]$  – подматрицы матрицы  $[A]$ , выражаю-

щие связь между плотностями зарядов и потенциалами граничных элементов индуктора и рецептора;  $[A_{pp}]$  – подматрица матрицы  $[A]$ , выражающая связь между плотностями зарядов и потенциалами граничных элементов рецептора.

При перевычислении поверхностной плотности заряда  $i$ -го граничного элемента на некоторой итерации используются уже перевычисленные плотности зарядов граничных элементов с первого по  $i-1$ -й и еще не измененные плотности зарядов граничных элементов с  $i+1$ -го по последний. Если в системе (2) уравнения упорядочены так, что вначале записаны уравнения для граничных элементов источника помех, а затем – для рецептора помех, то из (3) видно следующее. При вычислении поверхностной плотности зарядов граничных элементов источника на  $k+1$ -й итерации используются плотности зарядов граничных элементов источника и рецептора, полученные на  $k$ -й итерации. Плотности зарядов граничных элементов рецептора остаются неизменными, пока длится перевычисление плотностей зарядов граничных элементов источника. На  $k+1$ -й итерации поверхностные плотности зарядов граничных элементов рецептора вычисляются с использованием уже перевычисленных на этой же итерации плотностей зарядов граничных элементов источника, которые уже не изменяются, и плотностей зарядов граничных элементов рецептора, полученных на предыдущей итерации.

В свою очередь, по правилу А. Г. Столетова [7] для двух тел расчет заряда, навешенного на теле, которое условно принято вторым, ведется в предположении, что заряд первого тела неизменен. Затем заряд первого тела определяется при принятом неизменным заряде второго тела.

Видно, что между этими двумя способами расчета электростатической индукции имеется аналогия в части того, в каком порядке заряды рассматриваемых тел оказываются неизменяемыми или меняющимися в ходе процесса итераций. Поэтому допустимо считать, что итерационный метод Некрасова является численной реализацией решения основной задачи электростатики с помощью правила Столетова. Следовательно, для численного расчета индуцированных зарядов метод Некрасова является наиболее предпочтительным.

Для проверки рассмотренного метода была решена задача определения заряда, индуцированного на заземленном проводящем параллелепипеде (модели рецептора помех) проводящей плоскостью конечных размеров, имеющей потенциал 6000 В (модель источника помех). Моделирование корпуса оператора плоскостью является допустимым согласно [10]. Были приняты размеры параллелепипеда 0,21 x 0,1 x 0,42 м, а размеры плоскости 0,1 x 1,7 м. Индуктор находился на расстоянии 0,15 м от рецептора. На поверхностях указанных тел вводилась сетка прямоугольных граничных элементов. Точки наблюдения размещались в геометрических центрах граничных элементов.

Коэффициенты системы (2), связывающие потенциал в центре  $i$ -го граничного элемента с поверхностной плотностью заряда этого же элемента, находятся на левой главной диагонали матрицы  $[A]$ . Они вычислялись по формуле [11]:

$$\alpha_{ii} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( 2a_i \operatorname{Arsh} \frac{b_i}{a_i} + 2b_i \operatorname{Arsh} \frac{a_i}{b_i} \right), \quad (4)$$

где  $a_i, b_i$  – размеры граничного элемента номер  $i$ , м.

Внедиагональные коэффициенты системы (2), связывающие потенциал в центре  $i$ -го граничного элемента с поверхностной плотностью заряда граничного элемента

номер  $j$ , вычислялись по формуле, полученной путем разложения потенциала плоского граничного элемента в ряд по полиномам Лежандра [12]:

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[ \frac{a_i b_i}{r_{QM_0}} - \frac{1}{2r_{QM_0}^3} \left[ \frac{2}{3} b_i \left( \frac{a_i}{2} \right)^3 + \frac{2}{3} a_i \left( \frac{b_i}{2} \right)^3 \right] + \frac{3}{8r_{QM_0}^5} \left[ \frac{2}{5} b_i \left( \frac{a_i}{2} \right)^5 + \frac{2}{5} a_i \left( \frac{b_i}{2} \right)^5 \right] \right], \quad (5)$$

где  $r_{QM_0}$  – расстояние между точкой наблюдения  $Q$  в граничном элементе  $j$  и центром  $M_0$  граничного элемента  $i$ , м.

Такой способ вычисления коэффициентов более точен, чем метод поточечной коллокации [8], и не вызывает затруднений при реализации на ЭВМ.

### Численный эксперимент

Расчет коэффициентов системы (2) и ее решение по (3) осуществлялись на специальном программно-математическом обеспечении\*. При решении проводились численные эксперименты, во время которых исследовались характер итерационного процесса и значения погрешностей расчета потенциалов в точках наблюдения по поверхностным плотностям зарядов граничных элементов, полученным в результате решения системы (2) методом Некрасова (3). Расчеты проделывались на сетках граничных элементов различной густоты. Характер процесса итераций исследовался путем сравнения значений невязки в последовательных итерациях. Значения невязки вычислялись по формуле

$$q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\varphi_{\text{зад}} - \varphi_{\text{рас}})^2}{N}}, \quad (6)$$

где  $q$  – значение невязки;  $N$  – число граничных элементов в сетке;  $\varphi_{\text{зад}}$  – заданное значение потенциала в точке наблюдения, В;  $\varphi_{\text{рас}}$  – расчетное значение потенциала в той же точке наблюдения, В.

Расчеты на ЭВМ показали:

- итерационный процесс (3) сходится при использовании сеток с различным количеством граничных элементов, что видно из графиков изменения значений невязки в процессе итераций (рис. 1, 2);
- в конце итераций значение невязки составляет 0,99, что является хорошим результатом;
- погрешности расчета потенциалов в точках наблюдения на источнике и на рецепторе помех малы и имеют порядок  $10^{-3}$  и  $10^{-4}$ ;
- погрешности расчета этих потенциалов уменьшаются с увеличением густоты сетки;
- при расчете на более густой сетке число итераций, требуемое для достижения высокой точности расчета, снижается.

Следует отметить, что для получения высокой точности необходимо выполнять достаточно большое число итераций – порядка 300. Но это не является существенным недостатком, так как при современном уровне развития вычислительной техники отдельные итерации выполняются за очень малое время.

---

\*Программно-математическое обеспечение разработали под руководством автора студенты ГГТУ им. П. О. Сухого Богданович М. А., Емельянов А. С., Савенок В. М. Автор выражает им искреннюю благодарность за сотрудничество и ответственное отношение к делу.

### Заключение

Исходя из результатов численных экспериментов допустимо сделать вывод, что предлагаемая методика расчета распределения индуцированного заряда на рецепторе помех может применяться для инженерных расчетов. Ее достоинством, с точки зрения реализации на ЭВМ, являются простота математического аппарата и простота алгоритма выполнения итераций. В теоретическом аспекте эта методика соответствует физике явления электростатической индукции и является практической реализацией известного общего правила расчетов этого явления – правила Столетова. В этом заключаются несомненные достоинства рассмотренной методики.

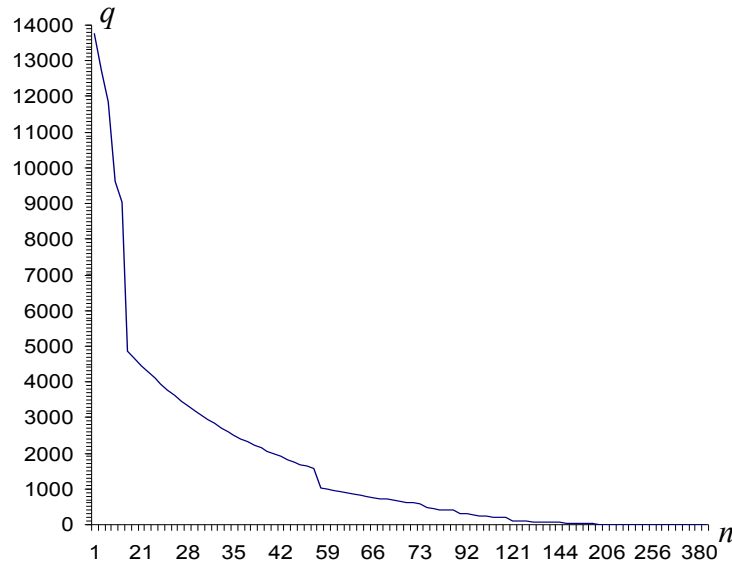


Рис. 1. График изменения невязки в зависимости от числа итераций на редкой сетке граничных элементов с числом элементов 3000

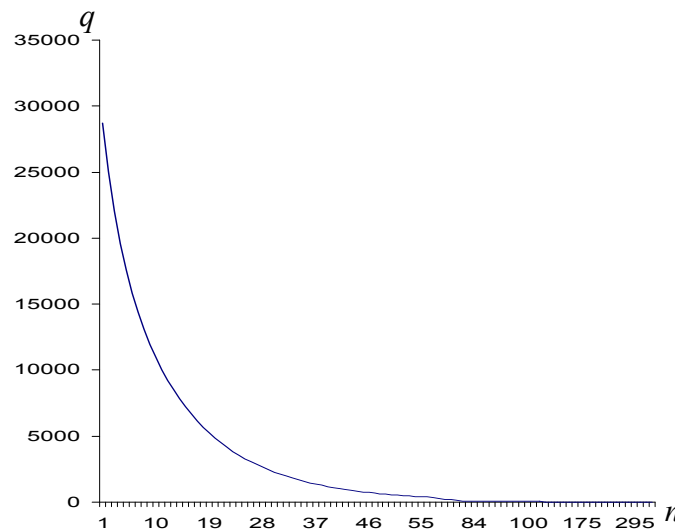


Рис. 2. График изменения невязки в зависимости от числа итераций на густой сетке граничных элементов с числом элементов 6000

**Литература**

1. Кечиев, Л. Н. Защита электронных средств от воздействия статического электричества / Л. Н. Кечиев, И. Д. Пожидаев. – Москва : Издат. дом «Технологии», 2005. – 352 с.
2. Гурвич, И. С. Защита ЭВМ от внешних помех / И. С. Гурвич. – Москва : Энергоатомиздат, 1981. – 224 с.
3. Keenan, R. K. Some fundamental aspects of ESD testing. Part II / R. K. Keenan, L. A. Rosi // 1992 International Symposium on Electromagnetic Compatibility / IEEE. – N.Y.: IEEE Publishing Service, 1992. – P. 461–473.
4. Рябов, Ю. Г. Обеспечение ЭМС рабочих мест, производства и эксплуатации продукции при воздействии статического электричества / Ю. Г. Рябов // Новое в электромагнитной совместимости. – 1994. – № 1. – С. 36–37.
5. Справочник по помехам : пер. с япон. материала фирмы «Нойдзу кэнкюсе». – Москва : ВИНТИ, 1985. – 214 с.
6. Тэнессеску, Ф. Электростатика в технике / Ф. Тэнессеску, Р. Крамарюк. – Москва : Энергия, 1980. – 296 с.
7. Столетов, А. Г. Общая задача электростатики и ее приведение к простейшему случаю / А. Г. Столетов // Избр. соч. – Москва–Ленинград, 1950. – С. 43–91.
8. Колечицкий, Е. С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения / Е. С. Колечицкий. – Москва : Энергоатомиздат, 1983. – 168 с.
9. Фаддеев, Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. – Москва : Физматгиз, 1960. – 656 с.
10. Macleod, L. M. Compact traveling-wave ESD simulator / L. M. Macleod, K. G. Bellman // Electromagnetic Environments and consequences: Proceedings of the EUROEM 94 International Symposium, Part II / EUROEM. – Bordeaux: EUROEM, 1994. – P. 1257–1264.
11. Иоссель, Ю. Я. Расчет электрической емкости / Ю. Я. Иоссель, И. С. Кочанов, М. Г. Струнский. – Москва : Энергия, 1969. – 240 с.
12. Демирчан, К. С. Машинные расчеты электромагнитных полей / К. С. Демирчан, В. Л. Чечурин. – Москва : Высш. шк., 1986. – 240 с.

*Получено 14.04.2010 г.*