# ОБРАБОТКА КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

УДК 539.21

# НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ЕДИНИЧНЫМ КЛИНОВИДНЫМ МИКРОДВОЙНИКОМ В ЗЕРНЕ ПОЛИКРИСТАЛЛА С ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

## Т. В. ДРОБЫШЕВСКАЯ, О. М. ОСТРИКОВ

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

#### Ввеление

Разработка методики расчета напряженно-деформированного состояния, обусловленного единичным двойником в теле зерна поликристалла, является одной из первостепенных задач в современной теории двойникования. Решение данной задачи позволит выйти на новый уровень прогнозирования, связанного с двойникованием разрушения машин [1]. При решении данной задачи весьма важным является необходимость учета как напряжений, наличие которых обусловлено наличием двойником, так и зернограничных напряжений.

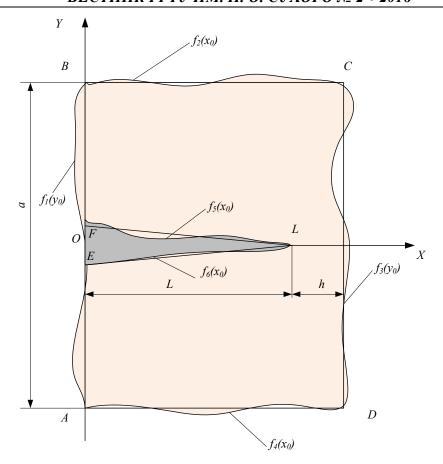
Целью данной работы стало изучение напряженно-деформированного состояния, обусловленного единичным микродвойником в зерне поликристалла, имеющего гексагональную структуру.

#### Постановка задачи

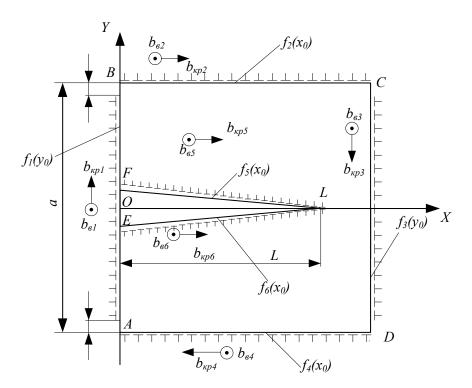
Для достижения поставленной цели будем рассматривать единичное зерно поликристалла, расположенное на некотором ненулевом расстоянии от поверхности двойникующегося материала (рис. 1). При этом границы зерна представим в виде плоского скопления полных дислокаций (рис. 2). Данный тип границ описывается в [2] и в случае поликристалла с гексагональной структурой моделируется цепочками дислокаций.

В теле зерна расположен единичный двойник, имеющий клиновидную форму [1]. Зарождение таких двойников чаще всего обусловлено наличием некого концентратора напряжений, который в рассматриваемом случае расположен в точке O (см. рис. 1). Без ущерба общности рассматриваемой задачи не будем рассчитывать смещения и напряжения, созданные этим концентратором напряжений, так как их всегда просто можно учесть, используя принцип суперпозиции. В решении поставленной задачи будем учитывать напряжения на границах зерна и напряжения, обусловленные наличием двойника. Не будем также учитывать и напряжения, обусловленные соседними зернами поликристалла. Принятые допущения необходимы для исключения получения неудобных для анализа громоздких расчетных формул.

Форма границ зерна в рассматриваемой плоскости (XOY), перпендикулярной плоскости двойникования, в общем случае описывается функциями  $f_1(y_0)$ ,  $f_2(x_0)$ ,  $f_3(y_0)$ ,  $f_4(x_0)$ , а форма двойниковых границ — функциями  $f_5(x_0)$  и  $f_6(x_0)$  (см. рис. 1 и 2). Для решения данной задачи примем, что дислокации на каждой из рассматриваемых зеренных границ взаимно параллельны и направлены вдоль оси OZ, перпендикулярной плоскости рис. 2. При этом плотность полных дислокаций на границах зерна равна соответственно  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$  и  $\rho_4$ ; а плотность двойникующих дислокаций на границах клиновидного двойника —  $\rho_5$ ,  $\rho_6$ .



Puc. 1. Схематическое изображение зерна поликристалла и клиновидного двойника в нем



Puc. 2. Схема взаимного расположения дислокаций, их компонент вектора Бюргерса и декартовой системы координат для расчета полей напряжений и смещений у клиновидного двойника в теле зерна

Для определения полей смещений и напряжений, создаваемых рассматриваемым клиновидным двойником и границами зерен, используем принцип суперпозиции компонент тензоров смещений и напряжений. Использование принципа суперпозиции правомерно, так как в данной задаче источники внутренних напряжений неподвижны [2].

Искомые компоненты тензоров смещений и напряжений могут быть определены из следующих соотношений [3]:

$$\begin{pmatrix} u_i \\ \sigma_{ij} \end{pmatrix} = \sum_{m=1}^{6} \begin{pmatrix} u_i^{(m)}(x, y) \\ \sigma_{ij}^{(m)}(x, y) \end{pmatrix},$$
 (1)

где i, j принимают значения x, y или  $z; u_i^{(1)}(x, y), u_i^{(2)}(x, y), u_i^{(3)}(x, y), u_i^{(4)}(x, y)$  – смещения, создаваемые границами зерен;  $u_i^{(5)}(x, y), u_i^{(6)}(x, y)$  – смещения, создаваемые двойниковыми границами;  $\sigma_{ij}^{(1)}(x, y), \sigma_{ij}^{(2)}(x, y), \sigma_{ij}^{(3)}(x, y), \sigma_{ij}^{(4)}(x, y)$  – напряжения, создаваемые каждой из границ зерна;  $\sigma_{ij}^{(5)}(x, y)$  и  $\sigma_{ij}^{(6)}(x, y)$  – напряжения, обусловленные двойниковыми границами. Искомые величины определяются с помощью криволинейных интегралов вдоль профилей соответствующих границ  $L_{AB}, L_{BC}, L_{CD}, L_{DA}, L_{FH}, L_{EH}$  (рис. 1):

$$\begin{pmatrix} u_i^{(m)}(x,y) \\ \sigma_{ij}^{(m)}(x,y) \end{pmatrix} = \int_{L_{\Lambda}} \rho_m \begin{pmatrix} u_i^{(m,0)} \\ \sigma_{ij}^{(m,0)} \end{pmatrix} ds.$$
 (2)

Здесь  $L_{\Delta}$  принимает значения  $L_{AB}$ ,  $L_{BC}$ ,  $L_{CD}$ ,  $L_{DA}$ ,  $L_{FH}$  или  $L_{EH}$ ;  $u_i^{(m,0)}$  – смещения, создаваемые отдельными дислокациями на зеренных или двойниковых границах;  $\sigma_{ij}^{(m,0)}$  – напряжения, создаваемые отдельными дислокациями на зеренных или двойниковых границах соответственно.

Криволинейные интегралы (2) в соответствии с [3] сводятся к следующим определенным интегралам:

$$\begin{pmatrix} u_i^{(1)}(x,y) \\ \sigma_{ij}^{(1)}(x,y) \end{pmatrix} = \int_{-a_2'+\epsilon}^{a_2'-\epsilon} \sqrt{(1+f_1'(y_0))^2} \rho_1(y_0) \begin{pmatrix} u_i^{(1,0)}(x,y,y_0) \\ \sigma_{ij}^{(1,0)}(x,y,y_0) \end{pmatrix} dy_0;$$
 (3)

$$\begin{pmatrix} u_i^{(2)}(x,y) \\ \sigma_{ij}^{(2)}(x,y) \end{pmatrix} = \int_0^a \sqrt{(1+f_2'(x_0))^2} \rho_2(x_0) \begin{pmatrix} u_i^{(2,0)}(x,y,x_0) \\ \sigma_{ij}^{(2,0)}(x,y,x_0) \end{pmatrix} dx_0;$$
 (4)

$$\begin{pmatrix} u_i^{(3)}(x,y) \\ \sigma_{ij}^3(x,y) \end{pmatrix} = \int_{-a_f'+\varepsilon}^{a_f'-\varepsilon} \sqrt{(1+f_3'(y_0))^2} \rho_3(y_0) \begin{pmatrix} u_i^{(3,0)}(x,y,y_0) \\ \sigma_{ij}^{(3,0)}(x,y,y_0) \end{pmatrix} dy_0;$$
 (5)

$$\begin{pmatrix} u_i^{(4)}(x,y) \\ \sigma_{ij}^{(4)}(x,y) \end{pmatrix} = \int_0^a \sqrt{(1+f_4'(x_0))^2} \rho_4(x_0) \begin{pmatrix} u_i^{(4,0)}(x,y,x_0) \\ \sigma_{ij}^{(4,0)}(x,y,x_0) \end{pmatrix} dx_0;$$
 (6)

$$\begin{pmatrix} u_i^{(5)}(x,y) \\ \sigma_{ij}^{(5)}(x,y) \end{pmatrix} = \int_0^L \sqrt{(1+f_5'(x_0))^2} \rho_5(x_0) \begin{pmatrix} u_i^{(5,0)}(x,y,x_0) \\ \sigma_{ij}^{(5,0)}(x,y,x_0) \end{pmatrix} dx_0;$$
 (7)

$$\begin{pmatrix} u_i^{(6)}(x,y) \\ \sigma_{ij}^{(6)}(x,y) \end{pmatrix} = \int_0^L \sqrt{(1+f_6'(x_0))^2} \rho_6(x_0) \begin{pmatrix} u_i^{(6,0)}(x,y,x_0) \\ \sigma_{ij}^{(6,0)}(x,y,x_0) \end{pmatrix} dx_0,$$
 (8)

где L – длина двойника, которая равна длине отрезка OL (см. рис. 1); a – параметр, определяющий размер зерна;  $\varepsilon$  – малый параметр порядка межатомного расстояния.

В расчетах будем учитывать представленную на рис. 2 ориентировку винтовой и краевой составляющих векторов Бюргерса, а также тот факт, что рассматриваемое зерно находится вдали от поверхности. Изменение ориентировки составляющих векторов Бюргерса учитывается в расчетах путем использования матрицы поворота согласно [4]:

$$T = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_k) & -\sin(\alpha_k) & 0\\ \sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Тогда

$$u_i^{(k)}(x,y) = T_{ij}u_j^{(k)}(x_k',y_k'); (10)$$

$$\sigma_{ij}^{(k)}(x,y) = T_{ig}T_{jh}\sigma_{gh}^{(k)}(x_k',y_k'), \tag{11}$$

где  $\alpha_k$  — угол поворота в системе координат  $X_kY_kZ$ , повернутой относительно системы координат XYZ против часовой стрелки;  $x'_k$ ,  $y'_k$  — координаты в системе координат  $X_kY_kZ$ . Данные координаты определяются из зависимостей:

$$x'_{k} = x\cos(\alpha_{k}) + y\sin(\alpha_{k}); \tag{12}$$

$$y_k' = -x\sin(\alpha_k) + y\cos(\alpha_k). \tag{13}$$

Таким образом, выражения для определения компонент тензоров смещений и напряжений, создаваемые каждой из границ зерна, определяем с учетом поворота системы координат  $X_k Y_k Z$  относительно системы координат XYZ на угол  $\alpha_k$ , имеют вид:

$$u_{x}^{(k)}(x,y) = u_{x_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\cos(\alpha_{k}) - u_{y_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\sin(\alpha_{1}),$$

$$u_{x}^{(k)}(x,y) = u_{x_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\sin(\alpha_{k}) - u_{y_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\cos(\alpha_{k}),$$

$$u_{z}^{(k)}(x,y) = u_{z_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}');$$

$$\sigma_{xx}^{(k)}(x,y) = \sigma_{x_{k}x_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\cdot\cos^{2}(\alpha_{k}) + \sigma_{y_{k}y_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\cdot\sin^{2}(\alpha_{k}) - \sigma_{x_{k}'y_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\sin(2\alpha_{k}),$$

$$(14)$$

$$\sigma_{yy}^{(k)}(x,y) = \sigma_{x_{k}x_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\sin^{2}(\alpha_{k}) + \sigma_{y_{k}y_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\cos^{2}(\alpha_{k}) + \sigma_{x_{k}y_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\sin(2\alpha_{k}), 
\sigma_{zz}^{(k)}(x,y) = \sigma_{z_{k}z_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}'), 
\sigma_{xy}^{(k,0)}(x,y) = \sigma_{x_{k}x_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\cos(\alpha_{k})\sin(\alpha_{k}) - 
-\sigma_{y_{k}'y_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\sin(\alpha^{k})\cos(\alpha_{k}) + \sigma_{x_{k}'y_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\cos(2\alpha_{k}), 
\sigma_{xz}^{(k,0)}(x,y) = \sigma_{x_{k}'z_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\cos(\alpha_{k}) - \sigma_{y_{k}'z_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\sin(\alpha_{k}), 
\sigma_{yz}^{(k,0)}(x,y) = \sigma_{x_{k}'z_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\sin(\alpha_{k}) + \sigma_{y_{k}'z_{k}'}^{(k)}(x_{k}',y_{k}')\cos(\alpha_{k}).$$
(15)

В рассматриваемом случае угол поворота принимает следующие значения для границ зерна:

$$\alpha_k = \begin{pmatrix} \pi/2 \\ 0 \\ \pi \\ -\pi/2 \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Таким образом, с учетом (9)–(15) и значений  $\alpha_k$  для каждой из границ (16) имеем:

$$u_{x}^{(1,0)} = \frac{b_{e}^{(g)}}{2\pi} \left[ \frac{1 - 2\nu}{2\pi} \ln\left( (x - f_{1}(y_{0}))^{2} + (y - y_{0})^{2} \right) + \frac{(x - f_{1}(y_{0}))^{2} + (y - y_{0})^{2}}{4(1 - \nu)\left( (x - f_{1}(y_{0}))^{2} + (y - y_{0})^{2} \right)} \right],$$

$$u_{y}^{(1,0)} = \frac{b_{e}^{(g)}}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \left( -\frac{x - f_{1}(y_{0})}{y - y_{0}} \right) - \frac{(x - f_{1}(y_{0}))(y - y_{0})}{2(1 - \nu)\left( (x - f_{1}(y_{0}))(y - y_{0})^{2} \right)} \right],$$

$$u_{z}^{(1,0)} = \frac{b_{s}^{(g)}}{2\pi} \operatorname{arctg} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y - f_{2}(x_{0})}{x - x_{0}} + \frac{(y - f_{2}(x_{0}))(x - x_{0})}{2(1 - \nu)\left( (y - f_{2}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2} \right)} \right],$$

$$u_{y}^{(2,0)} = -\frac{b_{e}^{(g)}}{2\pi} \left[ \frac{1 - 2\nu}{2\pi} \ln\left( (y - f_{2}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2} \right) + \frac{(y - f_{2}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2}}{4(1 - \nu)\left( (y - f_{2}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2} \right)} \right],$$

$$u_{x}^{(2,0)} = \frac{b_{s}^{(g)}}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - f_{2}(x_{0})}{x - x_{0}};$$

$$(18)$$

$$u_{x}^{(3,0)} = -\frac{b_{e}^{(g)}}{2\pi} \left[ \frac{1 - 2\nu}{2\pi} \ln\left( (x - f_{3}(y_{0}))^{2} + (y - y_{0})^{2} \right) + \frac{(x - f_{3}(y_{0}))^{2} + (y - y_{0})^{2}}{4(1 - \nu)\left( (x - f_{3}(y_{0}))^{2} + (y - y_{0})^{2} \right)} \right],$$

$$u_{y}^{(5,0)} = -\frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \left( -\frac{x - f_{3}(y_{0})}{y - y_{0}} \right) - \frac{(x - f_{3}(y_{0}))(y - y_{0})}{2(1 - v)((x - f_{3}(y_{0}))^{2} + (y - y_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{z}^{(5,0)} = \frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \operatorname{arctg} \left( -\frac{x - f_{3}(y_{0})}{y - y_{0}} \right);$$

$$u_{y}^{(4,0)} = -\frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y - f_{4}(x_{0})}{x - x_{0}} + \frac{(y - f_{4}(x_{0}))(x - x_{0})}{2(1 - v)((y - f_{4}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(4,0)} = \frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \left[ \frac{1 - 2v}{2\pi} \ln((y - f_{4}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2}) + \frac{(y - f_{4}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2}}{4(1 - v)((y - f_{4}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(5,0)} = \frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y - f_{5}(x_{0})}{x - x_{0}} + \frac{(y - f_{5}(x_{0}))(x - x_{0})}{2(1 - v)((y - f_{5}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(5,0)} = -\frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \left[ \frac{1 - 2v}{2\pi} \ln((y - f_{5}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2}) + \frac{(x - x_{0})^{2} - (y - f_{5}(x_{0}))^{2}}{4(1 - v)((y - f_{5}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(5,0)} = \frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - f_{5}(x_{0})}{x - x_{0}} + \frac{(y - f_{5}(x_{0}))(x - x_{0})}{2(1 - v)((y - f_{5}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(6,0)} = -\frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y - f_{5}(x_{0})}{x - x_{0}} + \frac{(y - f_{5}(x_{0}))(x - x_{0})}{2(1 - v)((y - f_{6}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(6,0)} = -\frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y - f_{5}(x_{0})}{x - x_{0}} + \frac{(y - f_{5}(x_{0}))(x - x_{0})}{2(1 - v)((y - f_{6}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(6,0)} = -\frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y - f_{6}(x_{0})}{x - x_{0}} + \frac{(x - x_{0})^{2} - (y - f_{6}(x_{0}))^{2}}{4(1 - v)((y - f_{6}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(6,0)} = -\frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - f_{6}(x_{0})}{x - x_{0}} + \frac{(x - x_{0})^{2} - (y - f_{6}(x_{0}))^{2}}{4(1 - v)((y - f_{6}(x_{0}))^{2} + (x - x_{0})^{2})} \right],$$

$$u_{y}^{(6,0)} = -\frac{b_{x}^{(g)}}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - f_{6}(x_{0})}{x - x_{0}} + \frac{(x - x_{0})^{2} - (y - f_{6}(x_{0}))^{2}}{4(1 - v)((y - f_{6}(x_{0}))^$$

где v — коэффициент Пуассона;  $b_e^{(g)}$  — вектор Бюргерса полной краевой дислокации;  $b_s^{(g)}$  — вектора Бюргерса полной винтовой дислокации;  $b_e^{(nv)}$  — краевая составляющая вектора Бюргерса двойникующей дислокации;  $b_s^{(nv)}$  — винтовая составляющая вектора Бюргерса двойникующей дислокации.

Рассмотрим случай, когда в плоскости XOY зерно имеет квадратную форму со стороной a, при этом границы зерна прямолинейны и параллельны одной из координатных осей (OX или OY). Также принимаем, что  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = C_1$ ;  $\rho_5 = \rho_6 = C_2$ .

С учетом указанных допущений в соответствии с рис. 2 границы зерен описываются следующими функциями:

$$f_1(y_0) = 0;$$
 (23)

$$f_2(y_0) = \frac{a}{2}; \tag{24}$$

$$f_3(y_0) = a;$$
 (25)

$$f_4(y_0) = -\frac{a}{2}. (26)$$

Границы двойника также принимаем прямолинейными. При этом двойник имеет форму равнобедренного треугольника EFL (рис. 2) с шириной у устья H. Тогда функции, описывающие форму границ двойника в плоскости XOY, примут вид [3]:

$$f_5(x_0) = \frac{H}{2} \left( 1 - \frac{x_0}{L} \right); \tag{27}$$

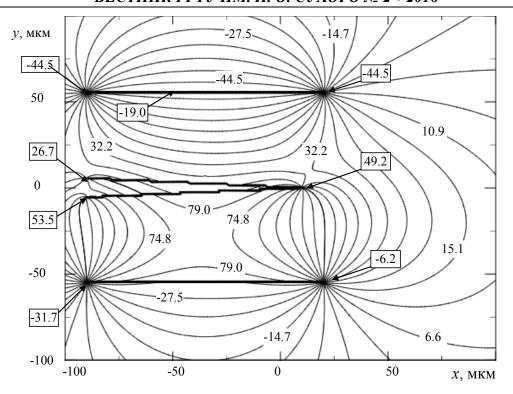
$$f_6(x_0) = -\frac{H}{2} \left( 1 - \frac{x_0}{L} \right). \tag{28}$$

## Результаты расчетов и их обсуждение

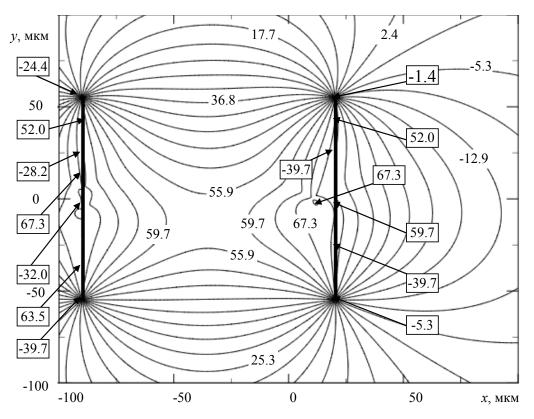
Расчеты проводились для железа. При этом принималось:  $b_{\rm kp}^{(1)}=b_{\rm B}^{(1)}=0,248\,$  нм;  $b_{\rm kp}^{(2)}=b_{\rm B}^{(2)}=0,124\,$  нм [5];  $\mu=81\,$  ГПа [4];  $\nu=0,29\,$  [5].

Распределение полей напряжений, рассчитанное по формулам (3)–(8), представлено на рис. 3.

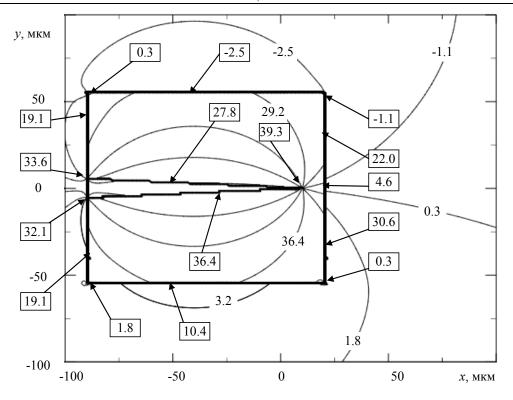
Наибольшая концентрация нормальных напряжений  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{yy}$  наблюдается на зеренных границах, параллельных соответствующим осям — OX или OY соответственно, а нормальные напряжения  $\sigma_{xx}$  локализованы также и на двойниковых границах (рис. 3a и  $3\delta$ ). Напряжения  $\sigma_{yy}$ , созданные двойником, экранируются напряжениями зеренных границ (рис.  $3\delta$ ). Наибольшую концентрацию нормальных напряжений  $\sigma_{zz}$  можно отметить на двойниковых и зеренных границах (рис.  $3\epsilon$ ). При этом максимальные значения нормальных напряжений наблюдаются в узловых точках зерна, а также на границах и в узловых точках двойника (у вершины и устья) (см. рис. 3a— $3\epsilon$ ).



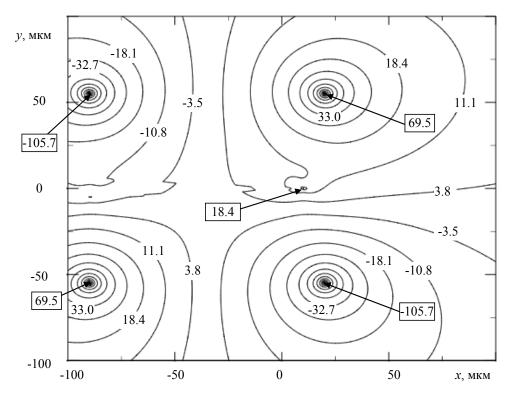
*Puc. 3a.* Распределение напряжений в зерне поликристалла, обусловленных наличием единичного клиновидного двойника  $\sigma_{xx}(x,y)$ 



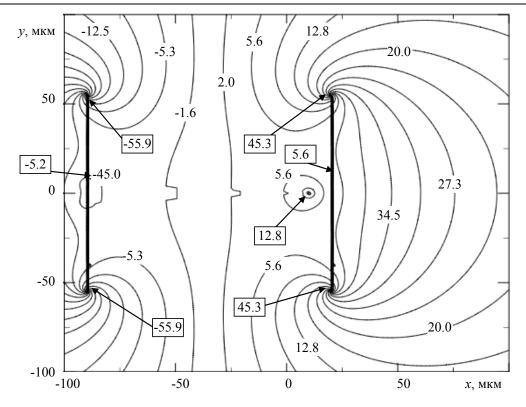
*Рис. 3б.* Распределение напряжений в зерне поликристалла, обусловленных наличием единичного клиновидного двойника  $\sigma_{yy}(x,y)$ 



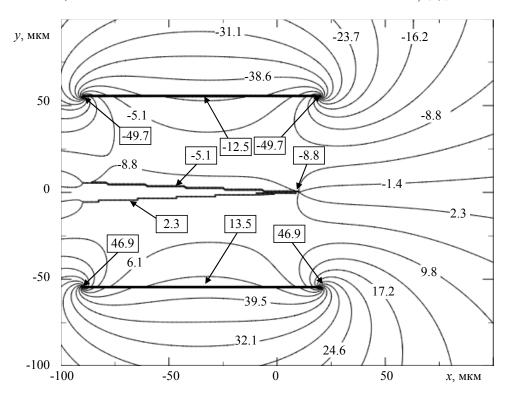
*Рис. Зв.* Распределение напряжений в зерне поликристалла, обусловленных наличием единичного клиновидного двойника  $\sigma_{zz}(x,y)$ 



*Рис. 3г.* Распределение напряжений в зерне поликристалла, обусловленных наличием единичного клиновидного двойника  $\sigma_{xy}(x,y)$ 



*Puc. 3д.* Распределение напряжений в зерне поликристалла, обусловленных наличием единичного клиновидного двойника  $\sigma_{yz}(x,y)$ 



*Puc. 3е.* Распределение напряжений в зерне поликристалла, обусловленных наличием единичного клиновидного двойника  $\sigma_{xz}(x,y)$ 

Нормальные напряжения  $\sigma_{xx}$  положительны внутри зерна, а отрицательны на зеренных границах и за пределами зерна. Таким образом, внутри зерна имеют место растягивающие напряжения, а за его пределами – сжимающие. Численные значения напряжений в нижней части зерна выше, чем в верхней его части (см. рис. 3a).

Напряжения  $\sigma_{yy}$  положительны внутри зерна, а на зереннах границах имеют место как положительные, так и отрицательные напряжения. При этом максимальные значения  $\sigma_{yy}$  наблюдаются на зеренных границах, параллельных оси OY, а двойниковые границы явно не выражены (см. рис.  $3\delta$ ).

Концентрация напряжений  $\sigma_{zz}$  значительно ниже, чем концентрация напряжений  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{yy}$ . При этом внутри зерна имеют место растягивающие напряжения  $\sigma_{zz}$ , а за пределами зерна напряжения знакопеременны относительно оси OX, причем в первой и второй четвертях они являются сжимающими, а в третьей и четвертой растягивающими. Следует также отметить, что максимальные значения  $\sigma_{zz}$  наблюдаются в узловых точках двойника и на его границах. Кроме того, численные значения напряжений  $\sigma_{zz}$  за пределами зерна на порядок ниже напряжений в пределах зерна (см. рис. 3e).

Скалывающие напряжения  $\sigma_{xy}$  локализованы в узловых точках зерна (рис.  $3\varepsilon$ ). При этом напряжения  $\sigma_{xy}$  знакопеременны по отношению к оси, параллельной оси OY, а также по отношению к оси OX. Так, в первой и третьей четверти они положительны, а во второй и четвертой — отрицательны. Максимальные значения напряжений  $\sigma_{xy}$  наблюдаются в узловых точках зерна, при этом в вершинах, расположенных на одной диагонали напряжения, имеют одинаковые численные значения. Границы двойника на поле напряжений  $\sigma_{xy}$  четко не просматриваются (см. рис.  $3\varepsilon$ ). Это указывает на то, что напряжения  $\sigma_{xy}$  существенно выше напряжений, которые создает двойник. Поэтому скалывающие напряжения  $\sigma_{xy}$ , обусловленные двойником, экранируются напряжениями границ зерна.

Скалывающие напряжения  $\sigma_{yz}$  (рис.  $3\theta$ ) и  $\sigma_{xz}$  (рис. 3e) имеют высокую концентрацию на границах зерна, параллельных оси OY, либо OX соответственно.

Поле напряжений  $\sigma_{yz}$  знакопеременно относительно оси, параллельной оси OY, а также симметрично относительно оси OX. При этом максимальные значения напряжений  $\sigma_{yz}$  наблюдаются в узловых точках зерна, а двойниковая граница явно не выражена (см. рис.  $3\partial$ ).

Напряжения  $\sigma_{xz}$  (рис. 3e) максимальны в узловых точках зерна. При этом поле напряжений  $\sigma_{xz}$  знакопеременно относительно оси OX. В первой и второй четвертях имеют место сжимающие напряжения  $\sigma_{xz}$ , а в третьей и четвертой – растягивающие. В данном случае двойниковые границы выражены явно, однако напряжения на них не являются максимальными (см. рис. 3e).

Таким образом, для поликристалла с гексагональной структурой разработан метод расчета напряженно-деформированного состояния в зерне при наличии в нем единичного микродвойника. Установлено, что напряжения границ зерен способны экранировать напряжения некогерентных границ клиновидного двойника.

### Литература

- 1. Остриков, О. М. Дислокационная макроскопическая модель клиновидного двойника / О. М. Остриков // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. 2006. N 2. С. 10–18.
- 2. Миркин, Л. И. Физические основы прочности и пластичности. (Введение в теорию дислокаций) / Л. И. Миркин. М. : МГУ, 1968. 538 с.
- 3. Остриков, О. М. Механика двойникования твердых тел / О. М. Остриков. Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. 301 с.
- 4. Хирт, Дж. Теория дислокаций / Дж. Хирт, И. Лоте. М.: Атомиздат, 1972. 600 с.
- 5. Полухин, П. И. Физические основы пластической деформации / П. И. Полухин, С. С. Горелик, В. К. Воронцов. М. : Металлургия, 1982. 584 с.
- 6. Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Киттель. М. : Наука, 1978. 792 с.

Получено 15.02.2016 г.