

Министерство образования Республики Беларусь

**Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»**

Кафедра «Технология машиностроения»

В. С. Мурашко

**РОТАТАБЕЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА
ВТОРОГО ПОРЯДКА**

**ПРАКТИКУМ
по курсу «Основы САПР»
специальности 1-36 01 01 «Технология машиностроения»
для студентов дневной и заочной
форм обучения**

Гомель 2017

УДК 658.512.011.56(075.8)
ББК 30.2-5-05я73
М91

*Рекомендовано научно-методическим советом
механико-технологического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 6 от 08.02.2016 г.)*

Рецензент: доц. каф. «Информатика» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. техн. наук, доц. *Т. А. Трохова*

Мурашко, В. С.

М91 Ротатбельное планирование многофакторного эксперимента второго порядка : практикум по курсу «Основы САПР» для студентов специальности 1-36 01 01 «Технология машиностроения» днев. и заоч. форм обучения / В. С. Мурашко. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2017. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://library.gstu.by>. – Загл. с титул. экрана.

Представлена лабораторная работа «Ротатбельное планирование многофакторного эксперимента второго порядка», по дисциплине «Основы САПР» В практикуме даны варианты заданий и порядок выполнения работы с необходимыми методическими указаниями.

Для студентов специальности 1-36 01 01 «Технология машиностроения» дневной и заочной форм обучения.

**УДК 658.512.011.56(075.8)
ББК 30.2-5-05я73**

© Учреждение образования «Гомельский
государственный технический университет
имени П. О. Сухого», 2017

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	4
1	Эксперимент как предмет исследования	5
2	Планирование эксперимента	9
2.1	Основные понятия и определения	9
2.2	Планы второго порядка	11
2.3	Ротатабельные планы второго порядка	13
3	Компьютерные методы статистической обработки инженерного эксперимента	27
3.1	Обзор компьютерных методов статистической обработки результатов эксперимента	27
3.2	Статистические функции Microsoft Excel	30
4	Лабораторная работа «Ротатабельное планирование многофакторного эксперимента второго порядка»	36
	Литература	55

Введение

Основой современного технического прогресса является опережающее развитие машиностроения, осуществляемое по следующим главным направлениям: существенное улучшение и разработка новых технологических процессов производства деталей и сборки машин; создание систем высокопроизводительного технологического оборудования, оснастки и инструмента; повышение автоматизации на всех этапах производственного процесса.

Принятие проектных решений в машиностроении и оценка их качества в основном осуществляются на основании данных эксперимента. Задача извлечения наибольшего объема информации об изучаемых процессах или устройствах при ограничениях по затратам является в настоящее время достаточно актуальной. Решению указанной проблемы способствует широкое внедрение в практику прикладных исследований статистических методов планирования экспериментов, которые дают не только способ обработки экспериментальных данных, но позволяют также оптимально организовывать эксперимент.

Планирование эксперимента и математическая обработка его результатов все больше входят в круг вопросов, необходимых студентам старших курсов технических вузов, аспирантам и инженерам-исследователям. Усвоение и использование методов планирования эксперимента позволяют повышать его эффективность тем больше, чем больше контролируемых факторов, воздействующих на объект исследования, учитывается в данной задаче.

1 ЭКСПЕРИМЕНТ КАК ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В технической литературе термину эксперимент устанавливается следующее определение – система операций, воздействий и (или) наблюдений, направленных на получение информации об объекте исследования.

Являясь источником познания и критерием истинности теорий и гипотез, эксперимент играет очень важную роль как в науке, так и в инженерной практике. Эксперименты ставятся в исследовательских лабораториях и на действующем производстве, в медицинских клиниках и на опытных сельскохозяйственных полях, в космосе и в глубинах океана.

Прежде всего отметим, что любой эксперимент предполагает проведение тех или иных опытов.

Опыт – воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях проведения эксперимента при возможности регистрации его результатов.

По цели проведения и форме представления полученных результатов эксперимент делят на качественный и количественный.

Качественный эксперимент устанавливает только сам факт существования какого-либо явления, но при этом не дает никаких количественных характеристик объекта исследования. Любой эксперимент, каким бы сложным он ни был, всегда заканчивается представлением его результатов, формулировкой выводов, выдачей рекомендаций. Эта информация может быть выражена в виде графиков, чертежей, таблиц, формул, статистических данных или словесных описаний. Качественный эксперимент как раз и предусматривает именно словесное описание его результатов.

Однако словесное описание – не самый эффективный и информативный способ представления результатов эксперимента, поскольку он не позволяет дать количественных рекомендаций, проанализировать свойства объекта в иных условиях.

Количественный эксперимент не только фиксирует факт существования того или иного явления, но, кроме того, позволяет установить соотношения между количественными характеристиками явления и количественными характеристиками способов внешнего воздействия на объект исследования.

Итак, количественный эксперимент прежде всего предполагает количественное определение всех тех способов внешнего воздействия

на объект исследования, от которых зависит его поведение – количественное описание всех факторов.

Фактор – переменная величина, по предположению влияющая на результаты эксперимента.

В отдельном конкретном опыте каждый фактор может принимать одно из возможных своих значений – уровень фактора.

Уровень фактора – фиксированное значение фактора относительно начала отсчета.

Фиксированный набор уровней всех факторов в каждом конкретном опыте как раз и определяет одно из возможных состояний объекта исследования.

При проведении опытов очень многое зависит от того, насколько активно экспериментатор может «вмешиваться» в исследуемое явление, имеет он или нет возможность устанавливать те уровни факторов, которые представляют для него интерес.

С этой точки зрения все факторы можно разбить на три группы:

- *контролируемые и управляемые* – это факторы, для которых можно не только зарегистрировать их уровень, но еще и задать в каждом конкретном опыте любое его возможное значение;
- *контролируемые, но неуправляемые факторы* – это факторы, уровни которых можно только регистрировать, а вот задать в каждом опыте их определенное значение практически невозможно;
- *неконтролируемые* – это факторы, уровни которых не регистрируются экспериментатором и о существовании которых он даже может и не подозревать.

В количественном эксперименте необходимо не только регистрировать уровни всех контролируемых факторов, но и иметь возможность устанавливать количественное описание того свойства (отклика) исследуемого явления, которое изучает (наблюдает) экспериментатор. Причем поскольку на объект исследования в процессе эксперимента всегда влияет огромное количество неконтролируемых факторов, что вносит в получаемые результаты некоторый элемент неопределенности, значение отклика, в каждом конкретном опыте, невозможно предсказать заранее. Поэтому воспроизведение исследуемого явления при одном и том же фиксированном наборе уровней всех контролируемых факторов всегда будет приводить к различным значениям отклика, т.е. отклик – это всегда случайная величина.

Отклик – наблюдаемая случайная переменная, по предположению зависящая от факторов.

И наконец, в результате количественного эксперимента необходимо найти зависимость между откликом и факторами – функцию отклика. Причем поскольку отклик – это случайная величина, то, с точки зрения теории вероятностей, его можно задать одним из параметров своего распределения, например математическим ожиданием.

Функция отклика – зависимость математического ожидания отклика от факторов.

С учетом приведенного выше деления факторов на три группы, функцию отклика в самом общем случае можно записать в виде:

$$M_y = f(x_i, h_j) + \varepsilon_\delta \quad (1.1)$$

где M_y – математическое ожидание отклика; x_i – контролируемые и управляемые факторы; h_j – контролируемые, но неуправляемые факторы; ε_δ – ошибка эксперимента, учитывающая влияние неконтролируемых факторов.

По тому, какой группой факторов располагает исследователь, количественный эксперимент в свою очередь можно разделить еще на два вида. Если в распоряжении экспериментатора нет управляемых факторов, то такой эксперимент носит название пассивного.

Пассивный эксперимент – эксперимент, при котором уровни факторов в каждом опыте регистрируются исследователем, но не задаются.

Поскольку при пассивном эксперименте исследователь не имеет возможность задать уровень ни одного из факторов, то при проведении опытов ему остается лишь «пассивно» наблюдать за явлением и регистрировать результаты. Планирование пассивного эксперимента сводится к определению числа опытов, которые необходимо провести исследователю для решения поставленной перед ним задачи, а конечной целью пассивного эксперимента в большинстве случаев является получение функции отклика в виде

$$M_y = f(h_j) + \varepsilon_\delta \quad (1.2)$$

Если же экспериментатор имеет возможность не только контролировать факторы, но и управлять ими, то такой эксперимент носит название активного.

Активный эксперимент – эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте задаются исследователем.

Поскольку в этом случае экспериментатор имеет возможность «активно» вмешиваться в исследуемое явление, то естественно, что активный эксперимент всегда предполагает какой-либо план его проведения.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов.

Поэтому активный эксперимент всегда должен начинаться с планирования.

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего поставленным требованиям.

Целью активного эксперимента может быть либо определение функции отклика в виде

$$M_y = f(x_i) + \varepsilon_\delta \quad (1.3)$$

либо поиск такого сочетания уровней управляемых факторов x_i , при котором достигается оптимальное (экстремальное – минимальное или максимальное) значение функции отклика. В этом последнем случае эксперимент носит еще название поискового (экстремального) эксперимента.

И наконец, по условиям проведения различают лабораторный и промышленный эксперименты.

Лабораторный эксперимент. В лаборатории меньше влияние случайных погрешностей, обеспечивается большая «стерильность» условий проведения опытов, в большинстве случаев осуществляется и более тщательная подготовка, одним словом, выше «культура эксперимента». Как правило, в лабораторных условиях экспериментатор может воспроизвести опыт «одинаково» значительно лучше, чем в промышленности. Другое важное отличие – это большая возможность варьировать (изменять) уровни факторов.

Промышленный эксперимент. В промышленных условиях обеспечить условия лабораторного эксперимента значительно труднее. Усложняются измерения и сбор информации, значительно большее влияние на объект исследования и измерительные приборы оказывают различного рода помехи (, поэтому в промышленном эксперименте особенно необходимо использовать специальные статистические методы обработки результатов. Кроме того, на реальном действующем производстве всегда желательно по возможно меньшему числу измерений получить наиболее достоверные результаты.

2 ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

2.1 Основные понятия и определения

Теория планирования эксперимента началась с работ знаменитого английского ученого Р.Фишера в 30-х годах XX столетия, использовавшего ее для решения агробιοлогическιх задач. В дальнейшем это направление было развитο в пятидесятых годах в США Дж.Боксом и его сотрудниками.

Под математической теорией планирования эксперимента будем понимать науку ο способах составления экономичных экспериментальных планов, которые позволяют извлекать наибольшее количество информации об объекте исследования, ο способах проведения эксперимента, ο способах обработки экспериментальных данных и их использования для оптимизации производственных процессов, а также инженерных расчетов.

Истинный вид функции отклика $y=f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_k)$ до эксперимента чаще всего неизвестен, в связи с чем для математического описания поверхности отклика используют уравнение

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^k \beta_{iu} x_i x_u + \dots, \quad (2.1)$$

где x_i, x_u – переменные факторы при $i=1, \dots, k; u=1, \dots, k; i \neq u$;

$$\beta_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_0; \quad \beta_{iu} = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_u} \right)_0; \quad \beta_{ii} = \left(\frac{\partial^2 f}{2 \partial x_i^2} \right)_0 \text{ – коэффициенты.}$$

Это уравнение является разложением в ряд Тейлора неизвестной функции отклика в окрестности точки с $x_i = x_{i0}$.

На практике по результатам эксперимента производится обработка данных по методу наименьших квадратов. Этот метод позволяет найти оценку b коэффициентов β , и данный полином заменяется уравнением вида

$$\tilde{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^k b_{iu} x_i x_u + \dots, \quad (2.2)$$

которое является регрессионной моделью (моделью регрессионного анализа). В этом выражении \tilde{y} означает модельное, т.е.

рассчитываемое по уравнению модели, значение выхода. Коэффициенты регрессии определяются экспериментально и служат для статистической оценки теоретических коэффициентов, т.е.

$$b_0 \rightarrow \beta_0, b_i \rightarrow \beta_i, b_{iu} \rightarrow \beta_{iu}, b_{ii} \rightarrow \beta_{ii}.$$

В регрессионной модели члены второй степени $x_i x_u, x_i^2$ характеризуют кривизну поверхности отклика. Чем больше кривизна этой поверхности, тем больше в модели регрессии членов высшей степени. На практике чаще всего стремятся ограничиться линейной моделью.

Последовательность активного эксперимента заключается в следующем:

1. разрабатывается схема проведения исследований, т.е. выполняется планирование эксперимента. При планировании экспериментов обычно требуется с наименьшими затратами и с необходимой точностью либо построить регрессионную модель процесса, либо определить его оптимальные условия;
2. осуществляется реализация опыта по заранее составленному исследователем плану, т.е. осуществляется сам активный эксперимент;
3. выполняется обработка результатов измерений, их анализ и принятие решений.

Таким образом, планирование эксперимента – это процедура выбора условий проведения опытов, их количества, необходимых и достаточных для решения задач с поставленной точностью.

Использование теории планирования эксперимента обеспечивает:

- минимизацию, т.е. предельное сокращение необходимого числа опытов;
- одновременное варьирование всех факторов;
- выбор четкой стратегии, что позволяет принимать обоснованные решения после каждой серии опытов;
- минимизацию ошибок эксперимента за счет использования специальных проверок.

Использование теории планирования эксперимента может явиться одним из путей существенного повышения эффективности многофакторных экспериментальных исследований.

В планировании экспериментов применяются в основном планы первого и второго порядков. Планы более высоких порядков

используются в инженерной практике редко. В связи с этим далее приводится краткое изложение методики составления планов эксперимента для моделей первого и второго порядков.

Под планами первого порядка понимают такие планы, которые позволяют провести эксперимент для отыскания уравнения регрессии, содержащего только первые степени факторов и их произведения:

$$\tilde{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^k b_{iu} x_i x_u + \sum_{\substack{i,j,u=1 \\ i \neq j \neq u}}^k b_{iju} x_i x_j x_u + \dots \quad (2.3)$$

Планы второго порядка позволяют провести эксперимент для отыскания уравнения регрессии, содержащего и вторые степени факторов:

$$\tilde{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^k b_{iu} x_i x_u + \dots \quad (2.4)$$

Нахождение уравнения регрессии методом планирования экспериментов состоит из следующих этапов:

- выбор основных факторов и их уровней;
- планирование и проведение собственно эксперимента;
- определение коэффициентов уравнения регрессии;
- статистический анализ результатов эксперимента.

2.2 Планы второго порядка

Описание поверхности отклика полиномами первого порядка часто оказывается недостаточным. Во многих случаях удовлетворительная аппроксимация может быть достигнута, если воспользоваться полиномом второго порядка (2.4).

В этом случае требуется, чтобы каждый фактор варьировался не менее чем на трех уровнях. В этом случае ПФЭ содержит слишком большое количество опытов, равное 3^k . Так, при $k=3$ их 27, а число коэффициентов $b=10$, при $k=5$ число опытов 243, а коэффициентов 21. В связи с этим осуществление ПФЭ для планов второго порядка не только сложно, но и нецелесообразно.

Сократить число опытов можно, воспользовавшись так называемым композиционным или последовательным планом, разработанным Боксом и Уилсоном. Так, при двух факторах модель функции отклика $y = f(x_1, x_2)$ второго порядка представляет собой поверхность в виде цилиндра, конуса, эллипса и т.д., описываемую в общем виде уравнением

$$\tilde{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{12}x_1x_2.$$

Для определения такой поверхности необходимо располагать координатами не менее трех ее точек, т.е. факторы x_1 и x_2 должны варьироваться не менее чем на трех уровнях. Поэтому план эксперимента в плоскости факторов x_1 и x_2 на рис. 2.1а не может состоять лишь из опытов 1, 2, 3, 4 ПФЭ 2^2 , располагающихся в вершинах квадрата, как для модели первого порядка. К ним должны быть добавлены опыты (звездные точки) 5, 6, 7, 8, расположенные на осях x_1 и x_2 с координатами $(\pm\alpha; 0)$, $(0; \pm\alpha)$ и обязательно опыт 9 в центре квадрата, чтобы по любому направлению (5-9-6), (1-9-4) и т.д. располагалось три точки, определяющие кривизну поверхности в этом направлении.

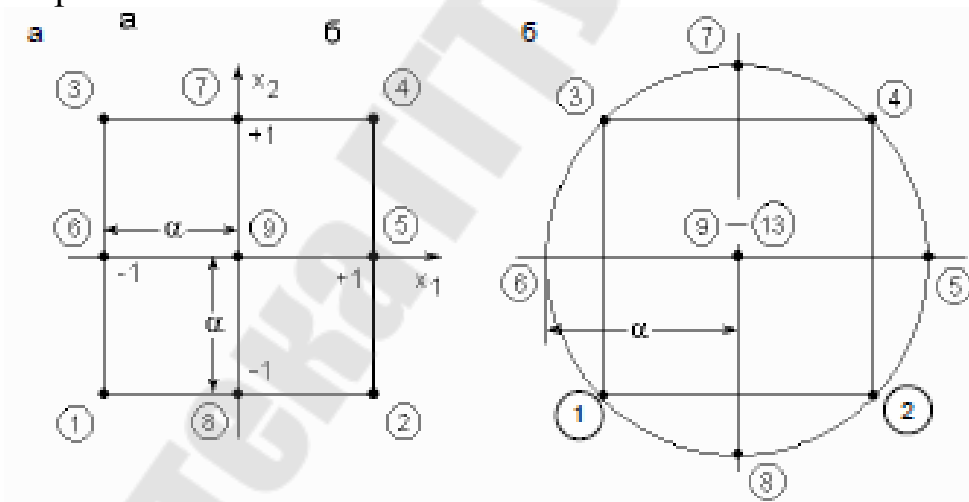


Рисунок 2.1 – Планы второго порядка при $k=2$:
 а – ортогональный; б – ротатабельный

Таким образом, в общем случае ядро композиционного плана составляет при $k < 5$ ПФЭ 2^k , а при $k \geq 5$ – дробную реплику от него.

Если линейное уравнение регрессии оказалось неадекватным, необходимо:

1) добавить $2 \cdot k$ звездных точек, расположенных на координатных

осях факторного пространства $(\pm\alpha, 0, 0, \dots, 0)$, $(0, \pm\alpha, 0, \dots, 0)$, ..., $(0, 0, \dots, \pm\alpha)$, где α – звездное плечо, или расстояние до звездной точки;

2) провести n_0 опытов при значениях факторов в центре плана.

При k факторах общее число опытов в матрице композиционного плана составит

$$n = 2^k + 2 \cdot k + n_0 \text{ при } k < 5,$$

$$n = 2^{k-1} + 2 \cdot k + n_0 \text{ при } k \geq 5.$$

При этом величина звездного плеча α и число опытов в центре плана n_0 зависит от выбранного вида композиционного плана.

2.3 Ротатабельные планы второго порядка

Ротатабельным называют планирование, для которого дисперсия отклика (выходного параметра) \tilde{y} , предсказанного уравнением регрессии, постоянна для всех точек, находящихся на равном расстоянии от центра эксперимента.

Экспериментатору заранее не известно, где находится та часть поверхности отклика, которая представляет для него особый интерес, поэтому следует стремиться к тому, чтобы количество информации, содержащееся в уравнении регрессии, было одинаково для всех равноотстоящих от центра эксперимента точек. Бокс и Хантер предложили ротатабельные планы 2-го порядка. Для того чтобы композиционный план был ротатабельным, величину звездного плеча α выбирают из условия:

$$\alpha = 2^{\frac{k}{4}} \text{ при } k < 5 \text{ и } \alpha = 2^{\frac{k-1}{4}} \text{ при } k \geq 5$$

или в общем случае

$$\alpha = 2^{\frac{k-p}{4}}, \quad (2.5)$$

где k – число факторов; p – дробность реплики (для ПФЭ $p=0$, для полуреплики $p=1$, для четверть реплики $p=2$ и т.д.).

В таблице 2. 1 указаны возможные для расчета сочетания K и KPR и соответствующие им значения Z , NC , $N0$ и NI . В таблице 2.1 в колонке « K » указано количество факторов (до 10 факторов); в колонке « KPR » – под «0» понимается полный факторный эксперимент, под «1» – полуреплика, «2» – 1/4-реплика, под «3» – 1/4-реплика и под «4» – 1/16-реплика; в колонке « NC » – число точек ядра; в колонке « $N0$ » – число центральных точек; ; в колонке « NI » – общее число опытов; в колонке « Z » – величина плеча для звездных точек α .

Для конкретного эксперимента выбирается количество факторов K и требуемое значение KPR исходя из таблицы 2.1, а затем по значению $KP=K-KPR$ определяется план эксперимента с использованием таблиц 2.2, ..., 2.6. Например, требуется провести восьмифакторный эксперимент ($K=8$) с использованием 1/4-реплики от ПФЭ, т.е. $KPR=2$. Определяем значения $KP=K-KPR=8-2=6$. Следовательно, план будем брать из таблицы 2.6 следующим образом. Вычеркиваются (не используются) колонки 9 и 10, а также строки 73,74, 83 и 84, т.е. в плане остаются 8 колонок и 80 строк, к которым добавляются 13 строк для проведения эксперимента в центральных точках ($N0=13$). В результате получается в плане 8 колонок и 93 строки, что соответствует строке 12 таблицы 2.1 ($NI=93$).

Таблица 2.1 – Возможные для расчета сочетания K и KPR и соответствующие им значения Z , NC , $N0$ и NI

№	K	KPR	NC	$N0$	NI	Z
1	2	0	4	5	13	1,41421
2	3	0	8	6	20	1,68179
3	4	0	16	7	31	2,0
4	4	1	8	4	20	1,68179
5	5	0	32	10	52	2,37841
6	5	1	16	6	32	2,0

7	6	0	64	15	91	2,82843
8	6	1	32	9	53	2,37841
9	6	2	16	5	33	2,0
10	7	1	64	14	92	2,82843
11	7	2	32	8	54	2,37841
12	8	2	64	13	93	2,82843
13	8	3	32	6	54	2,37841
14	9	3	64	11	93	2,82843
15	10	4	64	10	94	2,82843

Таблица 2.2 – Значения кодов уровней при $KP=K-KPR=2$

№ экспериментального результата	K=2	
	1	2
1	+1	+1
2	-1	+1
3	+1	-1
4	-1	-1
5	$+\alpha$	0
6	0	$+\alpha$
7	$-\alpha$	0
8	0	$-\alpha$
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	0
13	0	0

Таблица 2.3 – Значения кодов уровней при $KP=K-KPR=3$

№ экспериментального результата	K=4			
	K=3			4
	1	2	3	
1	+1	+1	+1	+1
2	-1	+1	+1	-1

3	+1	-1	+1	-1
4	-1	-1	+1	+1
5	+1	+1	-1	-1
6	-1	+1	-1	+1
7	+1	-1	-1	+1
8	-1	-1	-1	-1
9	$+\alpha$	0	0	0
10	0	$+\alpha$	0	0
11	0	0	$+\alpha$	0
12	0	0	0	$+\alpha$
$(NC+K+1)$	$-\alpha$	0	0	0
$(NC+K+2)$	0	$-\alpha$	0	0
$(NC+K+3)$	0	0	$-\alpha$	0
$(NC+K+4)$	0	0	0	$-\alpha$
$(NI-N_0+1)$	0	0	0	0
...	0	0	0	0
NI	0	0	0	0

Таблица 2.4 – Значения кодов уровней при $KP=K-KPR=4$

№ экспериментального результата	K=6					
	K=5					
	K=4					
	1	2	3	4	5	6
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
2	-1	+1	+1	+1	-1	+1
3	+1	-1	+1	+1	-1	-1
4	-1	-1	+1	+1	+1	-1
5	+1	+1	-1	+1	-1	-1
6	-1	+1	-1	+1	+1	-1
7	+1	-1	-1	+1	+1	+1
8	-1	-1	-1	+1	-1	+1
9	+1	+1	+1	-1	-1	-1
10	-1	+1	+1	-1	+1	-1

11	+1	-1	+1	-1	+1	+1
12	-1	-1	+1	-1	-1	+1
13	+1	+1	-1	-1	+1	+1
14	-1	+1	-1	-1	-1	+1
15	+1	-1	-1	-1	-1	-1
16	-1	-1	-1	-1	+1	-1
17	$+\alpha$	0	0	0	0	0
18	0	$+\alpha$	0	0	0	0
19	0	0	$+\alpha$	0	0	0
20	0	0	0	$+\alpha$	0	0
21	0	0	0	0	$+\alpha$	0
22	0	0	0	0	0	$+\alpha$
(NC+K+1)	$-\alpha$	0	0	0	0	0
(NC+K+2)	0	$-\alpha$	0	0	0	0
(NC+K+3)	0	0	$-\alpha$	0	0	0
(NC+K+4)	0	0	0	$-\alpha$	0	0
(NC+K+5)	0	0	0	0	$-\alpha$	0
(NC+K+6)	0	0	0	0	0	$-\alpha$
(NI-N0+1)	0	0	0	0	0	0
...	0	0	0	0	0	0
NI	0	0	0	0	0	0

Таблица 2.5 – Значения кодов уровней при $KP=K-KPR=5$

№ экспериментального результата	K=8							
	K=7							
	K=6							
	K=5							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

2	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1
3	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
4	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
5	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1
6	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1
7	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1
8	-1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	+1
9	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
10	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1
11	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1
12	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1
13	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
14	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1
15	+1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	+1
16	-1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1
17	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
18	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1
19	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1
20	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
21	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1
22	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1
23	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	+1

24	-1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
25	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1
26	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1
27	+1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	+1
28	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1
29	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
30	-1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	+1
31	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	-1
32	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
33	$+\alpha$	0	0	0	0	0	0	0
34	0	$+\alpha$	0	0	0	0	0	0
35	0	0	$+\alpha$	0	0	0	0	0
36	0	0	0	$+\alpha$	0	0	0	0
37	0	0	0	0	$+\alpha$	0	0	0
38	0	0	0	0	0	$+\alpha$	0	0
39	0	0	0	0	0	0	$+\alpha$	0
40	0	0	0	0	0	0	0	$+\alpha$
(NC+K+1)	$-\alpha$	0	0	0	0	0	0	0
(NC+K+2)	0	$-\alpha$	0	0	0	0	0	0
(NC+K+3)	0	0	$-\alpha$	0	0	0	0	0
(NC+K+4)	0	0	0	$-\alpha$	0	0	0	0

$(NC+K+5)$	0	0	0	0	$-\alpha$	0	0	0
$(NC+K+6)$	0	0	0	0	0	$-\alpha$	0	0
$(NC+K+7)$	0	0	0	0	0	0	$-\alpha$	0
$(NC+K+8)$	0	0	0	0	0	0	0	$-\alpha$
$(NI-N_0+1)$	0	0	0	0	0	0	0	0
...	0	0	0	0	0	0	0	0
NI	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 2.6 – Значения кодов уровней при $KP=K-KPR=6$

№ Эксперимен тального результата	K=10									
	K=9									
	K=8									
	K=7									
	K=6									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
2	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1
3	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
4	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
5	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1
6	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1
7	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1

8	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
9	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
10	-1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1
11	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1
12	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1
13	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1
14	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1
15	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
16	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1
17	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	-1
18	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1
19	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1
20	-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	-1
21	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1
22	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
23	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1
24	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1
25	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1
26	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
27	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1
28	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
29	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	+1

30	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1
31	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1
32	-1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1
33	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1
34	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1
35	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1
36	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1
37	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1
38	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
39	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1
40	-1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
41	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1
42	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1
43	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	-1
44	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1
45	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	+1
46	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1
47	+1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	-1
48	-1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1
48	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
50	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	-1
51	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	-1

52	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1
53	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	+1
54	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1
55	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1
56	-1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1
57	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
58	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1
59	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	+1
60	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	-1
61	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
62	-1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	+1
63	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
64	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	-1
65	$+\alpha$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
66	0	$+\alpha$	0	0	0	0	0	0	0	0
67	0	0	$+\alpha$	0	0	0	0	0	0	0
68	0	0	0	$+\alpha$	0	0	0	0	0	0
69	0	0	0	0	$+\alpha$	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	$+\alpha$	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0	$+\alpha$	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0	0	$+\alpha$	0	0
73	0	0	0	0	0	0	0	0	$+\alpha$	0

74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+ α
(NC+K+1)	- α	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(NC+K+2)	0	- α	0	0	0	0	0	0	0	0
(NC+K+3)	0	0	- α	0	0	0	0	0	0	0
(NC+K+4)	0	0	0	- α	0	0	0	0	0	0
(NC+K+5)	0	0	0	0	- α	0	0	0	0	0
(NC+K+6)	0	0	0	0	0	- α	0	0	0	0
(NC+K+7)	0	0	0	0	0	0	- α	0	0	0
(NC+K+8)	0	0	0	0	0	0	0	- α	0	0
(NC+K+9)	0	0	0	0	0	0	0	0	- α	0
(NC+K+10)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	- α
(NI-N0+1)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
...	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Для проведения эксперимента переход от кодированных значений переменных к натуральным осуществляется с использованием следующих зависимостей:

$$\frac{x_i - x_{0i}}{\varepsilon_i} = \pm 1 \quad \text{и} \quad \frac{x_i - x_{0i}}{\varepsilon_i} = \pm \alpha_i, \quad (2.6)$$

где ε_i – значения интервалов варьирования факторов.

Учитывая специфический характер ротатабельного плана в общем виде, можно также получить формулы для расчета коэффициентов уравнения регрессии и их дисперсий:

$$b_0 = \frac{A}{n} \left[2\lambda^2(k+2)(0y) - 2\lambda c \sum_{i=1}^k (i iy) \right] \quad (2.7)$$

$$b_i = (c/n)(iy); \quad (2.8)$$

$$b_{ii} = \frac{A}{n} \left[c^2 [(k+2)\lambda - k](i iy) + c^2(1-\lambda) \sum_{i=1}^k (i iy) - 2\lambda c(0y) \right]; \quad (2.9)$$

$$b_{iu} = \frac{c^2}{n\lambda} (iuy); \quad (2.10)$$

$$S_{b_0}^2 = \frac{2A\lambda^2(k+2)}{n} S_{\text{восн}}^2; \quad (2.11)$$

$$S_{b_{ii}}^2 = \frac{A[(k+1)\lambda - (k-1)c^2]}{n} S_{\text{восн}}^2; \quad (2.12)$$

$$S_{b_{iu}}^2 = \frac{c^2}{\lambda n} S_{\text{восн}}^2; \quad (2.13)$$

$$\text{где } (0y) = \sum_{j=1}^n x_{0j} y_j; \quad (2.14)$$

$$(i iy) = \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 y_j; \quad (2.15)$$

$$(iy) = \sum_{j=1}^n x_{ij} y_j; \quad (2.16)$$

$$(iuy) = \sum_{j=1}^n x_{ij} x_{uj} y_j; \quad (2.17)$$

$$C = \frac{n}{\sum_{j=1}^n x_{ij}^2 y_j}; \quad (2.18)$$

$$A = \frac{1}{2\lambda[(k+2)\lambda - k]}; \quad (2.19)$$

$$\lambda = \frac{nk}{(k+2)n_1} = \frac{k(n_1 + n_0)}{(k+2)n_1}. \quad (2.20)$$

Значимость коэффициентов проверяем по критерию Стьюдента

$$t_i = \frac{|b_i|}{S_{b_i}} \quad (2.21)$$

Если $t_i > t_{\text{критическое}}(0,05; n_0 - 1)$, то коэффициент считается значимым.

Здесь n_0 – число опытов в центре плана; n_1 – число остальных опытов.

Матрица ротатабельного планирования, оказывается неортогональной, так как

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} x_{uj}^2 \neq 0; \quad \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 x_{uj}^2 \neq 0; \quad i \neq u.$$

Следовательно, если какой-либо из квадратичных эффектов оказался незначимым, то после его исключения коэффициенты уравнения регрессии необходимо пересчитать заново.

При использовании ротатабельных планов второго порядка дисперсию воспроизводимости можно определить по опытам в центре плана. В связи с этим при проверке адекватности уравнения регрессии, полученного по ротатабельному плану второго порядка, поступают следующим образом.

Находят остаточную сумму квадратов

$$S_1^2 = \sum_{j=1}^n (y_j - \tilde{y}_j)^2 \quad (2.22)$$

с числом степеней свободы

$$m_1 = n - l = n - \frac{(k+2)(k+1)}{2}.$$

По опытам в центре плана определяют сумму квадратов воспроизводимости

$$S_2^2 = \sum_{j=1}^{n_0} (y_{0j} - \bar{y}_{0j})^2 \quad (2.23)$$

с числом степеней свободы $m_2 = n_0 - 1$.

Далее находят сумму квадратов, характеризующих неадекватность

$S_3^2 = S_1^2 - S_2^2$, число степеней свободы которой

$$m_3 = m_1 - m_2 = n - \frac{(k+2)(k+1)}{2} - (n_0 - 1).$$

Проверяют адекватность по F -критерию Фишера:

$$F = \frac{S_3^2 / m_3}{S_2^2 / m_2}. \quad (2.24)$$

Уравнение адекватно, если $F < F_{\alpha; m_3; m_2}$.

Если модель второго порядка оказалась неадекватной, следует повторить эксперименты на меньшем интервале варьирования факторов или перенести центр плана в другую точку факторного пространства. В тех случаях, когда адекватность модели по-прежнему не достигается, рекомендуется перейти к планам третьего порядка.

3 КОМПЬЮТЕРНЫЕ МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИНЖЕНЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

3.1 Обзор компьютерных методов статистической обработки результатов эксперимента

С распространением мощных персональных компьютеров стало возможно реализовывать методы расчета, которые раньше считались очень трудоемкими в вычислениях. На рынке программного обеспечения существуют достаточно сложные пакеты прикладных программ, профессионально ориентированные на обработку статистической информации и позволяющие выявлять закономерности на фоне случайностей, делать обоснованные выводы и прогнозы, оценивать вероятности их выполнения. Эти программные среды обладают высокой степенью универсальности, а их применимость и технология использования практически не зависят от предметной области (машиностроение, экономика, медицина и др.).

Тенденцией развития современных компьютерных технологий является объединение (интеграция) функций отдельных пакетов программ (математических, статистических, текстовых, графических, коммуникационных и др.) в так называемые интегрированные компьютерные среды. Эта особенность наиболее четко прослеживается с выходом новых версий популярных программных продуктов, когда возможности существующих программ расширяются за счет включения в них новых функций. В качестве примера можно привести пакет Microsoft Office, включающий в себя наряду со средствами создания и обработки текста (Word), баз данных (Access), презентаций (Power Point) также табличный процессор Excel, предназначенный, вообще говоря, для создания электронных таблиц и манипулирования их данными. В состав Microsoft Excel входит набор средств анализа данных (пакет анализа), предназначенный для решения сложных статистических задач. Несмотря на то, что электронные таблицы уступают по своим возможностям специализированным пакетам статистической обработки данных, изучение возможностей и владение навыками работы с Microsoft Excel делает их мощным инструментом в руках инженера-исследователя.

Компьютерные системы для анализа данных – статистические пакеты (СП) – являются, по сравнению с другими наукоемкими

программами, пожалуй, наиболее широко применяемыми в инженерной практике и исследовательской работе в разнообразных областях человеческой деятельности. Статистический пакет должен удовлетворять определенным требованиям, на которые в первую очередь надо обращать внимание при его выборе:

- использование простого пользовательского интерфейса, основанного на проблемно-ориентированном языке высокого уровня для формулировки задания пользователя;
- модульность программного обеспечения, автоматическая организация процесса обработки данных и связей между модулями пакета;
- развитая система поддержки при выборе способов обработки данных, визуальном отображении результатов и их интерпретации;
- наличие средств сохранения результатов проделанного анализа в виде графиков и таблиц;
- совместимость с другим программным обеспечением.

Современная программа анализа данных, в большинстве случаев, представляет собой электронные таблицы с ограниченными по сравнению с обычными электронными таблицами средствами манипулирования данными, но с достаточно мощными методами расчетов по этим данным. Общая технология статистического анализа данных с использованием статистического пакета включает в себя следующие основные этапы:

- ввод данных в электронную таблицу с исходными данными и их предварительное преобразование перед анализом (структурирование, построение необходимых выборок, ранжирование и т. д.);
- визуализация данных при помощи того или иного типа графиков;
- определение подходящих методов статистической обработки;
- применение конкретной процедуры статистической обработки;
- вывод результатов анализа в виде графиков и электронных таблиц с численной и текстовой информацией;
- подготовка, печать и сохранение отчета.

Для расчетного анализа данных в СП используются отдельные библиотеки модулей. Модуль СП – это внешняя процедура или программа на языке программирования высокого уровня, удовлетворяющая некоторым дополнительным ограничениям,

наиболее важными из которых являются: ограничения на способ аварийного завершения работы модуля; на способы связи по информации, например на допустимость переменных внешнего типа и использование общей области памяти; на возможность передачи управления между модулями с помощью операторов вызова, расположенных в теле модуля; на использование операторов ввода-вывода. Отметим наиболее типовые расчетные модули современных статистических пакетов, которые условно разделим на следующие три группы:

- описательная статистика и разведочный анализ исходных данных;
- статистическое исследование зависимостей;
- вспомогательные программы.

Модуль описательной статистики и разведочного анализа исходных данных позволяет проводить:

- анализ резко выделяющихся наблюдений;
- проверку статистической независимости рядов наблюдений;
- определение основных числовых характеристик и частотную обработку исходных данных (построение гистограмм, полигонов частот, вычисление выборочных средних, дисперсий и т.д.);
- расчет критериев однородности (средних, дисперсий, законов распределения и т.д.);
- определение критериев согласия (хи-квадрат, Колмогорова–Смирнова и др.);
- статистическое оценивание параметров;
- вычисление наиболее распространенных законов распределения вероятностей (нормального, Пуассона, хи-квадрат и некоторых других);
- визуализацию анализируемых многомерных статистических данных.

Модуль статистического исследования зависимостей является достаточно объемной частью любого СП. Он включает в себя решение следующих задач:

- корреляционно-регрессионный анализ;
- дисперсионный анализ;
- планирование регрессионных экспериментов и выборочных обследований и др.

Вспомогательные программы расширяют возможности статистических пакетов и реализуют, в частности, оптимизационные алгоритмы, вычислительные процедуры, основанные на нейросетях и генетических алгоритмах, задачи статистического моделирования на ЭВМ, которые являются полезными составными элементами компьютерных имитационных экспериментов, используемых при анализе сложных реальных систем.

Ниже в табл. 3.1 представлены адреса ресурсов Internet, на которых расположена информация по некоторым распространенным статистическим пакетам.

Таблица 3.1 – Статистические пакеты

Адрес	Название программы	Разработчик
www.statsoft.ru	STATISTICA	StatSoft Inc., США
www.spss.ru	SPSS	SPSS Inc., США
www.stat-graphics.com	STATGRAPHICS Plus	Manugistics Inc.,
www.sas.com	StatView	SAS Institute Inc.,
www.ncss.com	NCSS	NCSS Statistical Software,
www.minitab.com	Minitab	Minitab Inc.
www.insightful.com	S-PLUS	Insightful Corp.
statsoft.msu.ru	STADIA	НПО «Информатика и компьютеры», Россия
www.softsite.ru	Stat-Media	Центр интеллектуальных систем «Метод», Россия
www.megaputer.ru	PolyAnalyst	«Мегапьютер Интеллидженс», Россия

3.2 Статистические функции Microsoft Excel

Пакет Microsoft Excel не предназначен для комплексного статистического анализа данных в отличие от специализированного статистического программного обеспечения, например, пакета STATISTICA. Однако и на базе электронных таблиц можно провести

некоторую статистическую обработку данных для большинства инженерных задач.

Функции, реализующие статистические методы обработки и анализа данных, в Microsoft Excel реализованы в виде специального программного расширения – надстройки «Пакет анализа», которая входит в поставку данного программного продукта и может устанавливаться по желанию пользователя.

В рамках Microsoft Excel с помощью встроенных статистических команд можно провести:

- описательный статистический анализ;
- ранжирование данных;
- графический анализ данных;
- прогнозирование данных;
- регрессионный анализ и др.

В табл. 3.2 приведены в алфавитном порядке некоторые статистические функции, позволяющие пользователю реализовать обработку данных непосредственно на листе электронной таблицы.

Таблица 3.2 – Статистические функции пакета Microsoft Excel

Функция	Назначение функции и ее аргументы
ВЕРОЯТНОСТЬ	Возвращает вероятность того, что значение из интервала находится внутри заданных пределов. Если верхний_предел не задан, то возвращается вероятность того, что значения в аргументе x_интервал равняются значению аргумента нижний_предел. ВЕРОЯТНОСТЬ(x_интервал; интервал_вероятностей; нижний_предел; верхний_предел).
ДИСП	Оценивает дисперсию по выборке ДИСП(число1; число2; ...)
ДИСПР	Вычисляет дисперсию для генеральной совокупности ДИСПР(число1; число2; ...)
ДОВЕРИТ	Возвращает доверительный интервал для среднего генеральной совокупности ДОВЕРИТ(альфа; станд_откл; размер)
КВАДРОТКЛ	Возвращает сумму квадратов отклонений точек данных от их среднего

	КВАДРОТКЛ(число1; число2;...)
КВПИРСОН	Возвращает квадрат коэффициента корреляции Пирсона для точек данных в аргументах известные_значения_u и известные_значения_x КВПИРСОН(известные_значения_u; известные_значения_x)
КОРРЕЛ	Возвращает коэффициент корреляции между интервалами ячеек массив1 и массив2 КОРРЕЛ(массив1; массив2)
ЛГРФПРИБЛ	<p>В регрессионном анализе вычисляет экспоненциальную кривую, аппроксимирующую данные, и возвращает массив значений, описывающий эту кривую. Поскольку данная функция возвращает массив значений, она должна вводиться как формула для работы с массивами. Уравнение кривой следующее:</p> $y = b \cdot m^x \text{ или } y = (b \cdot (m_1 \times x_1) \cdot (m_2 \times x_2) \cdot \dots \cdot (m_n \times x_n))$ <p>(при наличии нескольких значений x), где зависимые значения y являются функцией независимых значений x. Значения m являются основанием для возведения в степень x, а значения b постоянны. Отметим, что y, x и m могут быть векторами. Функция ЛГРФПРИБЛ возвращает массив {m_n; m_n-1; ... ; m₁; b}.</p> <p>ЛГРФПРИБЛ(известные_значения_u; известные_значения_x; конст; статистика)</p>
ЛИНЕЙН	Рассчитывает статистику для ряда с применением метода наименьших квадратов, чтобы вычислить прямую линию, которая наилучшим образом аппроксимирует имеющиеся данные. Функция возвращает массив, который описывает полученную прямую. Поскольку возвращается массив значений, функция должна задаваться в виде

	<p>формулы массива. ЛИНЕЙН(известные_значения_u; известные_значения_x; конст; статистика)</p>
МАКС	<p>Возвращает наибольшее значение из набора значений МАКС(число1;число2; ...)</p>
МЕДИАНА	<p>Возвращает медиану заданных чисел МЕДИАНА(число1; число2; ...)</p>
МИН	<p>Возвращает наименьшее значение в списке аргументов МИН(число1; число2; ...)</p>
МОДА	<p>Возвращает наиболее часто встречающееся или повторяющееся значение в массиве или интервале данных МОДА(число1; число2; ...)</p>
НАКЛОН	<p>Возвращает наклон линии линейной регрессии для точек данных в аргументах известные_значения_u и известные_значения_x. Наклон определяется как частное от деления расстояния по вертикали на расстояние по горизонтали между двумя любыми точками прямой, то есть наклон – это скорость изменения значений вдоль прямой НАКЛОН(известные_значения_u; известные_значения_x)</p>
НОРМАЛИЗАЦИЯ	<p>Возвращает нормализованное значение для распределения, характеризуемого средним и стандартным отклонением НОРМАЛИЗАЦИЯ(x; среднее; стандартное_откл)</p>
НОРМОБР	<p>Возвращает обратное нормальное распределение для указанного среднего и стандартного отклонения НОРМОБР(вероятность; среднее; стандартное_откл)</p>
НОРМРАСП	<p>Возвращает значение нормальной функции распределения для указанного среднего и стандартного отклонения</p>

	НОРМРАСП(х; среднее; стандартное_откл; интегральная)
НОРМСТОБР	Возвращает обратное значение стандартного нормального распределения и НОРМСТОБР(вероятность)
НОРМСТРАСП	Возвращает стандартное нормальное интегральное распределение. Это распределение имеет среднее, равное нулю, и стандартное отклонение, равное единице. Эта функция используется вместо таблицы для стандартной нормальной кривой НОРМСТРАСП(u)
ОТРЕЗОК	Вычисляет точку пересечения линии с осью y, используя известные значения x и известные значения y ОТРЕЗОК(известные значения x; известные значения y)
ПИРСОН	Возвращает коэффициент корреляции Пирсона r (выборочный коэффициент корреляции), безразмерный индекс в интервале от -1,0 до 1,0 включительно ПИРСОН(массив1; массив2)
СРГЕОМ	Возвращает среднее геометрическое значений массива или интервала положительных чисел СРГЕОМ(число1; число2; ...)
СРЗНАЧ	Возвращает среднее арифметическое своих аргументов СРЗНАЧ(число1; число2; ...)
СРОТКЛ	Среднее абсолютных значений отклонений точек данных от среднего СРОТКЛ(число1; число2; ...)
СТАНДОТКЛОН	Оценивает стандартное отклонение по выборке СТАНДОТКЛОН(число1; число2; ...)
СТАНДОТКЛОНП	Вычисляет стандартное отклонение по генеральной совокупности СТАНДОТКЛОНП(число1; число2; ...)
СТЬЮДРАСП	Возвращает t-распределение Стьюдента СТЬЮДРАСП(х; степени_свободы; хвосты)

СТЮДРАСПОБР	Возвращает обратное распределение Стьюдента для заданного числа степеней свободы СТЮДРАСПОБР(вероятность; степени_свободы)
ТЕНДЕНЦИЯ	Определяет предсказанные значения в соответствии с линейным трендом для заданного массива (методом наименьших квадратов) ТЕНДЕНЦИЯ(известные_значения_y; известные_значения_x; новые_значения_x; конст)
ТТЕСТ	Возвращает вероятность, соответствующую критерию Стьюдента ТТЕСТ(массив1; массив2; хвосты; тип)
ФИШЕР	Возвращает преобразование Фишера для аргумента x ФИШЕР(x)
ФИШЕРОБР	Возвращает обратное преобразование Фишера ФИШЕРОБР(y)
ХИ2ОБР	Возвращает значение обратное к односторонней вероятности распределения χ^2 (хи-квадрат) ХИ2ОБР(вероятность; степени_свободы)
ХИ2РАСП	Возвращает одностороннюю вероятность (P) распределения χ^2 (хи-квадрат, распределения Пирсона) ХИ2РАСП(x; степени_свободы)
ЧАСТОТА	Вычисляет частоту появления значений в интервале значений и возвращает массив цифр ЧАСТОТА(массив_данных; массив_карманов)
ЭКСЦЕСС	Возвращает эксцесс множества данных ЭКСЦЕСС(число1; число2; ...)
ФРАСП	Возвращает F-распределение вероятности (распределение Фишера) ФРАСП(x;степени_свободы1;степени_свободы 2)
ФРАСПОБР	Возвращает обратное значение для F-распределения вероятностей (критерий

	Фишера) FРАСПОБР(вероятность;степени_свободы1;степени_свободы2)
--	--

4 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «РОТАТАБЕЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ВТОРОГО ПОРЯДКА»

Цель работы. Приобретение практических навыков по математической обработке экспериментальных данных методом центрального ротатабельного планирования второго порядка.

Постановка задачи

1. Выбрать основные факторы и их уровни (три фактора).
2. Принять план проведения эксперимента и провести эксперимент.
3. Определить коэффициенты уравнения регрессии.
4. Провести статистический анализ результатов эксперимента.
5. Проанализировать полученное уравнение на экстремум.

Варианты задания

Исходные данные для выполнения работы делятся на общие и базовые данные для расчета.

Общие данные

Значения нулевых уровней факторов:

$$x_{01}=0,3; x_{02}=2; x_{03}=15.$$

Значения интервалов варьирования:

$$E_1=0,1; E_2=0,5; E_3=5.$$

В расчетах используется 5% уровень значимости.

Из таблицы 2.1 имеем для трехфакторного эксперимента:

- $K=3$ – количество факторов;
- $KPR=0$ (полный факторный эксперимент);
- число точек ядра $NC=8$;
- число центральных точек $N0=6$;
- общее число опытов $NI=20$;
- величина плана для звездных точек $Z=1,68179$;
- число звездных точек равно $NI-NC-N0=20-8-6=6$.

Так как $KP=K-KPR=3-0=3$, то план эксперимента использовать из таблицы 2.3.

Базовые данные

Номер таблицы базовых данных выбирается порядкового номера записи студента в учебном журнале группы.

Вариант 1

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	46,7	42,0	40,0	35,4	39,5	35,3	33,4	29,5	41,1	43,1
y₂	46,9	42,1	39,9	35,5	39,6	35,5	33,6	29,6	41,0	43,3
y₃	46,8	41,9	39,8	35,3	39,7	35,4	33,5	29,7	41,2	43,2

Продолжение 1

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	43,2	34,0	32,6	32,3	37,3	37,2	37,2	37,4	37,1	37,2
y₂	43,3	34,1	32,5	32,5	37,2	37,3	37,1	37,2	37,0	37,3
y₃	43,4	33,9	32,4	32,4	37,1	37,1	37,0	37,3	37,2	37,4

Вариант 2

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	43,7	40,4	36,8	33,7	36,4	33,7	30,2	28,1	37,4	40,9
y₂	43,6	40,5	36,6	33,9	36,3	33,8	30,3	27,9	37,5	40,8
y₃	43,5	40,3	36,7	33,8	36,5	33,9	30,4	28,0	37,3	40,7

Продолжение 2

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	40,8	32,8	30,1	30,1	34,8	34,7	34,7	34,8	34,9	34,6
y₂	41,0	32,9	30,2	30,0	34,9	34,8	34,6	35,0	34,8	34,7
y₃	40,9	33,0	30,0	29,9	34,7	34,9	34,8	34,9	35,0	34,8

Вариант 3

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	42,7	38,0	37,6	32,9	37,7	33,4	32,4	28,3	38,6	39,9
y₂	42,8	38,1	37,4	33,0	37,5	33,3	32,3	28,5	36,8	39,8
y₃	42,9	37,9	37,5	33,1	37,6	33,5	32,2	28,4	38,7	39,7

Продолжение 3

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	39,6	31,5	31,2	31,2	34,8	34,8	34,8	34,6	34,9	34,7
y₂	39,5	31,6	31,0	31,4	34,9	34,7	34,6	34,7	35,0	34,9
y₃	39,7	31,7	31,1	31,3	35,0	34,9	34,7	34,8	34,8	34,8

Вариант 4

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	44,5	40,7	37,5	34,2	38,3	34,9	32,2	29,1	29,0	41,8
y₂	44,3	40,9	37,6	34,1	38,4	34,8	32,4	29,0	29,1	41,7
y₃	44,4	40,8	37,4	34,3	38,5	34,7	32,3	28,9	28,9	41,9

Продолжение 4

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	41,3	33,3	31,3	31,8	36,0	35,8	35,6	35,7	36,0	35,7
y₂	41,2	33,4	31,1	31,7	35,9	35,7	35,8	35,6	35,8	35,8
y₃	41,1	33,5	31,2	31,9	35,8	35,9	35,7	35,8	35,9	35,9

Вариант 5

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	45,2	41,7	38,2	35,1	37,9	35,0	31,9	29,1	38,8	42,4
y₂	45,1	41,5	38,3	34,9	38,1	35,1	31,8	29,2	38,9	42,2
y₃	45,3	41,6	38,4	35,0	38,0	34,9	32,0	29,3	39,0	42,3

Продолжение 5

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	42,5	33,7	31,6	31,6	36,5	36,2	36,1	36,2	36,4	36,4
y₂	42,3	33,8	31,7	31,4	36,4	36,3	36,3	36,1	36,2	36,5
y₃	42,4	33,9	31,5	31,5	36,3	36,4	36,2	36,3	36,3	36,3

Вариант 6

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	45,1	41,3	38,9	35,0	38,1	34,6	32,4	29,2	39,5	41,8
y₂	45,2	41,2	38,8	34,8	38,0	34,5	32,5	29,0	39,7	41,7
y₃	45,3	41,1	39,0	34,9	37,9	34,7	32,6	20,1	39,6	41,9

Продолжение 6

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	42,4	33,5	31,9	31,5	36,2	36,3	36,1	36,2	36,2	36,0
y₂	42,3	33,7	32,0	31,4	36,4	36,2	36,0	36,3	36,1	36,2
y₃	42,2	33,6	31,8	31,3	36,3	36,1	36,2	36,4	36,3	36,1

Вариант 7

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	41,3	39,1	34,4	32,6	35,2	33,3	29,2	27,5	35,3	39,5
y₂	41,2	39,3	34,2	32,7	35,3	33,1	29,1	27,4	35,4	39,3
y₃	41,1	39,2	34,3	32,5	35,1	33,2	29,0	27,3	35,2	39,4

Продолжение 7

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	38,7	32,3	28,6	29,3	33,4	33,4	33,2	33,4	33,4	33,4
y₂	38,8	32,2	28,8	29,4	33,3	33,5	33,4	33,2	33,5	33,3
y₃	38,9	32,4	28,7	29,5	33,5	33,6	33,3	33,3	33,6	33,5

Вариант 8

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	42,9	40,3	35,9	33,7	36,9	34,3	30,7	28,7	36,9	40,9
y₂	42,7	40,4	36,0	33,8	36,7	34,5	30,8	28,6	36,7	40,8
y₃	42,8	40,5	35,8	33,9	36,8	34,4	30,6	28,8	36,8	41,0

Продолжение 8

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	40,3	33,3	30,2	31,0	34,8	34,8	34,9	35,0	34,9	34,9
y₂	40,4	33,2	30,3	30,8	34,9	34,7	35,1	34,9	34,7	34,9
y₃	40,2	33,1	30,4	30,9	35,0	34,9	35,0	34,8	34,8	35,0

Вариант 9

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	41,1	36,2	36,4	32,1	35,8	31,7	31,2	27,5	37,4	37,8
y₂	41,2	36,3	36,6	31,9	35,9	31,8	31,3	27,3	37,3	37,9
y₃	41,0	36,4	36,5	32,0	36,0	31,6	31,4	27,4	37,2	37,7

Продолжение 9

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	38,2	30,1	30,2	30,0	33,4	33,5	33,2	33,3	33,4	33,5
y₂	38,3	30,2	30,4	29,9	33,3	33,4	33,4	33,4	33,2	33,4
y₃	38,1	30,3	30,3	29,8	33,5	33,6	33,3	33,5	33,3	33,6

Вариант 10

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	41,9	39,5	35,7	33,4	34,7	33,0	29,2	27,6	35,9	39,3
y₂	42,1	39,6	35,8	33,3	34,8	33,1	29,4	27,4	35,8	39,4
y₃	42,0	39,7	35,6	33,2	34,9	32,9	29,3	27,5	36,0	39,5

Продолжение 10

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	39,8	32,6	29,5	28,9	33,7	33,9	34,0	33,8	33,9	33,7
y₂	39,9	32,4	29,6	29,0	33,6	33,8	33,8	34,0	33,8	33,8
y₃	40,0	32,5	29,4	29,1	33,8	33,7	33,9	33,9	33,7	33,6

Вариант 11

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	43,7	40,7	37,3	34,4	36,5	34,3	31,0	28,7	37,5	41,0
y₂	43,6	40,9	37,4	34,5	36,3	34,2	30,8	28,6	37,3	40,9
y₃	43,5	40,8	37,2	34,6	36,4	34,1	30,9	28,8	37,4	40,8

Продолжение 11

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	41,4	33,3	31,0	30,4	35,3	35,1	35,4	35,2	35,2	35,3
y₂	41,3	33,4	31,1	30,6	35,2	35,3	35,5	35,4	35,3	35,4
y₃	41,5	33,5	30,9	30,5	35,4	35,2	35,3	35,3	35,1	35,5

Вариант 12

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	42,8	39,9	36,6	33,6	36,8	33,9	31,4	28,4	37,5	40,4
y₂	42,9	40,0	36,4	33,7	36,7	34,0	31,2	28,5	37,6	40,5
y₃	42,7	40,1	36,5	33,8	36,9	34,1	31,3	28,6	37,4	40,6

Продолжение 12

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	40,1	33,1	30,6	30,9	35,0	35,1	35,0	34,8	35,0	34,9
y₂	40,3	33,0	30,5	30,8	34,8	35,0	34,9	34,7	34,9	34,7
y₃	40,2	32,9	30,7	30,7	34,9	34,9	35,1	34,9	34,8	34,8

Вариант 13

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	41,9	40,0	35,0	33,3	34,9	33,4	28,8	27,6	35,1	39,9
y₂	42,1	40,1	35,1	33,5	34,8	33,3	28,6	27,7	35,2	40,0
y₃	42,0	39,9	35,2	33,4	34,7	33,5	28,7	27,5	35,3	39,8

Продолжение 13

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	39,9	32,9	29,1	29,1	33,8	33,9	34,0	34,0	33,7	33,8
y₂	40,1	32,8	29,2	29,0	34,0	33,8	34,1	34,1	33,8	34,0
y₃	40,0	32,7	29,3	29,2	33,9	33,7	33,9	33,9	33,9	33,9

Вариант 14

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	45,2	40,2	38,9	34,5	38,0	33,7	32,6	28,5	39,7	41,1
y₂	45,0	40,3	38,8	34,3	37,9	33,8	32,5	28,7	39,8	41,2
y₃	45,1	40,4	39,0	34,4	37,8	33,6	32,4	28,6	39,6	41,3

Продолжение 14

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	42,0	32,7	31,7	30,9	35,7	35,8	35,9	35,7	35,8	35,7
y₂	41,8	32,6	31,8	31,0	35,9	35,7	35,8	35,8	36,0	35,8
y₃	41,9	32,5	31,6	31,1	35,8	35,6	36,0	35,9	35,9	35,6

Вариант 15

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	42,1	37,8	36,7	32,7	36,9	33,1	31,6	28,3	37,7	39,3
y₂	41,9	37,7	36,8	32,8	36,8	33,3	41,4	28,1	37,6	39,4
y₃	42,0	37,9	36,6	32,9	36,7	33,2	31,5	28,2	37,5	39,5

Продолжение 15

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	39,2	31,5	30,8	30,8	34,3	34,5	34,6	34,3	34,5	34,4
y₂	39,3	31,4	30,7	31,0	34,4	34,4	34,4	34,2	34,4	34,6
y₃	39,1	31,6	30,6	30,9	34,2	34,3	34,5	34,4	34,3	34,5

Вариант 16

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	41,1	37,2	36,4	32,4	36,1	32,5	31,3	27,9	37,1	38,5
y₂	41,2	37,3	36,6	32,6	36,0	32,6	31,4	27,8	37,3	38,3
y₃	41,3	37,1	36,5	32,5	35,9	32,7	31,2	28,0	37,2	38,4

Продолжение 16

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	38,5	31,3	30,5	30,4	33,9	33,9	33,7	33,8	33,7	33,8
y₂	38,6	31,2	30,4	30,2	33,8	33,8	33,6	34,0	33,8	33,6
y₃	38,7	31,1	30,6	30,3	33,7	34,0	33,8	33,9	33,9	33,7

Вариант 17

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	45,8	40,9	39,0	34,3	39,0	34,9	33,0	29,0	40,3	42,4
y₂	45,9	41,1	38,9	34,4	39,2	34,8	33,1	29,2	40,5	42,5
y₃	45,7	41,0	38,8	34,5	39,1	35,0	32,9	29,1	40,4	42,6

Продолжение 17

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	42,0	33,3	31,9	32,0	36,6	36,3	36,4	36,6	36,3	36,6
y₂	42,1	33,2	31,7	32,1	36,7	36,4	36,6	36,4	36,4	36,5
y₃	42,2	33,4	31,8	32,2	36,5	36,5	36,5	36,5	36,5	36,7

Вариант 18

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	43,6	39,5	38,0	33,9	36,2	32,8	31,6	28,0	38,2	39,9
y₂	43,4	39,6	37,9	34,0	36,4	32,9	31,5	28,2	38,3	39,7
y₃	43,5	39,4	37,8	33,8	36,3	33,0	31,4	28,1	38,1	39,8

Продолжение 18

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	40,9	32,3	31,2	29,9	34,7	34,9	34,8	34,9	34,7	34,8
y₂	41,0	32,2	31,0	30,0	34,8	34,8	34,6	35,0	34,8	35,0
y₃	40,8	32,1	31,1	30,1	34,6	34,7	34,7	34,8	34,9	34,9

Вариант 19

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	38,8	33,9	33,4	28,9	36,6	32,3	31,4	27,5	36,4	37,6
y₂	38,7	34,0	33,6	29,1	36,5	32,4	31,2	27,4	36,6	37,7
y₃	38,9	34,1	33,5	29,0	36,7	32,5	31,3	27,3	36,5	37,5

Продолжение 19

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	34,1	29,5	28,9	30,8	32,5	32,6	32,5	32,7	32,6	32,5
y₂	34,2	29,4	28,8	31,0	32,6	32,8	32,6	32,8	32,5	32,7
y₃	34,0	29,3	29,0	30,9	32,4	32,7	32,7	32,6	32,4	32,6

Вариант 20

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	42,7	38,0	35,8	31,5	38,7	34,4	32,4	28,6	38,7	40,9
y₂	42,8	38,1	36,0	31,4	38,5	34,5	32,5	28,5	38,5	41,0
y₃	42,9	37,9	35,9	31,3	38,6	34,3	32,6	28,7	38,6	41,1

Продолжение 20

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	37,8	31,8	30,4	32,1	34,9	35,1	35,0	35,1	35,0	34,9
y₂	37,7	31,9	30,3	31,9	35,0	35,2	35,1	34,9	34,9	34,8
y₃	37,9	31,7	30,2	32,0	35,1	35,0	35,2	35,0	34,8	35,0

Вариант 21

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	41,9	36,9	36,6	31,9	37,1	32,9	31,8	27,8	38,1	39,2
y₂	41,8	37,0	36,5	32,0	37,2	33,0	31,7	27,0	37,9	39,0
y₃	41,7	37,1	36,4	32,1	37,0	32,8	31,9	27,9	38,0	39,1

Продолжение 21

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	38,4	30,9	30,3	31,1	34,1	34,2	34,0	34,1	34,2	34,0
y₂	38,3	31,0	30,4	31,0	34,3	34,0	34,1	34,0	34,3	34,1
y₃	38,5	30,8	30,5	30,9	34,2	34,1	34,2	33,9	34,1	33,9

Вариант 22

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	44,2	40,3	37,8	33,9	37,5	34,0	31,9	28,7	38,8	41,0
y₂	44,1	40,1	38,0	34,0	37,6	34,1	32,0	28,6	39,0	41,2
y₃	44,3	40,2	37,9	33,8	37,4	34,2	32,1	28,5	38,9	41,1

Продолжение 22

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	41,1	32,9	31,1	31,0	35,6	35,5	35,3	35,6	35,5	35,4
y₂	41,2	32,8	31,2	31,2	35,5	35,6	35,4	35,5	35,4	35,6
y₃	41,0	33,0	31,3	31,1	35,4	35,7	35,5	35,7	35,3	35,5

Вариант 23

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	39,6	36,5	34,2	31,5	34,5	31,8	29,1	26,7	34,9	37,5
y₂	39,5	36,4	34,4	31,3	34,4	31,7	29,2	26,8	35,1	37,3
y₃	39,7	36,3	34,3	31,4	34,3	31,9	29,0	26,9	35,0	37,4

Продолжение 23

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	37,3	30,5	28,7	28,8	32,8	32,7	32,6	32,9	32,7	32,9
y₂	37,2	30,6	28,8	28,9	33,0	32,9	32,7	32,8	32,6	32,8
y₃	37,1	30,4	28,6	29,0	32,9	32,8	32,8	33,0	32,8	32,7

Вариант 24

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	39,1	37,3	32,2	30,7	33,2	31,2	27,0	25,5	33,2	37,5
y₂	39,3	37,1	32,3	30,6	33,1	31,3	27,1	25,4	33,4	37,3
y₃	39,2	37,2	32,4	30,5	33,3	31,1	27,2	25,3	33,3	37,4

Продолжение 24

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	36,7	30,4	26,7	27,4	33,5	33,3	33,2	33,4	33,5	33,5
y₂	36,8	30,3	26,6	27,5	33,4	33,4	33,4	33,2	33,4	33,6
y₃	36,9	30,2	26,8	27,3	33,3	33,5	33,3	33,3	33,6	33,4

Вариант 25

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	39,2	35,3	34,4	30,6	33,9	30,7	29,3	25,9	35,3	36,3
y₂	39,1	35,1	34,6	30,4	34,0	30,6	29,2	25,8	35,2	36,5
y₃	39,3	35,2	34,5	30,5	34,1	30,5	29,4	26,0	35,1	36,4

Продолжение 25

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	36,5	29,1	28,6	28,3	31,9	31,6	31,7	31,8	32,0	31,8
y₂	36,7	29,2	28,5	28,2	32,0	31,8	31,8	31,7	31,8	31,7
y₃	36,6	29,3	28,4	28,4	31,8	31,7	31,9	31,6	31,9	31,9

Вариант 26

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	40,7	38,4	34,0	31,7	34,8	32,5	28,8	26,6	34,7	38,8
y₂	40,8	38,5	33,8	31,8	34,7	32,3	28,7	26,5	34,9	38,9
y₃	40,9	38,3	33,9	31,9	34,9	32,4	28,6	26,7	34,8	39,0

Продолжение 26

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	38,3	31,1	28,4	28,9	32,8	32,8	33,1	32,7	33,0	32,8
y₂	38,4	31,3	28,3	28,8	32,9	32,9	32,9	32,8	32,9	33,0
y₃	38,2	31,2	28,2	29,0	32,7	33,0	33,0	32,9	33,1	32,9

Вариант 27

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	36,8	32,0	31,4	27,1	34,5	30,5	29,2	25,5	34,5	35,6
y₂	36,9	31,9	31,5	27,0	34,7	30,3	29,3	25,4	34,6	35,5
y₃	36,7	32,1	31,6	26,9	34,6	30,4	29,4	25,3	34,4	35,7

Продолжение 27

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	32,0	27,5	27,0	28,8	30,5	30,5	30,7	30,5	30,6	30,8
y₂	32,1	27,4	26,8	29,9	30,4	30,6	30,6	30,6	30,5	30,6
y₃	32,2	27,3	26,9	28,9	30,6	30,4	30,5	30,7	30,7	30,7

Вариант 28

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	40,9	36,1	33,9	29,3	36,5	32,5	30,4	26,6	36,9	39,1
y₂	40,8	35,9	34,0	29,4	36,7	32,3	30,5	26,7	36,8	39,0
y₃	40,7	36,0	33,8	29,5	36,6	32,4	30,6	26,5	37,0	38,9

Продолжение 28

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	35,7	29,9	28,4	30,0	32,9	33,1	32,9	32,9	33,2	33,0
y₂	35,9	29,7	28,3	29,9	33,0	33,0	33,0	32,8	33,0	33,2
y₃	35,8	29,8	28,2	30,1	33,1	32,9	32,8	33,0	33,1	33,1

Вариант 29

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	37,6	34,3	32,4	29,5	32,3	29,8	27,0	24,9	33,0	35,5
y₂	37,7	34,4	32,2	29,3	32,4	29,7	27,2	24,8	33,1	35,4
y₃	37,5	34,5	32,3	29,4	32,5	29,9	27,1	24,7	32,9	35,3

Продолжение 29

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	35,1	28,6	26,7	26,8	30,9	31,0	30,7	30,7	30,8	30,9
y₂	35,3	28,5	26,6	26,9	30,7	30,9	30,8	30,6	30,9	30,7
y₃	35,2	28,4	26,8	27,0	30,8	30,8	30,6	30,6	31,0	30,8

Вариант 30

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y₁	27,3	23,3	21,5	17,8	21,4	18,2	16,2	13,0	22,4	24,5
y₂	27,2	23,5	21,4	17,6	21,5	18,3	16,0	13,1	22,2	24,6
y₃	27,1	23,4	21,3	17,7	21,6	18,4	16,1	13,05	22,3	24,7

Продолжение 30

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y₁	24,3	16,6	15,35	15,6	19,2	19,4	19,3	19,3	19,2	19,4
y₂	24,5	16,55	15,3	15,7	19,3	19,3	19,1	19,2	19,4	19,3
y₃	24,4	16,5	15,4	15,5	19,4	19,5	19,2	19,1	19,3	19,5

Требования к отчету

1. Название лабораторной работы.
2. Цель работы
3. Постановка задачи.
4. Описания порядка выполнения работы.
5. Привести все расчетные математические формулы.
6. Представить лист Excel с расчетами в обычном режиме
7. Представить лист Excel с расчетами в режиме формул
8. Выводы

Вопросы для защиты

1. Чем отличается качественный эксперимент от количественного эксперимента?
2. Дайте определения следующим понятиям:
 - опыт;
 - фактор;
 - уровень фактора;
 - отклик;
 - функция отклика.
3. Чем отличается активный эксперимент от пассивного эксперимента?
4. Что такое план эксперимента?
5. Что такое планирование эксперимента?
6. Укажите регрессионную модель (модель регрессионного анализа).
7. Что обеспечивает использование теории планирования эксперимента ?
8. Из каких этапов состоит нахождение уравнения регрессии методом планирования экспериментов ?
9. Что называют ротатабельным планирование?

Пример выполнения работы

Работу будем выполнять с помощью электронной таблицы MS Excel.

Исходные данные для расчета.

Значения нулевых уровней факторов:

$$x_{01}=0,3; x_{02}=2; x_{03}=15.$$

Значения интервалов варьирования:

$$E_1=0,1; E_2=0,5; E_3=5.$$

В расчетах используется 5% уровень значимости.

Из таблицы 2.1 имеем для трехфакторного эксперимента:

- $K=3$ – количество факторов;
- $KPR=0$ (полный факторный эксперимент);
- число точек ядра $NC=8$;
- число центральных точек $N0=6$;
- общее число опытов $NI=20$;
- величина плана для звездных точек $Z=1,68179$;
- число звездных точек равно $NI-NC-N0=20-8-6=6$.

Так как $KP=K-KPR=3-0=3$, то план эксперимента использовать из таблицы 2.3.

В качестве базовых данных возьмем следующую таблицу

Вариант XX

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_1	42,3	38,3	36,5	32,8	36,4	33,2	31,2	28	37,4	39,5
y_2	42,2	38,5	36,4	32,6	36,5	33,3	31	28,1	37,2	39,6
y_3	42,1	38,4	36,3	32,7	36,6	33,4	31,1	28,05	37,3	39,7

Продолжение XX

№ опыта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y_1	39,3	31,6	30,35	30,6	34,2	34,4	34,3	34,3	34,2	34,4
y_2	39,5	31,55	30,3	30,7	34,3	34,3	34,1	34,2	34,4	34,3
y_3	39,4	31,5	30,4	30,5	34,4	34,5	34,2	34,1	34,3	34,5

Порядок выполнения в Excel

1. Ввод исходных данных. На рисунке 4.1 показаны исходные данные в Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
3	k	3	число факторов							
4	a	1,681792831	звездное плечо							
5	n _k	6	число звездных точек							
6	l	0,838516481	константа							
7	n ₀	6	число опытов в центре							
8	N	20	общее число строк плана							
9	l	0,857142857	пересчитанная константа							
10	X01	0,30	E1		0,1					
11	X02	2,00	E2		0,5					
12	X03	15,00	E3		5					

	A	B	C	D
3	k	3	число факторов	
4	a	=2^(B3/4)	звездное плечо	
5	n _k	=2*B3	число звездных точек	
6	l	=(B3+3+(9*B3*B3+14*B3-7)^(1/2))/(4*(B3+2))	константа	
7	n ₀	=ОКРУГЛВВЕРХ((2^B3+2*(2^B3)^(1/2))^2*B6/2^B3-2^B3;0)	число опытов в центре	
8	N	=2^B3+B5+B7	общее число строк плана	
9	l	=(B3*B8)/((B3+2)*(B8-B7))	пересчитанная константа	
10	X01	0,3	E1	0,1
11	X02	2	E2	0,5
12	X03	15	E3	5

Рисунок 4.1 – Исходные данные

2. Для проведения эксперимента переход от кодированных значений переменных к натуральным осуществить с использованием зависимостей (2.6) На рисунке 4.2 показан этот переход. В ячейках B14:24, E14:19 находятся формулы 2.6.

14	X01{-1}	0,20	X02{-1}	1,50
15	X01{+1}	0,40	X02{+1}	2,50
16	X010	0,30	X020	2,00
17	ES	0,1	em	0,5
18	X01{-a}	0,131820717	X02{-a}	1,159103585
19	X01{+a}	0,468179283	X02{+a}	2,840896415
20	X03{-1}	10,00		
21	X03{+1}	20,00		
22	X03{-a}	6,591035847		
23	X03{+a}	23,40896415		
24	X030	15,00		

	A	B	C	D	E
14	X01{-1}	=-D10+B10		X02{-1}	=-D11+B11
15	X01{+1}	=D10+B10		X02{+1}	=D11+B11
16	X010	=B10		X020	=B11
17	ES	=B15-B16		em	=E15-E16
18	X01{-a}	=-D10*B4+B10		X02{-a}	=-D11*B4+B11
19	X01{+a}	=D10*B4+B10		X02{+a}	=D11*B4+B11
20	X03{-1}	=-D12+B12			
21	X03{+1}	=D12+B12			
22	X03{-a}	=-D12*B4+B12			
23	X03{+a}	=D12*B4+B12			

Рисунок 4.2 – Переход от кодированных значений переменных к натуральным

3. Так как $KP=K-KPR=3-0=3$, то план эксперимента использовать из таблицы 2.3, который представлен на рисунке 4.3

	A	B	C	D	E
24	X030	15,00			
25	Матрица планирования эксперимента				
26					
27					
28	Название части плана	Номер опыта	Уровни фактора		
29			X1	X2	X3
30	План Z ³ "ядро плана" N=8	1	1	1	1
31		2	-1	1	1
32		3	1	-1	1
33		4	-1	-1	1
34		5	1	1	-1
35		6	-1	1	-1
36		7	1	-1	-1
37		8	-1	-1	-1
38	"Звездные точки" n _z =6 a=1,682	9	1,681792831	0	0
39		10	0	1,681792831	0
40		11	0	0	1,681792831
41		12	-1,681792831	0	0
42		13	0	-1,681792831	0
43		14	0	0	-1,681792831
44	"Нулевые точки" n ₀ =6	15	0	0	0
45		16	0	0	0
46		17	0	0	0
47		18	0	0	0
48		19	0	0	0
49		20	0	0	0

Рисунок 4.3 – Матрица планирования эксперимента

4. Составить рабочую матрицу с результатами проведения эксперимента, содержащую натуральные значения факторов (см рис. 4.4). Столбец Y_j среднее значение трех наблюдений.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
51	Рабочая матрица с результатами проведения эксперимента 2-го порядка, содержащая натуральные значения факторов								
52									
53	N	X01	X02	X03	t̄	t̄	t̄	Y _j	
54	1	0,4	2,5	20	42,3	42,2	42,1	42,2	
55	2	0,4	2,5	20	38,3	38,5	38,4	38,4	
56	3	0,4	2,5	20	36,5	36,4	36,3	36,4	
57	4	0,4	2,5	20	32,8	32,6	32,7	32,7	
58	5	0,4	2,5	20	36,4	36,5	36,6	36,5	
59	6	0,4	2,5	20	33,2	33,3	33,4	33,3	
60	7	0,4	2,5	20	31,2	31	31,1	31,1	
61	8	0,4	2,5	20	28	28,1	28,05	28,05	
62	9	0,468179283	2	15	37,4	37,2	37,3	37,3	
63	10	0,3	2,840896415	23,40896415	39,5	39,6	39,7	39,6	
64	11	0,3	2	15	39,3	39,5	39,4	39,4	
65	12	0,131820717	2	15	31,6	31,55	31,5	31,55	
66	13	0,3	1,159103585	6,591035847	30,35	30,3	30,4	30,35	
67	14	0,3	2	15	30,6	30,7	30,5	30,6	
68	15	0,3	2	15	34,2	34,3	34,4	34,3	
69	16	0,3	2	15	34,4	34,3	34,5	34,4	
70	17	0,3	2	15	34,3	34,1	34,2	34,2	
71	18	0,3	2	15	34,3	34,2	34,1	34,2	
72	19	0,3	2	15	34,2	34,4	34,3	34,3	
73	20	0,3	2	15	34,4	34,3	34,5	34,4	

	A	B	C	D	E	F	G	H
51	Рабочая матрица с результатами проведения эксперимента 2-го порядка, содержащая натуральные з							
52								
53	N	=A10	=A11	=A12	t̄	t̄	t̄	Y _j
54	1	=ЕСЛИ(C30="-";\$B\$14;\$B\$15)	=ЕСЛИ(D30="-";\$E\$14;\$E\$15)	=ЕСЛИ(E30="-";\$B\$20;\$B\$21)	42,3	42,2	42,1	=СУММ(E54;G54)/3
55	2	=ЕСЛИ(C31="-";\$B\$14;\$B\$15)	=ЕСЛИ(D31="-";\$E\$14;\$E\$15)	=ЕСЛИ(E31="-";\$B\$20;\$B\$21)	38,3	38,5	38,4	=СУММ(E55;G55)/3
56	3	=ЕСЛИ(C32="-";\$B\$14;\$B\$15)	=ЕСЛИ(D32="-";\$E\$14;\$E\$15)	=ЕСЛИ(E32="-";\$B\$20;\$B\$21)	36,5	36,4	36,3	=СУММ(E56;G56)/3
57	4	=ЕСЛИ(C33="-";\$B\$14;\$B\$15)	=ЕСЛИ(D33="-";\$E\$14;\$E\$15)	=ЕСЛИ(E33="-";\$B\$20;\$B\$21)	32,8	32,6	32,7	=СУММ(E57;G57)/3
58	5	=ЕСЛИ(C34="-";\$B\$14;\$B\$15)	=ЕСЛИ(D34="-";\$E\$14;\$E\$15)	=ЕСЛИ(E34="-";\$B\$20;\$B\$21)	36,4	36,5	36,6	=СУММ(E58;G58)/3
59	6	=ЕСЛИ(C35="-";\$B\$14;\$B\$15)	=ЕСЛИ(D35="-";\$E\$14;\$E\$15)	=ЕСЛИ(E35="-";\$B\$20;\$B\$21)	33,2	33,3	33,4	=СУММ(E59;G59)/3
60	7	=ЕСЛИ(C36="-";\$B\$14;\$B\$15)	=ЕСЛИ(D36="-";\$E\$14;\$E\$15)	=ЕСЛИ(E36="-";\$B\$20;\$B\$21)	31,2	31	31,1	=СУММ(E60;G60)/3
61	8	=ЕСЛИ(C37="-";\$B\$14;\$B\$15)	=ЕСЛИ(D37="-";\$E\$14;\$E\$15)	=ЕСЛИ(E37="-";\$B\$20;\$B\$21)	28	28,1	28,05	=СУММ(E61;G61)/3

	A	B	C	D	E	F	G	H
62	9	=ЕСЛИ(C38=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(C38=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D38=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D38=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D38=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D38=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	37,4	37,2	37,3	=СУММ(E62;G62)/3
63	10	=ЕСЛИ(C39=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(C39=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D39=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D39=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D39=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D39=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	39,5	39,8	39,7	=СУММ(E63;G63)/3
64	11	=ЕСЛИ(C40=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(C40=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D40=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D40=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D40=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D40=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	39,3	39,5	39,4	=СУММ(E64;G64)/3
65	12	=ЕСЛИ(C41=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(C41=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D41=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D41=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D41=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D41=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	31,6	31,55	31,5	=СУММ(E65;G65)/3
66	13	=ЕСЛИ(C42=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(C42=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D42=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D42=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D42=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D42=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	30,35	30,3	30,4	=СУММ(E66;G66)/3
67	14	=ЕСЛИ(C43=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(C43=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D43=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D43=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D43=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D43=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	30,8	30,7	30,5	=СУММ(E67;G67)/3
68	15	=B\$516	=ЕСЛИ(D44=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D44=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D44=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D44=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	34,2	34,3	34,4	=СУММ(E68;G68)/3
69	16	=B\$516	=ЕСЛИ(D45=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D45=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D45=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D45=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	34,4	34,3	34,5	=СУММ(E69;G69)/3
70	17	=B\$516	=ЕСЛИ(D46=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D46=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D46=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D46=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	34,3	34,1	34,2	=СУММ(E70;G70)/3
71	18	=B\$516	=ЕСЛИ(D47=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D47=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D47=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D47=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	34,3	34,2	34,1	=СУММ(E71;G71)/3
72	19	=B\$516	=ЕСЛИ(D48=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D48=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D48=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D48=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	34,2	34,4	34,3	=СУММ(E72;G72)/3
73	20	=B\$516	=ЕСЛИ(D49=\$B\$4;\$B\$19;ЕСЛИ(D49=\$B\$4;\$B\$18;\$B\$16))	=ЕСЛИ(D49=\$B\$4;\$B\$23;ЕСЛИ(D49=\$B\$4;\$B\$22;\$B\$24))	34,4	34,3	34,5	=СУММ(E73;G73)/3

Рисунок 4.4 – Рабочая матрица

5. Вычислить среднее значение функции отклика в центре эксперимента Y_0 (см рис. 4.5)

		A	B	C	D	E	F	G	H
75									
76		Среднее значение функции отклика в центре эксперимента Y_0							34,3
77									

Рисунок 4.5 – Среднее значение функции отклика в центре эксперимента Y_0

6. Составить расчетную матрицу для определения математической модели (см. рис.4.6)

		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
78												
79		Расчетная матрица для определения М.М.										
80			b0	b1	b2	b3	b12	b13	b23	b11	b22	b33
81	N	X0	X1	X2	X3	X1*X2	X1*X3	X2*X3	X1 ²	X2 ²	X3 ³	
82	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
83	2	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1
84	3	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1
85	4	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1
86	5	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1
87	6	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
88	7	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
89	8	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1
90	9	1	1,681792831	0	0	0	0	0	2,828427125	0	0	0
91	10	1	0	1,681792831	0	0	0	0	0	2,828427125	0	0
92	11	1	0	0	1,681792831	0	0	0	0	0	2,8284271	0
93	12	1	-1,681792831	0	0	0	0	0	2,828427125	0	0	0
94	13	1	0	-1,681792831	0	0	0	0	0	2,828427125	0	0
95	14	1	0	0	-1,68179283	0	0	0	0	0	0	2,8284271
96	15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
97	16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
98	17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
99	18	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
101	20	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
102												Сумма Yj

	K	L	M	N	O	P	Q
b33							
X3 ³	Y _j	Y _j · n ₀	Y _j ² · X1 ²	Y _j · X2 ²	Y _j · X3 ²		
1	42,2	42,2	42,2	42,2	42,2		
1	38,4	38,4	38,4	38,4	38,4		
1	36,4	36,4	36,4	36,4	36,4		
1	32,7	32,7	32,7	32,7	32,7		
1	36,5	36,5	36,5	36,5	36,5		
1	33,3	33,3	33,3	33,3	33,3		
1	31,1	31,1	31,1	31,1	31,1		
1	28,05	28,05	28,05	28,05	28,05		
0	37,3	278,65	105,5003	0	0		
0	39,6		0	112,0057	0		
2,8284271	39,4		0	0	111,44		
0	31,55		89,23688	0	0		
0	30,35		0	85,84276	0		
2,8284271	30,6		0	0	86,54987		
0	34,3		0	0	0		
0	34,4		0	0	0		
0	34,2		0	0	0		
0	34,2		0	0	0		
0	34,3		0	0	0		
0	34,4		0	0	0		
Сумма Y _j			473,3872	476,4985	476,6395	1426,92	

P103													Ж				
79	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
79	Расчетная матрица для определения М.М.																
80	b0	b1	b2	b3	b12	b13	b23	b11	b22	b33							
81	X0	X1	X2	X3	X1*X2	X1*X3	X2*X3	X1 ²	X2 ²	X3 ²	Y _j	Y _j · n ₀	Y _j ² · X1 ²	Y _j · X2 ²	Y _j · X3 ²		
82	1	=C30	=D30	=E30	=C82*D82	=C82*E82	=D82*E82	=C82 ²	=D82 ²	=E82 ²	=H54	=L82	=L82	=L82	=L82		
83	2	=C31	=D31	=E31	=C83*D83	=C83*E83	=D83*E83	=C83 ²	=D83 ²	=E83 ²	=H55	=L83	=L83	=L83	=L83		
84	3	=C32	=D32	=E32	=C84*D84	=C84*E84	=D84*E84	=C84 ²	=D84 ²	=E84 ²	=H56	=L84	=L84	=L84	=L84		
85	4	=C33	=D33	=E33	=C85*D85	=C85*E85	=D85*E85	=C85 ²	=D85 ²	=E85 ²	=H57	=L85	=L85	=L85	=L85		
86	5	=C34	=D34	=E34	=C86*D86	=C86*E86	=D86*E86	=C86 ²	=D86 ²	=E86 ²	=H58	=L86	=L86	=L86	=L86		
87	6	=C35	=D35	=E35	=C87*D87	=C87*E87	=D87*E87	=C87 ²	=D87 ²	=E87 ²	=H59	=L87	=L87	=L87	=L87		
88	7	=C36	=D36	=E36	=C88*D88	=C88*E88	=D88*E88	=C88 ²	=D88 ²	=E88 ²	=H60	=L88	=L88	=L88	=L88		
89	8	=C37	=D37	=E37	=C89*D89	=C89*E89	=D89*E89	=C89 ²	=D89 ²	=E89 ²	=H61	=L89	=L89	=L89	=L89		
90	9	=C38	=D38	=E38	=C90*D90	=C90*E90	=D90*E90	=C90 ²	=D90 ²	=E90 ²	=H62	=СУММ(M82;M89)	=B4*2*L90	0	0		
91	10	=C39	=D39	=E39	=C91*D91	=C91*E91	=D91*E91	=C91 ²	=D91 ²	=E91 ²	=H63	0	=B4*2*L91	0	0		
92	11	=C40	=D40	=E40	=C92*D92	=C92*E92	=D92*E92	=C92 ²	=D92 ²	=E92 ²	=H64	0	0	0	=B4*2*L92		
93	12	=C41	=D41	=E41	=C93*D93	=C93*E93	=D93*E93	=C93 ²	=D93 ²	=E93 ²	=H65	=B4*2*L93	0	0	0		
94	13	=C42	=D42	=E42	=C94*D94	=C94*E94	=D94*E94	=C94 ²	=D94 ²	=E94 ²	=H66	0	=L94*B4*2	0	0		
95	14	=C43	=D43	=E43	=C95*D95	=C95*E95	=D95*E95	=C95 ²	=D95 ²	=E95 ²	=H67	0	0	0	=B4*2*L95		
96	15	=C44	=D44	=E44	=C96*D96	=C96*E96	=D96*E96	=C96 ²	=D96 ²	=E96 ²	=H68	0	0	0	0		
97	16	=C45	=D45	=E45	=C97*D97	=C97*E97	=D97*E97	=C97 ²	=D97 ²	=E97 ²	=H69	0	0	0	0		
98	17	=C46	=D46	=E46	=C98*D98	=C98*E98	=D98*E98	=C98 ²	=D98 ²	=E98 ²	=H70	0	0	0	0		
99	18	=C47	=D47	=E47	=C99*D99	=C99*E99	=D99*E99	=C99 ²	=D99 ²	=E99 ²	=H71	0	0	0	0		
100	19	=C48	=D48	=E48	=C100*D100	=C100*E100	=D100*E100	=C100 ²	=D100 ²	=E100 ²	=H72	0	0	0	0		
101	20	=C49	=D49	=E49	=C101*D101	=C101*E101	=D101*E101	=C101 ²	=D101 ²	=E101 ²	=H73	0	0	0	0		
102											Сумма Y _j		=СУММ(N82;N101)	=СУММ(O82;O101)	=СУММ(P82;P101)	=СУММ(N102;P102)	

Рисунок 4.6 – Расчетная матрица для определения М.М.

7. Используя расчетную матрицу и формулы (2.7)-(2.10) и (21.14)-(2.20) рассчитать коэффициенты регрессии (см. рис. 4.7)

104	Для расчета коэффициентов регрессии используются данные расчетной матрицы		
105	A (2.19)	0,452053689	
106	C (2.18)	1,464466094	
	A	B	C
105	A (2.24)	=1/(((B3+2)*B9-B3)*2*B9)	
106	C (2.25)	=B8/(2^B3+2*(B3/2))	

	A	B	C	D	E	F	G
129	=C102*L102	=D102	=E102*L	=C102*D102*L10	=C102*E102*L102	=D102*E102*L102	
130	=SBS106/SBS8*СУММ(A109:A129)	=SBS106	=SBS106	=SBS106^2/(SBS	=SBS106^2/(SBS8*SBS9)*СУММ(E109:E129)	=SBS106^2/(SBS8*SBS9)*C	
131							
132	Определение дисперсию воспроизводимости и дисперсии коэффициентов регрессии						
133							
134							
135	Дисперсия воспроизводимости S {y}	Дисперсия	Дисперсия	Дисперсия	Дисперсия	Корень из дисперсии	
136	=(H68-\$H\$76)	S ² b0=	=2*B105*B9*2*(B3+2)*A142/B8	Sbo=	=(E136)^(1/2)		
137	=(H69-\$H\$76)	S ² bi	=B106*A142/B8	Sbi	=(E137)^(1/2)		
138	=(H70-\$H\$76)	S ² bij	=B106^2*A142/(B6*B8)	Sbij	=(E138)^(1/2)		
139	=(H71-\$H\$76)	S ² bii	=B105*((B3+1)*B9-(B3-1))*B106^2*A142/B8	Sbii	=(E139)^(1/2)		
140	=(H72-\$H\$76)						
141	=(H73-\$H\$76)						
142	=СУММКВ(A136:A141)/(2*3-1)						

Рисунок 4.8 – Определение дисперсий

9. Вычислить доверительные интервалы для коэффициентов регрессии (2.21) см. рисунок 4.9

Доверительные интервалы						
t-распределение Стьюдента для уровня значимости a=0,05 и числа f2=5	2,570581836	Доверительный интервал b0	Доверительный интервал bi	Доверительный интервал bij	Доверительный интервал bii	
		0,093772409	0,062215857	0,082221416	0,060565456	

Доверительные интервалы						
t-распределение Стьюдента для уровня значимости a=0,05 и числа f2=5	=СТЮДРАСПОБР(0,05;40)	Доверительный интервал b0	Доверительный интервал bi	Доверительный интервал bij	Доверительный интервал bii	
		=B146*G136	=B146*G137	=B146*G138	=B146*G139	

Рисунок 4.9 – Доверительные интервалы

10. Определение значимости коэффициентов регрессии (2.21) см. рис.4.10

Решение системы линейных уравнений										
150	Определение значимости коэффициентов регрессии									
151										
152	b0	b1	b2	b3	b12	b13	b23	b11	b22	b33
153	Значимый	Значимый	Значимый	Значимый	Незначимый	Значимый	Значимый	Незначимый	Значимый	Значимый

Рисунок 4.10 – Определение значимости коэффициентов регрессии

11. Так как матрица ротатабельного планирования, оказывается неортогональной, то если какой-либо из

квадратичных эффектов оказался незначимым, то после его исключения коэффициенты уравнения регрессии необходимо пересчитать заново (см. рис.4.11)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
153	Значимый	Значимый	Значимый	Значимый	Незначимый	Значимый	Значимый	Незначимый	Значимый	Значимый				
154	Решение системы линейных уравнений													
155	N	20	φ	8										
156	W	13,65685425												
157	τ	24												
158	Матрица A				Вектор B				Обратная матрица				Решение	
159	20	13,65685425	13,65685425	13,65685425	693,25	0,166340227	-0,05679211	-0,056792106	-0,0567921	b0	34,29997			
160	13,65685425	24	8	8	473,3872075	-0,056792106	0,069390038	0,006890038	0,00689	b11	0,044388			
161	13,65685425	8	24	8	476,4984774	-0,056792106	0,006890038	0,069390038	0,00689	b22	0,238843			
162	13,65685425	8	8	24	476,6398987	-0,056792106	0,006890038	0,006890038	0,06939	b33	0,247681			

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
156	N	=B8	φ	=2^3										
157	W	=2^3+2^*												
158	τ	=3^2^3												
159	Матрица A				Вектор B				Обратная матрица				Решение	
160	=B156	=B157	=B157	=B157	=L102	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	b0	=МУМНОЖ(Н160:К163;F160:F163)			
161	=B157	=B158	=D156	=D156	=N102	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	b11	=МУМНОЖ(Н160:К163;F160:F163)			
162	=B157	=D156	=B158	=D156	=O102	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	b22	=МУМНОЖ(Н160:К163;F160:F163)			
163	=B157	=D156	=D156	=B158	=P102	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	=МОБР(A160:D163)	b33	=МУМНОЖ(Н160:К163;F160:F163)			

Рисунок 4.11 – Пересчет коэффициентов регрессии

12. Запись математической модели с полученными коэффициентами регрессии (см. рис.4.12)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
167	Математическая модель, составленная из значимых коэффициентов регрессии							Y=34,30+1,71X1+2,76X2+2,60X3+0X1X2+0,16X1X3+0,11X2X3+0X1X2+0,24X2X2+0,25X3X2									

Рисунок 4.12 – Запись уравнения регрессии

13. Проверка модели на адекватность по критерию Фишера, используя формулы 2.22-2.224 (см рисунок 4.13)

	A	B	C	D	E	F	G
170	Проверка адекватности по критерию Фишера						
171	k-число значимых факторов		3				
172	N- число опытов		20				
173	f1-число степеней свободы		5				
174	f2-число степеней свободы		5				
175	a- уровень значимости		0,05				

	A	B	C	D	E	F	G	H
171	k-число значимых факторов	=B3						
172	N- число опытов	=B8						
173	f1-число степеней свободы	=B7-1						
174	f2-число степеней свободы	=B8-((B3+2)*(B3+1)/2)-(B7-1)						
175	a- уровень значимости	0,05						

	A	B	СУММ(число1; {число2}; ...)			E	F	G	H	I	J	K	L	M
170	Проверка адекватности по критерию Фишера													
171	k-число значимых факторов	3												
172	N- число опытов	20												
173	f1-число степеней свободы	5												
174	f2-число степеней свободы	5												
175	a- уровень значимости	0,05												
176	N	b0	b1*X1	b2*X2	b3*X3	b12*X1*X2	b13*X1*X3	b23*X2*X3	b11*X1^2	b22*X2^2	b33*X3^2	Yj	Yмодель	
177	1	34,2999703	1,714912406	2,761000666	2,603072147	0,03125	0,15625	0,10625	0,044388298	0,238842663	0,2476815	42,2	M(B177-K	
178	2	34,2999703	-1,714912406	2,761000666	2,603072147	-0,03125	-0,15625	0,10625	0,044388298	0,238842663	0,2476815	38,4	38,39879	
179	3	34,2999703	1,714912406	-2,761000666	2,603072147	-0,03125	0,15625	-0,10625	0,044388298	0,238842663	0,2476815	36,4	36,40662	
180	4	34,2999703	-1,714912406	-2,761000666	2,603072147	0,03125	-0,15625	-0,10625	0,044388298	0,238842663	0,2476815	32,7	32,72679	
181	5	34,2999703	1,714912406	2,761000666	-2,60307215	0,03125	-0,15625	0,10625	0,044388298	0,238842663	0,2476815	36,5	36,47247	
182	6	34,2999703	-1,714912406	2,761000666	-2,60307215	-0,03125	0,15625	-0,10625	0,044388298	0,238842663	0,2476815	33,3	33,29265	
183	7	34,2999703	1,714912406	-2,761000666	-2,60307215	-0,03125	-0,15625	0,10625	0,044388298	0,238842663	0,2476815	31,1	31,10047	
184	8	34,2999703	-1,714912406	-2,761000666	-2,60307215	0,03125	0,15625	0,10625	0,044388298	0,238842663	0,2476815	28,05	28,04565	
185	9	34,2999703	2,884127389	0	0	0	0	0	0,125549066	0	0	37,3	37,30965	
186	10	34,2999703	0	4,643431126	0	0	0	0	0	0,675549066	0	39,6	39,61895	
187	11	34,2999703	0	0	4,377828074	0	0	0	0	0	0,7005491	39,4	39,37835	
188	12	34,2999703	-2,884127389	0	0	0	0	0	0,125549066	0	0	31,55	31,54139	
189	13	34,2999703	0	-4,643431126	0	0	0	0	0	0,675549066	0	30,35	30,33209	
190	14	34,2999703	0	0	-4,37782807	0	0	0	0	0	0,7005491	30,6	30,62269	
191	15	34,2999703	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34,3	34,29997	
192	16	34,2999703	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34,4	34,29997	
193	17	34,2999703	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34,2	34,29997	
194	18	34,2999703	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34,2	34,29997	
195	19	34,2999703	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34,3	34,29997	
196	20	34,2999703	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34,4	34,29997	

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
176	N	b0	b1*X1	b2*X2	b3*X3	b12*X1*X2	=ЕСЛИ(F153="Значимый";"b13*X1*X3";"НЗ")	=ЕСЛИ(G153="Значимый";"b23*X2*X3";"НЗ")	b11*X1^2	b22*X2^2	b33*X3^2	Yj	Yмодель
177	+SN160	+SA130C82	+SB130D82	+SC130E82	+SD130F82	+SE130G82	+SF130H82	+SN161I82	+SN162J82	+SN163K82	=L82	=СYMM(B177-K177)	
178	+SN160	+SA130C83	+SB130D83	+SC130E83	+SD130F83	+SE130G83	+SF130H83	+SN161I83	+SN162J83	+SN163K83	=L83	=СYMM(B178-K178)	
179	+SN160	+SA130C84	+SB130D84	+SC130E84	+SD130F84	+SE130G84	+SF130H84	+SN161I84	+SN162J84	+SN163K84	=L84	=СYMM(B179-K179)	
180	+SN160	+SA130C85	+SB130D85	+SC130E85	+SD130F85	+SE130G85	+SF130H85	+SN161I85	+SN162J85	+SN163K85	=L85	=СYMM(B180-K180)	
181	+SN160	+SA130C86	+SB130D86	+SC130E86	+SD130F86	+SE130G86	+SF130H86	+SN161I86	+SN162J86	+SN163K86	=L86	=СYMM(B181-K181)	
182	+SN160	+SA130C87	+SB130D87	+SC130E87	+SD130F87	+SE130G87	+SF130H87	+SN161I87	+SN162J87	+SN163K87	=L87	=СYMM(B182-K182)	
183	+SN160	+SA130C88	+SB130D88	+SC130E88	+SD130F88	+SE130G88	+SF130H88	+SN161I88	+SN162J88	+SN163K88	=L88	=СYMM(B183-K183)	
184	+SN160	+SA130C89	+SB130D89	+SC130E89	+SD130F89	+SE130G89	+SF130H89	+SN161I89	+SN162J89	+SN163K89	=L89	=СYMM(B184-K184)	
185	+SN160	+SA130C90	+SB130D90	+SC130E90	+SD130F90	+SE130G90	+SF130H90	+SN161I90	+SN162J90	+SN163K90	=L90	=СYMM(B185-K185)	
186	+SN160	+SA130C91	+SB130D91	+SC130E91	+SD130F91	+SE130G91	+SF130H91	+SN161I91	+SN162J91	+SN163K91	=L91	=СYMM(B186-K186)	
187	+SN160	+SA130C92	+SB130D92	+SC130E92	+SD130F92	+SE130G92	+SF130H92	+SN161I92	+SN162J92	+SN163K92	=L92	=СYMM(B187-K187)	
188	+SN160	+SA130C93	+SB130D93	+SC130E93	+SD130F93	+SE130G93	+SF130H93	+SN161I93	+SN162J93	+SN163K93	=L93	=СYMM(B188-K188)	
189	+SN160	+SA130C94	+SB130D94	+SC130E94	+SD130F94	+SE130G94	+SF130H94	+SN161I94	+SN162J94	+SN163K94	=L94	=СYMM(B189-K189)	
190	+SN160	+SA130C95	+SB130D95	+SC130E95	+SD130F95	+SE130G95	+SF130H95	+SN161I95	+SN162J95	+SN163K95	=L95	=СYMM(B190-K190)	
191	+SN160	+SA130C96	+SB130D96	+SC130E96	+SD130F96	+SE130G96	+SF130H96	+SN161I96	+SN162J96	+SN163K96	=L96	=СYMM(B191-K191)	
192	+SN160	+SA130C97	+SB130D97	+SC130E97	+SD130F97	+SE130G97	+SF130H97	+SN161I97	+SN162J97	+SN163K97	=L97	=СYMM(B192-K192)	
193	+SN160	+SA130C98	+SB130D98	+SC130E98	+SD130F98	+SE130G98	+SF130H98	+SN161I98	+SN162J98	+SN163K98	=L98	=СYMM(B193-K193)	
194	+SN160	+SA130C99	+SB130D99	+SC130E99	+SD130F99	+SE130G99	+SF130H99	+SN161I99	+SN162J99	+SN163K99	=L99	=СYMM(B194-K194)	
195	+SN160	+SA130C100	+SB130D100	+SC130E100	+SD130F100	+SE130G100	+SF130H100	+SN161I100	+SN162J100	+SN163K100	=L100	=СYMM(B195-K195)	
196	+SN160	+SA130C101	+SB130D101	+SC130E101	+SD130F101	+SE130G101	+SF130H101	+SN161I101	+SN162J101	+SN163K101	=L101	=СYMM(B196-K196)	

	A	B	C	D	E	F
199						
200			Se	0,040000005		
201			Sr	0,043437876		
202	Дисперсия адекватности	Сад		0,003437871		
203	Численное значение критерия Фишера	Fp		0,085946764		
204	Численное значение критерия Фишера	Ft		5,050329058		
205	Сравнение Fp и Ft		М.М. адекватна			

	A	B	C	D	E	F	H	I
200		Se	=СУММКВРАЗН(L191.L196.M191.M196)			f1	=B7-1	
201		Sr	=СУММКВРАЗН(L177.L196.M177.M196)					
202	Дисперсия адекватности	Сад	=D201-D200			fad	=B8-((B3+2)*(B3+1)/2)-(B7-1)	
203	Численное значение критерия Фишера	Fp	=(D202/D202)/(D200/D200)					
204	Численное значение критерия Фишера	Ft	=FPACTOБP(0,05;I200;I202)					
205	Сравнение Fp и Ft		=ЕСЛИ(D203>D204;"М.М. адекватна";"М.М. неадекватна")					
206								

Рисунок 4.13 – Проверка модели на адекватность

14. Перевод математической модели из кодированных факторов в натуральные
15. Анализ полученного уравнения на экстремум.

Литература

1. Адлер Ю.П., Грановский Ю.В, Маркова Е.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
2. Киреева Л.Е., Огнев В.У, Пучков А. А. Математическое описание многофакторного эксперимента методом ротатбельного планирования второго порядка. Задания и методические указания к расчетно-графическим занятиям по курсу «Основы научных исследований» для студентов спец. 0501 – Гомель: ГПИ, 1983. –44 с.
3. Мурашко В.С. Основы САПР. Лабораторный практикум для студентов специальностей 1-36 01 01 «Технология машиностроения», 1-36 01 03 «Технология оборудования машиностроительного производства» дневной и заочной форм обучения. <http://elib.gstu.by/handle/220612/1685>– Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2010.
4. Мурашко В.С. Основы систем автоматизированного проектирования. Электронный учебно-методический комплекс дисциплины «Основы систем автоматизированного проектирования» для студентов специальности 1-36 01 01 Технология машиностроения. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2011.
5. Пучков А. А., Щербаков С. А. Применение теории планирования эксперимента для математического моделирования элементов технологических процессов. Учебное пособие по курсу «Основы математического моделирования» для спец. 13.01 –о «Технология машиностроения» – Гомель: ГПИ, 1993. –73 с.
6. Спирин Н.А., Лавров В.В. Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента: Конспект лекций (отдельные главы из учебника для вузов). –Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2004. – 257 с.
7. Ящерицын П.И., Махаринский Е.Н. Планирование эксперимента в машиностроении:[справ. пособие]. – Мн.: Выш. Шк., 1985. – 286 с.

Мурашко Валентина Семеновна

**РОТАТАБЕЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА
ВТОРОГО ПОРЯДКА**

**Практикум
по курсу «Основы САПР»
специальности 1-36 01 01 «Технология машиностроения»
для студентов дневной и заочной
форм обучения**

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 10.01.17.

Рег. № 54Е.

<http://www.gstu.by>