ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 10
«ОЦЕНКА СТОИМОСТИ ДЕНЕГ ВО ВРЕМЕНИ»

Вопросы для обсуждения

1. Почему сегодняшние деньги дороже будущих? В чем сущность ссудного процента?
2. Что представляет собой метод компаундирования денежных потоков?
3. В чем отличие начисления простых и сложных процентов?
4. Как влияет интервал начисления процентов на будущую величину доходов? Для чего и как рассчитывается эквивалентная ставка процента?
5. Что собой представляет дисконтный множитель и от чего зависит его величина?
6. Для чего производится дисконтирование денежных потоков?
7. Как определяется чистый приведенный эффект (NPV) финансовой операции?
8. Как производится дисконтирование денежных потоков постнумерандо и пренумерандо?
9. Что такое аннуитет и как определяется его приведенная и будущая стоимость?
10. Как производится оценка стоимости денег во времени с учетом фактора инфляции?

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
«Сущность и методический инструментарий компаундирования денежных потоков»

Принятие и обоснование любого управленческого решения прямо или косвенно связано с финансовыми потоками (поступлением и расходованием денежных средств). Любой менеджер, ответственный за принятие финансовых решений, должен хорошо владеть техникой финансовых вычислений. Он должен понимать и уметь применять математический аппарат, который используется в финансовом анализе.

Финансовые вычисления имеют давнюю историю и относятся к традиционным методам исследования денежных потоков, основанным на концепции наращения сложных процентов (компаундинга) или на дисконтирования денежных поступлений, учитывающим изменение стоимости денег во времени, неравноценность современных и будущих благ.

Сегодняшние деньги всегда дороже будущих – и не только по причине инфляции. Если инвестор получит доход сегодня, то он может пустить деньги в оборот, к примеру положить в банк на депозит, и заработать определенную сумму в виде банковского процента. Если же этот доход он получит через несколько лет, то потеряет такую возможность.

Связь стоимости денег со временем проявляется в существовании процента, уплачиваемого за выгоду раннего использования денежных средств или получаемого в виде вознаграждения за воздержание от немедленного их потребления. Согласно теории предпочтения ликвидности и предпочтения текущих потребностей людям свойственно потреблять сегодня в противовес потреблению в будущем. Они могут отказаться от немедленного потребления только в надежде повысить его будущий уровень благодаря процентным доходам. Проценты компенсируют заимодавцу потери потенциальной выгоды при альтернативном использовании денежных средств, а ссудозаемщик платит за дополнительную выгоду раннего потребления этих средств, которые в противном случае ему пришлось бы долго накапливать.

Сущность метода компаундинга состоит в определении суммы денег, которую будет иметь инвестор в конце финансовой операции. При использовании этого метода исследование денежного потока ведется от настоящего к будущему. Заданными величинами здесь являются исходная сумма инвестиций, срок и процентная ставка доходности, а искомой величиной – сумма средств, которая будет получена после завершения операции.

Начисление сложных процентов (compounding) производится в конце каждого периода на основную сумму долга с добавлением начисленных процентов, не востребованных инвестором, за предыдущие периоды.

Если бы нам нужно было вложить в банк на три года 1000 тыс.руб., который выплачивает 20 % годовых, то мы рассчитали бы следующие показатели доходности:

за первый год: 1000 · (1 + 20 %) = 1000 · 1,2 = 1200 тыс.руб.;
за второй год: 1200 (1 + 20 %) = 1200 * 1,2 = 1440 тыс.руб.;
за третий год: 1440 (1 + 20 %) = 1440 · 1,2 = 1728 тыс.руб.

Это можно записать и таким образом:
$1000 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 = 1000 \cdot 1{,}2^3 = 1728$ тыс.руб.

Из данного примера видно, что 1000 тыс.руб. сегодня равноценна 1728 тыс.руб. через три года. Напротив, 1728 тыс.руб. дохода через три года эквивалентны 1000 тыс. руб. на сегодняшний день при ставке рефинансирования 20 %.

Данный пример показывает методику определения стоимости инвестиций при использовании сложных процентов. Сумма годовых процентов каждый год возрастает по геометрической прогрессии, так как мы имеем доход, как с первоначального капитала, так и с процентов, полученных за предыдущие годы.

Поэтому для определения стоимости, которую будут иметь инвестиции через несколько лет, при использовании сложных процентов применяют формулу

$$FV = PV\,(1 + r)^n,$$

где FV – будущая стоимость инвестиций через n лет;
PV – первоначальная сумма инвестиций;
r – ставка процента в виде десятичной дроби;
n – число лет в расчетном периоде.

Выражение $\mathbf{(1+r)^n}$ является важной переменной в финансовом анализе, составляет основу практически всех финансовых вычислений. Оно показывает, сколько будет стоить денежная единица через n количество лет. Обратное его значение $\mathbf{1/(1+r)}$ позволяет определить, сколько сегодня стоит денежная единица, которая будет получена через год.

При начислении процентов по простой ставке используется следующая формула:

$$FV = PV\,(1 + rn) = 1000 \cdot (1 + 0{,}2 \cdot 3) = 1600 \text{ тыс.руб.}$$

На рис. 1 сопоставляется будущая стоимость 1 руб. инвестиций, вложенных под простые и сложные проценты. Ставка в обоих случаях равна 20 % годовых. В случае простых процентов график прямолинейный, а в случае сложных – растет по экспоненте и расстояние между кривыми со временем увеличивается. Этот разрыв объясняется тем, что в первом случае начисление процентов производится от неизменной базы (начисленные проценты каждый раз инвестором изымаются), а во втором случае – от возросшей суммы инвестиций с учетом капитализированных процентов.

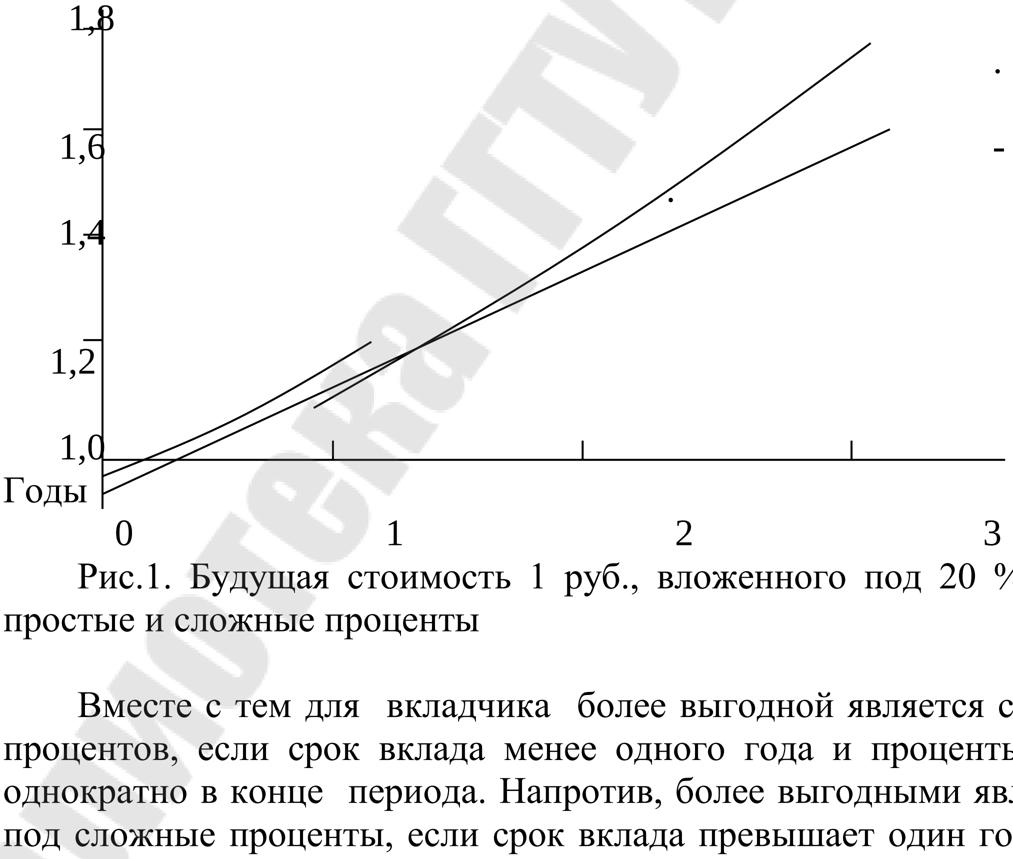

Рис.1. Будущая стоимость 1 руб., вложенного под 20 % годовых под простые и сложные проценты

Вместе с тем для вкладчика более выгодной является схема простых процентов, если срок вклада менее одного года и проценты начисляются однократно в конце периода. Напротив, более выгодными являются вклады под сложные проценты, если срок вклада превышает один год. И оба вида процентов обеспечат одинаковые доходы при продолжительности периода один год (при условии однократного их начисления).

Для подтверждения вышесказанного рассчитаем наращенную сумму вклада с исходной суммы, равной 500 тыс.руб., по ставке простых и сложных процентов для разных временных интервалов из расчета 24 % годовых.

Вид процентов	Период начисления процентов				
	90 дней (n=1/4)	270 дней (n=3/4)	1 год (n = 1)	3 года (n= 3)	5 лет (n = 5)
Простые	530	590	620	860	1100
Сложные	527,6	587,5	620	953,3	1465,8

При оценке стоимости денег во времени по сложным процентам необходимо учитывать не только уровень объявленной ставки процента, но и количество интервалов начисления процентов в течение года. Если доходы по инвестициям начисляются ***несколько раз в год по ставке сложных процентов***, то формула для определения будущей стоимости вклада имеет следующий вид:

$$FV = PV\,(1 + r/m)^{nm},$$

где m – число периодов начисления процентов в году.

Допустим, что в вышеприведенном примере проценты начисляются ежеквартально ($m = 4$, $n = 3$). Тогда будущая стоимость вклада через три года составит

$$FV = 1000 \cdot (1 + 0{,}2/4)^{12} = 1000 \cdot 1{,}79585 = 1795{,}85 \text{ тыс.руб.}$$

Дополнительные 67,85 тыс.руб. (1795,85 – 1728) возникли благодаря тому, что сложные проценты начислялись не 3 раза, а 12 раз.

Чем чаще начисляются проценты, тем быстрее растет вклад. При ежемесячном начислении процентов через три года мы получим следующий доход

$$FV = 1000 \cdot (1 + 0{,}2/12)^{36} = 1000 \cdot 1{,}81313 = 1813{,}13 \text{ тыс.руб.}$$

Поэтому иногда выгоднее инвестировать средства под меньший процент, но с более частым его начислением.

На рис. 2 сопоставлены кривые, отображающие приращение стоимости вклада, вложенного под 20 % годовых с ежегодным и ежемесячным начислением процентов.

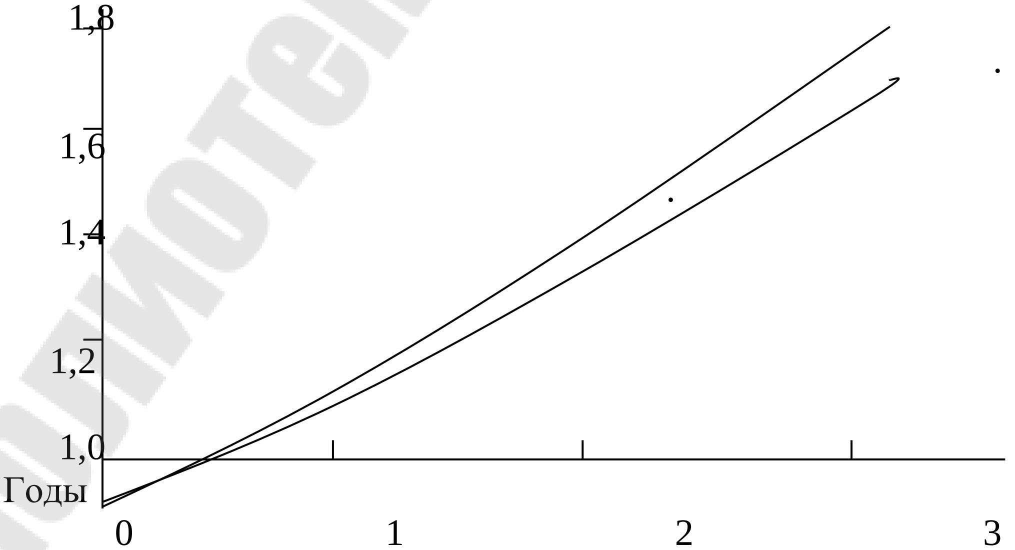

Рис.2. Будущая стоимость 1 руб. , вложенного под 20 % годовых, начисляемых ежегодно и ежемесячно

В связи с этим возникает необходимость сравнения условий финансовых операций, предусматривающих различные периоды начисления процентов. ***Приведение соответствующих номинальных (фиксированных) процентных ставок к их годовому эквиваленту*** производится по следующей формуле:

$$EPR = (1 + \frac{r}{m})^m - 1,$$

где EPR – эффективная ставка процента (ставка сравнения);

m – число периодов начисления;

r – ставка процента.

В нашем примере эквивалентная ставка процента будет равна:

а) при ежеквартальном начислении процентов:

$$EPR = \left(1 + \frac{0{,}2}{4}\right)^4 - 1 = 0{,}2155 \quad (21{,}55\ \%);$$

б) при ежемесячном начислении процентов:

$$EPR = \left(1 + \frac{0{,}2}{12}\right)^{12} - 1 = 0{,}2194 \quad (21{,}94\ \%);$$

в) при ежедневном начислении процентов:

$$EPR = \left(1 + \frac{0{,}2}{365}\right)^{365} - 1 = 0{,}221 \quad (22{,}1\ \%);$$

Вычисления EPR полезно тем, что мы получаем возможность сравнивать процентные ставки по ссудам или инвестициям с разными периодами начисления процентов. Например, банк А платит по депозитам 20 % годовых с полугодовым начислением процентов, банк В – 19,5 % с ежемесячным начислением процентов. Нужно определить, куда выгоднее помещать денежные вклады. Для этого рассчитаем эффективные ставки процента:

- для банка А:

$$EPR_A = \left(1 + \frac{0{,}20}{2}\right)^2 - 1 = 0{,}21 \ (21\ \%);$$

- для банка В:

$$EPR_B = \left(1 + \frac{0{,}19{,}5}{12}\right)^{12} - 1 = 0{,}2134 \ (21{,}34\ \%);$$

Следовательно, выгоднее хранить деньги в втором банке.

Если известны величины FV, PV и t, то можно определить процентную ставку по следующей формуле:

$$r = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{1/n} - 1 = \left(\frac{1728}{1000}\right)^{1/3} - 1 = 0{,}2 \ (20\%)$$

Зная FV, PV и r, можно определить длительность операции:

$$t = \frac{\lg(FV/PV)}{\lg(1+r)} = \frac{\lg(1728/1000)}{\lg(1+0{,}2)} = 3\ года.$$

Часто возникает необходимость ***определения общей суммы процента по долгосрочным кредитам, выплачиваемого в течение определенного периода.*** Предположим вы получили кредит на строительство жилья в сумме 15000 тыс. дол. на пять лет под 12 % годовых, который вы будете выплачивать ежемесячно. Следовательно, вам предстоит произвести 60 платежей по 250 долл., плюс проценты, которые будут начисляться на убывающую сумму долга (табл. 1).

Таблица 1. Расчет общей суммы платежей по кредиту (вариант 1)

Порядковый номер платежа	Остаток долга	Сумма процента по кредиту	Сумма платежа по кредиту	Общая сумма платежа
1	15000	150,0	250	400,0
2	14750	147,5	250	397,5
3	14500	145,0	250	395,0
4	14250	142,5	250	392,5
…	…	…	…	…
59	500	5,0	250	255,0
60	250	2,5	250	252,5
Итого	-	4575	15000	19575

Общую сумму причитающегося процента (*Проц*) можно рассчитать таким образом:

$$Проц = \left(\frac{K \cdot r \cdot t}{360} + \frac{K/n \cdot r \cdot t}{360} \right) \cdot \frac{n}{2} = \frac{15000 \cdot 0{,}12 \cdot 30}{360} + \frac{15000/60 \cdot 0{,}12 \cdot 30}{360} =$$

$$= (150 + 2{,}5) \cdot \frac{60}{2} = 4575 \text{ долл.}$$

где K – сумма полученного кредита;

r – годовая ставка процента по кредиту;

t – интервал платежа, дни;

n – количество интервалов начисления платежей и процентов.

Упростить данную процедуру расчета общей суммы причитающегося процента можно с помощью следующей формулы:

$$Проц = \left(\frac{K \cdot r \cdot t}{360} \times \frac{n+1}{2} \right) = \left(\frac{15000 \cdot 0{,}12 \cdot 30}{360} \times \frac{60+1}{2} \right) = 4575 \text{ долл.}$$

В данном случае основной долг погашается равномерно, а сумма причитающихся процентов – по убывающей. Следовательно, в первые месяцы сумма платежа более высокая, а в последние – более низкая.

Погашение основного долга по кредиту может осуществляться также по возрастающей или по убывающей геометрической прогрессии, т.е. каждый последующий платеж больше или меньше предыдущего в i раз (к примеру, в 1,02 раза).

Размер первого платежа определяется по формуле

$$d_1 = K \cdot \frac{i-1}{i^n - 1} = 15000 \cdot \frac{1{,}02 - 1}{1{,}02^{60} - 1} = 131{,}5 \text{ долл.}$$

Размер последующих платежей определяется умножением предыдущего на коэффициент i, или умножением первого платежа на коффициент i^{n-1}.

Порядковый номер платежа	Остаток долга	Сумма процента по кредиту	Сумма платежа по кредиту	Общая сумма платежа
1	15000,00	150,00	92,00	242,00
2	14908,00	149,08	94,76	243,84
3	14664,16	146,64	97,60	244,24
59	1036,25	10,36	510,90	521,27
60	525,35	5,25	525,35	530,60
Итого	-	5840	15000	20840

При такой схеме погашения кредита сумма выплаченных процентов, а соответственно и общая сумма платежа выше, чем при равномерной выплате основного долга. При этом общая сумма платежа каждый раз возрастает. Это выгодно для банка, так как он раньше получает свой процентный доход, но невыгодно для заемщика, поскольку его долг по выплате кредита погашается преимущественно в последние месяцы и при расторжении кредитного договора он много теряет. Кроме того, есть риск, что с течением времени могут снизиться доходы кредитополучателя и их не хватит для погашения возрастающей задолженности перед банком. Поэтому многие предпочитают схему равномерных выплат общего долга.

При равномерном погашении основного долга и причитающихся процентов (поток аннуитета) сумма ежемесячного платежа (a) определяется следующим образом:

$$a = \frac{K \cdot c}{1 - 1/(1+c)^n} = \frac{15000 \cdot 0{,}009488793}{1 - 1/(1+0{,}009488793)^{60}} = 329 \text{ долл.}$$

где c – эквивалентная месячная ставка процента в виде десятичной дроби:

$$c = \sqrt[12]{1+r} - 1 = \sqrt[12]{1+0{,}12} - 1 = 0{,}009488793.$$

Погашение основного долга:

- первый платеж

$d_1 = a - K * c = 329 - 15000 * 0{,}009488793 = 329 - 142{,}3 = 186{,}7$ долл.

- второй платеж

$d_2 = d_1(1+c) = 186{,}7\ (1+0{,}009488793) = 188{,}4$ долл.

или

$329 - (15000 - 186{,}7) * 0{,}009488793 = 329 - 140{,}5 = 188{,}4$ долл.

Выплаты последующих периодов увеличиваются по геометрической прогрессии:

$d_{k+1} = d_1(1+c)^k$.

Порядко-вый номер платежа	Остаток долга после погашения	Сумма процента по кредиту	Сумма платежа по кредиту	Общая сумма платежа
1	15000,0	142,3	186,7	329,0
2	14813,3	140,5	188,4	329,0
3	14624,9	138,8	190,2	329,0
4	14434,7	137,0	192,0	329,0
…		…	…	…
59	648,7	6,2	322,8	329,0
60	325,9	3,1	325,9	329,0
Итого	-	4740	15000	19740

Общая сумма платежа по этому варианту несколько больше, чем по первому. Но если провести их дисконтирование, то они окажутся примерно равнозначными.

Тот же расчет по месячной ставке процента 0,1 (0,12/12)

$$A = \frac{K \cdot c}{1 - 1/(1+c)^{n}} = \frac{15000 \cdot 0{,}01}{1 - 1/(1+0{,}01)^{60}} = 333{,}67\ \textit{долл.}$$

где c – месячная ставка процента в виде десятичной дроби.

Таблица 2. Расчет общей суммы платежей по кредиту (вариант 2)

Порядковый номер платежа	Остаток долга	Сумма процента по кредиту	Сумма платежа по кредиту	Общая сумма платежа
1	15000,00	150,00	183,67	333,67
2	14816,33	148,17	185,51	333,67
3	14630,82	146,31	187,36	333,67
4	14413,46	144,44	189,24	333,67
…	14254,22	…	…	…
59	…	6,57	327,10	333,67
60	330,37	3,30	330,37	333,67
Итого	-	5020	15000	20020

По данному варианту сумма причитающегося процента значительно выше предыдущего, поскольку месячная ставка процента рассчитана не совсем корректно – делением годовой ставки на 12 мес. Поскольку проценты начисляются ежемесячно, то при месячной ставке процента, равной 0,01, годовая эквивалентная ставка будет равна не 12 %, а 12,68 %.

$$EPR = (1+0{,}01)^{12} - 1 = 0{,}1268\ (12{,}68\ \%).$$

Задача 1. Банк выдал ссуду в 25 000 USD на год под 14 % годовых. Сколько получит банк от заемщика в конце года?

Задача 2. Банк выдал ссуду в 25000 USD на 4 года под 12% годовых. Определите сумму возврата.

Задача 3. Банк А предлагает 13% годовых с выплатой процентов в конце каждого года. Банк В предлагает 12% годовых, но проценты начисляются ежеквартально. Клиент не снимает начисленные проценты, а оставляет их в банке и на них также делаются начисления. У предприятия имеются свободных 25000 USD. Определите, в какой банк выгоднее вложить свободные средства на два года.

Задача 4. Какую сумму следует положить в банк под 18% годовых, чтобы через три года получить 25000 USD.

Задача 5. Предприятие предполагает вложить 1800000 USD в строительство гостиницы. Ожидаемые чистые годовые доходы после ввода ее в эксплуатацию по оценкам экспертов составят 350000 USD. Чему равен период окупаемости инвестиций?

Задача 6. Оценить период окупаемости инвестиций для проекта, рассчитанного на три года и требующего начальной инвестиции в 35000 USD. Ожидаемые доходы по годам приведены в табл.1.

Таблица 1

Год	1-й	2 -й	3-й
Доход, USD	11000	13000	15000

Задача 7. Необходимо оценить целесообразность реализации проекта, рассчитанного на три года и требующего начальной инвестиции в 6400 USD. Ожидаемые доходы по годам приведены в табл. 2. Ставка дисконта = 18%.

Таблица 2

Год	1-й	2 -й	3-й
Доход, USD	2400	3300	4000

Задача 8. Предприятие рассматривает возможность реализации проекта, рассчитанного на два года. Начальная инвестиция – 48000 USD. Ожидаемый доход по истечении первого года 22000 USD, второго – 30000 USD. Проект планируется реализовать за счет собственных средств.

Определите показатель IRR данного проекта (скорость возврата капитала).

Альтернативным вариантом вложения 48000 USD для предприятия является размещение их на депозите в каком-либо банке. На момент реализации проекта банки предлагали 9% годовых.

Что для банка более выгодно? Вложить деньги в рассматриваемый проект или разместить их на депозите?