

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Машины и технология литейного производства»

Л. Е. Ровин

МЕТАЛЛУРГИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА

КУРС ЛЕКЦИЙ

для студентов специальности 1-36 02 01

«Машины и технология литейного производства»

дневной и заочной форм обучения

Гомель 2010

УДК 621.745.3(075.8)
ББК 31.391я73
P58

*Рекомендовано научно-методическим советом
механико-технологического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 2 от 02.03.2010 г.)*

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. каф. «Машины и технология литейного производства БНТУ
Ф. И. Рудницкий;
канд. техн. наук, доц. каф. «Обработка материалов давлением» ГГТУ
им. П. О. Сухого *Ю. Л. Бобарикин*

Ровин, Л. Е.

P58 **Металлургическая теплотехника** : курс лекций для студентов специальности 1-36 02 01 «Машины и технология литейного производства» днев. и заоч. форм обучения / Л. Е. Ровин. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2010. – 135 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

Изложены основные положения термодинамики, теории горения, механики газов и теплопередачи, приведены наиболее часто встречающиеся в инженерной практике задачи тепло- и массообмена, способы их решения.

Для студентов специальности 1-36 02 01 «Машины и технология литейного производства».

УДК 621.745.3(075.8)
ББК 31.391я73

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2010

Содержание

Введение	5
1 Общие сведения термодинамики	6
1.1 Уравнение состояния	9
1.2 Аналитическое выражение первого закона термодинамики	15
1.3 Внутренняя энергия	17
1.4 Работа расширения	18
1.5 Теплота	21
1.6 Энтальпия	22
1.7 Энтропия	23
1.8 Термодинамические процессы идеальных газов в закрытых системах	24
1.9 Эксергия	29
1.10 Термодинамические процессы реальных газов	30
2 Теплообмен излучением	41
2.1 Основные понятия теории излучения	41
2.2 Законы излучения абсолютно черного тела	43
2.3 Законы излучения реальных тел	44
2.4 Свойства и характеристики тел и сред	46
2.5 Методы расчета теплообмена излучением	49
2.6 Типовые задачи расчета теплообмена излучением	53
3 Теплопроводность	60
3.1 Коэффициент теплопроводности	60
3.2 Дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье	62
3.3 Краевые условия	65
3.4 Методы расчета расхода теплоты	67
3.5 Теплопроводность и теплопередача при стационарном режиме	68
3.6 Теплоотдача стержней	75
3.7 Нестационарная теплопроводность	76
3.8 Расчет теплопроводности при несимметричном процессе и нагреве и охлаждении тел конечных размеров	82
3.9 Нагрев и охлаждение тел под действием излучения	85
4 Конвективный теплообмен	87
4.1 Основные понятия	87
4.2 Математическое описание конвективного теплообмена	88
4.3 Теплоотдача при свободной и вынужденной конвекции	92
4.4 Теплоотдача при внешнем обтекании тел	96

4.5 Теплоотдача при струйном обтекании тел	98
5 Сложный теплообмен	101
6 Массоперенос	103
6.1 Основные понятия	103
6.2 Уравнения конвективного массопереноса	105
6.3 Критериальные уравнения массопереноса	106
6.4 Модели и методы расчета массопереноса	108
7 Горение топлива	112
7.1 Состав и основные характеристики жидкого топлива	112
7.2 Состав и основные характеристики газообразного топлива	112
7.3 Теплота сгорания топлива	113
7.4 Количество воздуха, необходимого для горения.	
Теплота “сгорания” воздуха	115
7.5 Объемы и состав продуктов сгорания	116
8 Вторичные энергоресурсы	118
8.1 Классификация ВЭР	118
8.2 Методы использования тепловых ВЭР	118
8.3 Установки для внутреннего теплоиспользования	119
8.4 Котлы-утилизаторы	120
ПРИЛОЖЕНИЕ. Расчет установки подогрева шихты	122
1 Расчет горения топлива	122
2 Нагрев металла	124
3 Расчет внешнего теплообмена	126
4 Определение оптимального расхода топлива	130
Литература	135

ВВЕДЕНИЕ

Металлургическая теплотехника является частью обширного научно-технического пространства, которое именуется теплотехникой и включает все теоретические основы и технические процессы и установки, связанные с явлениями генерации, переноса, преобразования, использования тепловой энергии (тепла). Metallургическая теплотехника изучает только те вопросы, которые относятся к работе печей и других установок и процессов, связанных с производством сплавов (металлургией) и отливок (литейным производством).

Эта небольшая часть теплотехники тем не менее состоит из ряда достаточно сложных теоретических разделов: механики газов, теории горения топлива, теплопередачи, которые в совокупности с основными положениями термодинамики объединяются в общую теорию печей, а также из прикладных разделов: нагрев металла в различных физико-химических условиях, сушка материалов, способы интенсификации, повышения термического к.п.д. и экологических параметров работы тепловых устройств.

Металлургическая теплотехника является теоретической основой разработки и совершенствования плавильных и термических печей и периферийного оборудования, ее основные положения используются при расчетах процессов плавки, формирования отливки, подготовке материалов, специальных процессов литья и многих других процессов и установок в литейном и металлургическом производстве. Одинаково успешно они могут использоваться и в смежных отраслях при создании или обслуживании аналогичных тепловых установок и технологий.

В лекционном курсе «Металлургическая теплотехника» в доступной и краткой форме изложены современные представления о закономерностях, определяющих физическую сущность явлений, протекающих в тепловых агрегатах прежде всего в печах. Теоретические положения и их математическое описание даны применительно к решению инженерных задач. Таким образом, этот теоретический курс должен служить как прикладной и использоваться студентами и в будущем специалистами при разработке учебных и реальных проектов печей, агрегатов и технологий в процессе учебы и производственной деятельности.

1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ

Термодинамика изучает законы превращения энергии в различных процессах, происходящих в макроскопических системах и сопровождающихся тепловыми эффектами.

Термодинамическая система представляет собой совокупность материальных тел, находящихся в механическом и тепловом взаимодействиях друг с другом и с окружающими систему внешними телами («внешней средой»).

Выбор системы произволен и диктуется условиями решаемой задачи. Тела, не входящие в систему, называют окружающей средой. Систему отделяют от окружающей среды контрольной поверхностью (оболочкой). Так, например, для простейшей системы — газа, заключенного в цилиндре под поршнем, внешней средой является окружающий воздух, а контрольными поверхностями служат стенки цилиндра и поршень.

Механическое и тепловое взаимодействия термодинамической системы осуществляются через контрольные поверхности. При механическом взаимодействии самой системой или над системой совершается работа. (В общем случае на систему могут действовать также электрические, магнитные и другие силы, под воздействием которых система будет совершать работу. Эти виды работ также могут быть учтены в рамках термодинамики, но нами в дальнейшем рассматриваться не будут). В нашем примере механическая работа производится при перемещении поршня и сопровождается изменением объема. Тепловое взаимодействие заключается в переходе теплоты между отдельными телами системы и между системой и окружающей средой. В рассматриваемом примере теплота может подводиться к газу через стенки цилиндра.

В самом общем случае система может обмениваться со средой и веществом (массообменное взаимодействие). Такая система называется открытой. Потoki газа или пара в турбинах и трубопроводах — примеры открытых систем. Если вещество не проходит через границы системы, то она называется закрытой. В дальнейшем, если это специально не оговаривается, мы будем рассматривать закрытые системы.

Термодинамическую систему, которая не может обмениваться теплотой с окружающей средой, называют теплоизолированной или адиабатной. Примером адиабатной системы является газ, нахо-

дящийся в сосуде, стенки которого покрыты идеальной тепловой изоляцией, исключаящей теплообмен между заключенным в сосуде газом и окружающими телами. Такую изоляционную оболочку называют адиабатной. Система, не обменивающаяся с внешней средой ни энергией, ни веществом, называется изолированной (или замкнутой).

Свойства каждой системы характеризуются рядом величин, которые принято называть термодинамическими параметрами. Рассмотрим некоторые из них, используя при этом известные из курса физики молекулярно-кинетические представления об идеальном газе как о совокупности молекул, которые имеют исчезающе малые размеры, находятся в беспорядочном тепловом движении и взаимодействуют друг с другом лишь при соударениях.

Давление обусловлено взаимодействием молекул рабочего тела с поверхностью и численно равно силе, действующей на единицу площади поверхности тела по нормали к последней. В соответствии с молекулярно-кинетической теорией давление газа определяется соотношением

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m \bar{c}^2}{2}, \quad (1.1)$$

где n — число молекул в единице объема;

m — масса молекулы; \bar{c}^2 — средняя квадратическая скорость поступательного движения молекул.

В Международной системе единиц (СИ) давление выражается в паскалях ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$). Поскольку эта единица мала, удобнее использовать $1 \text{ кПа} = 1000 \text{ Па}$ и $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$.

Давление измеряется при помощи манометров, барометров и вакуумметров.

Жидкостные и пружинные манометры измеряют избыточное давление, представляющее собой разность между полным или абсолютным давлением p измеряемой среды и атмосферным давлением $p_{\text{атм}}$, т.е. $p_{\text{изб}} = p_{\text{атм}} - p$

Приборы для измерения давлений ниже атмосферного называются вакуумметрами; их показания дают значение разрежения (или вакуума):

$p_{\text{в}} = p_{\text{атм}} - p$, т.е. избыток атмосферного давления над абсолютным.

Следует отметить, что параметром состояния является абсолютное давление. Именно оно входит в термодинамические уравнения.

С точки зрения молекулярно-кинетических представлений температура есть мера интенсивности теплового движения молекул. Ее численное значение связано с величиной средней кинетической энергии молекул вещества:

$$\frac{mc^2}{2} = \frac{3}{2}kT, \quad (1.2)$$

где k — постоянная Больцмана, равная $1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К. Температура T , определенная таким образом, называется абсолютной.

В системе СИ единицей температуры является кельвин (К); на практике широко применяется градус Цельсия ($^{\circ}\text{C}$). Соотношение между абсолютной T и стоградусной t температурами имеет вид

Число Лошмидта n -число молекул $1/\text{см}^3 = 2,687 \cdot 10^{25} 1/\text{м}^3$, $1 \text{ м}^3 = 1 \cdot 10^6 \text{ см}^3$

$$T = t + 273,15.$$

В промышленных и лабораторных условиях температуру измеряют с помощью жидкостных термометров, пирометров, термопар и других приборов.

Удельный объем v — это объем единицы массы вещества. Если однородное тело массой M занимает объем V , то по определению

$$v = V/M.$$

В системе СИ единица удельного объема $1 \text{ м}^3/\text{кг}$. Между удельным объемом вещества и его плотность существует очевидное соотношение:

$$v = \frac{1}{\rho}$$

Для сравнения величин, характеризующих системы в одинаковых состояниях, вводится понятие «нормальные физические условия»:

$$p = 760 \text{ мм рт.ст.} = 101,325 \text{ кПа}; T = 273,15 \text{ К}.$$

В разных отраслях техники и разных странах вводят свои, несколько отличные от приведенных «нормальные условия», например, «технические» ($p = 735,6 \text{ мм рт.ст.} = 98 \text{ кПа}$, $t = 15^{\circ}\text{C}$) или нормальные условия для оценки производительности компрессоров ($p = 101,325 \text{ кПа}$, $t = 20^{\circ}\text{C}$) и т. д.

Если все термодинамические параметры постоянны во времени и одинаковы во всех точках системы, то такое состояние системы называется равновесным.

Если между различными точками в системе существуют различия температур, давлений и других параметров, то она является неравновесной. В такой системе под действием градиентов параметров возникают потоки теплоты, вещества и другие, стремящиеся вернуть ее в состояние равновесия. Опыт показывает, что *изолированная система с течением времени всегда приходит в состояние равновесия и никогда самопроизвольно выйти из него не может*. В классической термодинамике рассматриваются только равновесные системы.

1.1 Уравнение состояния

Для равновесной термодинамической системы существует функциональная связь между параметрами состояния, которая называется уравнением состояния. Опыт показывает, что удельный объем, температура и давление простейших систем, которыми являются газы, пары или жидкости, связаны термическим уравнением состояния вида $f(p, v, T) = 0$.

Уравнение состояния идеальных газов

Из уравнений (1.1) и (1.2) следует, что $p = nkT$.

Рассмотрим 1 кг газа. Учитывая, что в нем содержится N молекул и, следовательно, $n = \frac{N}{v}$, получим: $\frac{pv}{T} = Nk = const$.

Постоянную величину Nk , отнесенную к 1 кг газа, обозначают буквой R и называют газовой постоянной. Поэтому

$$\frac{pv}{T} = R, \text{ или } pv = RT. \quad (1.3)$$

Полученное соотношение представляет собой уравнение Клапейрона.

Умножив (1.3) на M , получим уравнение состояния для произвольной массы газа M :

$$pV = MRT. \quad (1.4)$$

Уравнению Клапейрона можно придать универсальную форму, если отнести газовую постоянную к 1 кмолью газа, т. е. к количеству газа, масса которого в килограммах численно равна молекулярной массе μ . Положив в (1.4) $M = \mu$ и $V = V_\mu$, получим для одного моля уравнение Клапейрона — Менделеева:

$$pV_\mu = \mu RT.$$

Здесь V_μ — объем киломоля газа, а μR — универсальная газовая постоянная.

В соответствии с законом Авогадро (1811г.) объем 1 кмоля, одинаковый в одних и тех же условиях для всех идеальных газов, при нормальных физических условиях равен $22,4136 \text{ м}^3$, поэтому

$$\mu R = \frac{PV_\mu}{T} = \frac{101,325 \cdot 22,4136}{273,15} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$$

Газовая постоянная 1 кг газа составляет $R = \frac{8314}{\mu}$.

Изменение состояния термодинамической системы во времени называется термодинамическим процессом. Так, при перемещении поршня в цилиндре объём, а с ним давление и температура находящегося внутри газа будут изменяться, будет совершаться процесс расширения или сжатия газа.

Как уже отмечалось, система, выведенная из состояния равновесия, и предоставленная при постоянных параметрах окружающей среды самой себе, через некоторое время вновь придет в равновесное состояние, соответствующее этим параметрам. Такое самопроизвольное (без внешнего воздействия) возвращение системы в состояние равновесия называется релаксацией, а промежуток времени, в течение которого система возвращается в состояние равновесия, называется временем релаксации. Для разных процессов он различно: если для установления равновесного давления в газе требуется всегда, то для выравнивания температуры в объеме того же газа нужны десятки минут, а в объеме нагреваемого твердого тела — иногда несколько часов.

Термодинамический процесс называется равновесным, если все параметры системы при его протекании меняются достаточно медленно по сравнению с соответствующим процессом релаксации. В этом случае система фактически все время находится в состоянии равновесия с окружающей средой, чем и определяется название процесса.

Чтобы процесс был равновесным, скорость изменения параметров системы $dA/d\tau$ должна удовлетворять соотношению

$$dA/d\tau \ll c_{\text{рел}} \approx \Delta A/\tau_{\text{рел}}$$

где A — параметр, наиболее быстро изменяющийся в рассматриваемом процессе; $c_{\text{рел}}$ — скорость изменения этого параметра в релаксационном процессе; $\tau_{\text{рел}}$ — время релаксации.

Рассмотрим, например, процесс сжатия газа в цилиндре. Если время смещения поршня от одного положения до другого существенно превышает время релаксации, то в процессе перемещения поршня давление и температура успеют выровняться по всему объему цилиндра.

Это выравнивание обеспечивается непрерывным столкновением молекул, в результате чего подводимая от поршня к газу энергия достаточно быстро и равномерно распределяется между ними. Если последующие смещения поршня будут происходить аналогичным образом, то состояние системы в каждый момент времени будет практически равновесным. Таким образом, *равновесный процесс состоит из непрерывного ряда последовательных состояний равновесия*, поэтому в каждой его точке состояние термодинамической системы можно описать уравнением состояния данного рабочего тела. Именно поэтому классическая термодинамика в своих исследованиях оперирует только равновесными процессами. Они являются удобной идеализацией реальных процессов, позволяющей во многих случаях существенно упростить решение задачи. Такая идеализация вполне обоснована, так как условие (1.8) выполняется на практике достаточно часто. Поскольку механические возмущения распространяются в газах со скоростью звука, процесс сжатия газа в цилиндре будет равновесным, если скорость перемещения поршня много меньше скорости звука.

Процессы, не удовлетворяющие условию $dA/dt \ll c_{\text{рел}} \approx \Delta A/\tau_{\text{рел}}$, протекают с нарушением равновесия, т. е. являются неравновесными. Если, например, быстро увеличит температуру окружающей среды, то газ в цилиндре будет постепенно прогреваться через его стенки, релаксируя к состоянию равновесия, соответствующему новым параметрам окружающей среды. В процессе релаксации газ не находится в равновесии с окружающей средой и его нельзя характеризовать уравнением состояния хотя бы потому, что в разных точках объема газа температура имеет различные значения.

Отношение количества теплоты δQ , полученного телом при бесконечно малом изменении его состояния, к связанному с этим изменению температуры тела dT , называется теплоемкостью тела в данном процессе:

$$C = \delta Q / dT .$$

Обычно теплоемкость относят к единице количества вещества и в зависимости от выбранной единицы различают:

удельную массовую теплоемкость c , отнесенную к 1 кг газа,

Дж/(кг·К);

удельную объемную теплоемкость c' , отнесенную к количеству газа, содержащегося в 1 м^3 объема при нормальных физических условиях, Дж/($\text{м}^3 \cdot \text{К}$);

удельную мольную теплоемкость μc , отнесенную к одному киломолю, Дж/(кмоль·К).

Зависимость между удельными теплоемкостями устанавливается очевидными соотношениями: $c = \mu c / \mu$; $c' = c \rho_n$

Здесь ρ_n — плотность газа при нормальных условиях.

Изменение температуры тела при одном и том же количестве сообщаемой теплоты зависит от характера происходящего при этом процесса, поэтому *теплоемкость является функцией процесса*. Это означает, что одно и то же рабочее тело в зависимости от процесса требует для своего нагревания на 1 К различного количества теплоты. Численно величина c изменяется в пределах от $+\infty$ до $-\infty$.

В термодинамических расчетах большое значение имеют:

теплоемкость при постоянном давлении

$$c_p = \delta q_p / dT,$$

равная отношению количества теплоты δq_p , сообщенной телу в процессе при постоянном давлении, к изменению температуры тела dT

теплоемкость при постоянном объеме

$$c_v = \delta q_v / dT, \quad (1.5)$$

равная отношению количества теплоты, подведенной к телу в процессе при постоянном объеме, к изменению температуры тела.

В соответствии с первым законом термодинамики для закрытых систем, в которых протекают равновесные процессы $\delta q = (du + p dv)$, и

$$\delta q = (\partial u / \partial T)_v dT + [(\partial u / \partial v)_T + p] dv.$$

Для изохорного процесса ($v = \text{const}$) это уравнение принимает вид $\delta q_v = (\partial u / \partial T)_v dT$, и, учитывая (1.5), получаем, что

$$c_v = (\partial u / \partial T)_v,$$

т. е. теплоемкость тела при постоянном объеме равна частной производной от его внутренней энергии по температуре и характеризует темп роста внутренней энергии в изохорном процессе с увеличением температуры.

Для идеального газа $c_v = \partial u / \partial T$

Для изобарного процесса из уравнения (2.16) и (2.14) получаем

$$c_p = (\partial u / \partial T)_v + [(\partial u / \partial v)_T + p] (dv / dT)_p$$

или

$$c_p = c_v + [(\partial u / \partial v)_T + p](dv/dT)_p$$

Это уравнение показывает связь между теплоемкостями c_p и c_v . Для идеального газа оно значительно упрощается. Действительно, внутренняя энергия идеального газа определяется только его температурой и не зависит от объема, поэтому $(\partial u / \partial v)_T = 0$ и, кроме того, из уравнения состояния следует $p(dv/dT)_p = R$, откуда

$$c_p = c_v + R.$$

Это соотношение называется уравнением Майера и является одним из основных в технической термодинамике идеальных газов.

В процессе $v = \text{const}$ теплота, сообщаемая газу, идет лишь на изменение его внутренней энергии, тогда как в процессе $p = \text{const}$ теплота расходуется и на увеличение внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил. Поэтому c_p больше c_v на величину этой работы.

Для реальных газов $c_p - c_v > R$, поскольку при их расширении (при $p = \text{const}$) совершается работа не только против внешних сил, но и против сил притяжения, действующих между молекулами, что вызывает дополнительный расход теплоты.

Обычно теплоемкости определяются экспериментально, но для многих веществ их можно рассчитать методами статистической физики.

Поскольку теплоемкость реального газа зависит от температуры, в термодинамике различают истинную и среднюю теплоемкости.

Средней теплоемкостью c_{cp} данного процесса в интервале температур от t_1 до t_2 называется отношение количества теплоты, сообщаемой газу, к разности конечной и начальной температур:

$$c_{cp} \Big|_{t_1}^{t_2} = q / (t_2 - t_1)$$

Выражение

$$c = \delta q / dT *$$

определяет теплоемкость при данной температуре или так называемую истинную теплоемкость. Из * следует, что

$$q = \int_{t_1}^{t_2} c dt$$

поэтому

$$c_{cp} \Big|_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} c dt / (t_2 - t_1).$$

Для практических расчетов теплоемкости всех веществ сводят в таблицы, причем с целью сокращения объема таблиц средние теплоемкости приводят в них для интервала температур от 0 до t .

Все зависимости, полученные выше для идеальных газов, справедливы и для их смесей, если в них подставлять газовую постоянную, молекулярную массу и теплоемкость смеси.

Закон Дальтона. В инженерной практике часто приходится иметь дело с газообразными веществами, близкими по свойствам к идеальным газам и представляющими собой механическую смесь отдельных компонентов различных газов, химически не реагирующих между собой. Это так называемые газовые смеси. В качестве примера можно назвать продукты сгорания топлива в двигателях внутреннего сгорания, топках печей и паровых котлов, влажный воздух в сушильных установках и т. п.

Основным законом, определяющим поведение газовой смеси, является закон Дальтона: полное давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений всех входящих в нее компонентов:

$$p = \sum_1^n p_i$$

Парциальное давление p_i — давление, которое имел бы газ, если бы он один при той же температуре занимал весь объем смеси.

Способы задания смеси. Состав газовой смеси может быть задан массовыми, объемными или мольными долями.

Массовой долей называется отношение массы отдельного компонента M_i , к массе смеси M :

$$g_i = M_i/M.$$

Очевидно, что $M = \sum_1^n M_i$ и $\sum_1^n g_i = 1$.

Массовые доли часто задаются в процентах. Например, для сухого воздуха $g_{N_2} \approx 77\%$; $g_{O_2} \approx 23\%$.

Объемная доля представляет собой отношение приведенного объема газа V , к полному объему смеси V : $r = V_i/V$.

Приведенным называется объем, который занимал бы компонент газа, если бы его давление и температура равнялись давлению и температуре смеси.

Для вычисления приведенного объема запишем два уравнения состояния i -го компонента:

$$p_i V = M_i R_i T ; \quad (1.6)$$

$$p V_i = M_i R_i T .$$

Первое уравнение относится к состоянию компонента газа в Смеси, когда он имеет парциальное давление p_i и занимает полный объем смеси, а второе уравнение — к приведенному состоянию, когда давление и температура компонента равны, как и для смеси, p и T . Из уравнений следует, что

$$V_i = V p_i / p . \quad (1.7)$$

Просуммировав соотношение (1.7) для всех компонентов смеси, получим с учетом закона Дальтона $\sum_1^n V_i = V$, откуда $\sum_1^n r_i = 1$. Объемные доли также часто задаются в процентах. Для воздуха $r_{O_2} = 21\%$, $r_{N_2} = 79\%$.

Иногда бывает удобнее задать состав смеси мольными долями. Мольной долей называется отношение количества молей N_i рассматриваемого компонента к общему количеству молей смеси N .

Пусть газовая смесь состоит из N_1 молей первого компонента, N_2 молей второго компонента и т. д. Число молей смеси $N = \sum_1^n N_i$, а мольная доля компонента будет равна N_i/N .

В соответствии с законом Авогадро объемы моля любого газа при одинаковых p и T , в частности при температуре и давлении смеси, в идеально газовом состоянии одинаковы. Поэтому приведенный объем любого компонента может быть вычислен как произведение объема моля V_μ на число молей этого компонента, т. е. $V_i = V_\mu N_i$ а объем смеси — по формуле $V = V_\mu N$. Тогда $V_i/V = r_i = N_i/N$, и, следовательно, задание смесительных газов мольными долями равно заданию ее объемными долями.

1.2 Аналитическое выражение первого закона термодинамики

Первый закон термодинамики представляет собой частный случай всеобщего закона сохранения и превращения энергии применительно к тепловым явлениям. В соответствии с уравнением Эйнштейна

$E = mc^2$ надо рассматривать единый закон сохранения и превращения массы и энергии. Однако в технической термодинамике мы имеем дело со столь малыми скоростями объекта, что дефект массы равен нулю, и поэтому закон сохранения энергии можно рассматривать независимо.

Закон сохранения и превращения энергии является фундаментальным законом природы, который получен на основе обобщения огромного количества экспериментальных данных и применим ко всем явлениям природы. Он утверждает, что энергия не исчезает и не возникает вновь, она лишь переходит из одной формы в другую, причем убыль энергии одного вида дает эквивалентное количество энергии другого вида.

В числе первых ученых, утверждавших принцип сохранения материи и энергии, был наш соотечественник М. В. Ломоносов (1711 — 1765 гг.).

Пусть некоторому рабочему телу с объемом V и массой M , имеющему температуру T и давление p , сообщается извне бесконечно малое количество теплоты δQ . В результате подвода теплоты тело нагревается на dT и увеличивается в объеме на dV .

Повышение температуры тела свидетельствует об увеличении кинетической энергии его частиц. Увеличение объема тела приводит к изменению потенциальной энергии частиц. В результате внутренняя энергия тела увеличивается на dU . Поскольку рабочее тело окружено средой, которая оказывает на него давление, то при расширении оно производит механическую работу δL против сил внешнего давления. Так как никаких других изменений в системе не происходит, то по закону сохранения энергии

$$\delta Q = dU + \delta L \quad (1.8)$$

т. е. теплота, сообщаемая системе, идет на приращение ее внутренней энергии и на совершение внешней работы.

Полученное уравнение является математическим выражением первого закона термодинамики. Каждый из трех членов этого соотношения может быть положительным, отрицательным или равным нулю. Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. $\delta Q = 0$ — теплообмен системы с окружающей средой отсутствует, т. е. теплота к системе не подводится и от нее не отводится. Процесс без теплообмена называется адиабатным. Для него уравнение (1.8) принимает вид:

$$\delta L = -dU.$$

Следовательно, работа расширения, совершаемая системой в адиабатном процессе, равна уменьшению внутренней энергии данной системы. При адиабатном сжатии рабочего тела затрачиваемая извне работа целиком идет на увеличение внутренней энергии системы.

2. $\delta L = 0$ — при этом объем тела не изменяется, $dV=0$. Такой процесс называется изохорным, для него

$$\delta Q = dU,$$

т. е. количество теплоты, подведенное к системе при постоянном объеме, равно увеличению внутренней энергии данной системы.

3. $dU=0$ – внутренняя энергия системы не изменяется и

$$\delta Q = \delta L,$$

т.е. сообщаемая системе теплота превращается в эквивалентную ей внешнюю работу.

Для системы, содержащей 1 кг рабочего тела

$$\delta q = du + \delta l. \quad (1.9)$$

Проинтегрировав уравнения (1.8) и (1.9) для некоторого процесса, получим выражение первого закона термодинамики в интегральной форме:

$$Q = \Delta U + L; \quad q = \Delta u + l.$$

1.3 Внутренняя энергия

Внутренняя энергия системы включает в себя:

кинетическую энергию поступательного, вращательного и колебательного движения частиц;

потенциальную энергию взаимодействия частиц;

энергию электронных оболочек атомов;

внутриядерную энергию.

В большинстве теплоэнергетических процессов две последние составляющие остаются неизменными. Поэтому в дальнейшем под внутренней энергией будем понимать энергию хаотического движения молекул и атомов, включающую энергию поступательного, вращательного и колебательного движений как молекулярного, так и внутримолекулярного, а также потенциальную энергию сил взаимодействия между молекулами.

Кинетическая энергия молекул является функцией температуры, значение потенциальной энергии зависит от среднего расстояния между молекулами и, следовательно, от занимаемого газом объема V , т.

е. является функцией V . Поэтому *внутренняя энергия U есть функция состояния тела.*

Для сложной системы она определяется суммой энергий отдельных частей, т. е. обладает свойством аддитивности. Величина $u=U/M$, называемая удельной внутренней энергией (Дж/кг), представляет собой внутреннюю энергию единицы массы вещества.

В дальнейшем для краткости будем называть величину u просто внутренней энергией. Поскольку внутренняя энергия есть функция состояния тела, то она может быть представлена в виде функции двух любых независимых параметров, определяющих это состояние:

$$u = \varphi(p, V); u = \varphi(p, T); u = \varphi(V, T).$$

Ее изменение в термодинамическом процессе Δu не зависит от характера процесса и определяется только начальным и конечным состояниями тела:

$$\Delta u = \int_1^2 du = u_2 - u_1;$$

u_1 — значение внутренней энергии в начальном состоянии, а u_2 — в конечном. Математически это означает, что бесконечно малое изменение внутренней энергии du есть полный дифференциал и; если выразить внутреннюю энергию в виде функции удельного объема и температуры, то

$$du = (\partial u / \partial T)_v dT + (\partial u / \partial v)_T dv.$$

Внутренняя энергия идеального газа, в котором отсутствуют силы взаимодействия между молекулами, не зависит от объема газа или давления $[(\partial u / \partial v)_T = 0, (\partial u / \partial p)_T = 0]$, а определяется только его температурой, поэтому производная от внутренней энергии идеального газа по температуре есть полная производная:

$$(\partial u / \partial T)_p = (\partial u / \partial T)_v = du/dT$$

Для задач технической термодинамики важно не абсолютное значение внутренней энергии, а ее изменение в различных термодинамических процессах. Поэтому начало отсчета внутренней энергии может быть выбрано произвольно. Например, в соответствии с международным соглашением для воды за нуль принимается значение внутренней энергии при температуре 0,01 °С и давление 610,8 Па, а для идеальных газов — при 0 °С вне зависимости от давления.

1.4 Работа расширения

Работа в термодинамике, так же как и в механике, определяется произведением действующей на рабочее тело силы на путь ее действия.

Рассмотрим газ массой M и объемом V , заключенный в эластичную оболочку с поверхностью F .

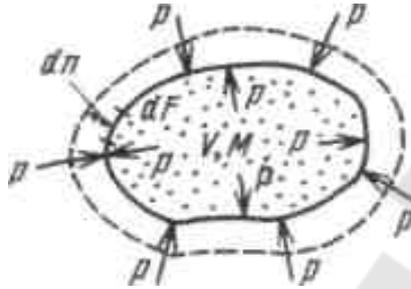


Рис. 1.1

Если газу сообщить некоторое количество теплоты, то он будет расширяться, совершая при этом работу против внешнего давления p , оказываемого на него средой. Газ действует на каждый элемент оболочки dF с силой, равной $p dF$ и, перемещая ее по нормали к поверхности на расстояние dn , совершает элементарную работу $p dF dn$. Общую работу, совершенную в течение бесконечно малого процесса, получим, интегрируя данное выражение по всей поверхности F оболочки: $\delta L = p \int_F dF dn$.

Из рисунка 1.1 видно, что изменение объема dV выражается в виде интеграла по поверхности: $dV = \int_F dF dn$, следовательно

$$\delta L = p dV. \quad (1.10)$$

При конечном изменении объема работа против сил внешнего давления, называемая работой расширения, равна

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Из (1.10) следует, что δL и dV всегда имеют одинаковые знаки: если $dV > 0$, то и $\delta L > 0$, т. е. при расширении работа тела положительна, при этом тело само совершает работу;

если же $dV < 0$, то и $\delta L < 0$, т. е. при сжатии работа тела отрицательна: это означает, что не тело совершает работу, а на его сжатие

затрачивается работа извне. Единицей измерения работы в СИ является джоуль (Дж).

Отнеся работу расширения к 1 кг массы рабочего тела, получим $l = L/M$; $\delta l = \delta L/M = pdV/M = pd(V/M) = pdv$.

Величина, представляющая собой удельную работу, совершаемую системой, содержащей 1 кг газа, равна

$$l = \int_{v_1}^{v_2} pdv. \quad (1.11)$$

Поскольку в общем случае p — величина переменная, то интегрирование возможно лишь тогда, когда известен закон изменения давления $p = p(v)$.

Формулы (1.10) — (1.11) справедливы только для равновесных процессов, при которых давление рабочего тела равно давлению окружающей среды.

В термодинамике для исследования равновесных процессов широко используют p, v — диаграмму, в которой осью абсцисс служит удельный объем, а осью ординат — давление. Поскольку состояние термодинамической системы определяется двумя параметрами, то на p, v — диаграмме оно изображается точкой. На рисунке точка 1 соответствует начальному состоянию системы, точка 2 — конечному, а линия 12 — процессу расширения рабочего тела от v_1 до v_2 . При бесконечно малом изменении объема площадь заштрихованной вертикальной полоски равна $p dv = \delta l$; следовательно, работа процесса 12 изображается площадью, ограниченной кривой процесса, осью абсцисс и крайними ординатами.

Таким образом, работа изменения объема эквивалентна площади под кривой процесса в диаграмме p, v (рисунок 1.2).

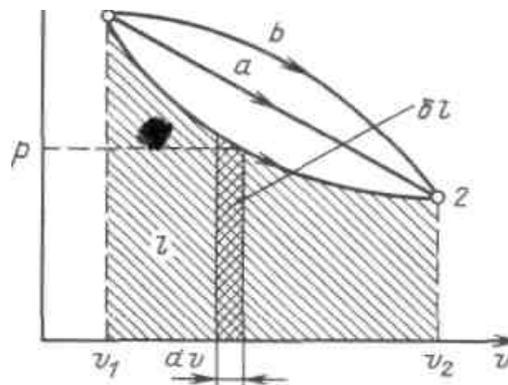


Рисунок 1.2 - Графическое изображение работы в p, v — координатах

Каждому пути перехода системы из состояния 1 в состояние 2 (например, 1a, 1a2 или 1b2) соответствует своя работа расширения. Следовательно, *работа зависит от характера термодинамического процесса*, а не является функцией только исходного и конечного состояний системы. С другой стороны, $\int p dv$ зависит от пути интегрирования и, следовательно, элементарная работа δl не является полным дифференциалом.

Работа всегда связана с перемещением макроскопических тел в пространстве, например перемещением поршня, деформацией оболочки, поэтому она характеризует упорядоченную (макрофизическую) форму передачи энергии от одного тела к другому и является мерой переданной энергии. Поскольку величина δl пропорциональна увеличению объема, то в качестве рабочих тел, предназначенных для преобразования тепловой энергии в механическую, целесообразно выбирать такие, которые обладают способностью значительно увеличивать свой объем. Этим качеством обладают газы и пары жидкостей. Поэтому, например, на тепловых электрических станциях рабочим телом служат пары воды, а в двигателях внутреннего сгорания — газообразные продукты сгорания того или иного топлива.

1.5 Теплота

Помимо макрофизической формы передачи энергии — работы существует также и микрофизическая, т. е. осуществляемая на молекулярном уровне форма обмена энергией между системой и окружающей средой. В этом случае энергия может быть передана системе без совершения работы. Мерой количества энергии, переданной микрофизическим путем, служит теплота.

Теплота может передаваться либо при непосредственном контакте между телами (теплопроводностью, конвекцией), либо на расстоянии (излучением), причем во всех случаях этот процесс возможен только при наличии разности температур между телами.

Как будет показано ниже, элементарное количество теплоты δQ , так же как и L , не является полным дифференциалом в отличие от дифференциала внутренней энергии dU . За этой математической символикой скрыт глубокий физический смысл различия понятий внутренней энергии, теплоты и работы.

Внутренняя энергия — это свойство самой системы, она характеризует состояние системы. Теплота и работа — это энергетиче-

ские характеристики процессов механического и теплового взаимодействия системы с окружающей средой. Они характеризуют те количества энергии, которые переданы системе или отданы ею через ее границы в определенном процессе.

1.6 Энтальпия

В термодинамике важную роль играет сумма внутренней энергии системы U и произведения давления системы p на ее объем V , называемая энтальпией и обозначаемая H :

$$H = U + pV.$$

Так как входящие в нее величины являются функциями состояния, то и сама энтальпия является функцией состояния. Так же как внутренняя энергия, работа и теплота, она измеряется в джоулях (Дж).

Энтальпия обладает свойством аддитивности. Величина

$$h = u + pv,$$

называемая удельной энтальпией ($h = H/M$), представляет собой энтальпию системы, содержащей 1 кг вещества, и измеряется в Дж/кг.

Поскольку энтальпия есть функция состояния, то она может быть представлена в виде функции двух любых параметров состояния:

$$h = \varphi_1(p, V); h = \varphi_2(p, T); h = \varphi_3(V, T),$$

а величина dh является полным дифференциалом.

Изменение энтальпии в любом процессе определяется только начальным и конечным состояниями тела и не зависит от характера процесса.

Физический смысл энтальпии выясним на следующем примере. Рассмотрим расширенную систему, включающую газ в цилиндре и поршень с грузом общим весом G .

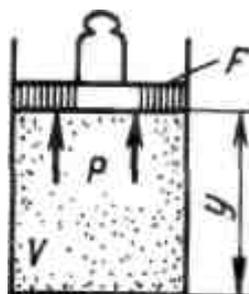


Рис. 1.3

Энергия этой системы складывается из внутренней энергии газа и потенциальной энергии поршня с грузом в поле внешних сил: $E = U + Gy$. В условиях равновесия ($G = pF$) эту функцию можно выразить через параметры газа: $E = U + pFy = U + pV$. Получаем, что $E \equiv H$, т.е. энтальпию можно трактовать как энергию расширенной системы.

Уравнение $\delta q = du + \delta l$ в случае, когда единственным видом работы является работа расширения, с учетом очевидного соотношения $p dv = d(pv) - v dp$ может быть записано в виде $\delta q = d(u + pv) - v dp$, или

$$\delta q = dh - v dp.$$

Из этого соотношения следует, что если давление системы сохраняется неизменным, т. е. осуществляется изобарный процесс ($dp=0$), то

$$\delta q_p = dh \quad \text{и} \quad q_p = h_2 - h_1.$$

т. е. теплота, подведенная к системе при постоянном давлении, идет только на изменение энтальпии данной системы.

Это выражение очень часто используется в расчетах, так как огромное количество процессов подвода теплоты в теплоэнергетике (в паровых котлах, камерах сгорания газовых турбин и реактивных двигателей, теплообменных аппаратах), а также целый ряд процессов химической технологии и многих других осуществляется при постоянном давлении. Кстати, по этой причине в таблицах термодинамических свойств обычно приводятся значения энтальпии, а не внутренней энергии.

Для идеального газа с учетом получим

$$dh = du + d(pv) = cvdT + RdT = (cv + R)dT = cpdT.$$

Так как между энтальпией и внутренней энергией существует связь $h = u + pv$, выбор начала отсчета одной из них не произволен: в точке, принятой за начало отсчета внутренней энергии, $h = pv$.

Например, для воды при $t=0.01^\circ\text{C}$ и $p = 610,8 \text{ Па}$, $u = 0$, а $h = pv = 0,611 \text{ Дж/кг}$.

При расчетах практический интерес представляет изменение энтальпии в конечном процессе:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_{t_1}^{t_2} c_p dT.$$

1.7 Энтропия

Как уже указывалось, величина $\delta q = du + pdv$ не является полным дифференциалом. Действительно, для того чтобы проинтегрировать правую часть этого выражения, нужно знать зависимость p от v , т. е. процесс, который совершает газ.

В математике доказывается, что дифференциальный двучлен всегда можно превратить в полный дифференциал путем умножения (или деления) на интегрирующий множитель (или делитель). Таким интегрирующим делителем для элементарного количества теплоты q является абсолютная температура T .

Покажем это на примере изменения параметров идеального газа в равновесных процессах:

$$\frac{\delta q}{T} = \frac{c_v dT + pdv}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}. \quad (1.12)$$

Выражение $\frac{\delta q}{T}$ при равновесном изменении состояния газа есть полный дифференциал некоторой функции состояния. Она называется энтропией, обозначается для 1 кг газа через s и измеряется в Дж/(кгК). Для произвольного количества газа энтропия, обозначаемая через S , равна $S = Ms$ и измеряется в Дж/К.

Таким образом, аналитически энтропия определяется следующим образом:

$$ds = \frac{\delta q}{T}. \quad (1.13)$$

Формула (1.13) справедлива как для идеальных газов, так и для реальных тел. Подобно любой другой функции состояния энтропия может быть представлена в виде функции любых двух параметров состояния:

$$s = \xi_1(p, V); \quad s = \xi_2(p, T); \quad s = \xi_3(V, T).$$

Значение энтропии для заданного состояния определяется интегрированием уравнения (1.13):

$$s = \int \frac{\delta q}{T} + s_0$$

где s_0 — константа интегрирования.

1.8 Термодинамические процессы идеальных газов в закрытых системах

Основными процессами, весьма важными и в теоретическом, и в прикладном отношении, являются: изохорный, протекающий при постоянном объеме; изобарный, протекающий при постоянном давлении; изотермический, происходящий при постоянной температуре; адиабатный — процесс, при котором отсутствует теплообмен с окружающей средой, и политропный, удовлетворяющий уравнению $pv^n = \text{const}$.

Метод исследования процессов, не зависящий от их особенностей и являющийся общим, состоит в следующем:

выводится уравнение процесса, устанавливающее связь между начальными и конечными параметрами рабочего тела в данном процессе;

вычисляется работа изменения объема газа;

определяется количество теплоты, подведенной (или отведенной) к газу в процессе;

определяется изменение внутренней энергии системы в процессе;

определяется изменение энтропии системы в процессе.

Изохорный процесс. При изохорном процессе выполняется условие

$dv = 0$ или $v = \text{const}$. Из уравнения состояния идеального газа следует, что $p/T = R/v = \text{const}$, т. е. давление газа прямо пропорционально его абсолютной температуре:

$$p_2/p_1 = T_2/T_1.$$

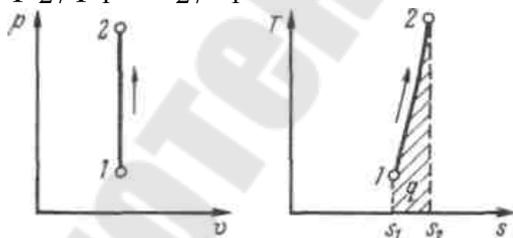


Рисунок 1.4 - Изображение изохорного процесса в p, v - и T, s -координатах

Работа расширения в этом процессе равна нулю, так как $dv = 0$.

Количество теплоты, подведенной к рабочему телу в процессе 12 при $c_v = \text{const}$, определяется как:

$$q = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT = c_v(T_2 - T_1).$$

Изобарный процесс. Из уравнения состояния идеального газа при $p = \text{const}$ находим $v/T = R/p = \text{const}$, или $v_2/v_1 = T_2/T_1$, т. е. в изобарном процессе объем газа пропорционален его абсолютной температуре (закон Гей-Люссака, 1802 г.). На рис. 1.5 изображен график процесса.

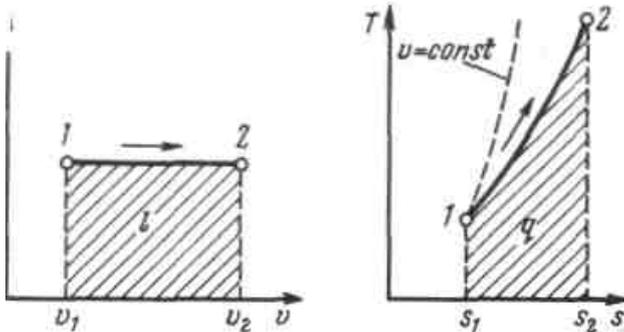


Рисунок 1.5 - Изображение изобарного процесса в p, v - и T, s -координатах

Из выражения $l = \int_{v_1}^{v_2} p dv$ следует, что $l = p(v_2 - v_1)$.

Так как $pv_1 = RT_1$ и $pv_2 = RT_2$, то одновременно $l = R(T_2 - T_1)$

Количество теплоты, сообщаемое газу при нагревании (или отдаваемое им при охлаждении):

$$q = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = c_{p\text{ср}} \Big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1),$$

где $c_{p\text{ср}}$ — средняя массовая изобарная теплоемкость в интервале температур от t_1 до t_2 при $c_p = \text{const}$

$$q = c_p(t_2 - t_1).$$

Изменение энтропии при $c_p = \text{const}$ согласно равно $s_2 - s_1 = c_p \ln(T_2/T_1)$,

т. е. температурная зависимость энтропии при изобарном процессе тоже имеет логарифмический характер, но поскольку $c_p > c_v$, то изобара в T, s -диаграмме идет более полого, чем изохора.

Изотермический процесс. При изотермическом процессе температура постоянна, следовательно, $pv = RT = \text{const}$, или

$$p_2/p_1 = v_2/v_1,$$

т. е. давление и объем обратно пропорциональны друг другу, так что при изотермическом сжатии давление газа возрастает, а при расширении — падает (закон Бойля — Мариотта, 1662 г.).

Графиком изотермического процесса в p, v –координатах является равнобокая гипербола, для которой координатные оси служат асимптотами .

Работа процесса:

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} RT dv/v = RT \ln(v_2/v_1) = RT \ln(p_1/p_2).$$

Так как температура не меняется, то внутренняя энергия идеального газа в данном процессе остается постоянной ($\Delta u = 0$) и вся подводимая к газу теплота полностью превращается в работу расширения:

$$q = l.$$

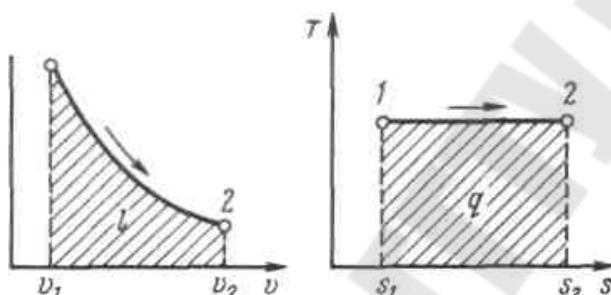


Рисунок 1.6 - Изображение изотермического процесса в p, v - и T, s -координатах.

При изотермическом сжатии от газа отводится теплота в количестве, равном затраченной на сжатие работе.

Изменение энтропии в изотермическом процессе выражается формулой

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \delta q/T = q/T = R \ln(p_1/p_2) = R \ln(v_2/v_1).$$

Адиабатный процесс. Процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой, называется адиабатным, т. е. $\delta q = 0$. Для того чтобы осуществить такой процесс, следует либо теплоизолировать газ, т. е. поместить его в адиабатную оболочку, либо провести процесс настолько быстро, чтобы изменение температуры газа, обусловленное

его теплообменом с окружающей средой, было пренебрежимо мало по сравнению с изменением температуры, вызванным расширением или сжатием газа. Как правило, это возможно, ибо теплообмен происходит значительно медленнее, чем сжатие или расширение газа.

Уравнения первого закона термодинамика для адиабатного процесса принимают вид: $c_p dT - v dp = 0$; $c_v dT + p dv = 0$. Поделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{c_p dT}{c_v dT} = -\frac{v dp}{p dv}, \text{ или } k \frac{dv}{v} = -\frac{dp}{p}.$$

Интегрируя последнее уравнение при условии, что $k = c_p/c_v = \text{const}$, находим

$$k \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = - \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} \text{ и } k \ln(v_2/v_1) = \ln(p_2/p_1).$$

После потенцирования имеем

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k. *$$

Это и есть уравнения адиабаты идеального газа при постоянном отношении теплоемкостей ($k = \text{const}$). Величина

$$k = c_p/c_v$$

называется показателем адиабаты. Подставив $c_p = c_v + R$, получим k . Согласно классической кинетической теории теплоемкость газов не зависит от температуры, поэтому можно считать, что величина k также не зависит от температуры и определяется числом степеней свободы молекулы. Для одноатомного газа $k=1,66$ для двухатомного $k=1,4$, для трех- и многоатомных газов $k=1,33$.

Поскольку $k > 1$, то в координатах p, v линия адиабаты идет круче линии изотермы: при адиабатном расширении давление понижается быстрее, чем при изотермическом, так как в процессе расширения уменьшается температура газа.

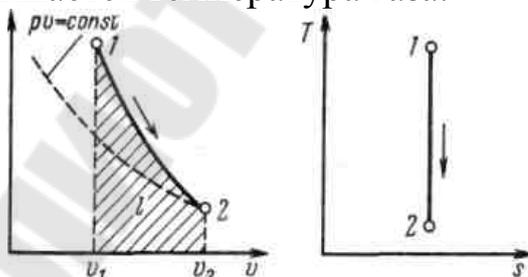


Рисунок 1.7 - Изображение адиабатного процесса в p, v - и T, s -координатах

Определив из уравнения состояния, написанного для состояний 1 и 2, отношение объемов или давлений, получим уравнение адиабатного процесса в форме, выражающей зависимость температуры от объема или давления:

$$T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{k-1};$$

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k}.$$

Работа расширения при адиабатном процессе согласно первому закону термодинамики совершается за счет уменьшения внутренней энергии и может быть вычислена по одной из следующих формул:

$$l = -\Delta u = c_v(T_2 - T_1) = \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2).$$

Так как $p_1v_1 = RT_1$ и $p_2v_2 = RT_2$, то

$$l = \frac{1}{k-1}(p_1v_1 - p_2v_2).$$

В данном процессе теплообмен газа с окружающей средой исключается, поэтому $q=0$. Выражение $c = \delta q / dT$ показывает, что теплоемкость адиабатного процесса равна нулю.

Поскольку при адиабатном процессе $\delta q = 0$, энтропия рабочего тела не изменяется ($ds=0$ и $s=\text{const}$). Следовательно, на T,s -диаграмме адиабатный процесс изображается вертикалью.

1.9 Эксергия

Основываясь на втором начале термодинамики, установим количественное соотношение между работой, которая могла бы быть совершена системой при данных внешних условиях в случае протекания в ней равновесных процессов, и действительной работой, производимой в тех же условиях, при неравновесных процессах.

Рассмотрим изолированную систему, состоящую из горячего источника с температурой T_1 , холодного источника (окружающей среды) с температурой T_0 и рабочего тела, совершающего цикл.

Работоспособностью (или эксергией) теплоты Q_1 , отбираемой от горячего источника с температурой T_1 , называется максимальная полезная работа, которая может быть получена за счет этой теплоты при условии, что холодным источником является окружающая среда с температурой T_0 .

Из предыдущего ясно, что максимальная полезная работа $L'_{\text{макс}}$ теплоты Q_1 представляет собой работу равновесного цикла Карно, осуществляемого в диапазоне температур $T_1 - T_0$.

$$L'_{\text{макс}} = \eta_t Q_1,$$

где $\eta_t = 1 - T_0/T_1$.

Таким образом, эксергия теплоты Q_1

$$L'_{\text{макс}} = Q_1(1 - T_0/T_1),$$

т. е. работоспособность теплоты тем больше, чем меньше отношение T_0/T_1 . При $T_1 = T_0$ она равна нулю.

Полезную работу, полученную за счет теплоты Q_1 горячего источника, можно представить в виде $L_1 = Q_1 - Q_2$, где Q_2 — теплота, отдаваемая в цикле холодному источнику (окружающей среде) с температурой T_0 .

Если через $\Delta S_{\text{хол}}$ обозначить приращение энтропии холодного источника, то $Q_2 = T_0 \Delta S_{\text{хол}}$, тогда

$$L' = Q_1 - T_0 \Delta S_{\text{хол}}. \quad (1.14)$$

Если бы в рассматриваемой изолированной системе протекали только равновесные процессы, то энтропия системы оставалась бы неизменной, а увеличение энтропии холодного источника $\Delta S_{\text{хол}}$ равнялось бы уменьшению энтропии горячего. В этом случае за счет теплоты Q_1 можно было бы получить максимальную полезную работу

$$L'_{\text{макс}} = Q_1 - T_0 \Delta S_{\text{гор}}$$

что следует из уравнения (5.3).

Действительное количество работы, произведенной в этих же условиях, но при неравновесных процессах, определяется уравнением (5.3).

Таким образом, потерю работоспособности теплоты можно записать как $\Delta L = L'_{\text{макс}} - L' = T_0 (\Delta S_{\text{хол}} - \Delta S_{\text{гор}})$, но разность $(\Delta S_{\text{хол}} - \Delta S_{\text{гор}})$ представляет собой изменение энтропии рассматриваемой изолированной системы, поэтому

$$\Delta L = T_0 \Delta S_{\text{сист}}. \quad (1.15)$$

Величина ΔL определяет потерю работы, обусловленную рассеиванием энергии вследствие неравновесности протекающих в системе процессов. Чем больше неравновесность процессов, мерой которой

является увеличение энтропии изолированной системы $\Delta S_{\text{сист}}$, тем меньше производимая системой работа.

Уравнение (5.4) называют уравнением Гюи — Стодолы по имени французского физика М. Гюи, получившего это уравнение в 1889 г., и словацкого теплотехника А. Стодолы, впервые применившего это уравнение.

1.10 Термодинамические процессы реальных газов

В качестве реального газа рассмотрим водяной пар, который широко используется во многих отраслях техники, и прежде всего в теплоэнергетике, где он является основным рабочим телом. Поэтому исследование термодинамических свойств воды и водяного пара имеет большое практическое значение.

Процесс парообразования. Основные понятия и определения. Рассмотрим процесс получения пара. Для этого 1 кг воды при температуре 0°C поместим в цилиндр с подвижным поршнем. Приложим к поршню извне некоторую постоянную силу P . Тогда при площади поршня F давление будет постоянным и равным $p=P/F$. Изобразим процесс парообразования, т. е. превращения вещества из жидкого состояния в газообразное, в p, v -диаграмме

Начальное состояние воды, находящейся под давлением p и имеющей температуру 0°C , изобразится на диаграмме точкой $a\theta$. При подводе теплоты к воде ее температура постепенно повышается до тех пор, пока не достигнет температуры кипения t_s , соответствующей данному давлению. При этом удельный объем жидкости сначала уменьшается, достигает минимального значения при $t=4^\circ\text{C}$, а затем начинает возрастать. (Такой аномалией — увеличением плотности при нагревании в некотором диапазоне температур — обладают немногие жидкости. У большинства жидкостей удельный объем при нагревании увеличивается монотонно). Состояние жидкости, доведенной до температуры кипения, изображается на диаграмме точкой a' .

При дальнейшем подводе теплоты начинается кипение воды с сильным увеличением объема. В цилиндре теперь находится двухфазная среда — смесь воды и пара, называемая влажным насыщенным паром. По мере подвода теплоты количество жидкой фазы уменьшается, а паровой — растет. Температура смеси при этом остается неизменной и равной t_s , так как вся теплота расходуется на испарение жидкой фазы. Следовательно — процесс парообразования на этой ста-

дии является изобарно-изотермическим. Наконец, последняя капля воды превращается в пар, и цилиндр оказывается заполненным только паром, который называется сухим насыщенным. Состояние его изображается точкой a'' .

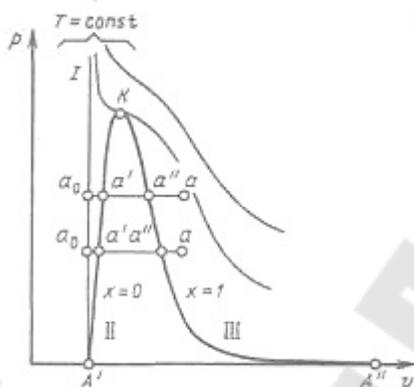


Рисунок 1.8 - p,v-диаграмма водяного пара

Насыщенным называется пар, находящийся в термическом и динамическом равновесии с жидкостью, из которой он образуется. Динамическое равновесие заключается в том, что количество молекул, вылетающих из воды в паровое пространство, равно количеству молекул, конденсирующихся на ее поверхности. В паровом пространстве при этом равновесном состоянии находится максимально возможное при данной температуре число молекул. При увеличении температуры количество молекул, обладающих энергией, достаточной для вылета в паровое пространство, увеличивается. Равновесие восстанавливается за счет возрастания давления пара, которое ведет к увеличению его плотности и, следовательно, количества молекул, в единицу времени конденсирующихся на поверхности воды. Отсюда следует, что давление насыщенного пара является монотонно возрастающей функцией его температуры, или, что то же самое, температура насыщенного пара есть монотонно возрастающая функция его давления.

При увеличении объема над поверхностью жидкости, имеющей температуру насыщения, некоторое количество жидкости переходит в пар, при уменьшении объема «излишний» пар снова переходит в жидкость, но в обоих случаях давление пара остается постоянным.

Насыщенный пар, в котором отсутствуют взвешенные частицы жидкой фазы, называется сухим насыщенным паром. Его удельный объем и температура являются функциями давления. Поэтому состоя-

ние сухого пара можно задать любым из параметров — давлением, удельным объемом или температурой.

Двухфазная смесь, представляющая собой пар со взвешенными в нем капельками жидкости, называется влажным насыщенным паром. Массовая доля сухого насыщенного пара во влажном называется степенью сухости пара и обозначается буквой x . Массовая доля кипящей воды во влажном паре, равная $1-x$, называется степенью влажности. Для кипящей жидкости $x=0$, а для сухого насыщенного пара $x=1$. Состояние влажного пара характеризуется двумя параметрами: давлением (или температурой насыщения t_s , определяющей это давление) и степенью сухости пара.

При сообщении сухому пару теплоты при том же давлении его температура будет увеличиваться, пар будет перегреваться. Точка a изображает состояние перегретого пара и в зависимости от температуры пара может лежать на разных расстояниях от точки a'' . Таким образом, перегретым называется пар, температура которого превышает температуру насыщенного пара того же давления.

Так как удельный объем перегретого пара при том же давлении больше, чем насыщенного, то в единице объема перегретого пара содержится меньшее количество молекул, значит, он обладает меньшей плотностью. Состояние перегретого пара, как и любого газа, определяется двумя любыми независимыми параметрами.

Если рассмотреть процесс парообразования при более высоком давлении, то можно заметить следующие изменения. Точка a_0 , соответствующая состоянию 1 кг воды при 0°C и новом давлении, остается почти на той же вертикали, так как вода практически несжимаема. Точка a' смещается вправо, ибо с ростом давления увеличивается температура кипения, а жидкость при повышении температуры расширяется. Что же касается пара (точка a''), то, несмотря на увеличение температуры кипения, удельный объем пара все-таки падает из-за более сильного влияния растущего давления.

Поскольку удельный объем жидкости растет, а пара падает, то при постоянном увеличении давления мы достигнем такой точки, в которой удельные объемы жидкости и пара сравняются. Эта точка называется критической. В критической точке различия между жидкостью и паром исчезают. Для воды параметры критической точки K составляют: $p_{кр}=221,29 \cdot 10^5$ Па; $t_{кр} = 374,15^\circ\text{C}$; $v_{кр} = 0,00326$ м³/кг.

Критическая температура — это максимально возможная температура сосуществования двух фаз: жидкости и насыщенного пара.

При температурах, больших критической, возможно существование только одной фазы. Название этой фазы (жидкость или перегретый пар) в какой-то степени условно и определяется обычно ее температурой. Все газы являются сильно перегретыми сверх $T_{кр}$ парами. Чем выше температура перегрева (при данном давлении), тем ближе пар по своим свойствам к идеальному газу.

Наименьшим давлением, при котором еще возможно равновесие воды и насыщенного пара, является давление, соответствующее тройной точке. Под последней понимается то единственное состояние, в котором могут одновременно находиться в равновесии пар, вода и лед (точка A' на рисунке). Параметры тройной точки для воды: $p_0 = 611$ Па; $t_0 = 0,01$ °С; $v_0 = 0,00100$ м³/кг. Процесс парообразования, происходящий при абсолютном давлении $p_0 = 611$ Па, показан на диаграмме изобарой $A'A''$, которая практически совпадает с осью абсцисс. При более низких давлениях пар может сосуществовать лишь в равновесии со льдом. Процесс образования пара непосредственно из льда называется сублимацией.

Если теперь соединить одноименные точки плавными кривыми, то получим нулевую изотерму I, каждая точка которой соответствует состоянию 1 кг воды при 0°С и давлению p , нижнюю пограничную кривую II, представляющую зависимость от давления удельного объема жидкости при температуре кипения, и верхнюю пограничную кривую III, дающую зависимость удельного объема сухого насыщенного пара от давления.

Все точки горизонталей между кривыми II и III соответствуют состояниям влажного насыщенного пара, точки кривой II определяют состояние кипящей воды, точки кривой III — состояния сухого насыщенного пара. Влево от кривой II до нулевой изотермы лежит область некипящей однофазной жидкости, вправо от кривой III — область перегретого пара. Таким образом, кривые II и III определяют область насыщенного пара, отделяя ее от области воды и перегретого пара, и поэтому называются пограничными. Выше точки K , где пограничных кривых нет, находится область однофазных состояний, в которой нельзя провести четкой границы между жидкостью и паром.

Определение параметров воды и пара. Термодинамические параметры кипящей воды и сухого насыщенного пара берутся из таблиц теплофизических свойств воды и водяного пара. В этих таблицах термодинамические величины со штрихом относятся к воде, нагретой до

температуры кипения, а величины с двумя штрихами — к сухому насыщенному пару.

Поскольку для изобарного процесса подведенная к жидкости теплота $q = h_1 - h_2$, то, применив это соотношение к процессу $a'a''$, получим

$$q = r = h'' - h'.$$

Величина r называется теплотой парообразования и определяет количество теплоты, необходимое для превращения одного килограмма воды в сухой насыщенный пар той же температуры.

Приращение энтропии в процессе парообразования определяется формулой $s'' - s' = \int \frac{\delta q}{T} = \frac{1}{T_s} \int \delta q = \frac{r}{T_s}$.

За нулевое состояние, от которого отсчитываются величины s' , принято состояние воды в тройной точке. Так как состояние кипящей воды и сухого насыщенного пара определяется только одним параметром, то по известному давлению или температуре из таблиц воды и водяного пара берутся значения $v', v'', h', h'', s', s'', r$.

Удельный объем v_x , энтропия s_x и энтальпия h_x влажного насыщенного пара определяются по правилу аддитивности. Поскольку в 1 кг влажного пара содержится x кг сухого и $(1 - x)$ кг кипящей воды, то

$$v_x = xv'' + (1 - x)v' = v'' + x(v'' - v').$$

Аналогично

$$s_x = s' + x(s'' - s') = s' + xr/T;$$

$$h_x = h' + x(h'' - h') = h' + xr;$$

Непосредственно из таблиц взять параметры влажного пара нельзя. Их определяют по приведенным выше формулам по заданному давлению (или температуре) и степени сухости.

Однофазные состояния некипящей воды и перегретого пара задаются двумя параметрами. По заданным давлению и температуре из таблиц воды и перегретого пара находят значения v, h, s .

T, s -диаграмма водяного пара. Для исследования различных процессов с водяным паром кроме таблиц используется T, s -диаграмма. Она строится путем переноса числовых данных таблиц водяного пара в T, s -координаты.

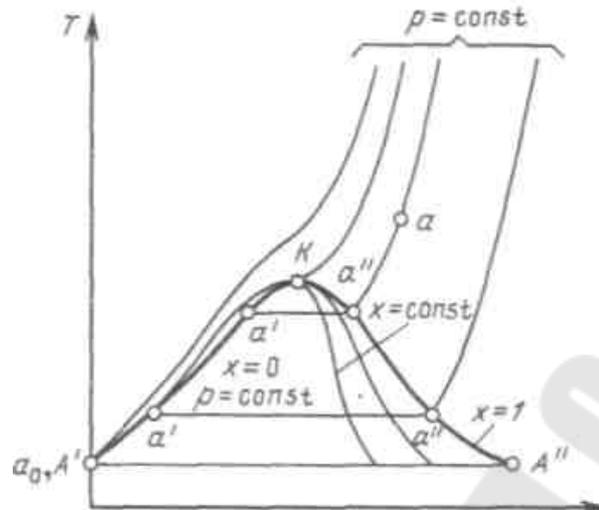


Рисунок 1.9 - T, s -диаграмма водяного пара

Состояние воды в тройной точке ($s_0 = 0$; $T_0 = 273,16$ К) изображается в диаграмме точкой A' . Откладывая на диаграмме для разных температур значения s' и s'' , получим нижнюю и верхнюю пограничные кривые. Влево от нижней пограничной кривой располагается область жидкости, между пограничными кривыми — двухфазная область влажного насыщенного пара, вправо и вверх от верхней пограничной кривой — область перегретого пара.

На диаграмму наносят изобары, изохоры и линии постоянной степени сухости, для чего каждую изобару $a'a''$ делят на одинаковое число частей и соединяют соответствующие точки линиями $x = \text{const}$. Область диаграммы, лежащая ниже нулевой изотермы, отвечает различным состояниям смеси пар+лед.

h, s -диаграмма водяного пара. Если за независимые параметры, определяющие состояние рабочего тела, принять энтропию s и энтальпию h , то каждое состояние можно изобразить точкой на h, s -диаграмме.

На рисунке 1.10 изображена h, s -диаграмма для водяного пара, которая строится путем переноса числовых данных таблиц водяного пара в h, s -координаты.

За начало координат принято состояние воды в тройной точке. Откладывая на диаграмме для различных давлений значения s' и h'' для воды при температуре, кипения, а также s'' и h'' для сухого насыщенного пара, получаем нижнюю и верхнюю пограничные кривые.

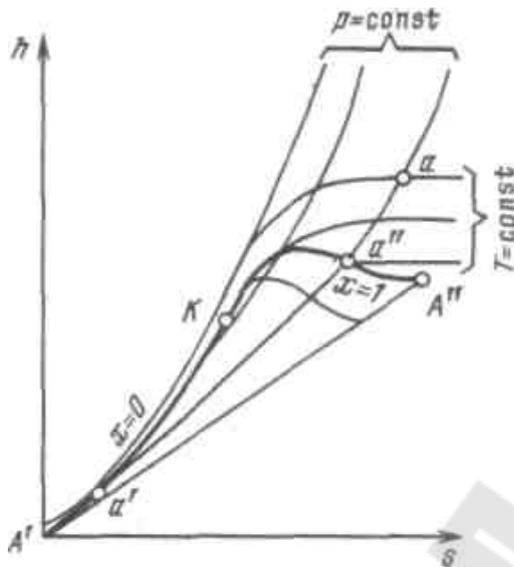


Рисунок 1.10 - h, s -диаграмма водяного пара

Изобары в двухфазной области влажного пара представляют собой пучок расходящихся прямых. Действительно, в процессе $p = \text{const}$ $ds = \delta q_p / T = dh / T$, или $(\partial h / \partial s)_p = T$, т.е. тангенс угла наклона изобары в h, s -координатах численно равен абсолютной температуре данного состояния. Так как в области насыщения изобара совпадает с изотермой, тангенс угла наклона постоянен и изобара является прямой. Чем выше давление насыщения, тем выше температура, тем больше тангенс угла наклона изобары, поэтому в области насыщения прямые $p = \text{const}$ расходятся. Чем больше давление, тем выше лежит изобара. Критическая точка K лежит не на вершине, как это было в p, v - и T, s -диаграммах, а на левом склоне пограничной кривой.

В области перегрева температура пара (при постоянном давлении) растет с увеличением s примерно по логарифмической кривой и крутизна изобары увеличивается. Аналогичный характер имеют изобары и в области воды, но они идут так близко от пограничной кривой, что практически сливаются с ней.

При низких давлениях и относительно высоких температурах перегретый пар по своим свойствам близок к идеальному газу. Так как в изотермическом процессе энтальпия идеального газа не изменяется, изотермы сильно перегретого пара идут горизонтально. При приближении к области насыщения, т. е. к верхней пограничной кривой, свойства перегретого пара значительно отклоняются от свойств идеального газа и изотермы искривляются.

В h, s -диаграмме водяного пара нанесены также линии $v = \text{const}$, идущие круче изобар.

Обычно всю диаграмму не выполняют, а строят только ее верхнюю часть, наиболее употребительную в практике расчетов. Это дает возможность изображать ее в более крупном масштабе.

Для любой точки на этой диаграмме можно найти p , v , t , h , s , x . Большое достоинство диаграммы состоит в том, что количество теплоты в изобарном процессе равно разности ординат конечной и начальной точек процесса и изображается отрезком вертикальной прямой, а не площадью как в T, s -диаграмме, поэтому h, s -диаграмма исключительно широко используется при проведении тепловых расчетов.

Основные термодинамические процессы водяного пара. Для анализа работы паросиловых установок существенное значение имеют изохорный, изобарный, изотермический и адиабатный процессы. Расчет этих процессов можно выполнить либо с помощью таблицы воды и водяного пара, либо с помощью h, s -диаграммы. Первый способ более точен, но второй более прост и нагляден.

Общий метод расчета по h, s -диаграмме состоит в следующем. По известным параметрам наносится начальное состояние рабочего тела, затем проводится линия процесса и определяются его параметры в конечном состоянии. Далее вычисляется изменение внутренней энергии, определяются количества теплоты и работы в заданном процессе.

Изохорный процесс. Из диаграммы на рисунке видно, что нагреванием при постоянном объеме влажный пар можно перевести в сухой насыщенный и перегретый. Охлаждением его можно сконденсировать, но не до конца, так как при каком угодно низком давлении над жидкостью всегда находится некоторое количество насыщенного пара. Это означает, что изохора не пересекает нижнюю пограничную кривую.

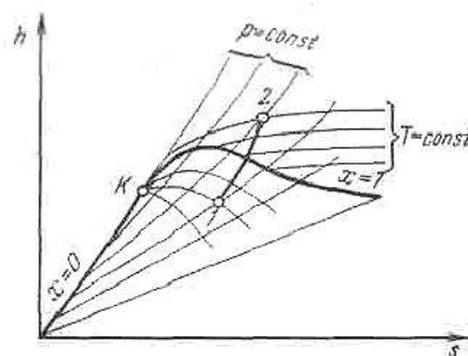


Рисунок 1.11 - Изохорный процесс водяного пара

Изменение внутренней энергии водного пара при $v = \text{const}$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = (h_2 - p_2 v_2) - (h_1 - p_1 v_1).$$

Данная формула справедлива и для всех без исключения остальных термодинамических процессов.

В изохорном процессе работа $l = 0$, поэтому подведенная теплота расходуется (в соответствии с первым законом термодинамики) на увеличение внутренней энергии пара:

$$q = u_2 - u_1$$

Изобарный процесс. При подводе теплоты к влажному насыщенному пару его степень сухости увеличивается и он (при постоянной температуре) переходит в сухой, а при дальнейшем подводе теплоты — в перегретый пар (температура пара при этом растет). При отводе теплоты влажный пар конденсируется при $T_s = \text{const}$.

Полученная в процессе теплота равна разности энтальпий:

$$q = h_2 - h_1.$$

Работа процесса подсчитывается по формуле:

$$l = p(v_2 - v_1).$$

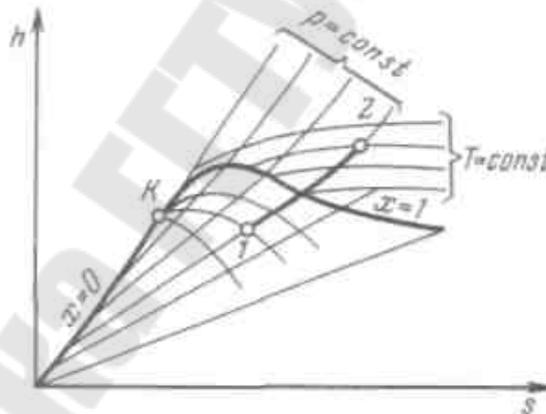


Рисунок 1.12 - Изобарный процесс водяного пара

Изотермический процесс. Внутренняя энергия водяного пара в процессе $T = \text{const}$ не остается постоянной (как у идеального газа), так как изменяется ее потенциальная составляющая. Величина Δu находится по формуле $\Delta u = u_2 - u_1 = (h_2 - p_2 v_2) - (h_1 - p_1 v_1)$.

Количество полученной в изотермическом процессе теплоты равно

$$q = T(s_2 - s_1).$$

Работа расширения определяется из первого закона термодинамики:

$$l = q - \Delta u.$$

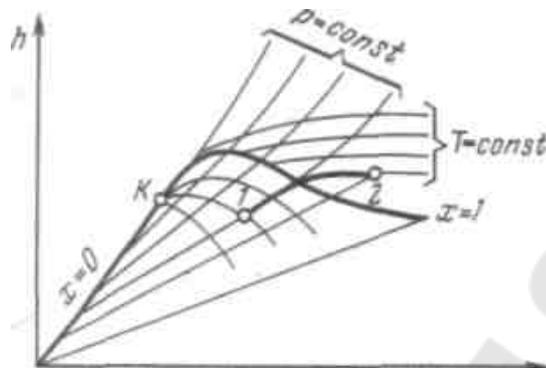


Рисунок 1.13 - Изотермический процесс водяного пара

Адиабатный процесс. При адиабатном расширении давление и температура пара уменьшаются, и перегретый пар становится сначала сухим, а затем влажным. Работа адиабатного процесса определяется выражением

$$l = -\Delta u = u_1 - u_2 = (h_1 - p_1 v_1) - (h_2 - p_2 v_2).$$

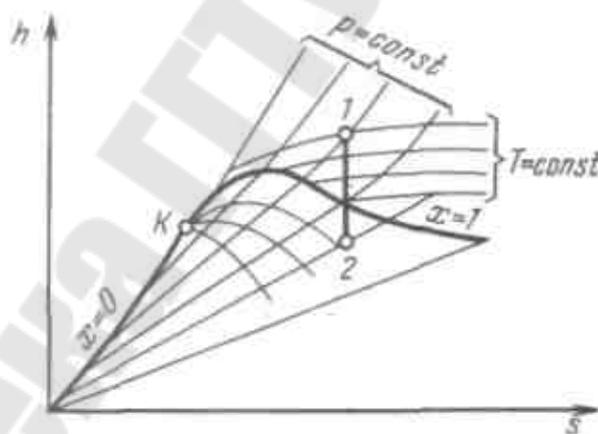


Рисунок 1.14

2 ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ

Теплообмен излучением связан с распространением энергии от излучающего тела посредством электромагнитных волн. Эти волны в однородной изотропной среде или вакууме распространяются прямолинейно со скоростью света и подчиняются оптическим законам преломления, поглощения и отражения. Помимо волновых свойств излучение обладает также и корпускулярными свойствами: лучистая энергия испускается и поглощается материальными телами не непрерывно, а отдельными порциями – квантами или фотонами. Излучение имеет двойственный характер: оно обладает свойством непрерывности поля электромагнитных волн и свойством дискретности, типичным для фотонов. Энергия и импульсы сосредоточиваются в фотонах, а вероятность нахождения их в том или ином месте пространства обусловлена законами волновой механики. Поэтому процессы излучения и поглощения лучистой энергии описываются законами квантовой механики, а процессы распространения энергии – законами волновой теории распространения электромагнитных колебаний.

Тот или иной вид излучения отличается от других процессами, управляющими генерацией электромагнитных волн вследствие перехода электрона с одной орбиты на другую, а также изменениями частоты колебаний атомов, либо частоты вращения молекул относительно характерной для каждого вида молекулы оси симметрии. Уровень развития этих процессов определяется температурой. При любой температуре практически все тела испускают волны разных длин. Каждой конкретной температуре соответствует преимущественный вид излучения.

Тепловое излучение, достигнув поверхности твердого тела с более низкой температурой, вызывает изменение состояния электронов, атомов или молекул на поверхности, которое в конечном итоге приводит к повышению внутренней энергии тела и соответственно к повышению температуры его поверхности. Таким образом, теплообмен излучением связан с двойным преобразованием энергии.

2.1 Основные понятия теории излучения

Поток излучения $Q = W/\tau$ есть величина энергии излучения W , отнесенная ко времени переноса τ , значительно превышающему период колебаний электромагнитных волн.

При составлении тепловых балансов различают следующие виды потоков:

- поток собственного излучения – поток, испускаемый телом (средой) вследствие теплового излучения;
- поток падающего излучения – поток энергии, падающий на рассматриваемую поверхность тела;
- поток отраженного излучения – часть потока падающего излучения, отраженная телом (средой);
- поток поглощенного излучения – часть потока падающего излучения, поглощенная телом (средой);
- поток эффективного излучения – сумма потоков собственного и отраженного излучений;
- поток результирующего излучения – разность между потоками падающего и эффективного (или поглощенного и собственного) излучений.

Поток излучения через единицу поверхности оценивается поверхностной плотностью потока излучения, обозначаемой q или E (например, $E = Q/F$). Для характеристики отдельных составляющих теплового потока используются понятия собственного излучения, падающего излучения, отраженного излучения, поглощенного излучения, эффективного излучения, результирующего излучения.

Интенсивность потока излучения – отношение потока излучения к элементарной поверхности, ортогональной к рассматриваемому направлению, dF и к элементарному телесному углу Ω , ось которого совпадает с выбранным направлением:

$$I = d^2Q / (dF \cos \Theta d\Omega) = d^2Q (dF / d\Omega) = dE / d\Omega,$$

где Θ – угол между рассматриваемым направлением и нормалью к dF .

Различают интенсивности потоков падающего, собственного, отраженного и эффективного излучений.

Спектральная плотность интенсивности излучения – отношение интенсивности излучения, соответствующей узкому интервалу длин волн $d\lambda$, к величине этого интервала:

$$I_{\lambda} = d^3 Q / (dF d\Omega d\lambda) = d^2 E / (d\Omega d\lambda) = dI / d\lambda.$$

Излучение одной длины волны или в диапазоне $d\lambda$ называется монохроматическим.

Интегральные энергетические характеристики излучения получают интегрированием спектральной величины по длине волны.

Тепловое излучение от элемента поверхности твердых тел распространяется по всем направлениям. Различают модели полусферического ($\Omega = 2\pi$) и объемного ($\Omega = 4\pi$) излучения.

Радиационные свойства тел характеризуются коэффициентами поглощательной (a), отражательной (r) и пропускной (d) способности тел, которые определяются как отношения соответствующих потоков излучения к падающему на тело потоку. Различают абсолютно черное тело ($a=1, r=d=0$), абсолютно белое тело при изотропном диффузионном отражении или идеально зеркальное при зеркальном (угол отражения равен углу падения) отражении ($r=1, a=d=0$) и лучепрозрачное (диатермичное) тело ($d=1, a=r=0$). Некоторые реальные тела по своим радиационным свойствам могут приближаться к идеальным (например, для сажи и бархата $a \rightarrow 1$, для полированного алюминиевого зеркала $r \rightarrow 1$, сухой воздух имеет $d \rightarrow 1$).

2.2 Законы излучения абсолютно черного тела

При выводе ряда законов теплообмена излучением используется понятие абсолютно черного тела (а.ч.т.), моделью которого служит отверстие в стенке непрозрачной полости, много меньшее самой полости. При равномерном нагреве такой полости тепловое излучение из отверстия соответствует излучению а.ч.т.

Закон Планка определяет распределение спектральной плотности интенсивности полусферического излучения идеального излучателя по спектру:

$$E_{0,\lambda} = C_1 \lambda^{-5} / [\exp(C_2 / \lambda T) - 1],$$

где C_1 и C_2 – константы, $C_1 = 3,75 \cdot 10^{-16}$ Вт·м² и $C_2 = 1,673 \cdot 10^{-2}$ м·К.

На графиках зависимости $E_{0,\lambda}$ от температуры и длины волны имеет место смещение максимума излучения в сторону коротких волн, которое описывается законом Вина. Математическое выражение закона Вина получают дифференцированием уравнения

Планка, считая полученную производную равной нулю:
 $\lambda_{\max} T = 2,898 \text{ мм}\cdot\text{К}$.

Для инженерных расчетов применяется закон Стефана – Больцмана, согласно которому интегральная плотность излучения E_0 пропорциональна четвертой степени температуры идеального излучателя. Интегральную плотность интенсивности полусферического излучения получают в результате интегрирования уравнения закона Планка по длине волны λ от 0 до ∞ :

$$E_0 = \int_0^{\infty} E_{0,\lambda} d\lambda = 6,494 \frac{C_1}{C_2^4} T = \sigma_0 T^4 ,$$

где $\sigma_0 = 5,97 \text{ Вт/м}^2$ – постоянная Стефана – Больцмана.

Для практических расчетов математическое выражение закона представляется в виде

$$E_0 = C_0 (T/100)^4 ,$$

где $C_0 = \text{const}$, $C_0 = 5,67 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К}^4)$.

Закон Ламберта (закон косинусов) характеризует распределение потоков излучения по всем направлениям, каждое из которых образует с нормалью к излучающей поверхности угол θ . Согласно этому закону, поток излучения с элемента поверхности dF_1 в направлении элемента dF_2 пропорционален поверхностной плотности потока, получаемого по нормали E_n , умноженной на величину телесного угла $d\Omega$ и $\cos\theta$:

$$d^2 Q_{\theta} = I_n dF_1 d\Omega \cos\theta = E_n d\Omega \cos\theta .$$

Для а.ч.т. интегральная плотность излучения в направлении нормали E_n в π раз меньше аналогичной характеристики полусферического излучения:

$$E_n = E_0 / \pi .$$

Из закона Ламберта следует, что интенсивность излучения I в пределах полусферы сохраняется и не зависит от направления. Излучение с $I = \text{const}$ (независимо от направления) называется изотропным.

2.3 Законы излучения реальных тел

Реальные тела отличаются от а.ч.т. тем, что поглощают и излучают при равных температуре и площади и одинаковой ориентации в пространстве меньше тепловой энергии, чем идеальные тела.

Для оценки радиационных свойств реальных тел используется понятие степени черноты ε как отношения потока излучения тела к потоку энергии, испускаемой идеальным излучателем с той же температурой и в ту же среду:

$$\varepsilon = E/E_0 .$$

Величина ε может изменяться от 0 до 1,0 и применяется для характеристик интегрального и спектрального излучений.

Закон Кирхгофа устанавливает связь между степенью черноты тела и его поглощательной способностью. Для вывода данного закона рассматривается теплообмен излучением между двумя близко расположенными поверхностями (реальной и а.ч.т.), разделенными лучепрозрачным газом.

Закон Кирхгофа показывает, что отношение излучательной способности реального тела при данной температуре к поглощательной способности этого же тела постоянно и равно излучательной способности идеального излучателя при той же температуре:

$$E_1/a_1 = E_2/a_2 = \dots = E_0/a_0 = E_0 = f(T) .$$

Закон Стефана – Больцмана для реальных тел представляется в виде

$$E = C(T/100)^4$$

(здесь C – константа, характеризующая свойства среды), откуда можно получить

$$C_1/a_1 = C_2/a_2 = \dots = C_0 .$$

Из закона Кирхгофа следует, что $a = \varepsilon$, т.е. поглощательная способность и степень черноты численно равны.

Закон Стефана – Больцмана для излучения реальных тел имеет вид

$$E = \varepsilon C_0 (T/100)^4 .$$

Для оценки изменения потока излучения вследствие поглощения и рассеивания энергии используется закон Бугера, согласно которому относительное изменение интенсивности излучения при прохождении через элементарный слой при определенной концентрации поглощающего вещества пропорционально длине пути луча в этом слое:

$$a = (I_{\text{нач}} - I) / I_{\text{нач}} = 1 - \exp(-k_0 l),$$

где k_0 – константа, характеризующая свойства среды; $I_{\text{нач}}$ – интенсивность падающего на поверхность слоя излучения; l – толщина слоя.

Энергия, поглощенная в слое толщиной l , равна $I_{\text{нач}} - I$. Произведение $k_0 l$ называется оптической толщиной (плотностью) слоя.

В соответствии с законом Бера относительное ослабление монохроматического луча в слое заданной толщины пропорционально концентрации поглощающего вещества μ в данном слое. На практике используют объединенный закон Бугера – Бера

$$a = \varepsilon = 1 - \exp(-k_0 \mu l).$$

Закон Бугера – Бера справедлив для газового излучения, запыленной среды, состоящей из абсолютно черных сферических частиц одинакового диаметра, подчиняющихся также законам геометрической оптики.

2.4 Свойства и характеристики тел и сред

При проведении расчетов для систем, образованных серыми телами, имеющих разные размеры и формы, произвольно ориентированных в пространстве, используются оптико-геометрические характеристики. Если излучающее тело обладает изотропным излучением и отражением, разделяющая среда лучепрозрачна и тела, участвующие в теплообмене, произвольно расположены друг относительно друга, то можно определить элементарный угловой коэффициент излучения с площадки dF_1 на поверхность dF_2 :

$$\varphi_{dF_1 \rightarrow dF_2} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r_{1-2}^2} dF_2,$$

где r_{1-2} – расстояние между двумя точками.

Локальный угловой коэффициент излучения с площадки dF_1 на конечную поверхность F_2

$$\varphi_{dF_1 \rightarrow F_2} = \int_{F_2} d\varphi_{dF_1 \rightarrow dF_2} = \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r_{1-2}^2} dF_2 .$$

Средний угловой коэффициент излучения равен отношению потока излучения всей поверхности F_1 к потоку, падающему на поверхность конечного размера F_2 :

$$\varphi_{F_1 \rightarrow F_2} = \varphi_{12} = \frac{1}{F_1} \int_{F_1} d\varphi_{dF_1 \rightarrow dF_2} = \frac{1}{F_1} \int_{F_1} \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r_{1-2}^2} dF_1 dF_2 ;$$

$$\varphi_{21} = \frac{1}{F_2} \int_{F_2} \int_{F_1} \frac{\cos\theta_2 \cos\theta_1}{\pi r_{2-1}^2} dF_2 dF_1 ,$$

$$\varphi_{12} F_1 = H , \quad \varphi_{21} F_2 = H ,$$

где H – взаимная поверхность пары тел.

Оптико-геометрические характеристики тел обладают свойствами взаимности ($\varphi_{ik} F_i = \varphi_{ki} F_k$), замкнутости $\left(\varphi_{ik} + \sum_{k=1}^n \varphi_{ik} = 1, 0 \right)$, аддитивности ($\varphi_{ik} = \varphi_{ik_1} + \varphi_{ik_2} + \varphi_{ik_3} + \dots + \varphi_{ik_n}$) и невогнутости ($\varphi_{ii} = 0$). Свойство замкнутости может быть также записано в форме

$$\varphi_{ii} F_i + \sum_{k=1}^n \varphi_{ik} F_i = F_i .$$

Если тела окружены другими серыми телами, то энергия, излученная поверхностью F_1 , многократно отразится от других серых поверхностей, в том числе от F_k и от самой себя. В этом случае применяется разрешающий угловой коэффициент излучения $\Phi_{i,}$, который зависит от угловых коэффициентов излучения Φ_{ik} и от отражательной способности r_i участвующих в теплообмене тел:

$$\Phi_{ik} = \varphi_{ik} + \sum_{j=1}^n r_j \varphi_{ij} \Phi_{jk} .$$

Различают элементарный, локальный и средний разрешающий угловые коэффициенты излучения.

В ослабляющей (поглощающей) среде поверхностная плотность потока излучения при его движении будет в соответствии с законом Бугера – Бера уменьшаться пропорционально поверхностной

плотности потока излучения, коэффициенту ослабления и длине пути луча. Так, например, элементарный обобщенный угловой коэффициент излучения может быть определен в виде

$$(d^2 Q_{dF_1 \rightarrow dF_2}) / (E_1 dF_1) = d\psi_{dF_1 \rightarrow dF_2} = d\varphi_{dF_1 \rightarrow dF_2} \exp(-k_0 r_{1-2}).$$

Интегрируя уравнение, можно получить соответственно локальные и средние обобщенные угловые коэффициенты излучения, для которых также справедливы свойства взаимности, замкнутости, аддитивности и невогнутости.

Для некоторых простых систем угловые коэффициенты могут быть определены аналитически или рассчитаны на ЭВМ. Для примера определим φ для трех выпуклых тел, образующих замкнутую систему:

$$\varphi_{11} + \varphi_{12} + \varphi_{13} = 1;$$

$$\varphi_{22} + \varphi_{21} + \varphi_{23} = 1;$$

$$\varphi_{33} + \varphi_{31} + \varphi_{32} = 1.$$

В соответствии с оптико-геометрическими характеристиками тел можно записать

$$\varphi_{11} + \varphi_{22} + \varphi_{33} = 0;$$

$$\varphi_{12} F_1 = \varphi_{21} F_2;$$

$$\varphi_{13} F_1 = \varphi_{31} F_3;$$

$$\varphi_{23} F_2 = \varphi_{32} F_3.$$

Решив уравнения, получим

$$\varphi_{12} = (F_1 + F_2 - F_3) / (2F_1);$$

$$\varphi_{13} = (F_1 + F_2 - F_3) / (2F_1);$$

$$\varphi_{23} = (F_2 + F_3 - F_1) / (2F_2).$$

При расчете φ незамкнутой системы последнюю замыкают дополнительными поверхностями так, чтобы они экранировали заданные поверхности (метод «натянутых нитей»). Так, например, для незамкнутого канала можно установить, что взаимная поверхность пары произвольно расположенных тел равна разности полусумм длин «внутренних нитей» и длин «внешних нитей».

Расчетные уравнения для произвольного расположения пересекающихся поверхностей имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_{dF_1 \rightarrow F_2} &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \arctg B + \left[(A \cos v - 1)/C \right] \arctg (B/C) + \right. \\ &+ \left. \left[(B \cos v)/D \right] \left[\arctg \left[(A - \cos v)/D \right] + \arctg (\cos v/D) \right] \right\}; \\ A &= a/c; \quad B = b/c; \quad C = \sqrt{1 + A^2 - 2A \cos v}; \quad D = \sqrt{B^2 - \sin^2 v}, \end{aligned}$$

где a , b и c – геометрические размеры; v – угол между поверхностями.

2.5 Методы расчета теплообмена излучением

При расчете процесса теплообмена излучением решаются прямая, обратная или смешанные задачи, которые предполагают соответственно определение либо плотности потоков излучения по заданным температурам и степеням черноты зон, либо температуры зон по заданной плотности потоков излучения, либо для части зон плотности потоков по заданным температурам, а для другой части зон температуры по плотности потоков.

Метод сальдо-потоков. Метод основан на составлении баланса плотности потоков для соответствующих поверхностей при постоянстве характеристик теплообмена излучением и равных коэффициентах поглощения и степени черноты. Балансовые уравнения имеют вид

$$Q_{\text{рез}} = Q_{\text{пад}} - Q_{\text{эф}} = Q_{\text{погл}} - Q_{\text{соб}};$$

$$Q_{\text{эф}} = (\varepsilon^{-1} - 1)Q_{\text{рез}} + Q_{\text{соб}}/\varepsilon;$$

$$Q_{\text{эф}} = (\varepsilon^{-1} - 1)Q_{\text{рез}} + Q_0;$$

$$Q_{\text{эф}} = RQ_{\text{рез}} + Q_0,$$

где $Q_{\text{рез}}$, $Q_{\text{пад}}$, $Q_{\text{эф}}$, $Q_{\text{погл}}$ и $Q_{\text{соб}}$ – потоки соответственно результирующего, падающего, эффективного, поглощенного и собственного излучения тела; R – относительная рефлексивность, $R = \text{const}$.

Результирующий поток может быть положительным (тело получает теплоту), отрицательным (тело отдает теплоту) или нулевым при тепловом равновесии тела с другими телами в системе.

Если система состоит из j поверхностей (зон), излучение определяется как сумма эффективных излучений поверхностей, составляющих систему:

$$Q_{\text{эф}i} = r_i \sum_{k=1}^j Q_{\text{эф}k} \varphi_{ki} + Q_{\text{соб}i}.$$

Зональный метод расчета. Рабочее пространство печи представляется замкнутой системой, состоящей из конечного числа геометрических зон, для которых температура и радиационные характеристики принимаются неизменными. Для любой i -й зоны

$$Q_{\text{эф}i} = Q_{\text{соб}i} + r_i Q_{\text{пад}i} = Q_{\text{соб}i} + r_i \sum_{k=1}^n Q_{\text{эф}k} \varphi_{ki};$$

$$Q_{\text{эф}i} - r_i \sum_{k=1}^n Q_{\text{эф}k} \varphi_{ki} = Q_{\text{соб}i}$$

ИЛИ

$$Q_{\text{эф}i} = -Q_{\text{рез}i} + Q_{\text{пад}i} = -Q_{\text{рез}i} + \sum_{k=1}^n Q_{\text{эф}k} \varphi_{ki};$$

$$Q_{\text{эф}i} = \varepsilon_i \sigma_0 T_i^4 F_i + (1 - \varepsilon_i) \sum_{k=1}^n Q_{\text{эф}k} \varphi_{ki};$$

$$Q_{\text{эф}i} = Q_{\text{рез}i} + \sum_{k=1}^n Q_{\text{сф}k} \varphi_{ki}.$$

Решив систему уравнений, получим

$$Q_{\text{рез}i} = [\varepsilon_i / (1 - \varepsilon_i)] (Q_{\text{эф}i} - \sigma_0 T_i^4 F_i);$$

$$T_i = \sqrt[4]{[Q_{\text{эф}i} - Q_{\text{рез}i} (1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i] / \sigma_0 F_i}.$$

Точность результатов расчета увеличивается с ростом числа зон. Метод применяется как для диатермичной, так и для недиаатермичной среды.

Для системы металл – газ – кладка (соответствующие индексы м, г, к) можно выделить две поверхностные и одну объемную зоны. При условии запыленности поглощающей среды плотность излучения, падающего на металл,

$$Q_{\text{пад}}^M = E_{\text{эф}}^K \int_{F_M} \int_{F_K} \frac{\cos \Theta_K \cos \Theta_M}{\pi r_{K-M}^2} e^{-kl_{K-M}} dF_K dF_M + \\ + \eta_{\text{эф}}^\Gamma \int_{F_M} \int_{V_\Gamma} \frac{\cos \Theta_\Gamma}{\pi r_{K-M}} e^{-kl_{K-M}} dF_M dV_\Gamma,$$

где $\eta_{\text{эф}}^\Gamma$ – эффективный поток излучения, образуемый газовой средой.

Интегральное уравнение можно преобразовать к алгебраическому виду

$$Q_{\text{пад}}^M = E_{\text{эф}}^K F_K \psi_{K-M} + \eta_{\text{эф}}^\Gamma V_\Gamma \psi_{\Gamma-M},$$

где ψ – угловой коэффициент, характеризующий тепловой поток.

Уравнение теплопередачи и теплового баланса для j -й зоны в обобщенной форме имеет вид

$$\sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{m+n-1} A_{ij} T_i^4 - A_j T_j^4 + \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{l_j} g_{ij} T_i - g_j T_j + Q_{Vj} = 0.$$

Здесь первые два слагаемых характеризуют плотность результирующего потока излучения на j -ю зону, вторые два – плотность результирующего конвективного теплового потока, а последнее – плотность потока источников (стоков) тепла.

В общем случае для поверхностных зон

$$A_{ij} = \sigma_0 F_i \int_0^\infty \varepsilon_i^\lambda f_{ij}^\lambda E_{0\lambda} d\lambda (\sigma_0 T_i^4)^{-1}, \\ A_j = \sigma_0 F_j \int_0^\infty \varepsilon_j^\lambda (1 - f_{jj}^\lambda) E_{0\lambda} d\lambda (\sigma_0 T_j^4)^{-1};$$

для объемных зон

$$A_{ij} = 4\sigma_0 V_i \int_0^\infty k_i^\lambda f_{ij}^\lambda E_{0\lambda} d\lambda (\sigma_0 T_i^4)^{-1}, \\ A_j = 4\sigma_0 V_j \int_0^\infty k_j^\lambda (1 - f_{jj}^\lambda) E_{0\lambda} d\lambda (\sigma_0 T_j^4)^{-1}.$$

В простейшем случае для системы металл – газ – кладка решающие угловые коэффициенты имеют вид

$$A_{к-м} = \varepsilon_k \sigma_0 F_k f_{к-м}; \quad A_{г-м} = 4k V_{г} f_{г-м}; \quad A_{м} = \sigma_{м} \sigma_0 F_{м} (1 - f_{м-м})$$

Потоковый метод. В задачах сложного теплообмена, где явления теплообмена излучением протекают совместно с явлениями конвекции и теплопроводности, с помощью этого метода определяют температурные поля в движущемся потоке излучающей и поглощающей сред. Метод используют для описания теплообмена в каналах, по которым движется серая излучающая, поглощающая и рассеивающая среда, находящаяся в состоянии теплообмена со стенками канала, температуры которых различны, но постоянны по поверхности каждой стенки. Принимается, что поток на входе в канал имеет постоянную температуру по всему сечению и определенный профиль скоростей. Профиль потока установившийся, линии тока этой среды параллельны стенкам канала, а значения проекции скоростей среды следующие: $w_y = w_z = 0$, $w_x = w$. Для упрощения модели предполагают, что в потоке практически отсутствует передача теплоты теплопроводностью, а также источники (стоки) тепла.

Перенос тепла осуществляется только вследствие теплообмена излучением и конвекцией между средой и стенками канала.

Для расчета изменения температурного поля по длине канала используется математическое выражение закона сохранения энергии в виде

$$\operatorname{div} E + \operatorname{div} q_k = 0.$$

Первое слагаемое определяется по формуле

$$\operatorname{div} \bar{E} = \frac{dE}{dy} = \int_0^{\infty} \frac{dE_{\lambda}}{dy} d\lambda.$$

Дивергенция вектора конвективного потока теплоты

$$\operatorname{div} q_k = \bar{w} \rho c_p f_w(y) \partial T / \partial \bar{x},$$

где \bar{w} – средняя скорость среды; ρ и c_p – плотность и теплоемкость среды соответственно.

Для элементарного объема движущейся среды излучение для определенной длины волны

$$E_\lambda = \int_{4\pi} J_\lambda(y, \Theta) \cos \Theta d\Omega,$$

где J – интенсивность монохроматического излучения в единице телесного угла.

Для учета потоков монохроматического излучения, действующих на плоский слой, как со стороны газового объема, так и со стороны твердых поверхностей J представляют как сумму J^- и J^+ .

Решение системы уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} J_\lambda^+(\tau_\lambda, \mu) &= J_\lambda^+(0, \mu) e^{-\tau_\lambda/\mu} + \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\tau_\lambda} \frac{1}{\mu k_{0\lambda}} \left[\alpha_\lambda J_{0\lambda}(\xi) + \frac{1}{4} G_{\lambda\text{пад}}(\xi) \right] e^{-(\tau_\lambda - \xi)/\mu} d\xi; \\ J_\lambda^-(\tau_\lambda, \mu) &= J_\lambda^-(\tau_{0\lambda}, \mu) e^{(\tau_{0\lambda} - \tau_\lambda)/\mu} - \\ &- \frac{1}{\pi} \int_{\tau_\lambda}^{\tau_{0\lambda}} \frac{1}{\mu k_{0\lambda}} \left[\alpha_\lambda J_{0\lambda}(\xi) + \frac{1}{4} G_{\lambda\text{пад}}(\xi) \right] e^{-(\tau_\lambda - \xi)/\mu} d\xi. \end{aligned}$$

Полученная сложная система интегродифференциальных уравнений позволяет рассчитывать температурное поле в движущемся потоке среды.

2.6 Типовые задачи расчета теплообмена излучением

Рассмотрим на примерах некоторые наиболее характерные задачи расчета теплообмена излучением.

Теплообмен излучением между двумя серыми поверхностями, разделенными лучепрозрачной средой. Для замкнутой адиабатной системы можно записать

$$Q_{\text{рез1}} + Q_{\text{рез2}} = 0.$$

Определим неизвестные слагаемые в уравнении:

$$Q_{\text{эф2}} = R_2 Q_{\text{рез2}} + Q_{02};$$

$$Q_{\text{пад1}} = (R_2 Q_{\text{рез2}} + Q_{02}) \varphi_{12};$$

$$Q_{\text{пад2}} = (R_1 Q_{\text{рез1}} + Q_{01}) \varphi_{12}.$$

При $T_2 > T_1$

$$Q_{\text{пад1}} - Q_{\text{пад2}} = Q_{\text{рез1}};$$

$$Q_{\text{рез1}} = [(\varepsilon_2^{-1} - 1)Q_{\text{рез2}} + Q_{02}] \varphi_{21} - [(\varepsilon_1^{-1} - 1)Q_{\text{рез1}} + Q_{01}] \varphi_{12}.$$

Решая систему уравнений, получим

$$Q_{\text{рез1}} = -Q_{\text{рез2}} = [(\varepsilon_2^{-1} - 1)\varphi_{12} + (\varepsilon_2^{-1} - 1)\varphi_{21} + 1]^{-1} \times$$

$$\times C_0 [(T_2/100)^4 - (T_1/100)^4] F_1 \varphi_{12};$$

$$Q_{\text{рез}} = C_{\text{пр}} [(T_2/100)^4 - (T_1/100)^4] F_1 \varphi_{12},$$

где $C_{\text{пр}}$ – приведенный коэффициент излучения, характеризующий степень приближения системы к а.ч.т.

Для системы из двух серых тел с диатермичной средой приведенный коэффициент

$$\varepsilon_{\text{пр}} = [(\varepsilon_1^{-1} - 1)\varphi_{12} + 1 + (\varepsilon_2^{-1} - 1)\varphi_{21}]^{-1}.$$

Для двух параллельных поверхностей уравнение можно представить в виде

$$\varepsilon_{\text{пр}} = (\varepsilon_1^{-1} + \varepsilon_2^{-1} - 1)^{-1}.$$

А для системы, состоящей из двух тел при $\varphi_{12} = 1$,

$$\varepsilon_{\text{пр}} = [\varepsilon_1^{-1} + (F_1/F_2)(\varepsilon_2^{-1} - 1)]^{-1}.$$

Теплообмен излучением при наличии экранов. Экраны используют для защиты от теплового излучения. Они обычно представляют собой тонкое (металлическое) тело с тепловым сопротивлением по толщине, близким к нулю.

В отсутствии экрана плотность результирующего потока

$$Q_{\text{рез1-2}} = \varepsilon_{\text{пр1-2}} C_0 [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4] F_1 \varphi_{12}.$$

Это уравнение справедливо для любого рассматриваемого участка стенка – экран и экран – стенка.

Так как экран не нагревается (не поглощает теплоту), то $Q_{\text{рез1-3}} = Q_{\text{рез3-2}}$ (здесь к экрану относится индекс 3). Тогда температура экрана

$$(T_3/100)^4 = [\varepsilon_{\text{пр1-3}}(T_1/100)^4 + \varepsilon_{\text{пр3-2}}(T_2/100)^4] (\varphi_{\text{пр1-3}} + \varepsilon_{\text{пр3-2}})^{-1},$$

а поверхностная плотность результирующих потоков

$$Q_{\text{рез1-3}} = Q_{\text{рез3-2}} = [\varepsilon_{\text{пр1-3}} \varepsilon_{\text{пр2-3}} C_0 / (\varepsilon_{\text{пр1-3}} + \varepsilon_{\text{пр3-2}})] \times \\ \times [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4] F_1 \varphi_{12}.$$

Формула справедлива для плоских, цилиндрических и сферических экранов и показывает, что эффективность действия экрана зависит от степени черноты экрана и от типа системы (через величину φ_{12}).

Для расчета снижения плотности результирующего потока при установке одного экрана используется формула

$$\frac{Q_{\text{рез1-3}}}{Q_{\text{рез1-2}}} = \frac{\varepsilon_{\text{пр1-3}} \varepsilon_{\text{пр3-2}}}{\varepsilon_{\text{пр1-2}} (\varepsilon_{\text{пр1-3}} + \varepsilon_{\text{пр3-2}})}.$$

Для n экранов

$$\frac{Q_{\text{рез1-3}}}{Q_{\text{рез1-2}}} = \frac{1}{(n+1)}.$$

Излучение через окна и отверстия в кладке печей. Для определения тепловых потерь через открытое окно (отверстие) в окружающую среду (при условии, что заданы размеры окна и температуры поверхности). Плотность результирующего потока излучения для поверхности может быть найдена по формулам

$$Q_{\text{рез2}} = \sum_{k=1}^{n=3} Q_{\text{эф}k} \varphi k_2 - Q_{\text{эф2}}$$

и

$$Q_{\text{рез2}} = Q_{\text{эф1}} \varphi_{12} + Q_{\text{эф2}} \varphi_{22} + Q_{\text{эф3}} \varphi_{32} - Q_{\text{эф2}}.$$

Эффективное излучение поверхностей соответствует излучению а.ч.т.:

$$Q_{\text{эф1}} = Q_{01}; \quad Q_{\text{эф2}} = Q_{02}; \quad Q_{\text{рез2}} = Q_{01} \varphi_{12} + Q_{\text{эф3}} \varphi_{32} - Q_{02};$$

$$Q_{\text{эф3}} = Q_{\text{эф1}} \varphi_{13} + Q_{\text{эф2}} \varphi_{23} + Q_{\text{эф3}} \varphi_{33};$$

$$Q_{\text{эф3}} (1 - \varphi_{33}) = Q_{01} \varphi_{13} + Q_{02} \varphi_{23};$$

$$Q_{\text{рез2}} = Q_{01} \varphi_{12} + Q_{01} (\varphi_{13} / 2 \varphi_{32}) \varphi_{32} + Q_{02} (\varphi_{23} / 2 \varphi_{32}) \varphi_{32} - Q_{02} = \\ = Q_{01} (\varphi_{12} - \varphi_{13} / 2) - Q_{02} (1 - \varphi_{23} / 2).$$

При $F_1 = F_2$, окончательно получим

$$Q_{\text{рез2}} = C_0 [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4] F_1 \Phi,$$

где Φ – коэффициент диафрагмирования, являющийся функцией только геометрических размеров и формы окна или отверстия, $\Phi = (1 + \varphi_{12})/2$ (значения коэффициента диафрагмирования Φ приводятся в специальной литературе).

Для расчета тепловых потерь излучением через окна, закрытые металлическими дверцами, используется формула

$$Q_{\text{рез2}} = C_m [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4] F_2 \Phi / (1 + \Phi).$$

В этом случае температура дверцы

$$T = 100 \{ [(T_1/100)^4 \Phi + (T_2/100)^4] / (\Phi + 1) \}^{0,25}.$$

Для снижения уменьшения тепловых потерь (в 1,5-2,0 раза) с внутренней стороны дверцы на некотором расстоянии устанавливаются металлический щиток (лист), который выполняет роль экрана для дверцы.

Теплообмен между газом и окружающими его стенками. Рассмотрим теплообмен между газом с температурой T_g и окружающими его стенками (площадь F_c и температура T_c). При постоянной температуре излучателей поток результирующего излучения

$$\begin{aligned} Q_{\text{эф.г}} &= Q_{\text{пад.г}} - Q_{\text{рез.г}} = Q_{\text{погл.г}} / a_c - Q_{\text{рез.г}} = \\ &= (Q_{\text{соб.г}} + Q_{\text{рез.г}}) / a_c - Q_{\text{рез.г}} \end{aligned}$$

или

$$Q_{\text{эф.г}} = (\varepsilon_g / \varepsilon_c) Q_{0g} + (\varepsilon_c^{-1} - 1) Q_{\text{рез.г}}.$$

Поток эффективного излучения для стенок

$$Q_{\text{эф.с}} = Q_{0c} + (\varepsilon^{-1} - 1) Q_{\text{рез.с}}.$$

Так как $Q_{\text{рез.с}} = -Q_{\text{рез.г}}$, поток результирующего излучения можно найти как разность между потоками эффективного излучения газа и потоками окружающих его стенок:

$$Q_{\text{рез.с}} = \frac{C_0}{\varepsilon_c^{-1} + \varepsilon_g^{-1} - 1} \left[\frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_c} \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \right] F_c.$$

Теплообмен между двумя поверхностями, разделенными поглощающим газом. В этом случае предполагается, что

между двумя параллельными бесконечно длинными и широкими поверхностями (расположенными на расстоянии l) находится газовая среда, имеющая $k_0 = \text{const}$ и поглощающую способность $\varepsilon_r = 1 - \exp(-k_0 l)$. В качестве определяющей принимается температура $0,5(T_1 + T_2)$. Учитывая, что поглощающая среда находится в тепловом равновесии с излучающими поверхностями, получим

$$Q = a_r E_{\text{эф1}} + a_r E_{\text{эф2}} = a_r (E_{\text{эф1}} + E_{\text{эф2}}).$$

Определим отдельные слагаемые этого уравнения:

$$E_{\text{рез2}} = E_{\text{пад2}} - E_{\text{эф2}} = [(1 - a_r)E_{\text{эф1}} + 0,5a_r];$$

$$E_{\text{рез2}} = (1 - 0,5a_r)(E_{\text{эф1}} - E_{\text{эф2}});$$

$$E_{\text{эф}i} = R_i E_{\text{рез}i} + E_{0i};$$

$$E_{\text{эф1}} - E_{\text{эф2}} = E_{01} - E_{02} + R_1 E_{\text{рез1}} - R_2 E_{\text{рез2}};$$

$$E_{\text{рез2}} = \left[\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - \frac{2(1 - a_r)}{2 - a_r} \right]^{-1} C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$

Особенности теплообмена изучением в металлургических агрегатах. Во многих металлургических агрегатах доля теплообмена излучением в общем тепловом балансе достигает 80-90 %, что существенно влияет на основные технико-экономические показатели работы металлургических печей: производительность, расход тепловой энергии, время нагрева или плавления металла (сплава).

Эффективность тепловых потоков излучения в рабочем пространстве металлургических печей зависит не только от температуры источников излучения, но и от их радиационных свойств и оптико-геометрических характеристик. Способы повышения эффективности работы металлургических печей разнообразны: обогащение дутья кислородом, изменение поглощающей способности нагреваемой поверхности (используя специальные краски), совершенствование конструктивного оформления печных агрегатов (оптимизируя оптико-геометрические характеристики системы), оптимизация состава топлива, снижение запыленности газов в печи, изменение крупности, а также условий загрузки, перемещения, выгрузки перерабатываемого материала и т.п.

Тепловой поток на обрабатываемый материал поступает как из газового объема, так и от кладки, которая выполняет роль переизлу-

чателя. В реальных процессах часть тепла может теряться через кладку, что приводит к снижению интенсивности теплового потока. При проведении расчетов часто предполагают, что потери теплоты кладкой компенсируются теплоотдачей газов за счет конвекции.

Для упрощенной системы, состоящей из трех элементов (газ – металл – кладка), плотность результирующего потока излучения на металл от печных газов (без учета передачи теплоты от газа к металлу конвективным теплообменом)

$$Q_{\text{рез.м}} = \varepsilon_{\text{м}} Q_{\text{эф.г}} + \varepsilon_{\text{м}} Q_{\text{эф.к}} \varphi_{\text{к-м}} (1 - \varepsilon_{\text{г}}) - Q_{\text{соб.м}},$$

где $Q_{\text{эф.г}} = \varepsilon_{\text{г}} \sigma_0 T_{\text{г}}^4 F_{\text{м}}$.

Тогда

$$Q_{\text{рез.м}} = C_{\text{г-к-м}} [(T_{\text{г}}/100)^4 - (T_{\text{м}}/100)^4] F_{\text{м}},$$

где $C_{\text{г-к-м}}$ – приведенный коэффициент излучения от газов на металл, $C_{\text{г-к-м}} = \varepsilon_{\text{м}} K C_0$;

$$K = \frac{(\varphi_{\text{к-м}})^{-1} + 1 - \varepsilon_{\text{г}}}{[\varepsilon_{\text{м}} + \varepsilon_{\text{г}}(1 - \varepsilon_{\text{м}})] [(1 - \varepsilon_{\text{г}})/\varepsilon_{\text{г}}] + (\varphi_{\text{к-м}})^{-1}}$$

или

$$K = (\omega + 1 - \varepsilon_{\text{г}}) / [\omega + \beta(1 - \varepsilon_{\text{г}}) / \varepsilon_{\text{г}}].$$

Из приведенных уравнений следует, что увеличение потока результирующего излучения достигается за счет изменения степени черноты газов и степени развития кладки.

Способ повышения результирующего потока излучения, основанный на увеличении поверхности теплообмена, не всегда может быть реализован в металлургических печах. Это, в первую очередь, связано с особенностью конструкции печи и размещением в ней обрабатываемого материала. Увеличение температуры в рабочем пространстве печи ограничено технологическим регламентом процесса и стойкостью огнеупорной кладки. Одним из практических методов повышения интенсивности теплообмена излучением является повышение температуры печных газов за счет использования дутья, обогащенного кислородом, применения подогретого дутья и горючих газов, выбором оптимального коэффициента расхода воздуха и т.п. Очевидно, что все перечисленные выше способы имеют определенные ограничения.

Другое практически реализуемое направление увеличения интенсивности теплообмена связано с повышением приведенного коэффициента излучения, который, в свою очередь, зависит от степени черноты стенок печи и степени черноты газов. Степень черноты кладки для огнеупорных материалов достигает 0,8 и может изменяться только за счет нанесения на поверхности специальных красок. Степень черноты газов зависит от парциального давления газов, их температуры и эффективной длины луча.

Для повышения степени черноты продуктов сгорания (0,10-0,25 при обычных условиях сжигания) осуществляют процесс карбюризации: в печи вместе с топливом, бедным углеводородами, сжигают в небольшом количестве и топливо, богатое углеводородами (например, мазут или смолу). Для карбюризации может быть использован природный газ. При его нагреве при низкой концентрации кислорода до 500 °С метан разлагается с образованием сажистого углерода и водорода по реакции $\text{CH}_4 = \text{C} + 2\text{H}_2$. При сжигании мазута или смолы происходит пиролиз (разложение) углеводородов с выделением большого количества тонкодисперсных частичек сажистого углерода диаметром 0,5-3 мкм. Число таких частиц в 1 см³ составляет несколько миллионов. Доля тепла, получаемого за счет сжигания мазута или смолы, составляет 3-5 % от общего количества энергии, выделяющейся при сжигании всего топлива. Образующиеся частички сажистого углерода прогреваются до температуры, близкой к температуре потока, и сгорают. Вследствие того, что нагретые частички сажистого углерода сами излучают тепловую энергию и, в отличие от газов, имеют сплошной спектр излучения, степень черноты такого потока может возрасти в 3-4 раза.

В металлургических агрегатах в газовом потоке, помимо продуктов сгорания, содержатся и пылевидные частицы. Запыленные потоки содержат тонкодисперсную пыль в виде твердых частиц, капель металла, шлака и т.п. и поглощают излучение. Суммарная поглощательная способность запыленного потока

$$a_{\text{г+п}} = 1 - \exp[-(\tau_{\text{г}} + \tau_{\text{п}})],$$

где $\tau_{\text{г}}$ и $\tau_{\text{п}}$ – оптическая толщина соответственно газового потока и слоя пылевых частиц.

3 ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Теплопроводность является видом переноса энергии от более нагретых частей тела к менее нагретым и обусловлена закономерностями движения микроструктурных элементов тела.

При проведении большинства расчетов предполагается, что процесс теплопроводности не сопровождается изменением объема тела, а приращение внутренней энергии тела пропорционально его теплоемкости. Перенос тепла теплопроводностью может происходить в газовой, жидкой и твердых средах. Так как механизмы передачи теплоты в газах, жидкостях и твердых телах различны, то эти вещества, нагретые до одинаковой температуры, будут передавать теплоту внутри рассматриваемых объемов с разными скоростями.

Передача теплоты в газах теплопроводностью связана с переносом кинетической энергии при молекулярном движении, вследствие чего температура в газовом объеме выравнивается. Из курса термодинамики известно, что молекулы газов обладают кинетическими энергиями поступательного и вращательного движений, а средняя кинетическая энергия одной молекулы прямо пропорциональна ее абсолютной температуре.

Для жидкостей перенос энергии связан с передачей упругих колебаний передачей от слоя к слою, так как силы молекулярного взаимодействия в жидкостях проявляются сильнее, чем в газах. Увеличение температуры связано с повышением амплитуды колебаний молекул.

В твердых телах (диэлектриках), в которых связи между атомами еще более ярко выражены, также имеет место передача теплоты посредством упругих волн. В металлах перенос теплоты происходит за счет движения свободных электронов.

Различают задачи стационарной и нестационарной теплопроводности, решаемые для одной, двух и трех пространственных координат.

3.1 Коэффициент теплопроводности

При наличии градиента температуры теплота переносится из высокотемпературной области в низкотемпературную. Для определения плотности теплового потока используется закон Фурье

$$\bar{q} = -\lambda \operatorname{grad} t = -\lambda \nabla t,$$

где λ – коэффициент теплопроводности, который является физической характеристикой среды и зависит от локального (местного) состояния среды и, прежде всего, от ее температуры.

Закон Фурье неявно предполагает, что скорость распространения теплоты в твердом теле является бесконечно большой.

Модуль вектора плотности теплового потока

$$q = -\lambda \partial t / \partial n.$$

Скалярные величины составляющих вектора q осям координат x , y и z можно записать в виде

$$q_x = q \cos(n, x) = -\lambda (\partial t / \partial n) \cos(n, x) = -\lambda (\partial t / \partial x);$$

$$q_y = -\lambda (\partial t / \partial y); \quad q_z = -\lambda (\partial t / \partial z).$$

В изотропной среде λ не зависит от направления, в анизотропных средах λ , напротив, зависит от направления передачи теплоты и представляет собой тензор второго ранга:

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{pmatrix}.$$

Уравнения для составляющих вектора плотности теплового потока по осям прямоугольной системы координат имеют вид

$$-q_x = \lambda_{xx} (\partial t / \partial x) + \lambda_{xy} (\partial t / \partial y) + \lambda_{xz} (\partial t / \partial z);$$

$$-q_y = \lambda_{yx} (\partial t / \partial x) + \lambda_{yy} (\partial t / \partial y) + \lambda_{yz} (\partial t / \partial z);$$

$$-q_z = \lambda_{zx} (\partial t / \partial x) + \lambda_{zy} (\partial t / \partial y) + \lambda_{zz} (\partial t / \partial z).$$

В анизотропной среде в отличие от изотропной векторы плотности теплового потока и градиента температуры не лежат на одной прямой.

К анизотропным телам относят ортотропное твердое тело с разной теплопроводностью в трех взаимно перпендикулярных направлениях, для которого плотность тепловых потоков по осям координат соответственно

$$q_x = -\lambda_x \frac{\partial t}{\partial x}; \quad q_y = -\lambda_y \frac{\partial t}{\partial y}; \quad q_z = -\lambda_z \frac{\partial t}{\partial z}.$$

При расчетах высокоинтенсивных нестационарных процессов конечность скорости переноса тепла учитывают с помощью постоянной времени (времени релаксации теплового напряжения) τ_r :

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad } t - \tau_r (\partial \vec{q} / \partial \tau).$$

Коэффициент теплопроводности λ численно равен количеству теплоты, проходящему через единицу поверхности в единицу времени вследствие теплопроводности при градиенте температуры, равном единице:

$$\lambda = d^2 Q / (|\text{grad } t| dF d\tau).$$

Экспериментальные значения коэффициентов теплопроводности для разных сред приводятся в справочниках теплофизических величин. Хотя коэффициент λ зависит от температуры, во многих практических задачах его принимают постоянным, соответствующим средней температуре системы.

Коэффициент теплопроводности зависит от физической структуры вещества и механизма переноса энергии. Максимальные значения коэффициента теплопроводности имеют металлы. Повышение температуры чистых металлов, а также увеличение содержания примесей приводит к снижению коэффициента теплопроводности.

Так как в неметаллических твердых телах механизм теплопроводности связан с распространением упругих волн и волновая скорость в плотных средах на один-два порядка меньше скорости движения свободных электронов, то λ диэлектриков существенно ниже, чем λ металлов. Еще меньше λ жидкостей, так как существенную роль при переносе энергии в жидкостях играют соударения молекул. Коэффициент теплопроводности газов в среднем на два порядка ниже, чем неметаллических твердых тел.

3.2 Дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье

Математическим выражением закона сохранения энергии в твердом веществе является уравнение теплопроводности. Уравнения теплопроводности связаны с законом сохранения энергии, согласно которому сумма энергий, подводимых к элементарному объему вследствие теплопроводности и генерируемой внутри него, равна сумме энергий, отводимых из элементарного объема вследствие теплопроводности и аккумулированной внутри него.

Генерирование энергии внутри материала имеет место вследствие тепловыделения при физико-химических превращениях, нагрева при пропускании через тело электрического тока и т.п.

Для вывода уравнений переноса тепла могут быть использованы прямоугольные, цилиндрические или сферические координаты.

Температурные деформации элементарного объема изотропного тела пренебрежимо малы по сравнению с самим объемом.

В трехмерной системе координат для бесконечно малого объема материала dV с гранями dx , dy , dz , характеризующегося коэффициентом теплопроводности λ , удельной теплоемкостью c и плотностью ρ , из уравнения баланса энергии следует

$$c\rho \frac{dt}{d\tau} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + q_V$$

или

$$c\rho(dt/d\tau) = -\operatorname{div}\vec{q} + q_V$$

и

$$c\rho(dt/d\tau) = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} t) + q_V,$$

где ρ – плотность материала.

Уравнение справедливо для любой системы координат и для любой среды (как движущейся, так и неподвижной).

Прямоугольные координаты. Для переноса тепла теплопроводностью в прямоугольной системе координат, получим

$$c\rho \frac{dt}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z}\right) + q_V.$$

В случае, когда величины λ , μ и c можно считать постоянными, уравнение принимает вид

$$\frac{dt}{d\tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_V}{c\rho}$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t + q_V/(c\rho),$$

где V^2 – оператор Лапласа; a – коэффициент температуропроводности, который является физическим параметром вещества, ха-

рактически характеризующим скорость изменения температуры тела, и мерой теплоинерционных свойств твердого тела.

Полученное выражение является уравнением Фурье – Кирхгофа, которое при $q_V = 0$ преобразуется в уравнение теплопроводности Фурье.

Цилиндрические координаты. Для перехода от прямоугольных координат к цилиндрическим используются соотношения $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $z = z$. Уравнение в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \Theta^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_V}{c\rho}$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \Theta^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right] + \frac{q_V}{c\rho}.$$

Сферические координаты. Связь между прямоугольными и сферическими координатами определяется соотношениями: $x = r \sin \theta \times \cos \varphi$; $y = r \sin \theta \sin \varphi$; $z = r \cos \theta$. Уравнение в сферических координатах имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\sin \Theta \frac{\partial t}{\partial \Theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \Theta} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} \right] \frac{q_V}{c\rho}.$$

Полагая температурное поле одномерным, можно получить уравнения для тел разной формы:

- для неограниченной пластины (стенки)

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{q_V}{c\rho};$$

- для длинного цилиндра

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{q_V}{c\rho};$$

- для сферы при симметричном нагреве

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{q_V}{c\rho}.$$

Обобщенное одномерное уравнение теплопроводности Фурье имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{k-1}{x} \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{q_V}{c\rho},$$

где x – координата тела (толщина стенки, радиус цилиндра или шара); k – коэффициент формы тела, для пластины $k = 1$, для цилиндра $k = 2$, для шара $k = 3$.

3.3 Краевые условия

В общем случае уравнение теплопроводности имеет бесчисленное множество решений. Для конкретизации условий проведения процесса основное дифференциальное уравнение теплопроводности дополняют специальными условиями, характеризующими геометрические (форму и линейные размеры тела) и физические (коэффициент теплопроводности λ , удельная теплоемкость c , плотность ρ , объемная плотность теплового потока q_V) свойства тела, а также краевыми условиями.

Краевыми условиями называют совокупность начального и граничных условий. Начальные условия задаются при исследовании нестационарных процессов. Их задание заключается в формулировке распределения температуры внутри тела в момент времени, условно принятый за нулевой: $t = f(x, y, z, 0)$. При равномерном начальном распределении температур $t = f(x, y, z, 0) = t_0 = \text{const}$.

Граничные условия характеризуют условия теплового взаимодействия между окружающей средой и поверхностью тела. Различают следующие стандартные виды задания граничных условий:

- Граничные условия I рода состоят в задании распределения температуры на поверхности тела в виде функции координат и времени

$$t_{\text{пов}} = f_1(x, y, z, \tau), \quad x, y, z \in F,$$

где F – поверхность; $t_{\text{пов}}$ – температура поверхности.

Граничные условия I рода используются при разработке математических методов решения задач и в оценочных расчетах.

Для процессов стационарной теплопроводности функция f не зависит от времени (условие Дирихле).

• Граничные условия II рода задают распределение плотности теплового потока на поверхности тела как функцию координат и времени:

$$q_{\text{пов}} = f_2(x, y, z, \tau), \quad x, y, z \in F;$$
$$-\lambda(\partial t / \partial \vec{n})_{\text{пов}} = f_2(x, y, z, \tau), \quad x, y, z \in F.$$

В процессах стационарной теплопроводности функция f не зависит от времени (условие Неймана).

В частном случае, когда плотность теплового потока на поверхности тела остается постоянной для любого момента времени в любой точке поверхности, выражение упрощается: $q_{\text{пов}} = q_0 = \text{const}$.

Граничные условия II рода имеют место, когда теплообмен излучением осуществляется по закону Стефана – Больцмана или в случае тепловой изоляции.

• Граничные условия III рода состоят в задании зависимости плотности теплового потока вследствие теплопроводности со стороны тела от температур поверхности тела и окружающей среды. Для записи этого вида граничных условий используются законы Фурье и Ньютона. Следует отметить, что в нестационарных процессах температура окружающей среды изменяется во времени.

На основании закона сохранения энергии имеем

$$-\lambda(\partial t / \partial n)_{\text{пов}} = a(t_{\text{пов}} - t_{\text{ср}}).$$

Граничные условия III рода используются на практике для случая омывания поверхности твердого тела сплошной движущейся жидкой или газообразной фазой, так как обладают некоторыми элементами общности.

• Граничные условия IV рода применяются для расчета теплообмена в многофазных или многослойных системах. В этом случае задаются условия равенства температуры и плотности теплового потока на поверхности соприкосновения тел (или сред):

$$t_{1\text{пов}} = t_{2\text{пов}};$$
$$\lambda_1(\partial t_1 / \partial n)_{\text{пов}} = \lambda_2(\partial t_2 / \partial n)_{\text{пов}}.$$

Первое уравнение отражает условие непрерывности температурного поля, а второе – закон сохранения энергии на поверхности контакта двух тел (или сред).

На практике применяются и другие граничные условия, которые могут отражать специфические особенности исследуемого про-

цесса. При определенных условиях граничные условия более высокого рода могут вырождаться в граничные более низкого рода.

Система, включающая дифференциальные уравнения теплопроводности, дополненные начальными и граничными условиями, является окончательной формулировкой задачи переноса тепла теплопроводностью в исследуемом объекте.

3.4 Методы расчета расхода теплоты

Для проведения расчетов, связанных с оценкой условий нагрева или охлаждения твердого тела, применяются следующие методы:

1. К элементу поверхности dF за время $d\tau$ подводится тепловой поток

$$dQ = -\lambda(\partial t / \partial n) dF d\tau;$$

$$\Delta Q = - \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_F \lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau.$$

При постоянных температуре и температурном градиенте

$$\Delta Q = -\lambda F \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\partial t}{\partial n} d\tau.$$

При использовании граничных условий II рода уравнение приводится к виду

$$\Delta Q = F \int_{\tau_1}^{\tau_2} q_{\text{пов}}(\tau) d\tau.$$

2. Элемент объема $dV = dx dy dz$ за время $\Delta\tau$ нагревается от t_1 до t_2 , в результате чего получает количество теплоты

$$dQ = c\rho(t_2 - t_1)dV;$$

$$\Delta Q = c \int_{V_1} \rho(t_2 - t_1)dV = c\rho V \frac{1}{\rho V} \int_V \rho(t_2 - t_1)dV.$$

В расчеты вводится понятие среднemasсовой температуры

$$t_{\text{мас}} = \frac{1}{\rho V} \int_V \rho t dV; \quad t_{\text{мас}} = \frac{1}{V} \int_V t dV.$$

Для тел стандартной формы (пластина, цилиндр и сфера) при симметричном одномерном температурном поле

$$t_{\text{мас}} = \frac{k}{x_{\text{max}}^k} \int_0^{x_{\text{max}}} x^{k-1} t(x, \tau) dx.$$

Используя приведенные выше соотношения, получим

$$\Delta Q = c\rho V (t_{2\text{мас}} - t_{1\text{мас}});$$

$$\Delta Q = c\rho V [t_{\text{мас}}(\tau) - t_{0\text{мас}}];$$

$$\Delta Q = c\rho V [t_{\text{мас}}(\tau) - t_0].$$

3. Элемент поверхности dF за время $d\tau$ воспринимает из окружающей среды с температурой $t_{\text{ср}}$ количество тепла

$$dQ = \alpha (t_{\text{ср}} - t_{\text{пов}}) dF d\tau,$$

где α – коэффициент конвективного теплообмена.

Если температура поверхности тела постоянна, а коэффициент α не зависит от температуры, то

$$\Delta Q = \alpha F \int_{\tau_1}^{\tau_2} [t_{\text{ср}} - t_{\text{пов}}(\tau)] dt.$$

3.5 Теплопроводность и теплопередача при стационарном режиме

Для стационарного процесса уравнения теплопроводности можно представить в виде уравнений Лапласа:

$$\text{div}(\lambda \text{grad} t) + q_V = 0;$$

$$\frac{1}{x^{k-1}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda x^{k-1} \frac{\partial t}{\partial x} \right) + q_V = 0;$$

$$\nabla^2 t + q_V / \lambda = 0.$$

Теплопроводность через стенку. Рассмотрим условия передачи теплоты теплопроводностью в телах простой геометрической формы (пластине, цилиндре и сфере). Для проведения расчетов необходимо задать толщину и коэффициент теплопроводности мате-

риала стенок. Требуется найти распределение температуры по толщине стенки и тепловые потоки, проходящие через стенки для случая, когда тепловыделение (теглопоглощение) в объеме стенок отсутствует.

Для описания процесса теплопроводности воспользуемся законом Фурье

$$Q = -\lambda \frac{dt}{dx} F(x);$$

$$\frac{Q}{\lambda} \frac{dx}{F(x)} = -dt; \quad \frac{Q}{\lambda} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{F(x)} = -\int_{x_1}^{x_2} dt; \quad Q = \frac{\lambda(t_1 - t_2)}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{F(x)}}.$$

Здесь

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{F(x)} = f(x_1, x_2)$$

называется приведенной толщиной стенки.

Тепловой поток и температура соответственно

$$Q = \lambda(t_1 - t_2) / f(x_1, x_2);$$

$$\frac{Q}{\lambda} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{F(x)} = -\int_{x_1}^{x_2} dt; \quad \frac{Q}{\lambda} f(x_1, x_2) = t_1 - t;$$

$$t = t_1 - (t_1 - t_2) f(x_1, x_2) / f(x_1, x_2).$$

При проведении вычислений широко используется понятие безразмерной температуры

$$\Theta = (t - t_2) / (t_1 - t_2).$$

Тогда тепловой поток

$$Q = 1 - f(x_1, x) / f(x_1, x_2).$$

Используя полученную зависимость, можно найти уравнения, описывающие закономерности теплопередачи в телах простой геометрической формы.

Для плоской стенки

$$f(x_1, x) = \frac{1}{F} \int_0^x dx = x/F; \quad f(x_1, x_2) = \frac{1}{F} \int_0^S dx = \frac{S}{F},$$

откуда

$$Q = \frac{\lambda}{S}(t_1 - t_2)F;$$

$$\Theta = 1 - x/S = 1 - X,$$

где $X = x/S$ – безразмерная координата; λ/S – тепловая проводимость стенки (обратная ей величина S/λ – называется тепловым или термическим сопротивлением стенки).

Под тепловым сопротивлением стенки понимают падение температуры в стенке на единицу плотности теплового потока Q/F .

Для цилиндрической стенки

$$f(x_1, x) = \frac{1}{2\pi l} \int_{r_2}^r \frac{dr}{r} = \frac{1}{2\pi l} \ln \frac{r}{r_1}; \quad f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi l} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

откуда

$$Q = 2\pi l \lambda (t_1 - t_2) [\ln(r_2/r_1)]^{-1};$$

$$\Theta = 1 - \frac{\ln \frac{r_1}{r_2}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Введем безразмерные переменные: $R = r/r_1$ и $K_R = r_2/r_1$. Тогда можно записать

$$\Theta = 1 - \ln R / \ln K_R.$$

Для сферической стенки

$$Q = 4\pi \lambda (t_1 - t_2) (1/r_1 - 1/r_2)^{-1} = 4\pi r_1 \lambda (t_1 - t_2) (1 - 1/K_R)^{-1};$$

$$\Theta = 1 - (1 - 1/R)(1 - 1/K_R)^{-1}.$$

Если коэффициент теплопроводности зависит от температуры, т.е. $\lambda = f(t)$ или $\lambda = \lambda_0(1 + bt)$, получим

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{F(x)} = -\frac{\lambda_0}{Q} \int_{t_1}^{t_2} (1 + bt) dt;$$

$$Q = \lambda_0 [1 + b(t_1 + t_2)/2] (t_1 - t_2) / f(x_1, x_2);$$

$$\lambda_{\text{cp}} = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt = \lambda_0 \left[1 + b \frac{t_1 + t_2}{2} \right];$$

$$Q = \lambda_{\text{cp}} (t_1 - t_2) / f(x_1, x_2).$$

Таким образом, при линейной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры для тел любой геометрической формы можно использовать формулы для $\lambda = \text{const}$, если значение λ вычислено для среднеарифметической из температур поверхности.

Распределение температур по толщине стенки описывается с помощью уравнений

$$\frac{Q}{\lambda_0} f(x_1, x) = - \left[t - t_1 + \frac{b}{2} (t^2 - t_1^2) \right];$$

$$t^2 + \frac{2}{b} t - \left[t_1^2 + \frac{2}{b} t_1 - \frac{2Q}{b\lambda_0} f(x_1, x) \right] = 0;$$

$$t = \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_1 \right)^2 - \frac{2Q}{\lambda_0 b} f(x_1, x)} - \frac{1}{b};$$

$$t = \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_1 \right)^2 - \frac{2\lambda_{\text{cp}}}{\lambda_0 b} (t_1 - t_2) \frac{f(x_1, x)}{f(x_1, x_2)}} - \frac{1}{b}.$$

Для стенок, состоящих из нескольких слоев с различной теплопроводностью и разной толщины, найдем тепловой поток и температуру:

$$Q = \frac{\lambda_1 (t_1 - t_2)}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{F(x)}} = \frac{\lambda_2 (t_2 - t_3)}{\int_{x_2}^{x_3} \frac{dx}{F(x)}} = \dots = \frac{\lambda_n (t_n - t_{n+1})}{\int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{dx}{F(x)}};$$

$$t_1 - t_2 = Q \frac{S_1}{\lambda_1}; \quad t_2 - t_3 = Q \frac{S_2}{\lambda_2}; \quad \dots; \quad t_n - t_{n+1} = Q \frac{S_n}{\lambda_n},$$

где n – число слоев.

Окончательно получим уравнение для определения

$$Q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{\lambda_i}}.$$

Величина, стоящая в знаменателе выражения, называется полным термическим сопротивлением многослойной стенки.

Температуры на границе слоев могут быть определены по уравнениям

$$t_2 = t_1 - Q \frac{S_1}{\lambda_1};$$

$$t_2 = t_1 - Q \left(\frac{S_1}{\lambda_1} + \frac{S_2}{\lambda_2} \right);$$

$$t_{k+1} = t_1 - Q \sum_{i=1}^k \frac{S_i}{\lambda_i}.$$

Теплопередача через стенку. Случай, когда теплота от одной газовой среды передается другой среде через стенку (одно- или многослойную), соответствует граничным условиям III рода. Для стенки произвольной геометрической формы при условии, что задана толщина стенок, коэффициенты теплоотдачи и коэффициент теплопроводности, тепловой поток

$$Q = \alpha_1 F_1 (t_{1cp} - t_1), \quad t_{1cp} - t_1 = Q / (\alpha_1 F_1).$$

Тепловой поток, передаваемый теплопроводностью через стенку, и разность температур соответственно

$$Q = \lambda (t_1 - t_2) / f(x_1, x_2), \quad t_1 - t_2 = Q f(x_1, x_2) / \lambda.$$

Те же параметры в случае передачи тепла от стенки к менее нагретой среде можно вычислить по формулам

$$Q = (t_{1cp} - t_{2cp}) \left[\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{f(x_1, x_2)}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2 F_2} \right]^{-1};$$

$$t_2 - t_1 = Q / (\alpha_2 F_2).$$

Распределение температур в стенке отвечает уравнению

$$t = t_{2cp} + (t_{1cp} - t_{2cp}) \left[\frac{1 + \lambda}{\alpha_2 F_2 f(x_1, x_2)} - \frac{f(x_1, x)}{f(x_1, x_2)} \right] \times$$

$$\times 1 + \left\{ \frac{\lambda}{f(x_1, x_2)} \left[\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2} \right] \right\}^{-1}.$$

Значения обобщенных параметров F и f зависят от геометрической формы стенок. Для плоской стенки

$$F_1 = F_2 = F = \text{const}; f(x_1, x) = x/F; f(x_1, x_2) = S/F;$$

$$Q = (t_{1\text{cp}} - t_{2\text{cp}})F \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{S}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1};$$

$$t = t_{2\text{cp}} + (t_{1\text{cp}} - t_{2\text{cp}}) \left[\frac{1 + \lambda}{\alpha_2 S} - \frac{x}{S} \right] \left[1 + \left(\frac{\lambda}{S} \right) \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right) \right]^{-1};$$

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{S}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1},$$

где K – коэффициент теплопередачи, численно равный количеству теплоты, передаваемой через 1 м^2 поверхности стенки за 1 с , при разности температур потоков, движущихся вдоль стенки, в 1 К (величина, обратная K , называется термическим сопротивлением теплопередачи и обозначается R).

Коэффициент K складывается из термического сопротивления теплоотдаче $1/\alpha$ и термического сопротивления стенки S/λ . Отношение этих величин представляет собой критерий Био (Bi).

Для цилиндрической стенки (трубы)

$$Q = \pi l (t_{1\text{cp}} - t_{2\text{cp}}) \left[(\alpha_1 d_1)^{-1} + (2\lambda)^{-1} \ln(d_2/d_1) + (\alpha_2 d_2)^{-1} \right];$$

$$t = t_{2\text{cp}} + (t_{1\text{cp}} - t_{2\text{cp}}) \left(\ln \frac{r_2}{r} + \frac{\lambda}{\alpha_2 r_2} \right) \left(\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\lambda}{\alpha_1 r_1} + \frac{\lambda}{\alpha_2 r_2} \right)^{-1};$$

$$K_{\text{л}} = \left[(\alpha_1 d_1)^{-1} + (2\lambda)^{-1} \ln(d_2/d_1) + (\alpha_2 d_2)^{-1} \right]^{-1},$$

где $K_{\text{л}}$ – линейный коэффициент теплопередачи, равный плотности теплового потока, проходящего через цилиндрическую стенку длиной в 1 м , при разности температур потоков, омывающих стенку внутри и снаружи, в 1 К ($R_{\text{л}} = 1/K_{\text{л}}$ – линейное термическое сопротивление теплопередачи).

Окончательно выражение можно представить в виде

$$q_l = Q/l = \pi K_{\text{л}} (t_{1\text{cp}} - t_{2\text{cp}}) = \pi (t_{1\text{cp}} - t_{2\text{cp}}) / R_{\text{л}}.$$

При расчетах через многослойные стенки термическое сопротивление одного слоя заменяется суммарным сопротивлением всех слоев.

Проведем анализ условий омывания теплоизолированного цилиндра движущимся потоком. Полученные выше выражения могут быть использованы для определения критических значений критерия $Bi_{кр}$. Пусть цилиндр с низким термическим сопротивлением покрыт слоем изоляции. Линейное термическое сопротивление

$$R_{л} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}.$$

Найдем условия, соответствующие максимальной величине теплоотдачи при минимальном суммарном тепловом сопротивлении, определив первую производную и приравняв ее нулю:

$$dR_{л}/d(d_3) = 1/(2\lambda_2 d_3) - 1/(\alpha_2 d_3^2) = 0.$$

Тогда

$$Bi_{кр} = \alpha_2 r_{экр} / \lambda_2 = 1,$$

где $r_{экр}$ – коэффициент, характеризующий отражательную способность экрана.

Таким образом, для эффективной работы тепловой изоляции необходимо $Bi_{кр} < 1$. Для шаровой стенки критический диаметр изоляции $d_{зкр}$ получают из соотношения $Bi = 2$.

Теплоотдача стенок с источниками теплоты. Рассмотрим случай, когда в плоской стенке, длинном цилиндре или шаре имеется равномерно распределенный источник теплоты q_V , причем эти тела оmyваются средой с постоянной температурой и $\alpha = \text{const}$ (граничное условие III рода). Тогда

$$(dt/dx)_{пов} = -(\alpha/\lambda)(t_{пов} - t_{ср}).$$

Градиент температур в плоскости (на оси) симметрии

$$(dt/dx)_{x=0} = 0.$$

В теле устанавливается параболическое распределение температур:

$$t = t_{ср} + \frac{q_V x_{пов}^2}{2\lambda} \left(\frac{2\lambda}{\alpha x_{пов}} + 1 - \frac{x^2}{x_{пов}^2} \right).$$

Разности температур по сечению тела

$$\Delta t = t_{x=0} - t_{x=x_{пов}} = q_V x_{пов}^2 / (2\lambda k).$$

Плотность теплового потока

$$q = -\lambda(dt/dx) = q_V x/k.$$

Тепловой поток на наружной поверхности

$$Q = qF = q_V x_{\text{пов}} F/\lambda.$$

3.6 Теплоотдача стержней

Для повышения интенсивности теплоотдачи от твердой поверхности к окружающему потоку в инженерной практике используют прием, основанный на увеличении поверхности теплообмена за счет так называемых ребер, игл или стержней, заделанных одним концом в твердый массив.

В случае, когда конец стержня, заделанный в массив, имеет постоянную температуру, а температура окружающей среды и средний коэффициент теплоотдачи α принимаются постоянными, распределение температуры в стержне и тепловой поток находят из уравнения теплового баланса для элементарного объема стержня

$$-\lambda F \frac{dt}{dx} \Big|_x = -\lambda F \frac{dt}{dx} \Big|_{x+dx} + \alpha P dx (t - t_{\text{cp}})$$

или

$$d^2 t / dx^2 - \alpha P / (\lambda F) (t - t_{\text{cp}}) = 0,$$

где P – периметр стержня.

Используя понятие безразмерной температуры и критерия Био для стержня, запишем

$$d^2 \Theta / d\xi^2 - \text{Bi} \Theta = 0,$$

где ξ – безразмерная координата.

Решение уравнения имеет вид

$$\Theta = C_1 \exp(\sqrt{\text{Bi}} \xi) + C_2 \exp(-\sqrt{\text{Bi}} \xi),$$

откуда

$$\Theta = \exp(-\sqrt{\text{Bi}} \xi) + C_1 [\exp(\sqrt{\text{Bi}} \xi) - \exp(-\sqrt{\text{Bi}} \xi)],$$

где C_1 и C_2 – константы.

Значения констант m и Θ , а также теплового потока на торце стержня находят, используя следующие граничные условия:

- для длинного стержня (температура на торце равна температуре окружающей среды)

$$\Theta = \exp(-mx); \quad m = \sqrt{\text{Bi}}/l = \sqrt{\alpha P/(\lambda F)};$$

$$Q = \sqrt{\text{Bi}}(\lambda F/l)(t_1 - t_{\text{cp}}) = \sqrt{\alpha P \lambda F}(t_1 - t_{\text{cp}});$$

- для стержня с теплоизолированным торцом

$$\Theta = \frac{\exp[\sqrt{\text{Bi}}(1-\xi)] + \exp[-\sqrt{\text{Bi}}(1-\xi)]}{\exp(\sqrt{\text{Bi}}) + \exp(-\sqrt{\text{Bi}})};$$

$$\Theta = \text{ch}[\sqrt{\text{Bi}}(1-\xi)]/\text{ch}\sqrt{\text{Bi}};$$

$$Q = \sqrt{\text{Bi}}(\lambda F/l)(t_1 - t_{\text{cp}}) \text{th}\sqrt{\text{Bi}};$$

- для стержня с конвективным отводом теплоты от поверхности торца

$$\Theta = \frac{\text{ch}\sqrt{\text{Bi}}(1-\xi) + \sqrt{\text{Bi}}F_{\text{sh}}[\sqrt{\text{Bi}}(1-\xi)](Pl)^{-1}}{\text{ch}\sqrt{\text{Bi}} + \sqrt{\text{Bi}}F_{\text{sh}}\sqrt{\text{Bi}}(Pl)^{-1}};$$

$$Q = \sqrt{\text{Bi}} \frac{\lambda F}{l} (t_1 - t_{\text{cp}}) \frac{\text{sh}\sqrt{\text{Bi}} + \sqrt{\text{Bi}}F_{\text{ch}}\sqrt{\text{Bi}}(Pl)^{-1}}{\text{ch}\sqrt{\text{Bi}} + \sqrt{\text{Bi}}F_{\text{ch}}\sqrt{\text{Bi}}(Pl)^{-1}} =$$

$$= \sqrt{\text{Bi}} \frac{\lambda F}{l} (t_1 - t_{\text{cp}}) \text{th}\sqrt{\text{Bi}} \frac{1 + \sqrt{\text{Bi}}F_{\text{th}}\sqrt{\text{Bi}}(Pl)^{-1}}{1 + \sqrt{\text{Bi}}F_{\text{th}}\sqrt{\text{Bi}}(Pl)^{-1}}.$$

Кондуктивный тепловой поток, проходящий через основание стержня,

$$Q = -\lambda F (dt/dx)_{x=0} = -(\lambda F/l)(t_1 - t_{\text{cp}})(d\Theta/d\xi)_{\xi=0}.$$

Все эти зависимости могут быть использованы для расчетов ребренных поверхностей при условии, что за длину стержня принимается высота ребра. Ребра приводит к увеличению теплоотдачи от твердой поверхности к среде в 6-8 раз.

3.7 Нестационарная теплопроводность

Целью расчетов процесса нестационарной теплопроводности является определение температурного поля тела или вычисление количества теплоты, отданной или воспринятой телом в процессах охлаждения или нагрева. В некоторых случаях совместно решаются обе задачи.

В простейшем случае ($\lambda = \text{const}$) уравнение теплопроводности имеет вид

$$\partial t / \partial \tau = a \partial^2 t / \partial x^2 + q_V / (c\rho); \quad \frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{q_V S^2}{\lambda(t-t_0)},$$

где F_0 – критерий Фурье; X и θ – безразмерная координата и температура.

При решении уравнений нестационарной теплопроводности вводят новые безразмерные переменные: симплексы подобия геометрических, временных и физических величин, а также безразмерные критерии, или числа подобия.

На втором этапе решения исходное математическое выражение дополняется граничными условиями. Граничные условия I рода (для пластины) позволяют определить характерную температуру процесса. Для них обобщенное решение уравнения теплопроводности имеет вид $\theta = f(X, Fo, Po)$, где Po – критерий Померанцева.

Граничные условия II рода (для пластины) в виде

$$-\lambda(\partial t / \partial x)_{x=S} = q_{\text{пов}}$$

позволяют получить дополнительные критерии, характеризующие процесс:

$$-[\lambda(t_* - t_0)/S](\partial \Theta / \partial X)_{X=1} = q_{\text{пов}},$$

$$-(\partial \Theta / \partial X)_{X=1} = Ki,$$

где Ki – критерий Кирпичева.

Для граничных условий II рода обобщенное решение уравнения теплопроводности имеет вид $\theta = f(X, Fo, Po, Ki)$.

Граничные условия III рода (для пластины)

$$-\lambda(\partial t / \partial x)_{x=S} = \alpha(t_{|x=S} - t_{\text{cp}}) = \alpha(t_{\text{пов}} - t_{\text{cp}})$$

преобразуются к виду

$$-\lambda[(t_{\text{cp}} - t_0)/S](\partial\Theta/\partial X)_{X=1} = -\alpha(t_{\text{cp}} - t_{\text{пов}});$$

$$(\partial\Theta/\partial X)_{X=1} = \text{Bi}(1 - \Theta)_{X=1}.$$

Для граничных условий III рода обобщенное решение уравнения теплопроводности имеет вид $\theta = f(X, \text{Fo}, \text{Po}, \text{Bi})$. Критерий Био прямо пропорционален отношению перепада температуры внутри тела к внешнему «температурному напору» и его называют показателем термической массивности тела, различая термически тонкие тела с малым перепадом температуры по сечению и термически массивные тела со значительным перепадом температуры.

Нагрев и охлаждение тел при граничных условиях I рода. Пусть дано распределение температуры по толщине неограниченной пластины $t(x, 0) = t_0 = \text{const}$. В начальный момент времени поверхности пластины мгновенно нагреваются до температуры $t_{\text{пов}}$, которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса нагрева. Требуется найти распределение температуры по толщине пластины и расход теплоты в любой момент.

Для облегчения преобразований начало координат целесообразно отнести к середине пластины. Тогда толщина пластины $2S$.

Математическая формулировка задачи в безразмерной форме имеет вид

$$\partial\Theta/\partial\text{Fo} = \partial^2\Theta/\partial X^2 \quad (\text{Fo} > 0, 0 < X < 1);$$

$$\text{Fo} = 0; \quad \Theta(X, 0) = 1; \quad X = 0; \quad \partial\Theta/\partial X = 0; \quad X = 1; \quad \Theta = 0.$$

Общее решение задачи имеет вид

$$\Theta(X, \text{Fo}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\delta_n} (-1)^{n+1} \cos(\delta_n X) \exp(-\delta_n^2 \text{Fo}).$$

Опираясь на признак Даламбера, можно показать, что полученный ряд сходится. Для максимальных абсолютных значений слагаемых суммы получим

$$|\Theta_{n+1}/\Theta_n|_{X=0} = [(2n-1)/(2n+1)] \exp(-2\pi^2 n \text{Fo}) < 1.$$

Скорость сходимости ряда зависит от выбора числа Фурье. Число членов ряда, необходимое для выполнения расчетов с заданной погрешностью ε ,

$$N = -\ln[\varepsilon(2n+1)(2n-1)^{-1}]/(2\pi^2 \text{Fo}).$$

Следует отметить, что с увеличением Fo влияние начального температурного поля ослабевает, и уже при $Fo > 0,35$ расчет можно ограничить первым слагаемым суммы.

Изменение плотности теплового потока описывается уравнением

$$q = -\lambda \partial t / \partial x = \lambda / S (t_{\text{пов}} - t_0) \alpha \Theta / \partial X = \\ = -(\lambda / S) (t_{\text{пов}} - t_0) \sum_{n=1}^{\infty} 2(-1)^{n+1} \sin(\delta_n X) \exp(-\delta_n^2 Fo),$$

где $\delta_n = \text{const}$.

Расход теплоты на нагревание пластины

$$\Delta Q = c\rho V [t_{\text{мас}}(\tau) - t_0] = c\rho SF (t_{\text{пов}} - t_0) [1 - \Theta_{\text{мас}}(\tau)],$$

где

$$\Theta_{\text{мас}}(Fo) = \int_0^1 \Theta(X, Fo) dF = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\delta_n^2} \exp(-\delta_n^2 Fo).$$

Скорость нагревания пластины

$$d\Theta_{\text{мас}} / d\tau = (d\Theta_{\text{мас}} / dFo) / (dFo / d\tau) = -(2a / S^2) \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\delta_n^2 Fo).$$

При $Fo \rightarrow 0,25$ погрешность в расчетах не превышает 1 %, и можно ограничиться первым слагаемым суммы:

$$d\Theta_{\text{мас}} / d\tau = -(2a / S^2) \exp(-0,25\pi^2 Fo) = (0,25a\pi^2 / S^2) \Theta_{\text{мас}}.$$

Из уравнения следует, что, начиная с некоторого момента времени, в пластине устанавливается скорость нагревания, прямо пропорциональная текущему значению среднemasсовой температуры. Этот период может быть назван условно регулярным.

Аналогичным образом первая краевая задача может быть решена для цилиндра или шара.

Так как процесс решения первой краевой задачи относительно прост, то в инженерной практике широко применяются методы сведения сложных граничных условий к граничным условиям I рода.

Нагрев и охлаждение тел при граничных условиях II рода.

Дано распределение температуры по толщине неограниченной пластины $t(x, 0) = t_0 = \text{const}$. В начальный момент времени пластина нагревается одинаково с обеих сторон от источника с постоянной

плотностью теплового потока $q_{\text{пов}}$. Требуется найти распределение температуры по толщине пластины и расход теплоты в любой момент.

Начало координат выберем в середине пластины, тогда толщина пластины равна $2S$, где S – половина толщины пластины.

Математическая формулировка задачи в безразмерной форме имеет вид

$$\begin{aligned} \partial\Theta/\partial Fo &= \partial^2\Theta/\partial X^2 \quad (Fo > 0, 0 < X < 1); \\ Fo = 0, \Theta &= 0; X = 0, \partial\Theta/\partial X = 0; X = 1; \partial\Theta/\partial X &= Ki. \end{aligned}$$

Решая полученные уравнения, можно показать, что в процессе нагрева пластины при граничных условиях II рода ее среднemasсовая температура изменяется во времени линейно:

$$\Theta_{\text{мас}}(Fo) = KiFo.$$

Таким образом, кривая распределения температур свидетельствует о протекании процесса в квазистационарном режиме.

Решение задачи в окончательном виде

$$\begin{aligned} \Theta(X, Fo) &= Ki \left[Fo + X^2/2 - 1/6 + \right. \\ &\left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} / (\delta_n^2 \cos(\delta_n X) \exp(-\delta_n^2 Fo)) \right]. \end{aligned}$$

При $Fo > 0,1$ можно ограничиться первым слагаемым суммы. Для $Fo > 0,5$ с погрешностью до 0,5 % весь ряд можно отбросить. Данный момент времени характеризуется линейным распределением температуры по времени процесса и параболическим распределением температуры по толщине пластины.

Уравнения для расчета температур поверхности и средней плоскости пластины (при $Fo > 0,1$) следующие:

- для $X = 1$

$$Q_{\text{пов}} = Ki \left[Fo + 1/3 - (2/\pi^2) \exp(-\pi^2 Fo) \right];$$

- для $X = 0$

$$Q_{\text{ср.пл}} = Ki \left[Fo - 1/6 + (2/\pi^2) \exp(-\pi^2 Fo) \right].$$

Разность температур

$$\Delta\Theta = \Theta_{\text{пов}} - \Theta_{\text{ср.пл}} = Ki \left[1/2 - (4/\pi^2) \exp(-\pi^2 Fo) \right].$$

При достижении квазистационарного режима нагрева ($Fo > 0,5$) в пластине устанавливается постоянная разность температур поверхности и средней плоскости: $\Delta t = q_{\text{пов}} S / (2\lambda)$, причем каждая из этих температур линейно изменяется во времени.

Для длинного цилиндра и сферы решения могут быть получены аналогично.

Нагрев и охлаждение тел при граничных условиях III рода. Дано распределение температуры по толщине неограниченной пластины $t(x, 0) = t_0 = \text{const}$. В начальный момент времени пластина помещается в среду с постоянной температурой $t_{\text{ср}} > t_0$. Требуется найти распределение температуры по толщине пластины и расход теплоты в любой момент.

Для облегчения проведения преобразований целесообразно выбрать начало координат в середине пластины, тогда толщина пластины равна $2S$, где S – половина толщины пластины.

Математическая формулировка задачи в безразмерной форме имеет вид

$$\partial \Theta / \partial Fo = \partial^2 \Theta / \partial X^2, \quad Fo > 0, 0 < X < 1;$$

$$Fo > 0, \Theta = 1; X = 0, \partial \Theta / \partial X = 0; X = 1, \partial \Theta / \partial X + Bi \Theta = 0.$$

Окончательное решение задачи получим в виде

$$\Theta(X, Fo) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \delta_n \cos(\delta_n X) \exp(-\delta_n^2 Fo)}{\delta_n + \sin \delta_n \cos \delta_n}.$$

Среднемассовая температура пластины

$$\Theta_{\text{мас}}(Fo) = \int_0^1 \Theta(X, Fo) dX = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{\sin \delta_n}{\delta_n} \exp(-\delta_n^2 Fo).$$

Плотность теплового потока в пластине

$$\begin{aligned} q &= \lambda \partial t / \partial x = -(\lambda / S)(t_{\text{ср}} - t_0) \partial \Theta / \partial X = \\ &= (\lambda / S)(t_{\text{ср}} - t_0) \sum_{n=1}^{\infty} D_n \delta_n \sin(\delta_n X) \exp(-\delta_n^2 Fo). \end{aligned}$$

Скорость сходимости рядов зависит от числа Био. При $Bi \rightarrow 0$ (практически при $Bi < 0,1$) уравнение трансформируется к виду

$$\Theta(X, Fo) = \exp(-\delta_1^2 Fo),$$

откуда следует, что перепад температур по толщине пластины отсутствует.

Закономерность изменения температуры во времени для термически тонкой пластины описывается уравнением

$$\Theta(\text{Fo}) = \frac{t_{\text{cp}} - t}{t_{\text{cp}} - t_0} = \exp\left(-\frac{\alpha\tau}{c\rho S}\right).$$

Время нагрева до заданной температуры

$$\tau = (c\rho S/\alpha) \ln[(t_{\text{cp}} - t_0)/(t_{\text{cp}} - t)].$$

Для термически массивных тел при $\text{Bi} < 1$ время нагрева (охлаждения)

$$\tau = [c\rho S m / (\alpha k)] \ln[(t_{\text{cp}} - t_0)/(t_{\text{cp}} - t)],$$

где $m = 1 + \text{Bi}/(k + 2)$ – коэффициент термической массивности тела; k – коэффициент формы.

Коэффициент термической массивности тела – отношение коэффициентов теплоотдачи и теплопередачи, причем в последнем учитывается лишь $1/(k + 2)$ -я часть внутреннего теплового сопротивления тела:

$$m = 1 + \frac{\alpha S}{\lambda(k + 2)} = \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{k + 2} \frac{S}{\lambda} \right).$$

Процесс нагрева можно разделить на три стадии. Первая стадия (стадия неупорядоченного режима) характеризуется большим влиянием начального распределения температуры. Вторая стадия (стадия регулярного режима) начинается с момента времени, при котором устанавливается постоянный темп изменения температуры, а избыточная температура описывается простой экспонентой. Третья стадия соответствует стационарному состоянию ($\tau \rightarrow \infty$), при котором температура во всех точках пластины равна температуре окружающей среды.

Время нагрева пластины

$$\tau = -[S^2/(a\delta_1^2)] \ln \{ [\Theta(X, \text{Fo})] / [D_1 \cos(\delta_1 X)] \},$$

где $D_1 = \text{const}$.

Среднемассовая температура пластины

$$\tau = -[S^2/(a\delta_1^2)] \ln [(\delta_1 \Theta_{\text{мас}}) / D_1 \sin \delta_1].$$

Аналогичным методом могут быть получены решения для длинного цилиндра и сферы.

3.8 Расчет теплопроводности при несимметричном процессе и нагреве и охлаждении тел конечных размеров

Несимметричная задача. На практике очень часто приходится сталкиваться с решением задач несимметричной теплопроводности (например, в случае нагрева или охлаждения тел при граничных условиях III рода).

Рассмотрим процесс нагрева неограниченной пластины толщиной S с начальной температурой t_0 . В начальный момент времени пластина вступает в тепловое взаимодействие с потоком сплошной фазы, причем на левой плоскости пластины температура среды и коэффициент теплоотдачи равны соответственно t_{1cp} и α_1 , на правой – t_{2cp} и α_2 . Требуется найти распределение температуры по толщине пластины, а также тепловой поток от более нагретой среды к менее нагретой.

Математическая формулировка задачи в безразмерной форме имеет вид

$$\begin{aligned} \partial\theta/\partial Fo &= \partial^2\theta/\partial X^2, \quad Fo > 0, 0 < X < 1; \\ Fo = 0, \theta &= 0; X = 0; \quad \partial\theta/\partial X = -Bi_1(\theta_{1cp} - \theta); \\ X = 1; \quad \partial\theta/\partial X &= -Bi_2(\theta_{2cp} - \theta). \end{aligned}$$

Окончательное решение несимметричной задачи теплопроводности имеет вид

$$\begin{aligned} \theta(X, Fo) &= \frac{Bi_1\theta_{1cp}[1 + Bi_2(1 - X)] + Bi_2\theta_{2cp}(1 + Bi_1X)}{Bi_1 + Bi_2 + Bi_1Bi_2} - \\ &- 2 \sum_{m=1}^{\infty} D'_m [\delta_m \cos(\delta_m X) + Bi_1 \sin(\delta_m X)] \exp(-\delta_m^2 Fo), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} D'_m &= [Bi_1\theta_{1cp} + (\delta_m \sin \delta_m - Bi_1 \cos \delta_m)\theta_{2cp}] \times \\ &\times [\delta_m^2(\delta_m + \sin \delta_m \cos \delta_m) + Bi_1^2(\delta_m - \sin \delta_m \cos \delta_m) + 2\delta_m Bi_1 \sin^2 \delta_m]^{-1}. \end{aligned}$$

Плотность теплового потока

$$q(X, Fo) = qS/\lambda = (\theta_{1cp} - \theta_{2cp}) / (1 + Bi_1^{-1} + Bi_2^{-1}) +$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} D_n' \delta_n [-\delta_n \sin(\delta_n X) + \text{Bi}_1 \cos(\delta_n X)] \exp(-\delta_n^2 \text{Fo}).$$

Среднемассовая избыточная температура

$$\theta_{\text{mac}}(\text{Fo}) = \int_0^1 \theta(X, \text{Fo}) dX = \frac{\text{Bi}_1 \theta_{1\text{cp}} + \text{Bi}_2 \theta_{2\text{cp}} + 0,5 \text{Bi}_1 \text{Bi}_2 (\theta_{1\text{cp}} + \theta_{2\text{cp}})}{\text{Bi}_1 + \text{Bi}_2 + \text{Bi}_1 \text{Bi}_2} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} D_n' [\sin \delta_n - (\text{Bi}_1 / \delta_n) (\cos \delta_n - 1)] \exp(-\delta_n^2 \text{Fo}).$$

Теплообмен для тел конечных размеров. В инженерной практике часто приходится рассчитывать температурные поля прямоугольных параллелепипедов, коротких цилиндров и тому подобных тел.

Рассмотрим длинную прямоугольную призму (двумерное температурное поле) с поперечным сечением $S_1 \times S_2$ с температурой t_0 . В начальный момент времени призма помещается в среду с постоянной температурой $t > t_0$ (имеет место симметричный нагрев). Требуется найти распределение температур в любой момент для граничных условий III рода.

Математическая формулировка задачи имеет вид

$$\frac{\partial t(x, y, \tau)}{\partial \tau} = a \left[\frac{\partial^2 t(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t(x, y, \tau)}{\partial y^2} \right];$$

$$\lambda \partial t(S_1, y, \tau) / \partial x = \alpha [t_{\text{cp}} - t(S_1, y, \tau)];$$

$$\partial t(0, y, \tau) / \partial x = 0;$$

$$\lambda \partial t(x, S_2, \tau) / \partial y = \alpha [t_{\text{cp}} - t(x, S_2, \tau)];$$

$$\partial t(x, 0, \tau) / \partial y = 0.$$

Начало координат выбираем в центре поперечного сечения призмы.

Безразмерная температура

$$\Theta(x, y, \tau) = [t_{\text{cp}} - t(x, y, \tau)] / (t_{\text{cp}} - t_0).$$

Решение системы уравнений обычно производится с применением специальных прикладных программ.

3.9 Нагрев и охлаждение тел под действием излучения

Рассмотрим процесс нагрева тел в аппарате с постоянной температурой при условии, что теплота передается посредством излучения. Для характеристики особенности теплообмена излучением применяется приведенный коэффициент излучения системы $C_{пр}$ (или C).

Для термически тонкого тела (при $S/\lambda \rightarrow 0$) дифференциальное уравнение нагрева тела имеет вид

$$CF[(T_{печ}/100^4) - (T/100^4)]d\tau = mcdT,$$

где $T_{печ}$ – температура печи; m и c – масса и теплоемкость тела. Интегрируя это уравнение, получим

$$\tau \frac{FC}{mc} = \frac{1}{4} \frac{100 \cdot 100^3}{T_{печ}^3} \times \left(\ln \frac{T_{печ} + T_k}{T_{печ} - T_k} + 2 \operatorname{arctg} \frac{T_k}{T_{печ}} - \ln \frac{T_{печ} + T_n}{T_{печ} - T_n} - 2 \operatorname{arctg} \frac{T_n}{T_{печ}} \right),$$

где T_k и T_n – конечная и начальная температура. Время нагрева

$$\tau = \frac{1}{4} \frac{mc}{FC} \frac{100 \cdot 100^3}{T_{печ}^3} \times \left(\ln \frac{1 + T_k T_{печ}^{-1}}{1 - T_k T_{печ}^{-1}} + 2 \operatorname{arctg} \frac{T_k}{T_{печ}} - \ln \frac{1 + T_n T_{печ}^{-1}}{1 - T_n T_{печ}^{-1}} - 2 \operatorname{arctg} \frac{T_n}{T_{печ}} \right).$$

В практических расчетах используется обозначение:

$$\frac{1}{4} \ln \frac{1 + T T_{печ}^{-1}}{1 - T T_{печ}^{-1}} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{T}{T_{печ}} = \psi \left(\frac{T}{T_{печ}} \right).$$

Соответственно

$$\tau = \frac{mc}{FC} \frac{100 \cdot 100^3}{T_{печ}^3} \left[\psi \left(\frac{T_k}{T_{печ}} \right) - \psi \left(\frac{T_n}{T_{печ}} \right) \right].$$

Анализируя полученные зависимости, можно показать, что продолжительность нагрева тонких тел пропорциональна их ли-

нейному размеру и не зависит от коэффициента теплопроводности тела.

Время нагрева умеренно массивных тел

$$\tau = \frac{mc}{FC} \frac{100 \cdot 100^3}{T_{\text{печ}}^3} \left[\psi \left(\frac{T_{\text{к}}}{T_{\text{печ}}}, m \right) - \psi \left(\frac{T_{\text{н}}}{T_{\text{печ}}}, m \right) \right].$$

Функция $\psi(T/T_{\text{печ}}, \tau)$ может быть представлена в виде

$$\psi = \frac{T}{T_{\text{печ}}} + \frac{1}{z+1} \left(\frac{T}{T_{\text{печ}}} \right)^{z+1} + \frac{1}{2z+1} \left(\frac{T}{T_{\text{печ}}} \right)^{2z+1} + \frac{1}{3z+1} \left(\frac{T}{T_{\text{печ}}} \right)^{3z+1} + \dots,$$

где $z - \text{const}$.

4 КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

4.1 Основные понятия

Конвекцией (конвективным теплообменом) называют перенос теплоты за счет перемещения вещества в пространстве в движущихся потоках жидкостей или газов. Конвективный теплообмен всегда связан с явлением теплопроводности, имеющей место в твердом теле, воспринимающем тепловой поток.

Перенос теплоты при ламинарном режиме определяется только молекулярным переносом вещества, который зависит от коэффициента теплопроводности жидкости или газа. При турбулентном режиме перенос теплоты связан с поперечным перемешиванием микро- и макрообъемов вещества (вихрей).

При обтекании поверхностей твердых тел потоком жидкости под действием сил вязкости образуется тонкий слой (гидродинамический или динамический пограничный слой), в пределах которого скорость жидкости изменяется от нуля на поверхности тела до скорости движения потока (в ядре потока). Кроме гидродинамического слоя, выделяют тепловой и концентрационный пограничные слои, в пределах которых температура и концентрация изменяются от одной величины к другой. Соотношение толщины слоев зависит от физических свойств теплоносителя: вязкости, плотности, теплоемкости и теплопроводности. Так, например, в газовых средах толщина этих слоев практически одинакова, в неметаллических жидкостях тоньше гидродинамический слой, а в расплавленных металлах из-за их высокой теплопроводности – тепловой. В целом толщина теплового пограничного слоя растет с увеличением теплопроводности и с уменьшением скорости и плотности потока.

На эффективность конвективного теплообмена влияют разность температур потока и твердой фазы, форма и размеры пространства, где развивается конвективный теплообмен, направление передачи теплоты (нагрев или охлаждение потока) и т.д. Для описания конвективного переноса тепла широко применяются аналитические и экспериментальные методы.

Различают два вида конвекции: естественную (или свободную) и вынужденную. При естественной конвекции движущая сила вызвана разностью плотностей потока вследствие контакта его с поверхностью, имеющей другую температуру. Вынужденная конвек-

ция возникает при действии на поток внешней движущей силы, когда поток обтекает поверхность с более высокой или низкой температурой, чем у него. Очевидно, что так как при вынужденной конвекции скорость потока выше, чем при свободной конвекции, то при заданном перепаде температур и количество переданной теплоты будет больше.

Количество переносимого тепла за счет конвекции рассчитывают с помощью закона Ньютона:

$$Q_c = \alpha(t_c - t_{ж})F,$$

где α – средний коэффициент конвективной теплоотдачи на поверхности раздела газа (жидкости) и твердого тел, определяемый теоретически или экспериментально; t_c и $t_{ж}$ – температура жидкости и обтекаемой поверхности (стенки) соответственно.

Коэффициент конвективной теплоотдачи зависит от плотности, вязкости и скорости жидкости, а также от ее теплофизических свойств (коэффициента теплопроводности и удельной теплоемкости) и является гидродинамической характеристикой системы. Кроме того, на практике достаточно часто приходится учитывать зависимость коэффициента теплоотдачи α от разности температур, вследствие чего такие задачи приобретают нелинейный характер.

Так как скорость слоя жидкости у стенки равна нулю, то перенос теплоты осуществляется за счет молекулярной теплопроводности. Соответственно плотность теплового потока от стенки к слою зависит только от теплопроводности:

$$q = Q/F = -\lambda \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0} = \alpha(t_c - t_{ж}).$$

Следует отметить, что градиент температуры на поверхности стенки определяется скоростью переноса теплоты жидкостью от стенки в основной поток и связан со скоростью течения потока вдоль стенки. На процесс теплообмена существенно влияет и коэффициент теплопроводности жидкости. Заметим также, что коэффициент конвективного теплообмена вдоль нагреваемой (охлаждающейся) поверхности может быть непостоянным. На его величину влияет режим движения потока, толщина ламинарного слоя, физические свойства потока (например, вязкость и теплопроводность среды) и др. Оценка воздействия тех или иных факторов возможна с помощью уравнения

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0} = \left(\frac{\lambda}{\delta_{\text{п}}} \right) (t_{\text{с}} - t_{\text{ж}}),$$

где $\delta_{\text{п}}$ – толщина пограничного слоя.

На интенсивность теплообмена между потоком и стенкой влияют условия нагрева и охлаждения потока и направление передачи теплоты.

4.2 Математическое описание конвективного теплообмена

Для описания закономерностей конвективного теплообмена используются уравнения полей температур и скоростей потока.

Поле температур в потоке несжимаемого газа или жидкости описывается уравнением Фурье – Кирхгофа:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial t}{\partial x} + W_y \frac{\partial t}{\partial y} + W_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right),$$

где a – коэффициент температуропроводности.

Для одномерной задачи коэффициент конвективной теплоотдачи

$$\alpha = - \frac{\lambda}{(t_{\text{с}} - t_{\text{ж}})} \frac{\partial t}{\partial y} \Big|_{y=0},$$

для трехмерной:

$$\alpha = - \frac{\lambda}{\theta_{\text{с}}} \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{n=0}.$$

Температурное поле в движущейся жидкости зависит от составляющих скорости. Для их определения воспользуемся дифференциальными уравнениями движения и сохранения массы (неразрывности).

Уравнения неразрывности и уравнения движения потока (уравнения Навье – Стокса), описывающие движение потока несжимаемой жидкости с постоянной вязкостью, имеют вид

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0;$$

$$\rho \frac{dW_x}{d\tau} = \rho g_x - \frac{\partial \rho}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial z^2} \right);$$

$$\rho \frac{dW_y}{d\tau} = \rho g_y - \frac{\partial \rho}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial z^2} \right);$$

$$\rho \frac{dW_z}{d\tau} = \rho g_z - \frac{\partial \rho}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 W_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2} \right).$$

Полная производная

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial}{\partial x} + W_y \frac{\partial}{\partial y} + W_z \frac{\partial}{\partial z}.$$

Таким образом, задача конвективного теплообмена может быть представлена системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, которые дополняются условиями однозначности конвективного теплообмена (геометрическими, характеризующими форму и размеры тела или системы; физическими, определяющими физические свойства среды; временными или начальными, обуславливающими особенности процесса в начальный момент времени; граничными, позволяющими учесть особенности протекания процесса на границах жидкой среды).

Аналитическое решение приведенной системы уравнений получено для относительно простых случаев, относящихся к ламинарному режиму движения потока. Для других часто встречающихся

ся на практике случаев применяют критериальные зависимости метода анализа размерностей и теории подобия, которые позволяют определить структуру чисел подобия, характеризующих процесс.

В критериальной форме обобщенное уравнение конвективного теплообмена имеет вид

$$Nu = f(No, X, Y, Z, Re, Pr, Gr, S_1, \dots),$$

где Nu – критерий Нуссельта; No – критерий гомохронности; Pr – критерий Прандтля; Gr – критерий Грасгофа; S_i – симплекс геометрического подобия.

В расчеты обычно вводят среднее значение критерия Нуссельта по поверхности теплообмена:

$$\overline{Nu} = f_1(No, Re, Pr, Gr, S_i, \dots).$$

Вид критериев, входящих в правую часть уравнений, и вид самого уравнения зависит от характера и условий протекания процесса конвективного теплообмена.

На практике наибольшее распространение получили критериальные уравнения степенного вида в связи с удобством их использования при обработке экспериментальных данных.

Значения констант и показателей степени, входящих в критериальные уравнения, получают в ходе специальных модельных экспериментов. В экспериментах изменяют значения всех величин, входящих в определяющие числа подобия и в безразмерные комплексы (симплексы). С помощью специальных программ подбирают уравнение кривой, описывающей экспериментальные точки с минимально возможной погрешностью. Следует иметь в виду, что эти зависимости справедливы только для того диапазона изменения чисел подобия, для которого проводились эксперименты. Теплофизические свойства потока выбирают по определяющей температуре, в качестве которой может быть принята либо среднемассовая температура потока $t_{ж}$, либо средняя температура пограничного слоя, либо средняя температура поверхности тела, омываемого потоком.

Среднемассовая температура потока

$$t_{ж} = \frac{\int_S \rho c_p W t dF}{\int_S \rho c_p W dF},$$

где ρ – объемная теплоемкость потока; c_p – теплоемкость при постоянном давлении; W – скорость потока в отдельных элементарных сечениях, F – площадь потока.

При расчетах используют и значение температуры потока, вычисляемое как среднее арифметическое температур на входе в канал и выходе из него.

Средняя температура поверхности тела

$$t_{cp} = \frac{1}{F} \int_F t dF \quad \text{или} \quad t_{cp} = \frac{1}{\Pi} \int_{\Pi} t d\Pi,$$

где Π – периметр тела.

В расчетных уравнениях необходимо указывать способ выбора определяющей температуры индексами чисел подобия (ж – жидкость; с – стенка; т – твердое) и в экспликации к уравнению.

Многие числа подобия включают линейный размер тела (определяющий размер), который должен быть одинаков для всех чисел подобия в данном уравнении конкретного уравнения. Так, например, для каналов в качестве определяющего размера принимают эквивалентный диаметр

$$d_{\text{эк}} = 4F/\Pi,$$

где F – площадь сечения канала; Π – периметр канала.

При внешнем омывании тел потоком определяющим размером можно считать высоту или длину вертикальной трубы, диаметр сферы или горизонтального канала и т.д. Способ выбора определяющего размера также должен быть указан в экспликации расчетного уравнения.

В справочниках, учебниках и научных монографиях приводится большое число уравнений, рекомендуемых для определения коэффициента теплоотдачи.

4.3 Теплоотдача при свободной и вынужденной конвекции

Свободное движение потока в большом объеме. Для проведения расчетов используются теоретические и экспериментальные зависимости. Рассмотрим их.

1. Теоретические уравнения пограничного слоя для вертикальной пластины и горизонтального цилиндра (при свободном движении потока в большом объеме). Для ламинарного течения потока (при $Gr < 10^9$) вдоль плоской вертикальной пластины

$$Nu_x = 0,3592 Gr_x^{0,25}.$$

Среднее значение критерия Нуссельта $Nu = 0,4789 Gr^{0,25}$.

Для горизонтально расположенного цилиндра диаметром d при ламинарном течении

$$Nu = \bar{a}d / \lambda = 0,372 Gr^{0,25}.$$

2. Теоретическое уравнение, описывающее процесс естественной конвекции на вертикальной пластине. Для идеальных газов при небольшой разности температур

$$Nu_x = 0,381 Gr_x^{0,25} .$$

Если часть стенки покрыта турбулентным пограничным слоем,

$$Nu_x = 0,0295 Gr_x^{0,4} Pr^{1,4} / (1 + 0,494 Pr^{0,67})^{0,4} .$$

3. Экспериментальные уравнения конвективного теплообмена в большом объеме. Для расчета средних значений коэффициента теплоотдачи в качестве определяющей температуры принята температура окружающей среды $t_{ж}$, определяющего размера для горизонтальных труб – диаметр d , для вертикальных поверхностей – высота h .

Для горизонтальных труб при $10^3 < GrPr < 10^8$:

$$Nu = 0,5(Gr Pr)^{0,25} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} ,$$

где Pr и $Pr_{ст}$ – критерий Прандтля для температуры потока и стенки соответственно.

Для вертикальных поверхностей (трубы, пластины) при $10^3 < GrPr < 10^9$ (ламинарный режим) и при $GrPr > 10^9$ (турбулентный режим) соответственно

$$Nu = 0,76(Gr Pr)^{0,25} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} ;$$

$$Nu = 0,15(Gr Pr)^{0,33} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} .$$

При $GrPr > 10^9$ ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный на критической высоте

$$H_{кр} = 10^3 [va / (g\beta\Delta t)]^{0,33} ,$$

где ν – вязкость материала потока; a – коэффициент теплопроводности; g – ускорение свободного падения; β – коэффициент температурного расширения.

Среднее значение коэффициента теплоотдачи

$$\alpha = [\alpha_{л} H_{кр} + \alpha_{т} (H - H_{кр})] / H ,$$

где $\alpha_{л}$ и $\alpha_{т}$ – среднее значение коэффициентов теплоотдачи на участках с ламинарным и турбулентным пограничным слоем соответственно.

Для газов $Pr = \text{const}$, $Pr/Pr_c = 1$, где Pr_c – критерий Прандтля, рассчитанный для потока при температуре, равной температуре стенки.

В качестве определяющего размера горизонтальных плит выбирается меньшая сторона плиты. Если нагретая поверхность обращена вверх, численные значения α увеличивают на 30 %, а если поверхность обращена вниз, то уменьшают в 2 раза.

При свободном движении щелочных и тяжелых металлов и их сплавов (определяющая температура – средняя температура пограничного слоя, определяющий размер – высота для вертикальных плит и внешний диаметр для горизонтальных труб)

$$Nu = CGr^n Pr^{0,4},$$

где C и n – константы, при $Gr = 10^2-10^9$ $C = 0,52, n = 0,26$; при $Gr = 10^9-10^{13}$ $C = 0,106, n = 0,33$.

Теплообмен при свободной конвекции в ограниченном объеме. В ограниченном объеме передача тепла в значительной степени осуществляется теплопроводностью через пограничный слой, а в формулы для расчета теплообмена вводится эквивалентный коэффициент теплопроводности. В расчетах используют также безразмерную величину – коэффициент конвекции $\varepsilon_k = \lambda_{эк}/\lambda$, где $\lambda_{эк}$ – коэффициент эквивалентной теплопроводности.

В качестве определяющей температуры принимается средняя температура жидкости

$$t_{ж} = 0,5(t_{c1} + t_{c2}).$$

При $GrPr < 10^3$ $\varepsilon_k = 1$, при $10^3 < GrPr < 10^6$ $\varepsilon_k = 0,105(GrPr)^{0,3}$, при $10^6 < GrPr < 10^{10}$ $\varepsilon_k = 0,4(GrPr)^{0,2}$.

Для приближенных расчетов при $GrPr > 10^3$ $\varepsilon_k = 0,18(GrPr)^{0,25}$.

Движение потока в каналах. При расчетах используются теоретические и экспериментальные зависимости.

1. Теоретическое уравнение для расчета процесса конвективного теплообмена в каналах. Постоянная плотность теплового потока на стенке трубы $Nu = aD/\lambda = 4,364$. При постоянной температуре стенки $Nu = 3,658$.

2. Экспериментальные уравнения. Конвективный теплообмен при турбулентном течении и постоянной температуре стенки характеризуют следующие экспериментальные зависимости:

- для жидких металлов ($Pr < 0,1$), загрязненных примесями, критерии Нуссельта, рассчитанные по плотности потока и температуре соответственно,

$$Nu_q = 6,3 + 0,003 Re Pr ;$$

$$Nu_t = 4,8 + 0,003 Re Pr ;$$

- для чистых металлов

$$Nu_q = 4,82 + 0,0185(Re Pr)^{0,83} ;$$

- для газов $0,5 < Pr < 1,0$

$$Nu_q = 0,022 Re^{0,8} Pr^{0,6} ;$$

$$Nu_t = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,6} ;$$

- для воды и легких жидкостей ($1,0 < Pr < 20$)

$$Nu_q = 0,0155 Re^{0,83} Pr^{0,3} ;$$

- для масел и других вязких жидкостей ($Pr > 20$)

$$Nu_q = 0,011118 Re^{0,9} Pr^{0,3} .$$

При развитом турбулентном режиме ($Re > 10^4$)

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_{ст}} \right)^{0,25} \varepsilon_l .$$

Определяющей является среднеарифметическая температура газов, а определяющим размером – эквивалентный диаметр.

При расчете теплоотдачи змеевиков при $Re > Re_{кр}$ используются формулы для прямых труб с введением поправочного коэффициента ε_R , величина которого зависит от кривизны трубы:

$$\varepsilon_R = 1 + 1,77(d/R) .$$

Для турбулентного режима движения потока жидких металлов в круглых прямых трубах при $500 < Re < 15000$ (определяющей является среднеарифметическая температура)

$$Nu = 4,5 + 0,014 Re^{0,8} ,$$

где Re – критерий Пекле.

При $l/d < 30$ используется поправочный коэффициент

$$\varepsilon_l = 1,72(d/l)^{0,16} ,$$

где l и d – длина и диаметр трубы.

4.4 Теплоотдача при внешнем обтекании тел

При продольном обтекании полубесконечной изотермической пластины ламинарным потоком с постоянной скоростью вне пограничного слоя

$$Nu_q = 0,332 Re^{0,5} Pr^{0,33}.$$

При малых значениях критерия Прандтля (для жидких металлов)

$$Nu_q = 0,5642 Re_x^{0,5} Pr^{0,5}.$$

Для очень больших значений Прандтля

$$Nu_q = 0,5642 Re_x^{0,5} Pr^{0,5}.$$

Уравнение при $Pr > 1$ практически совпадает с точным решением.

Для небольших чисел Прандтля

$$Nu_q = 0,664 Re_x^{0,5} Pr^{0,33}.$$

Для пластины с необогреваемым начальным участком, пластины с произвольным распределением температуры по длине, для тела произвольной формы, если температура поверхности пластины изменяется в соответствии с зависимостью $t_c = t_{пов} + a + bx$,

$$Nu_x = 0,332 Re_x^{0,5} Pr^{0,33} (1,612bx + a) / (a + bx).$$

При несимметричном профиле скорости движения потока

$$Nu_x = \frac{Re_x Pr(0,5f)^{0,5}}{[5 Pr + 5 \ln(5 Pr + 1) + (0,5f)^{-0,5} - 14]}.$$

Уравнение можно упростить:

$$Nu_x = 0,0295 Re_x^{0,8} Pr^{0,6}.$$

При турбулентном режиме обтекания пластины длиной l ($Re > 4 \cdot 10^4$) для локальной и средней теплоотдачи соответственно

$$Nu_x = 0,0296 Re^{0,8} Pr^{0,43} (Pr/Pr_{ст})^{0,25};$$

$$Nu_x = 0,037 Re^{0,8} Pr^{0,43} (Pr/Pr_{ст})^{0,25}.$$

Для расчета средней теплоотдачи при ламинарном режиме ($Re < 4 \cdot 10^4$)

$$Nu_x = 0,66 Re^{0,5} Pr^{0,43} (Pr/Pr_{ст})^{0,25}.$$

Расчет среднего по периметру трубы коэффициента теплоотдачи ведут по уравнениям

$$Nu_x = 0,5 Re^{0,5} Pr^{0,38} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} \text{ при } Re = 10 \div 10^3;$$

$$Nu_x = 0,25 Re^{0,6} Pr^{0,38} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} \text{ при } Re = 10^3 \div 2 \cdot 10^5;$$

$$Nu_x = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,38} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} \text{ при } Re = 3 \cdot 10^5 \div 2 \cdot 10^6.$$

В качестве определяющего размера используется диаметр трубы.

В общем случае для цилиндров, омываемых воздухом, может быть использовано выражение

$$\overline{Nu} = C_1 Re^{C_2},$$

константы которого приведены в справочниках.

При расчете пучков труб рассматривают, в основном, два основных варианта их расположения: коридорное и шахматное. Расположение труб в пучке существенным образом влияет на характер обтекания их потоком и соответственно на величину коэффициента теплоотдачи. Как правило, при шахматном расположении труб достигается более высокий коэффициент теплоотдачи, чем при коридорном. Для трубы первого ряда коэффициент α находят исходя из условий, близких к режиму омывания одиночной трубы, однако для труб следующих рядов коэффициент теплоотдачи растет вместе со степенью турбулизации потока при омывании им пучка труб. Обычно к третьему ряду труб коэффициент теплоотдачи стабилизируется.

Средние значения коэффициентов теплоотдачи третьего и последующих рядов труб в пучке (при $Re = 10^3 \div 10^5$) рассчитывают следующим образом:

- при коридорном расположении труб в пучке

$$Nu_x = 0,023 Re^{0,65} Pr^{0,33} (Pr/Pr_{ст})^{0,25} \varepsilon_s,$$

где $\varepsilon_s = (s_2/d)^{-0,15}$ – поправочный коэффициент;

- при шахматном расположении труб в пучке

$$\text{Nu}_x = 0,41 \text{Re}^{0,6} \text{Pr}^{0,33} (\text{Pr}/\text{Pr}_{\text{ст}})^{0,25} \varepsilon_s,$$

при $\varepsilon_s = (s_1/s_2)^{1/6}$ $s_1/s_2 < 2$; при $\varepsilon_s = 1,12$ $s_1/s_2 > 2$ (здесь s – расстояние между трубами в пучке).

В качестве определяющей температуры используются средняя температура потока, определяющей скорости – скорость в самом узком сечении ряда, определяющего размера – диаметр трубы.

Для труб первого ряда коэффициент конвективного теплообмена вычисляют умножением вычисленного значения a для труб третьего ряда на поправочный коэффициент $\varepsilon_{\text{п}} = 0,60$, для труб второго ряда в коридорных пучках на $\varepsilon_{\text{п}} = 0,90$, для шахматных пучков на $\varepsilon_{\text{п}} = 0,70$.

Средний коэффициент теплоотдачи пучка труб

$$a_{\text{пуч}} = (a_1 F_1 + a_2 F_2 + \dots + a_n F_n) / (F_1 + F_2 + \dots + F_n).$$

4.5 Теплоотдача при струйном обтекании тел

При струйном обтекании поверхность теплообмена омывается множеством газовых струй, направленных нормально к поверхности, что дает возможность в 3-5 раз увеличить интенсивность теплообмена. Такой эффект связан с ударами турбулентных струй о поверхность твердого тела, что, в частности, приводит к уменьшению толщины пограничного слоя.

При малом тепловом сопротивлении стенки коэффициент теплопередачи $k = (1/\alpha_1 + 1/\alpha_2)^{-1}$, где α_1 и α_2 – коэффициенты теплоотдачи от одного потока к стенке и от стенки ко второму потоку соответственно. При $\alpha_2 \gg \alpha_1$ $k \rightarrow \alpha_2$, поэтому, чтобы интенсифицировать теплопередачу, следует создавать условия, которые позволяют увеличивать меньший по величине коэффициент теплоотдачи. Обычно коэффициент теплоотдачи от продуктов сгорания (дымовых газов) α_1 в несколько раз больше коэффициента теплоотдачи от стенки к воздуху α_2 . Для повышения величины k на практике используют струйный обдув стенки, разделяющей горячей и холодной потоки.

Для оценки эффективности взаимодействия струй с твердой поверхностью применяют следующие показатели:

- Температура воздуха в струйном теплообменнике

$$t_2 = f(d, N, R, h, W, t_1, t_{\text{пов}}),$$

где d – диаметр отверстия в перфорированной стенке; N – число отверстий; R – шаг между осями отверстий; h – расстояние между стенками; W – скорость воздуха на выходе из сопла (среднерасходная скорость); t_1 – начальная температура потока; $t_{\text{пов}}$ – температура горячей поверхности.

Максимальные значения коэффициента теплоотдачи и температуры подогрева воздуха t_2 достигаются при $h/d \approx 6$, причем отклонение от этого отношения в меньшую и большую сторону на две единицы (или два калибра) не влияют существенно на эффективность процесса теплообмена.

Вследствие изменения температуры охлаждаемой поверхности при расчете процесса охлаждения используют средние значения коэффициентов теплоотдачи, которые соответствуют средней температуре металлической поверхности.

- Относительная площадь перфорации

$$\bar{f} = 0,25 \pi n d^2 / S,$$

где n – число отверстий; d – диаметр отверстий; S – площадь поверхности, на которой находятся отверстия.

- Массовый расход воздуха

$$g = W_1 \rho_1 \bar{f}.$$

Уравнение струйного теплообмена имеет вид

$$\theta = [E + (A + \text{Re}^{1,33-D}) \text{Re}^{0,44+0,4D} / (B + C \text{Re}^{1,4})]^{-1},$$

где θ – относительная температура воздуха; A , B и C – параметры, зависящие от геометрических характеристик установки.

Связь между коэффициентом теплоотдачи и относительной температурой устанавливается уравнением теплового баланса

$$q = a(t_{\text{пов}} - t_1) = \bar{c}_p g(t_2 - t_1),$$

где a – коэффициент теплоотдачи.

Допустимая величина потерь давления

$$\Delta p = \rho_1 W^2 / 2.$$

Из приведенных выше зависимостей следует, что увеличение температуры воздуха и коэффициента теплоотдачи достигается при уменьшении диаметра отверстий и увеличении их числа. Так, например, при уменьшении диаметра отверстий от 10 до 0,5 мм коэф-

коэффициент теплообмена и температура подогрева увеличиваются примерно в 3,5 раза. В целом зависимость между этими параметрами носит нелинейный характер.

5 СЛОЖНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

Сложный теплообмен включает три основных способа теплопередачи: излучение, конвекцию и теплопроводность, протекание которых может быть осложнено наличием внутренних источников или стоков тепла.

Для элементарного объема V с поверхностью F , выделенного в движущейся среде, уравнение баланса энергии включает результирующий перенос энергии диффузией, конвекцией и излучением:

$$dQ_p = d(Q_{\text{диф}} + Q_{\text{кон}} + Q_{\text{изл}}) + dQ_V.$$

С другой стороны, суммарное количество энергии складывается из изменения тепловой энергии в объеме V (внутренней энергии), кинетической энергии, потенциальной энергии среды и энергии излучения:

$$dQ_p = d \int_V (\rho c_V T + \rho W^2 / 2 + \rho E_{\text{пот}} + U_{\text{изл}}) dV.$$

Уравнение может быть преобразовано к виду

$$d(Q_{\text{диф}} + Q_{\text{кон}} + Q_{\text{изл}}) = - \int_F (q_{\text{диф}n} + q_{\text{кон}n} + q_{\text{изл}n}) dF d\tau,$$

где q – проекции векторов диффузионного (перенос теплопроводностью или кондуктивный перенос), конвективного потоков энергии и потока излучения энергии на направление внешней нормали n к элементу поверхности dF .

Приведенные выше зависимости могут быть преобразованы к виду

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\rho c_V T + \rho \frac{W^2}{2} + \rho E_{\text{пот}} + U_{\text{изл}} \right) \right] + \text{div}(\vec{q}_{\text{диф}} + \vec{q}_{\text{кон}} + \vec{q}_{\text{изл}}) - q_V dV = 0$$

;

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\rho c_V T + \rho \frac{W^2}{2} + \rho E_{\text{пот}} + U_{\text{изл}} \right) + \text{div}(\vec{q}_{\text{диф}} + \vec{q}_{\text{кон}} + \vec{q}_{\text{изл}}) - q_V = 0$$

Уравнения записаны в обобщенной форме и имеют сложное решение, поэтому для оценки условий протекания процессов сложного теплообмена применяются специальные критерии подобия, ко-

которые характеризуют соотношение между отдельными видами переноса энергии в рассматриваемом объеме аппарата. К числу таких критериев можно отнести кондуктивно-радиационный параметр (N), безразмерный комплекс Bo (число Больцмана) для конвективного и радиационного потоков, число Бугера (Bu) и т.п.

6 МАССОПЕРЕНОС

6.1 Основные понятия

Теплообмен, как правило, сопровождается процессами массообмена. Различают массоотдачу и массопередачу. Под массоотдачей понимают перенос массы вещества в пределах одной фазы (гомогенный массоперенос); под массопередачей – перенос одного или нескольких веществ из одной фазы в другую через поверхность раздела фаз (гетерогенный массоперенос).

Перенос вещества осуществляется из ядра потока к поверхности раздела фаз. Если режим движения в концентрационном пограничном слое носит ламинарный характер, в пределах тонкого пограничного слоя изменяется концентрация вещества.

Перенос вещества между фазами продолжается до наступления подвижного равновесия. В пределах одной фазы процесс массообмена завершается после достижения постоянной концентрации вещества во всем объеме.

Массообмен может быть как самопроизвольным, так и связанным с наличием неоднородностей в полях температур (молекулярная, или концентрационная, диффузия) и давлений (термо-, или бародиффузия). Молекулярная диффузия характерна для неподвижных потоков или пограничных слоев и возникает под действием хаотического движения частиц.

Перенос вещества в пространстве может быть результатом совместного влияния перечисленных выше факторов. Конвективный массообмен имеет место при совместном переносе массы вещества молекулярной диффузией и конвекцией. В турбулентном потоке происходит ускорение переноса вещества за счет возникновения турбулентной диффузии.

Перенос вещества внутри фазы или через границу раздела фаз направлен из области более высокой концентрации в область с более низкой концентрацией (от большего градиента к меньшему) и определяется условиями равновесия. Скорость массопередачи зависит от механизма переноса вещества между фазами.

Для расчета плотности потока массы вещества, переносимого молекулярной диффузией в двухкомпонентных (бинарных смесях), используется первый закон Фика:

$$q_m = -D_i (dc/dn),$$

где D – коэффициент диффузии i -го компонента; dc/dn – градиент концентраций, кг/м⁴.

Коэффициент диффузии определяет количество вещества, диффундирующего в единицу времени через единицу поверхности при градиенте концентраций, равном единице, зависит от вида переносимого вещества, свойств среды, температуры и давления, но не зависит от гидродинамических условий процесса массопереноса:

$$D = q_m (dn/dc).$$

Молекулярная диффузия имеет невысокую скорость (например, при диффузии одного газа в другой 0,1-1 см²/с, при диффузии газа в жидкости около 1 см/сут).

Значения коэффициентов диффузии при $T_0 = 273$ К и давлении $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па даны в справочной литературе.

При $T = \text{const}$

$$\frac{dc}{dn} = \frac{(RT)^{-1} dp}{dn} \text{ и } q_m = -\frac{D_i (RT)^{-1} dp}{dn} = -\frac{D_p dp}{dn},$$

где D_p – коэффициент молекулярной диффузии газа в газе, отнесенный к градиенту парциального давления, с.

Для двухкомпонентных смесей

$$D_{p1}/D_{p2} = R_2/R_1 = \mu_1/\mu_2,$$

где μ_1 и μ_2 – молекулярные массы компонентов бинарной смеси, кг/моль.

При турбулентной диффузии плотность потока массы вещества

$$q_m = -D_T (dn/dc),$$

где D_T – коэффициент турбулентной диффузии, определяемый гидродинамическими условиями процесса.

Суммарная плотность потока массы вещества за счет молекулярной и конвективной диффузии

$$q_m = q_{mM} + q_{mK} = -D(dc/dn) + cW,$$

где q_{mM} и q_{mK} – плотность потока массы, переносимой молекулярной и конвективной диффузией соответственно; c – концентрация диффундирующего вещества внутри фазы, кг/м³; W – скорость потока вещества внутри фазы, м/с.

Плотность потока массы вещества от поверхности раздела в

ядро потока

$$q_m = \beta (c_{\text{пов}} - c_0),$$

где c_0 – средняя концентрация в ядре потока; $c_{\text{пов}}$ – средняя концентрация на поверхности раздела фаз; β – коэффициент массоотдачи.

Коэффициент массоотдачи соответствует количеству массы вещества, переносимого от поверхности раздела фаз в ядро фазы (или в обратном направлении) через единицу поверхности в единицу времени при движущей силе, равной единице. Он зависит как от свойств фаз, так и от гидродинамического режима движения потока. Размерность коэффициента массоотдачи связана с характером выбранной движущей силы процесса:

$$\beta = q_m / \Delta c = [\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{Е})],$$

где Е – единица, в которой выражена величина движущей силы.

Интенсификация массообменных процессов возможна за счет повышения коэффициента массоотдачи, увеличения площади поверхности и разности концентраций.

Формула Дальсона для уравнения состояния газа имеет вид

$$q_m = [\beta / (RT)] (p_{\text{п}} - p_0) = \beta_p (p_{\text{п}} - p_0).$$

Коэффициенты массоотдачи можно вычислить следующим образом. Пусть у поверхности раздела фаз существует ламинарный концентрационный пограничный слой, перенос массы в котором происходит молекулярной диффузией в соответствии с первым законом Фика:

$$q_m = -Ddc / dn = \beta (c_{\text{п}} - c_0) = \beta \Delta c,$$

где $\beta = -(D / \Delta c) dc / dn$.

Если вместо разности концентраций воспользоваться разностью парциальных давлений,

$$\beta_p = -\frac{D_p}{\Delta p} \frac{dp}{dn} = -\frac{D_p}{p_{\text{п}} - p_0} \frac{dp}{dn}.$$

6.2 Уравнения конвективного массопереноса

Дифференциальное уравнение конвективного массообмена имеет вид

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial c}{\partial x} + W_y \frac{\partial c}{\partial y} + W_z \frac{\partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right),$$

где x, y, z – координаты рассматриваемой точки; τ – время.

Различают стационарное и нестационарное концентрационные поля, которые, в свою очередь, могут быть одно-, двух- и трехмерными. Дифференциальное уравнение переноса массы вещества дополняют условиями однозначности, задаваемыми начальными и граничными условиями.

При наличии химической реакции в движущемся потоке уравнение диффузии дополняется слагаемым, характеризующим скорость химической реакции:

$$\frac{\partial c_i}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial c}{\partial x} \pm R_i(c) = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2},$$

где $R(c)$ – скорость изменения концентрации компонента в единице объема среды в результате химической реакции.

Для неподвижной фазы (при $W = 0$), получим уравнение, являющееся математическим выражением второго закона Фика:

$$\partial c / \partial \tau = D(\partial^2 c / \partial x^2 + \partial^2 c / \partial y^2 + \partial^2 c / \partial z^2).$$

Уравнение Фика обычно дополняется уравнениями неразрывности и Навье – Стокса, а также условиями однозначности.

6.3 Критериальные уравнения массопереноса

В связи со сложным характером зависимостей, описывающих закономерности процесса массопереноса, на практике для определения коэффициентов массоотдачи применяют критериальные зависимости, полученные с использованием теории подобия и методов анализа размерностей. Для вывода критериальных зависимостей производится оценка влияния на величину коэффициента массоотдачи различных параметров: скорости движения потока, длины канала, определяющего размера, кинематической вязкости и диффу-

зии, разности температур потока и стенки, наличия объемного расширения газа, силы тяжести и т.п. Обобщенное критериальное уравнение обычно имеет вид степенного многочлена, для которого показатели степеней в числах подобия и постоянные множители определяют на основе обработки опытных данных и с помощью метода анализа размерностей.

Обобщенное уравнение массообмена имеет вид

$$\text{Nu}_d = f(\text{Pe}, \text{Re}, \text{Pr}, l, \text{Gr})_d,$$

где Pe – диффузионный критерий Пекле; Re – критерий Рейнольдса; Pr – критерий Прандтля; Gr – диффузионный критерий Грасгофа; l – симплекс геометрического подобия.

В критериальное уравнение могут входить и другие, более сложные числа или критерии подобия, например, диффузионное число Стентона $\text{St} = \text{Nu}/\text{Pe}$, число Льюиса – Семенова $\text{Le} = D/a$, где a – коэффициент температуропроводности потока, диффузионное число Фурье Fo , симплекс геометрического подобия (относительная координата) x/S .

Анализируя критериальные уравнения, следует обратить внимание на аналогию уравнений переноса массы и теплоты, а также количества движения (импульса). Наличие такой аналогии позволяет в ряде случаев приближенно установить значение коэффициента массоотдачи по силе трения или количеству переносимой теплоты.

Для ламинарного режима коэффициент массоотдачи может быть определен по уравнению

$$\beta/W = D8/(\nu \text{Re}) = 8D/(Wd).$$

Для турбулентного режима движения потока

$$\lambda = 0,32/\text{Re}^{0,25};$$

$$\beta = 0,04(D/\nu)W^{0,75}(\nu/d)^{0,25}.$$

Заметим, что здесь потери давления на местные сопротивления не учитывались.

Из уравнений следует, что коэффициент массоотдачи зависит от свойств потока и от скорости движения газа и диаметра канала.

Критериальные уравнения для различных типов массообменных аппаратов и систем приводятся в справочной литературе. Например, критериальное уравнение для движения газа в каналах имеет вид

$$\text{Nu} = 0,021 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,43}.$$

Отсюда коэффициент массоотдачи в турбулентном потоке $\beta = 0,025 W \text{Re}^{-0,2}$.

В случае, когда коэффициенты переноса примерно равны, получаемое соотношение называют законом Льюиса:

$$\beta = \alpha / (c\rho).$$

Для уточнения закона в формулу вводят поправку – число Льюиса –Семенова

$$\beta = [\alpha / (c\rho)] (D/\alpha)^{3/2} = [\alpha / (c\rho)]^{3/2} \text{Le}.$$

Закон Льюиса имеет ограниченное применение вследствие принятых при выводе допущений.

6.4 Модели и методы расчета массопереноса

Для описания процесса массопереноса предложен целый ряд моделей. Наиболее простой является пленочная модель Льюиса – Уитмена. В соответствии с ней на поверхности раздела двух фаз, в ядрах которых концентрации постоянны и равны средним, существуют неподвижные или ламинарно движущиеся пленки, в которых масса переносится только молекулярной диффузией. Предполагается, что градиенты концентраций имеют место только внутри пленки, вследствие чего в них сосредоточено все сопротивление массоотдаче. Количество вещества, перешедшего через единицу поверхности в единицу времени,

$$q_m = (D/\delta)(c_0 - c_{\text{гр}}),$$

где $c_{\text{гр}}$ – концентрация вещества на границе раздела фаз.

Более сложной моделью является модель диффузионного пограничного слоя Ландау – Левича, согласно которой имеет место турбулентный пограничный слой, в котором вещество переносится турбулентными пульсациями, вследствие чего его концентрация по толщине слоя изменяется незначительно. Вблизи поверхности раздела существует вязкий подслой, а у самой поверхности тонкий диффузионный подслой, где изменение градиента концентраций происходит за счет молекулярной диффузии.

Массопередача (или массоперенос) из одной фазы во вторую происходит за счет молекулярного и конвективного переноса. Как

следует из модели Льюиса – Уитмена, процессу переноса вещества препятствуют сопротивления фаз, которые определяются толщиной пограничного слоя и коэффициентом диффузии вещества. Общее сопротивление переносу рассматривается как сумма фазовых сопротивлений (правило аддитивности). На поверхности раздела фаз устанавливается динамическое равновесие, при котором имеет место определенная зависимость между предельными или равновесными концентрациями вещества в фазах при данных давлении и температуре. Вещество переходит из фазы, в которой его концентрация выше равновесной, в фазу, где его содержание ниже равновесного.

Для определения равновесных концентраций в обеих фазах используются соотношения $y^* = f(x)$ и $x^* = f(y)$. Отношение концентраций компонентов при равновесии называют коэффициентом распределения $\psi = y^*/x^*$.

На практике для интенсификации массообмена увеличивают турбулентность потока с целью сокращения толщины пограничного слоя и увеличения удельной поверхности фаз. При нестационарном процессе массообмена поле концентраций вещества в фазах определяется уравнениями гидродинамики.

Процесс массопереноса включает три стадии: перенос вещества к поверхности раздела фаз, перенос через границу раздела фаз, переход молекул из поверхностного слоя в ядро второй фазы. Для первой стадии процесса поток вещества

$$Q_{m_1} = \beta_y (c_{0y} - c_y^*) F .$$

Вторая стадия характеризуется установлением состояния равновесия. Для третьей стадии процесса справедливо уравнение

$$Q_{m_2} = \beta_x (c^* - c_{0x}) F .$$

Для стационарного процесса массопередачи

$$Q_m = \beta_x (y_{гр} - y^*) F / \psi .$$

Уравнение массоотдачи для фазы Φ_y

$$y - y_{гр} = Q_m / (\beta_y F) .$$

Аналогичное уравнение можно записать и для фазы Φ_x .

Коэффициенты массопередачи

$$K_y^{-1} = \beta_y^{-1} + \psi / \beta_x$$

или

$$K_y^{-1} = \beta_x^{-1} + (\psi \beta_x)^{-1},$$

где K_y и K_x – коэффициенты массопередачи, определяющие количество вещества, переносимого из фазы в фазу через единицу поверхности раздела в единицу времени при единичной движущей силе процесса. Размерность коэффициентов зависит от размерности коэффициента массоотдачи.

Левые части уравнений определяют сопротивление массопередаче, а правые части – сумму сопротивлений массоотдаче в фазах. С целью интенсификации процесса массопередачи на практике стремятся увеличить степень турбулентности потоков, что приводит к росту меньшего по величине коэффициента массоотдачи.

Для описания процесса массопередачи используют зависимости

$$Q_m = K_y (y - y^*) F; \quad Q_m = K_x (x - x^*) F,$$

где движущие силы процесса соответственно представляют собой разность между рабочей и равновесной концентрацией (или наоборот): $(y = y^*)$ и $(x = x^*)$. Значения предельных (равновесных) концентраций y^* и x^* указаны в справочной литературе.

В инженерной практике значения коэффициентов массоотдачи и массопередачи относят либо к поверхности раздела (или контакта) фаз, либо к объему аппарата $V = F/a$, где a – удельная поверхность контакта фаз (поверхность, отнесенная к рабочему объему аппарата). При использовании объемных коэффициентов массоотдачи и массопередачи уравнения преобразуются к виду

$$Q_m = \beta_y \alpha V \Delta y = \beta_{yV} \Delta y V; \quad Q_m = \beta_x \alpha V \Delta x = \beta_{xV} \Delta x V;$$

$$Q_m = K_{yV} \Delta y V; \quad Q_m = K_{xV} \Delta x V.$$

Для организации процесса массообмена используют различные схемы организации потоков движения фаз: противоточную, прямоточную, перекрестную, а также более сложные.

Средние движущие силы процесса массопередачи рассчитывают по зависимостям

$$\Delta y = (\Delta y_{\max} - \Delta y_{\min}) / \ln (\Delta y_{\max} / \Delta y_{\min});$$

$$\Delta x = (\Delta x_{\max} - \Delta x_{\min}) / \ln(\Delta x_{\max} / \Delta x_{\min}).$$

Если $\Delta y_{\max} / \Delta y_{\min} \leq 2$ и $\Delta x_{\max} / \Delta x_{\min} \leq 2$, то

$$\Delta y = 0,5(\Delta y_{\max} + \Delta y_{\min}); \quad \Delta x = 0,5(\Delta x_{\max} + \Delta x_{\min}).$$

Процесс массопередачи может быть осложнен протеканием химической реакции. В этом случае на некоторой глубине от поверхности раздела фаз может быть выделена поверхность химического взаимодействия с нулевой концентрацией вещества. Диффузионный слой, образующийся у границы раздела фаз, обладает сопротивлением массоотдачи.

Суммарное сопротивление массопереносу в пределах диффузионного слоя складывается из сопротивления массоотдачи на поверхности раздела фазы и сопротивления массопереноса:

$$K_{\Sigma}^{-1} = K_x^{-1} + K_D^{-1},$$

где K_x – сопротивление химической реакции (кинетическое сопротивление); K_D – диффузионное сопротивление, зависящее от скорости подвода массы.

Диффузионное сопротивление определяется гидродинамическими условиями процесса, а кинетическое зависит от температуры и концентрации компонентов. Из уравнения следует, что скорость хемосорбции определяется особенностями процессов массообмена и химического взаимодействия и может лимитироваться скоростью протекания любого из этих процессов (проходить в диффузионной или кинетической области) или при сопоставимых значениях в диффузионно-кинетической области.

7 ГОРЕНИЕ ТОПЛИВА

7.1 Состав и основные характеристики жидкого топлива

Практически все жидкие топлива пока получают путем переработки нефти. Сырую нефть нагревают до 300—370 °С, после чего полученные пары разгоняют на фракции, конденсирующиеся при различной температуре t_k : сжиженный газ (выход около 1 %), бензиновую (около 15%, $t_k = 30...80^\circ\text{C}$), керосиновую (около 17%, $t_k = 120...135^\circ\text{C}$), дизельную (около 18%, $t_k = 180...350^\circ\text{C}$). Жидкий остаток с температурой начала кипения 330—350 °С называется мазутом. Указанные фракции служат исходным сырьем для получения смазочных материалов и топлив для двигателей внутреннего сгорания и газотурбинных установок — бензина, керосина, дизельных топлив и т. д.

Мазутная фракция может подвергаться дальнейшей переработке на светлые нефтепродукты путем крекинга, т. е. расщепления тяжелых молекул на более легкие.

Мазут, как и моторные топлива, представляет собой сложную смесь углеводородов, в состав которых входят в основном углерод ($C' = 84-86\%$) и водород ($H' = 10 - 12\%$).

Мазуты, получаемые из нефти ряда месторождений, могут содержать много серы (до 4,3%), что резко усложняет защиту оборудования и окружающей среды при их сжигании.

Зольность мазута не должна превышать 0,14 %, а содержание воды должно быть не более 1,5 %. В состав золы входят соединения ванадия, никеля, железа и других металлов, поэтому ее часто используют в качестве сырья для получения, например, ванадия.

7.2 Состав и основные характеристики газообразного топлива

К газообразным топливам относится, прежде всего, природный газ, огромными запасами которого располагает СССР. Основным его компонентом является метан CH_4 , кроме того, в газе разных месторождений содержатся небольшие количества азота N_2 , высших углеводородов C_nH_m , диоксида углерода CO_2 . В процессе добычи природного газа его очищают от сернистых соединений, но часть их (в основном сероводород) может оставаться. Кроме того, в бытовой газ для обнаружения утечек добавляют так называемые одоризаторы,

придающие газу специфический запах; они тоже содержат соединения серы. Принято считать, что концентрация водяного пара в природном газе соответствует состоянию насыщения при температуре газа в трубопроводе.

7.3 Теплота сгорания топлива

Под теплотой сгорания понимается количество теплоты, выделяющейся при полном сгорании единицы топлива. Теплоту сгорания твердого и жидкого топлива обычно относят к 1 кг, а газообразного — к 1 м³ (в нормальных условиях) на рабочее, сухое или сухое беззольное состояние. По ГОСТ 147—74 с изменениями от 01.01.1981 г. и 01.01.1985 г. она определяется в калориметре.

Продукты сгорания пробы топлива охлаждаются в калориметре до комнатной температуры. При этом вода, образующаяся при сгорании водорода и содержащаяся во влажном топливе, оказывается в жидком виде. Если в результате сгорания вода получается в виде жидкости, теплота сгорания называется высшей — Q_s .

В технических устройствах вода обычно выбрасывается вместе с продуктами сгорания в виде пара. Если в результате сгорания вода получается в виде пара, теплота сгорания называется низшей — Q_i . Она меньше, чем Q_s , на количество затрат теплоты на испарение. В СССР и ряде других стран обычно оперируют низшей теплотой сгорания на рабочее состояние Q_r^i . В США и Великобритании теплотехнические расчеты выполняют на основе высшей теплоты сгорания.

Поскольку 1 кг водорода дает при сгорании 9 кг воды, а конденсация 1 кг пара при 20 °С — около 2,5 МДж теплоты, то приближенно

$$Q_s^r = Q_r^i + 25(9H' + W')$$

Значения H' и W' подставляются в эту формулу в %, Q — в КДж/кг.

Максимальная теплота сгорания твердых топлив доходит до $Q_r^i = 28$ МДж/кг (тощие угли и антрациты), минимальная может в зависимости от содержания балласта опускаться до 10 МДж/кг и ниже.

Теплота сгорания обезвоженных мазутов $Q_r^i = 41,54 \dots 39$ МДж/кг. Поскольку элементный состав всех жидких топлив, полученных перегонкой нефти, примерно одинаков, их теплота сгорания также примерно одинакова.

Зависимость теплоты сгорания (МДж/кг) широкого круга органических веществ от их элементного состава (%) хорошо иллюстрирует формула Д. И. Менделеева:

$$Q_r^i = 0,34C^r + 1,03H^r - 0,11(O^r - S_c^r) - 0,025W^r$$

Калориметр позволяет определить теплоту сгорания с большей точностью, чем эта и аналогичные ей формулы, поэтому она используется как иллюстративная и иногда — для проверки точности элементного анализа.

Теплоту сгорания газообразного топлива обычно относят к 1 м³ сухого газа (так называемая низшая теплота сгорания сухого газа Q_i^d) в нормальных условиях и рассчитывают через теплоты сгорания составляющих его компонентов (кДж/м³), являющиеся коэффициентами в следующей формуле, умноженными на 100:

$$Q_i^d = 358,2CH_4 + 637,5C_2H_6 + 912,5C_3H_8 + 590,6C_2H_4 + 1190C_4H_{10} + 126,4CO + 108H_2 + 234H_2S$$

Здесь CH₄, C₂H₆ и т. д. — содержание соответствующих компонентов в газе, % по объему. С другой стороны, теплоту сгорания трудно определить экспериментально в калориметре. Значения Q_i для основных газообразных топлив приведены в таблице.

Таблица 17.1 - Состав (% об.) и теплота сгорания горючих газов

Газ	CH ₄	H ₂	CO	C _n H _m	O ₂	CO ₂	H ₂ S	N ₂	$Q_i, \text{МДж} / \text{м}^3$
Природный (газопровод Бухара—Урал) Коксовый (очищенный) Доменный Сжиженный Биогаз	94,9	-	-	3,8	-	0,4	-	0,9	36,7
	22,5	57,5	6,8	1,9	0,8	2,3	0,4	7,8	16,6
	0,3	2,7							
	4		28	-	-	10,2	0,3	58,5	4
	55-70								88,5
		Пропан 79, этан 6, бутан 11							18—23
		До 0,5				28—43	До 0,5	До 0,5	

Экономические расчеты, сравнение показателей топливоиспользующих устройств друг с другом и планирование необходимо осуществлять на единой базе. Поэтому введено понятие так называемого условного топлива, теплота сгорания которого принята равной 29,35 МДж/кг (7000 ккал/кг), что соответствует хорошему малозольному сухому углю.

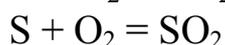
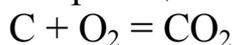
7.4 Количество воздуха, необходимого для горения. Теплота “сгорания” воздуха

Каким бы сложным ни был состав углеводородного топлива, при его полном сгорании углерод окисляется до CO_2 , водород — до H_2O , сера — до SO_2 . Формально полное окисление серы соответствует образованию SO_3 , однако при топочных температурах SO_3 практически не образуется. Окислителем обычно служит воздух. Количество его должно быть, естественно, достаточным для полного сгорания всех горючих элементов. *Балансовые уравнения, показывающие исходные и конечные состояния участвующих в реакциях компонентов, называются стехиометрическими.*

В соответствии со стехиометрическим уравнением реакции горения водорода



на 2 кг, т. е. на 1 кмоль водорода, необходимо затратить 16 кг (0,5 кмоль) кислорода, при этом образуется 18 кг водяного пара. Аналогично из реакций



следует, что на 12 кг углерода и 32 кг серы нужно затратить по 32 кг кислорода, при этом получается соответственно 44 кг CO_2 и 64 кг SO_2 . Следовательно, для полного сгорания 1 кг углерода теоретически требуется затратить 2,67 кг кислорода, а 1 кг серы и водорода соответственно 1 и 8 кг кислорода. Часть необходимого кислорода, равная $0,01 \text{ O}^r$ кг/кг, содержится в топливе, остальное в количестве $M_{\text{O}_2} = 0,01(2,67\text{C}^r + 8\text{H}^r + \text{S}_c^r - \text{O}^r)$ нужно подать с воздухом. Плотность кислорода в нормальных условиях равна 1,43 кг/м³ (молекулярная масса, деленная на объем 1 киломоля, т.е. 32/22,4), содержание кислорода в сухом воздухе составляет по объему 0,21. Следовательно, объем воздуха (приведенный к нормальным условиям), теоре-

тически необходимого для полного сжигания 1 кг топлива, равен, в $\text{м}^3/\text{кг}$,

$$V^0 = M_{O_2} / (1,43 \cdot 0,21) = 0,033 (2,67C^r + 8H^r + S_c^r - O^r)$$

Выше указывалось, что теплоту, выделяющуюся в реакции горения, принято относить к единице массы топлива, называя теплотой его сгорания. Поскольку в реакции в равной мере участвуют и горючие элементы (топливо), и кислород (воздух), эту теплоту можно отнести и к единице массы воздуха. Расчеты показывают, что отнесенная к единице полностью прореагировавшего воздуха теплота сгорания различных топлив несколько различается, однако в среднем ее можно принять равной 3,8 МДж на 1 м (в нормальных условиях) действительно прореагировавшего воздуха. Эта цифра удобна для приближенных расчетов, обеспечивающих точность в пределах 10—15 %. Поэтому для оценочных расчетов можно принять $V^0 = Q_i^r / 3,8$.

Поскольку равномерно перемешать воздух с топливом трудно, в топку приходится подавать больше воздуха, чем необходимо теоретически. Отношение количества воздуха V_B , действительно поданного в топку, к теоретически необходимому V^0 называется коэффициентом избытка воздуха:

$$\alpha_B = \frac{V_B}{V^0}$$

При нормальной организации топочного процесса $\alpha_B > 1$, причем чем совершеннее топка и лучше горелочные устройства, тем меньше приходится подавать «лишнего» воздуха. В лучших топочных устройствах $\alpha_B = 1,05 \dots 1,1$, в плохих — до 1,3...1,5.

7.5 Объемы и состав продуктов сгорания

При проектировании теплотехнических агрегатов нужно знать количество образующихся газов, чтобы правильно рассчитать газоходы, дымовую трубу, выбрать устройство (дымосос) для удаления этих газов и т. д. Как правило, количества продуктов сгорания (как и подаваемого воздуха) относят на единицу топлива (на 1 кг для твердого и жидкого и на 1 м³ в нормальных условиях для газа). Их рассчитывают исходя из уравнения материального баланса горения. Для грубых оценок можно считать, что в нормальных условиях объем продуктов сгорания V_r твердого и жидкого топлив равен объему воздуха V_B , а газообразного топлива $V_B + 1$, ибо объем основной составляющей дымо-

вых газов — азота, так же как и «избыточного» кислорода, при горении не меняется. В реакциях $C + O_2 = CO_2$, $S + O_2 = SO_2$ объем газов тоже остается постоянным. Для более точных расчетов необходимо все же учитывать, что при сжигании твердого топлива $V_r > V_b$ (обычно на 15—25 %) прежде всего из-за испарения содержащейся в нем влаги, а также из-за образования водяного пара при сгорании водородсодержащих соединений.

При полном сгорании

$$V_r = V_{RO_2} + V_{H_2O} + 0.79\alpha_b V^o + 0.21(\alpha_b - 1)V^o$$

Здесь $0.21(\alpha_b - 1)$ — избыточный кислород воздуха, «транзитом» проходящий в продукты сгорания; $0.79\alpha_b V^o$ — азот воздуха, также проходящий «транзитом» (азотом топлива пренебрегаем); $V_{RO_2} = V_{CO_2} + V_{SO_2}$ — объем сухих трехатомных продуктов сгорания.

Поскольку при сгорании 1 кмоль углерода и серы (соответственно 12 и 32 кг) по реакциям образуется по 1 кмоль CO_2 и SO_2 , а объем 1 кмоль идеального газа в нормальных условиях равен $22,4 \text{ м}^3$, то объем трехатомных продуктов сгорания, $\text{м}^3/\text{кг}$, можно записать

$$V_{RO_2} = V_{CO_2} + V_{SO_2} = (0,01C^r/12 + 0,01S_c^r/32)22,4 = 0,0168(C^r + 0,375S_c^r)$$

При сгорании 1 кг водорода по реакции образуется 9 кг водяного пара, кроме того, испаряется и влага топлива. В идеально-газовом приближении плотность водяного пара в нормальных условиях равна $18/22,4 = 0,805 \text{ кг/м}^3$. Водяным паром, содержащимся в воздухе (около 10 г на 1 м^3), можно пренебречь. Следовательно,

$$V_{H_2O} = 0,01 \cdot H^r \cdot 9/0,805 + W^r/0,805 = 0,111H^r + 0,124W^r$$

Для всех топлив СССР значения V^o , V_{RO_2} и V_{H_2O} табулированы.

Приведенные формулы позволяют рассчитать также состав продуктов сгорания, т. е. процентное содержание в нем отдельных компонентов, например концентрацию кислорода $O_2 = 100V_{O_2} / V_r$, водяного пара $H_2O = 100V_{H_2O} / V_r$ и т.д.

8 ВТОРИЧНЫЕ ЭНЕРГОРЕСУРСЫ

8.1 Классификация ВЭР

Под ВЭР подразумевают энергетический потенциал продукции, отходов, побочных и промежуточных продуктов, образующихся в технологических агрегатах, который не используется в самом агрегате, но может быть частично или полностью использован для энергоснабжения других агрегатов.

Все ВЭР разделяются на 3 основные группы:

1. Горючие (топливные) ВЭР — горючие газы плавильных печей, горючие отходы процессов химической и термохимической переработки углеродистого или углеводородного сырья (степень использования 90-95%).

2. Тепловые ВЭР — физическая теплота отходящих газов технологических агрегатов, физическая теплота основной и побочной продукции. Теплота рабочих тел системы принудительного охлаждения технологических агрегатов, теплота горячей воды и пара, отработавших в технологических и силовых установках.

3. ВЭР избыточного давления — потенциальная энергия газов и жидкостей, покидающих технологические агрегаты с избыточным давлением, которую необходимо снижать перед последующей ступенью использования этих газов и жидкостей или выбросом их в атмосферу.

8.2 Методы использования тепловых ВЭР

Использование тепловых ВЭР возможно по трем направлениям:

внутреннее регенеративное теплоиспользование, которое характеризуется возвратом теплоты отходящих потоков (их части) для проведения основного технологического процесса; достигается подогревом компонентов горения, предварительным нагревом исходного технологического сырья;

внешнее теплоиспользование, при котором используется теплота отходящих потоков (их часть) для внешних целей, не связанных с процессами в основном технологическом агрегате; теплоту отходящих потоков производства, т.е. ВЭР, используют для организации какого-то нового технологического процесса или для получения энергетической продукции — водяного пара, горячей воды или другого теплоносителя;

комбинированное теплоиспользование, когда теплоту отходящих потоков используют как для внутреннего регенеративного, так и для внешнего теплоиспользования.

При внутреннем регенеративном использовании тепловых ВЭР достигается соответствующая экономия топлива в технологической установке. При внешнем теплоиспользовании экономия топлива имеет место в других установках. Подогрев компонентов горения при регенеративном теплоиспользовании наряду с экономией топлива приводит и к повышению технологической эффективности процесса.

8.3 Установки для внутреннего теплоиспользования

Регенеративное теплоиспользование позволяет не просто утилизировать теплоту отходящих потоков (например, газов, рис.1), но снижает расход топлива и, кроме того, улучшает работу основной технологической (например, печи) или энергетической (например котельной) установки.

Работа технологической печи улучшают повышением температуры горения при использовании подогретого воздуха, что, в свою очередь, повышает полноту горения топлива и интенсифицирует процесс теплообмена между потоком газа и нагреваемой средой.

В некоторых случаях регенерацию теплоты целесообразно использовать и на низкотемпературных потоках. Например, с помощью вентиляционных выбросов подгревают поток воздуха, подаваемого в помещение, уменьшив, таким образом, расход энергии на отопление.

Во многих случаях возможности технологического (внутреннего) теплоиспользования ограничены. Поэтому, если в данном производстве за счет регенерации не удастся полностью использовать всю энергию, то нужно попытаться найти других потребителей этой энергии. Главная трудность при решении этой проблемы обычно состоит в том, чтобы найти потребителя. Приходится анализировать уже не только свое производство, но и другие.

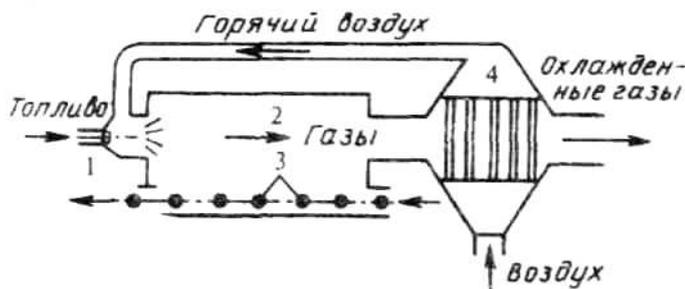


Рисунок 8.1 - Схема нагревательной печи с регенерацией теплоты уходящих газов: 1 — горелка; 2 — рабочий объем печи; 3 — нагреваемые детали; 4 — воздухонагреватель.

Горючие ВЭР (например, доменный и коксовый газы металлургического комбината, жирный газ нефтепереработки) сжигаются в топках котлов, печей вместе с другими видами топлива.

За счет ВЭР избыточного давления в турбинах обычно получают электроэнергию.

Из всех ВЭР наибольшую долю составляют тепловые.

Тепловые ВЭР газовых потоков с высокой ($> 400\text{ }^{\circ}\text{C}$) и средней ($100\text{—}400\text{ }^{\circ}\text{C}$) температурой обычно используют для производства пара и горячей воды с помощью паровых или водогрейных котлов-утилизаторов.

Широко распространены в настоящее время системы испарительного охлаждения элементов высокотемпературных печей. В печах многие элементы приходится делать из металла — прежде всего это несущие и поддерживающие балки.

Но металлы могут работать только при умеренных температурах до $400\text{—}600\text{ }^{\circ}\text{C}$, а температура в печи намного выше. Поэтому металлические элементы печей делают полыми и внутри них циркулирует охлаждающая вода.

Охлаждаемые элементы печи здесь выполняют роль испарительной поверхности, в которой теплота уже не сбрасывается окружающую среду, а идет на выработку пара.

8.4 Котлы-утилизаторы

Для использования теплоты отходящих газов различных технологических установок, в том числе и печей, применяются котлы-утилизаторы, вырабатывающие, как правило, пар. При высоких температурах газов (более $900\text{ }^{\circ}\text{C}$) эти котлы снабжаются радиационными (экранными) поверхностями нагрева и имеют такую же компоновку, как и обычный паровой котел, только вместо топки — радиационная камера, в

которую снизу входят газы. Воздухоподогреватель отсутствует, если горячий воздух не нужен производству.

Первичное охлаждение газов в свободном от змеевиков объеме необходимо для затвердевания уносимых из печи расплавленных частиц шлака или технологического продукта до того, как они прилипнут к холодным змеевикам и затвердеют на них.

Если отходящий из технологических установок газ не содержит горючие компоненты, то такой котел горелочных устройств не имеет. Эти котлы работают с естественной или принудительной циркуляцией и имеют практически все детали котельных агрегатов.

При конструировании котлов-утилизаторов, использующих тепловые отходы, следует учитывать содержащиеся в греющих газах агрессивные компоненты, например, сернистые газы, поступающие из печей обжига серосодержащего сырья. Если в подводимых к котлу технологических газах есть горючие составляющие, организуют их предварительное дожигание в радиационной камере, которая в этом случае фактически превращается в топку.

При температуре газов ниже $900\text{ }^{\circ}\text{C}$ и котлах-утилизаторах обычно используются только конвективные поверхности нагрева.

Наиболее сложно найти применение низкопотенциальным тепловым ВЭР ($t < 100\text{ }^{\circ}\text{C}$). В последнее время их используют для отопления и кондиционирования промышленных и жилых зданий, применяют тепловые насосы для повышения температурного потенциала или для получения холода. Такие ВЭР используют только на отопление близко расположенных теплиц или рыбоводных хозяйств.

В промышленных условиях охлаждение дымовых газов до температуры ниже $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ весьма затруднительно прежде всего из-за конденсации водяных паров. Холодные стенки труб, по которым циркулирует нагреваемая среда, запотевают и подвергаются интенсивной коррозии. Чтобы исключить коррозию, промышленные подогреватели воздуха иногда изготавливают из некорродирующих стеклянных труб. Если нет вибрации, такие трубы работают достаточно долго.

Для подогрева воды низкотемпературными газами ($t < 100\text{ }^{\circ}\text{C}$) начинают использовать контактные экономайзеры, представляющие собой обычные смесительные теплообменники.

Вода в них нагревается за счет теплоты контактирующих с ней газов. Поверхность контакта капель воды с газом большая, и теплообменник получается компактным и дешевым по сравнению с рекуперативным (трубчатым), но вода насыщается вредными веществами, содержащимися в дымовых газах.

ПРИЛОЖЕНИЕ. Расчет установки подогрева шихты

1 Расчет горения топлива

Состав газа, %	Требуется кислорода на 1 м ³ газа, м ³	Требуется воздуха для полного сжигания газа, м ³	
		$\alpha_B=1,0$	$\alpha_B=1,05$
CH ₄ =98	1,96	1,96·4,76=9,44	9,91
CO ₂ =0,8	-	Азота 7,48	7,86
O ₂ =0,1	-	Кислорода 1,96	2,06
N ₂ =1,1	-		
Всего: 100	1,96	9,45	9,92

Калорийность газа при данном химсоставе:

$$Q_H^p = 0,01 \cdot 98 \cdot 8550 = 8390 \text{ ккал/м}^3$$

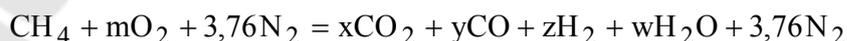
С целью устранения окисления шихты при нагреве в печи необходимо переходить на безокислительный нагрев.

Состав необходимой защитной атмосферы при переходе на безокислительный нагрев.

1. Температура нагрева металла $t_{м.к.}=600^\circ\text{C}$.

Из условий равновесия железа с атмосферой печи известно, что окисление металла при $t_m=600^\circ\text{C}$ не происходит, если отношение $\text{CO}_2/\text{CO} \leq 0,96$, $\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2 \leq 0,96$. Исходя из заданных условий равновесия определим минимально необходимый коэффициент расхода воздуха при сжигании природного газа заданного состава.

При неполном сжигании природного газа уравнение реакции горения запишется:



Составим балансовые уравнения:

$$\text{по углероду: } \sum C = x + y = 0,98 + 0,008 = 0,988 \quad (1)$$

$$\text{по водороду: } \sum \text{H}_2 = z \cdot w = 2 \cdot 0,98 = 1,96 \quad (2)$$

по кислороду:

$$\sum O_2 = 2x + y + w = 2 \cdot 1,96 \cdot \alpha_B + 0,008 + 0,001 = 3,92\alpha_B + 0,009 \quad (3)$$

Уравнение константы равновесия реакции водяного газа:

$$K = \frac{x \cdot z}{y \cdot w} \quad (4)$$

Уравнение необходимого состава печной атмосферы:

$$\frac{x}{y} \leq 0,96 \quad \text{и} \quad \frac{w}{z} \leq 0,38 \quad (5)$$

Для температуры 600°C константа водяного газа $K=2,53$.

Решая уравнения (1), (2), (3), (4) и (5), находим компоненты продуктов горения:

$$x=0,484; y=0,504; z=1,41; w=0,55.$$

Тогда необходимый коэффициент расхода воздуха будет равен:

$$\alpha_B = \frac{2x + y + w - 0,009}{3,92} = 0,515$$

Для дальнейших расчетов принимаем $\alpha_B=0,51$.

Состав печной атмосферы при $\alpha_B=0,51$.

КОМ- ПОНЕНТЫ	Количество продуктов горения на 1 м ³ газа			
	Влажные		Сухие	
	м ³	%	м ³	%
CO ₂	0,484	7,1	0,484	7,7
CO	0,504	7,4	0,504	8,1
H ₂	1,41	20,8	1,41	22,6
H ₂ O	0,55	8,1	-	-
N ₂	3,86	56,6	3,85	61,6
ВСЕГО:	6,798	100	6,248	100

Калорийность уходящих из печи газов:

$$Q_{x.n.} = 0,01(7,4 \cdot 3025 + 20,8 \cdot 2579) = 760 \text{ ккал/м}^3 \text{ ух. газа,}$$

что составляет на 1 м³ газа:

$$Q'_{x.n.} = 760 \cdot 6,798 = 5160 \text{ ккал/м}^3$$

Требуется воздуха для дожигания продуктов неполного горения:

$$O_2 = 0,01(7,4 \cdot 0,5 + 20,8 \cdot 0,5) = 0,141 \text{ м}^3/\text{м}^3 \text{ ух. пр. сгор.}$$

$$\text{или воздуха: } 1,05 \cdot 0,141 \cdot 4,76 = 0,705 \text{ м}^3/\text{м}^3 \text{ ух. пр. сгор.}$$

На 1 м³ газа требуется вторичного воздуха:

$$V_B = 0,705 \cdot 6,798 = 4,79 \text{ м}^3/\text{м}^3 \text{ газа.}$$

Количество тепла, выделяемое 1 м³ газа при неполном горении:

$$Q_B = 8390 - 5160 = 3230 \text{ ккал/м}^3$$

Калориметрическая температура горения: газа при $\alpha_B = 0,51$

$$t_k = \frac{Q_B}{V_k \cdot C_k} = \frac{3230}{6,798 \cdot 0,377} = 1270^\circ \text{C}$$

Принимая пирометрический коэффициент $\eta_n = 0,7$, определяем действительную температуру в печи:

$$t_g = \eta_n t_k = 0,7 \cdot 1270 = 890^\circ \text{C}$$

Перепад температур между конечной температурой нагрева металла и печью $\Delta t = 290^\circ \text{C}$, что обеспечивает высокую скорость нагрева.

2 Нагрев металла

Состав печной атмосферы при сжигании с $\alpha_B = 0,51$.

КОМПОНЕНТЫ	Количество продуктов горения на 1 м ³ газа			
	Влажные		Сухие	
	м ³	%	м ³	%
CO ₂	0,321	4,73	0,321	5,3
CO	0,667	9,83	0,667	11,0
H ₂	1,22	18,0	1,22	20,2
H ₂ O	0,74	10,9	-	-
N ₂	3,85	56,54	3,85	63,5
ВСЕГО:	6,798	100	6,058	100

Калорийность уходящих из печи газов:

$$Q_{x.n.} = 0,01(9,83 \cdot 3025 + 18,0 \cdot 2579) = 762 \text{ ккал/м}^3 \text{ ух. газа,}$$

что составляет на 1 м³ газа:

$$Q'_{x.n.} = 762 \cdot 6,798 = 5180 \text{ ккал/м}^3$$

Требуется воздуха для дожигания продуктов неполного горения:

$$O_2 = 0,01(9,83 \cdot 0,5 + 18,0 \cdot 0,5) = 0,139 \text{ м}^3/\text{м}^3 \text{ ух. пр. сгор.}$$

или воздуха: $1,05 \cdot 0,139 \cdot 4,76 = 0,7 \text{ м}^3/\text{м}^3 \text{ ух. пр. сгор.}$

На 1 м^3 газа требуется вторичного воздуха:

$$V_B = 0,7 \cdot 6,798 = 4,76 \text{ м}^3/\text{м}^3 \text{ газа.}$$

Количество тепла, выделяемое 1 м^3 газа при неполном горении:

$$Q_B = 3230 \text{ ккал/м}^3$$

Калориметрическая температура горения газа:

$$t_k = 1270^\circ \text{C}$$

Действительная температура в печи:

$$t_g = 890^\circ \text{C}$$

Для обеспечения заданной скорости нагрева металла в печи необходимо, чтобы температура в печи была на $100\text{-}150^\circ \text{C}$ выше конечной температуры металла.

Тогда температура в печи будет равна:

$$t_n = t_{m.k.} + 100 = 900 + 100 = 1000^\circ \text{C}$$

С учетом пирометрического коэффициента температура горения равна:

$$t_k = \frac{t_n}{0,7} = \frac{1000}{0,7} = 1430^\circ \text{C}$$

Требуемая температура подогрева воздуха равна:

$$V_K \cdot C_K \cdot t_K = Q_B + V_B \cdot C_B \cdot t_B$$

$$t_B = \frac{V_K \cdot C_K \cdot t_K - Q_B}{V_B \cdot C_B} = \frac{6,798 \cdot 0,3809 \cdot 1430 - 3230}{4,82 \cdot 0,3207} = 300^\circ \text{C}$$

Следовательно, для получения температуры горения при сжигании газа с $\alpha_B=0,51$ $t_K=1430^\circ\text{C}$ необходимо подогревать воздух, идущий на горение до температуры 300°C . С этой целью на печи устанавливается рекуператор или используется дополнительное тепло отходящих газов из рабочего пространства ДСП.

3 Расчет внешнего теплообмена

Полная поверхность всех элементов, окружающих газовый объем печи:

$$F = \pi D_n L_n - a L_n$$

Принимаем внутренний диаметр бадьи равным 1100 мм.

Тогда, $F = 3,14 \cdot 1,1 \cdot L_n - 0,164 \cdot L_n = 3,29 L_n$, м²

Объем заполненного газом рабочего пространства печи:

$$V = \frac{\pi D_n^2}{4} \cdot L_n - a h L_n = \frac{3,14 \cdot 1,1^2}{4} L_n - 0,164 \cdot 0,183 \cdot L_n = 0,923 L_n$$
, м³

Средняя эффективная длина луча:

$$S_{\text{эф}} = 0,9 \frac{4V}{F} = 0,9 \frac{4 \cdot 0,923 L_n}{3,29 L_n} = 1,01 \text{ м}$$

Состав продуктов горения газа при $\alpha_B=1,05$: CO_2 – 8,9%; H_2O – 17,8%; O_2 – 1,8%; N_2 – 71,5%.

Произведение парциальных давлений излучающих газов на среднюю эффективную длину луча:

а) $t_n=800^\circ\text{C}$; $\alpha_B=1,05$

$$P_{\text{CO}_2} \cdot S_{\text{эф}} = 0,089 \cdot 1,01 = 0,0925 \text{ атм.м}$$

$$P_{H_2O} \cdot S_{\text{эф}} = 0,178 \cdot 1,01 = 0,1825 \text{ атм.м}$$

б) $t_n = 800^\circ\text{C}; \alpha_B = 0,51$

$$P_{CO_2} \cdot S_{\text{эф}} = 0,071 \cdot 1,01 = 0,074 \text{ атм.м}$$

$$P_{H_2O} \cdot S_{\text{эф}} = 0,081 \cdot 1,01 = 0,084 \text{ атм.м}$$

в) $t_n = 1000^\circ\text{C}; \alpha_B = 0,51$

$$P_{CO_2} \cdot S_{\text{эф}} = 0,0473 \cdot 1,01 = 0,049 \text{ атм.м}$$

$$P_{H_2O} \cdot S_{\text{эф}} = 0,109 \cdot 1,01 = 0,114 \text{ атм.м}$$

Степень черноты газов:

а) $\xi_{CO_2} = 0,115; \xi_{H_2O} = 0,165; \xi_{\Gamma} = 0,115 + 1,1 \cdot 0,165 = 0,297$

б) $\xi_{CO_2} = 0,10; \xi_{H_2O} = 0,11; \xi_{\Gamma} = 0,10 + 1,065 \cdot 0,11 = 0,213$

в) $\xi_{CO_2} = 0,08; \xi_{H_2O} = 0,11; \xi_{\Gamma} = 0,08 + 1,075 \cdot 0,11 = 0,194$

Угловой коэффициент кладки на металл:

$$\varphi_{\text{кл.м}} = \frac{F_M}{F_{\text{кл}}} = \frac{F_M}{F_n - F_M} = \frac{aL_n}{\pi D_n L_n - aL_n} = \frac{0,780L_n}{3,14 \cdot 1,1 \cdot L_n - 0,780L_n} = 0,30$$

Принимая степень черноты металла $\xi_M = 0,8$, определяем приведенный коэффициент излучения:

$$\begin{aligned} \sigma_B &= 4,96 \cdot \xi_{\Gamma} \cdot \xi_M \frac{1 + \varphi(1 - \xi_{\Gamma})}{\xi_{\Gamma} + \varphi(1 - \xi_{\Gamma})[1 - (1 - \xi_{\Gamma})(1 - \xi_M)]} = \\ \text{а) } &= 4,96 \cdot 0,297 \cdot 0,8 \frac{1 + 0,30 \cdot (1 - 0,297)}{0,297 + 0,30 \cdot (1 - 0,297)[1 - (1 - 0,297)(1 - 0,8)]} = \\ &= 2,98 \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{час}^\circ\text{К}^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \sigma_{\epsilon} &= 4,96 \cdot 0,213 \cdot 0,8 \frac{1 + 0,30 \cdot (1 - 0,213)}{0,297 + 0,30 \cdot (1 - 0,213)[1 - (1 - 0,213)(1 - 0,8)]} = \\ &= 2,54 \text{ ккал} / \text{м}^2 \text{час} \text{ } ^\circ \text{K}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \sigma_{\text{в}} &= 4,96 \cdot 0,194 \cdot 0,8 \frac{1 + 0,30 \cdot (1 - 0,194)}{0,194 + 0,30 \cdot (1 - 0,194)[1 - (1 - 0,194)(1 - 0,8)]} = \\ &= 2,32 \text{ ккал} / \text{м}^2 \text{час} \text{ } ^\circ \text{K}^4 \end{aligned}$$

Удельный тепловой поток металла к началу нагрева:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad q_1^{\text{H}} &= \sigma_{\text{в}} \left[\left(\frac{T_{\text{н}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{м}}}{100} \right)^4 \right] = \\ &= 2,98 \left[\left(\frac{800 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{20 + 273}{100} \right)^4 \right] = 39200 \text{ ккал} / \text{м}^2 \text{час} \end{aligned}$$

$$\text{б)} \quad q_2^{\text{H}} = 2,54 \left[\left(\frac{800 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{20 + 273}{100} \right)^4 \right] = 33500 \text{ ккал} / \text{м}^2 \text{час}$$

$$\text{в)} \quad q_3^{\text{H}} = 2,32 \left[\left(\frac{1000 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{20 + 273}{100} \right)^4 \right] = 60700 \text{ ккал} / \text{м}^2 \text{час}$$

Удельный тепловой поток металла в конце нагрева:

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad q_1^{\text{H}} &= \sigma_{\text{в}} \left[\left(\frac{T_{\text{н}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{м}}}{100} \right)^4 \right] = \\ &= 2,98 \left[\left(\frac{800 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{600 + 273}{100} \right)^4 \right] = 22200 \text{ ккал} / \text{м}^2 \text{час} \end{aligned}$$

$$\text{б)} \quad q_2^{\text{H}} = 2,54 \left[\left(\frac{800 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{600 + 273}{100} \right)^4 \right] = 18900 \text{ ккал} / \text{м}^2 \text{час}$$

$$\text{в)} \quad q_3^{\text{H}} = 2,32 \left[\left(\frac{1000 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{900 + 273}{100} \right)^4 \right] = 17000 \text{ ккал} / \text{м}^2 \text{час}$$

Коэффициент теплоотдачи излучением в начале нагрева:

$$а) \quad \alpha_1^H = \frac{q_1^H}{t_n - t_M} = \frac{39200}{800 - 20} = 50,2 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{С}$$

$$б) \quad \alpha_2^H = \frac{33500}{800 - 20} = 43,0 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{С}$$

$$в) \quad \alpha_3^H = \frac{60700}{1000 - 20} = 62,0 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{С}$$

Коэффициент теплоотдачи излучением в конце нагрева:

$$а) \quad \alpha_1^K = \frac{22200}{800 - 600} = 111 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{С}$$

$$б) \quad \alpha_2^K = \frac{18900}{800 - 600} = 94,5 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{С}$$

$$в) \quad \alpha_3^K = \frac{17000}{1000 - 900} = 170 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{С}$$

Средний коэффициент теплоотдачи за период нагрева:

$$а) \quad \alpha_1^{cp} = \frac{\alpha_1^H + \alpha_1^K}{2} = \frac{50,2 + 111}{2} = 80,6 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{С}$$

$$б) \quad \alpha_2^{cp} = \frac{43 + 94,5}{2} = 68,7 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{С}$$

$$в) \quad \alpha_3^{cp} = \frac{62 + 170}{2} = 116,0 \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{С}$$

Время нагрева рассчитываем по наименьшей величине коэффициента теплоотдачи. Принимаем размер элемента 20x20x150 мм.

Тогда время нагрева равно:

$$\tau = \frac{V}{F_{\text{эф}}} \cdot \gamma_c \cdot \ln \frac{t_n - t_M}{t_n - t_{M,K}} = \frac{0,02 \cdot 0,02 \cdot 0,15}{0,02 \cdot 0,15} \cdot \frac{7700 \cdot 1,517}{58,7} \cdot \ln \frac{800 - 20}{800 - 600} = 0,59$$

или $\tau = 35,4$ мин.

4 Определение оптимального расхода топлива

При обычном нагреве до 600°C .

Приход тепла:

Химическое тепло топлива

$$Q_x = V \cdot Q_n^p = 8390V \text{ ккал/час}$$

Расход тепла:

На нагрев шихты:

$$Q_M = G \cdot c \cdot t = 5000 \cdot 0,1517 \cdot 600 = 455000 \text{ ккал/час}$$

Физическое тепло уходящих газов:

$$Q_M = V \cdot V_{yx} \cdot c_{yx} \cdot t_{yx} = V \cdot 11 \cdot 0,356 \cdot 600 = 2340V \text{ ккал/час}$$

Потери тепла через кладку:

$$Q_{кл} = \frac{t_{вп} - t_{п}}{\frac{\delta_{ш}}{\lambda_{ш}} + \frac{\delta_{из}}{\lambda_{из}} + \frac{1}{\alpha_1}} \cdot F_p = \frac{700 - 40}{\frac{0,115}{0,95} + \frac{0,23}{0,18} + \frac{1}{17}} \cdot 33,3 = 15000 \text{ ккал/час}$$

$$F_p = \sqrt{F_{вп} \cdot F_{п}} = \sqrt{3,14^2 \cdot 1,1 \cdot 1,8 \cdot 7,5^2} = 33,3 \text{ м}^2$$

Составляем тепловой баланс:

$$8390 \cdot V = 455000 + 2340 \cdot V + 15100$$

Откуда

$$V = \frac{455000 + 15100}{8390 - 2340} = 90 \text{ м}^3/\text{час}$$

С учетом неучтенных потерь:

$$V = 1,2 \cdot 90 = 108 \approx 110 \text{ м}^3/\text{час}$$

КПД печи:

$$\eta = \frac{Q_M}{V \cdot Q_n^p} = \frac{455000}{110 \cdot 8390} \cdot 100\% = 49\%$$

При безокислительном нагреве до $t_{м.к.} = 600^{\circ}\text{C}$.

Приход тепла:

Химическое тепло топлива

$$Q_b = 3230V \text{ ккал/час}$$

Расход тепла:

На нагрев металла:

$$Q_M = 455000 \text{ ккал/час}$$

Физическое тепло уходящих газов:

$$Q_{yx} = V \cdot 6,798 \cdot 0,356 \cdot 600 = 1450V \text{ ккал/час}$$

Потери тепла через кладку:

$$Q_k = 15100 \text{ ккал/час}$$

$$\text{Расход топлива: } V = \frac{455000 + 15100}{3230 - 1450} = 265 \text{ м}^3 / \text{час}$$

$$\text{КПД печи } \eta = \frac{455000}{265 \cdot 8390} \cdot 100\% = 20,5\%$$

При безокислительном нагреве до $t_{\text{м.к.}} = 900^\circ\text{C}$.

Приход тепла:

Химическое тепло топлива

$$Q_{\text{в}} = 3230V \text{ ккал/час}$$

Физическое тепло подогретого воздуха:

$$Q_{\text{ф.в.}} = V \cdot 4,76 \cdot 0,3146 \cdot 300 = 450V \text{ ккал/час}$$

Расход тепла:

На нагрев металла:

$$Q_{\text{м}} = 5000 \cdot 0,1604 \cdot 900 = 721000 \text{ ккал/час}$$

Физическое тепло уходящих продуктов сгорания:

$$Q_{\text{yx}} = V \cdot 6,798 \cdot 0,363 \cdot 800 = 1975V \text{ ккал/час}$$

Потери тепла через кладку:

$$Q_{\text{кл}} = 17000 \text{ ккал/час}$$

$$\text{Расход топлива: } V = \frac{721000 + 17000}{3230 + 450 - 1450} = 398 \text{ м}^3 / \text{час}$$

$$\text{КПД печи } \eta = \frac{721000}{398 \cdot 8390} \cdot 100\% = 21,9\%$$

Расчет аэродинамических потерь.

$$V = 265 \text{ м}^3 / \text{час}$$

$$V_{\text{од}} = 6,798 \text{ м}^3 / \text{м}^3 \text{ газа}$$

$$t_{\text{yx}} = 600^\circ\text{C}$$

$$\gamma_{\text{г}} = 1,29 \text{ кг/м}^3$$

Количество продуктов сгорания:

$$V_{\text{г}} = V_{\text{од}} V = 6,798 \cdot 265 = 1800 \text{ м}^3 / \text{час}$$

Поперечное сечение печи:

$$F_{\text{н}} = \frac{3,14 \cdot 1,1^2}{4} = 0,95 \text{ м}^2$$

Скорость дыма перед каналом:

$$W_1 = \frac{1800}{3600 \cdot 0,95} = 0,52 \text{ м/сек}$$

Принимаем коэффициент расхода воздуха с учетом дожигания продуктов сгорания в вертикальном дымовом канале равным 1,3.

Тогда, количество дымовых газов будет равно:

$$V'_g = V_{од} \cdot B = 13,226 \cdot 265 = 3510 \text{ м}^3/\text{час}$$

Сечение вертикального канала:

$$F_k = 1,4 \cdot 0,45 = 0,63 \text{ м}^2$$

Скорость дыма в вертикальном канале:

$$W_\Gamma = \frac{3510}{3600 \cdot 0,63} = 1,54 \text{ м/сек}$$

Потери динамического напора:

$$P_{дин1} = \frac{W_\Gamma^2 \cdot \gamma_{од}}{2g} (1 + \alpha t_{ух}) = \frac{1,54^2 \cdot 1,29}{2 \cdot 9,81} \left(1 + \frac{600}{273}\right) = 0,5 \text{ мм в.ст.}$$

$$P_{пот1} = k P_{дин1} = 1,0 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ мм в.ст.}$$

Потери геометрического напора в вертикальном канале:

$$P_{пот2} = h(\gamma_v - \gamma_g)$$

$$h = 2,6 \text{ м}, \gamma_v = 1,2 \text{ кг/м}^3, \gamma_g = \frac{1,29}{1 + \frac{600}{273}} = 0,403 \text{ кг/м}^3$$

$$P_{пот2} = 2,6(1,2 - 0,403) = 2,07 \text{ мм в.ст.}$$

Потери в канале до дымовой трубы:

а) на трение:

$$P_{\text{пот}_3} = K \cdot P_{\text{дин}_3} ; K = \mu \frac{1}{d_3}$$

Эквивалентный диаметр: $d_3=1\text{ м}$

Скорость дыма в газоходе:

$$W_3 = \frac{3510}{3600 \cdot 1,0} = 0,975 \text{ м/сек} ; K = 0,05 \frac{30}{1} = 1,5$$

$$P_{\text{дин}_3} = \frac{0,975^2 \cdot 1,29}{2 \cdot 9,81} \left(1 + \frac{600}{273} \right) = 1,95 \text{ мм в. ст.}$$

$$P_{\text{пот}_3} = 1,5 \cdot 1,95 = 2,82 \text{ мм в. ст.}$$

б) поворот на 90°

$$P_{\text{пот}_4} = 2 \cdot K \cdot P_{\text{дин}_4} ; K = 2$$

$$P_{\text{пот}_4} = 2,2 \cdot 1,95 = 7,80 \text{ мм в. ст.}$$

Шибер на дымовой трубе:

$$P_{\text{пот}_5} = 0,67 \cdot 1,95 = 1,31 \text{ мм в. ст.}$$

Суммарные потери давления:

$$\sum P_{\text{пот}} = 0,5 + 2,07 + 2,82 + 7,8 + 1,31 = 14,5 \text{ мм в. ст.}$$

Расчетное разрежение

$$h_p = \sum P_{\text{пот}} = 14,5 \text{ мм в. ст.}$$

Приведенную скорость газов в устье трубы принимаем

$$W_0 = 2,5 \text{ м/сек.}$$

Тогда диаметр трубы в устье

$$d_y = \sqrt{\frac{4V_g(1+\Delta\rho)}{\pi W_0 \cdot 3600}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3510(1+0,1)}{3,14 \cdot 2,5 \cdot 3600}} = 0,74 \text{ м}$$

Принимаем цилиндрическую трубу с $d_0=d_y=0,74$ м.
Температура дымовых газов перед трубой:

$$t'_g = 600 - 30 \cdot 1 = 570^\circ \text{C}$$

Температура в устье трубы:

$$t''_g = 570 - \delta H = 570 - 3 \cdot 18 = 516^\circ \text{C}$$

Средняя температура дыма в трубе:

$$t_g^{cp} = \frac{570 + 516}{2} = 543^\circ \text{C}$$

Для обеспечения тяги необходима высота трубы:

$$H_{тр} = \frac{hp + \gamma_{од} \left[\frac{W_0^2}{2g} (1 + \alpha t''_g) - \frac{W_0^2}{2g} (1 + \alpha t'_g) \right]}{\left[\frac{\gamma_{в0}}{1 + \alpha t'_g} - \frac{\gamma_{од}}{1 + \alpha t_g^{cp}} \right] - \frac{\mu}{2d_{cp}} \gamma_g \left[\frac{W_0^2}{2g} (1 + \alpha t'_g) + \frac{W_0^2}{2g} (1 + \alpha t''_g) \right]} =$$

$$= \frac{14,5 + 1,29 \left[\frac{2,5^2}{2 \cdot 9,81} \left(1 + \frac{570}{273} \right) - \frac{2,5^2}{2 \cdot 9,81} \left(1 + \frac{516}{273} \right) \right]}{\left[\frac{1,2}{1 + \frac{20}{273}} - \frac{1,29}{1 + \frac{543}{273}} \right] - \frac{0,03}{2 \cdot 0,74} \cdot 1,29 \left[\frac{2,5^2}{2 \cdot 9,81} \left(1 + \frac{570}{273} \right) + \frac{2,5^2}{2 \cdot 9,81} \left(1 + \frac{516}{273} \right) \right]} = 18,5 \text{ м}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кутателадзе С.С.* Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. М.: Энергоатомиздат, 1990. 366 с.
2. *Общий курс процессов и аппаратов химической технологии.* / Под ред. В.Г.Айнштейна. М.: Логос, Высшая школа, 2003. Т.1 и 2. 872 с.
3. *Телегин А.С.* Термодинамика и тепломассоперенос / А.С.Телегин, В.С.Швыдкий, Ю.Г.Ярошенко. М.: Metallurgy, 1980. 264 с.
4. *Телегин А.С.* Тепломассоперенос / А.С.Телегин, В.С.Швыдкий, Ю.Г.Ярошенко. М.: Metallurgy, 1995. 400 с.
5. *Телегин А.С.* Тепломассоперенос / А.С.Телегин, В.С.Швыдкий, Ю.Г.Ярошенко. М.: ИКЦ «Академкнига», 2002. 455 с.
6. *Гребер Г.* Основы учения о теплообмене / Г.Гребер, С.Эрк, У.Григуль. М.: Иностранная литература, 1958. 566 с.
7. *Кейс В.М.* Конвективный тепло- и массообмен. М.: Энергия, 1972. 446 с.
8. *Крейт Ф.* Основы теплопередачи / Ф.Крейт, У.Блек. М.: Мир, 1983. 512 с.
9. *Лыков А.В.* Тепломассообмен: Справочник. М.: Энергия, 1972. 560 с.
10. Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент (справочник) / Под общ. ред. В.А.Григорьева и В.М.Зорина. М.: Энергоиздат, 1982. 510 с.
11. Латыпов Р.Ш., Шарафиев Р.Г. Техническая термодинамика и энерготехнология химических производств.-М.:Энергоатомиздат, 1998.-344 с.
12. Баскаков А.П. Теплотехника.-М.:Энергоатомиздат, 1991.-244 с.
13. Алабовский А.Н., Константинов С.М., Недужий А.Н. Теплотехника.-Киев: Выща Школа, Головное издательство, 1986.-255 с.
14. Александров А.А., Григорьев Б.А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. Справочник.-М.: Издательство МЭИ, 19994.- 168 с.

Ровин Леонид Ефимович

МЕТАЛЛУРГИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА

Курс лекций

для студентов специальности 1-36 02 01

«Машины и технология литейного производства»

дневной и заочной форм обучения

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 13.05.10.

Рег. № 11Е.

E-mail: ic@gstu.by

<http://www.gstu.by>