УДК 621.833.001.24

ПАРАМЕТРЫ ОСОБЫХ ТОЧЕК ПРОФИЛЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЬЕВ

Н. И. РОГАЧЕВСКИЙ
Государственное учреждение
высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет», г. Могилев

Форма зуба однозначно определяется его торцовым профилем и ходом винтовых линий зуба. Торцовый профиль состоит из нескольких участков, имеющих общие точки – особые точки профиля. Основными из них являются: граничная точка L профиля зуба и начальная точка G линии модификации головки зуба. Положение этих точек влияет на коэффициент перекрытия передачи, ее интерференцию и заклинивание, т. е. определяет качество передачи.

В литературе (например, в ГОСТ 16532–70 или [1]) расчетные зависимости параметров особых точек являются приближенными. Исследования показали, что часто они оказываются вообще непригодными из-за значительного расхождения получаемых по этим зависимостям результатов с действительностью или из-за узости области их применения. Неточность существующих формул особенно велика при $z < 20$ и $x < 0$ для определения точки L и при $z < 35$ и $x < 0{,}3$ для точки G.

Особые точки при заданных исходных данных могут занимать различные положения, обусловленные предельными дополнительными смещениями, установленными ГОСТ 1643–81.

В промышленности часто используют [2], [3] модификацию головки зуба дугой окружности. Существующие стандарты не предусматривают расчета такой модификации, а необходимость в этом очевидна.

Настоящая работа посвящена устранению вышеперечисленных недостатков, т. е. точному определению предельных значений параметров граничной точки и точек начала модификации зубьев как прямой линией, так и другой окружности для тех или иных значений исходных данных, посвящена настоящая работа.

1. *Исходные данные для расчета.*

Мы оперируем известными параметрами: m – модуль, мм; α – угол профиля, град; h_a^*, h_f^*, h_l^* , c^*, δ^*, h_g^* и Δ^* – коэффициенты соответственно высоты головки, высоты ножки, граничной высоты, радиального зазора, уменьшения высоты зуба [3], высоты и глубины модификации головки зуба; β – угол наклона линии зуба, град; x – коэффициент смещения; z – число зубьев; E_{HS} – наименьшее дополнительное смещение исходного контура, мкм; T_H – допуск на смещение исходного контура, мкм.

По известным [1], [4] формулам определяют коэффициент ρ_f^* радиуса скругления вершины производящей рейки, номинальный коэффициент смещения x^* и другие параметры:

$$\rho_f^* = (2 \cdot h_a^* + c^* - h_l^*)/(1 - \sin\alpha);$$
$$x^* = x - (|E_{HS}| + T_H/2)/(1000 \cdot m);$$
$$\alpha_t = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\alpha / \cos\beta);$$
$$d = 2 \cdot r = z \cdot m / \cos\beta;$$
$$d_b = 2 \cdot r_b = d \cdot \cos\alpha_t;$$
$$d_a = 2 \cdot r_a = d + 2 \cdot m \cdot (h_a^* + x - \delta^*);$$
$$\psi_b = (\pi/2 + 2 \cdot x^* \cdot \operatorname{tg}\alpha)/z + \operatorname{inv}\alpha_t.$$

Впредь считают известными значения этих параметров.

2. *Вычисление параметров граничной точки.*
Определяют вспомогательные величины:

$$x_c = m\,(h_a^* + c^* - \rho_f^* - x^*);$$
$$y_c = \frac{m}{\cos\beta}\left[\pi/4 + (h_l^* - h_a^*)\operatorname{tg}\alpha + \rho_f^* \cdot \cos\alpha\right].$$

Затем вычисляют аргумент γ_l, определяющий граничную точку, для чего задаются рядом последовательно уменьшающихся неотрицательных значений независимого аргумента γ, начиная от $(\pi/2 - \alpha_t)$. Для каждого взятого γ, при котором $r_t \geq r_b$, вычисляют функцию $\Delta\psi(\gamma)$ по следующим формулам:

$$\gamma_0 = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\gamma / \cos\beta);$$
$$x_{t0} = x_c + m \cdot \rho_f^* \cdot \cos\gamma_0;$$
$$y_{t0} = y_c - m \cdot \rho_f^* \cdot \sin\gamma_0 / \cos\beta;$$
$$\varphi = (y_{t0} + x_{t0} \cdot \operatorname{tg}\gamma)/r;$$
$$x_t = (r - x_{t0})\cos\varphi + x_{t0} \cdot \operatorname{tg}\gamma \cdot \sin\varphi;$$
$$y_t = (r - x_{t0})\sin\varphi - x_{t0} \cdot \operatorname{tg}\gamma \cdot \cos\varphi;$$
$$r_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2};$$
$$\psi_t = \operatorname{arctg}(y_t / x_t);$$
$$\Delta\psi = \psi_t - \psi_b + \operatorname{invarccos}(r_b / r_t).$$

Наибольшее значение γ, при котором получают $\Delta\psi = 0$, и есть искомый аргумент γ_l. При $\gamma = \gamma_l$ соответствующие функции аргумента γ снабжают индексом «l». Например, γ_{0l}, $x_{t0l} = x_{t0}(\gamma_l)$, $r_l = r_t(\gamma_l)$, $\psi_l = \psi_t(\gamma_l)$.

Итак, номинальный диаметр окружности граничных точек:

$$d_l = 2 \cdot r_l = 2\sqrt{x_{tl}^2 + y_{tl}^2}. \quad (1)$$

Номинальный радиус кривизны торцового профиля зуба в граничной точке:

$$\rho_l = \sqrt{r_l^2 - r_b^2}.$$

Модуль предельных отклонений диаметра d_l :

$$\Delta d_l = \Delta x^* \frac{dd_l}{dx^*} = \frac{T_H}{2000 \cdot m} 2 \frac{dr_l}{dx^*}.$$

Выполнив процедуру дифференцирования по x^* уравнения (1) и подставив полученный результат в формулу для Δd_l, после соответствующих преобразований получают:

$$\Delta d_l = \frac{T_H}{1000} \frac{r - x_{t0l} / \cos^2 \gamma_l}{r_l}.$$

Предельные диаметры окружностей граничных точек $d_{l\min}$, $d_{l\max}$:

$$d_{l\min} = d_l - d_l;$$
$$d_{l\max} = d_l + d_l.$$

Пример 1. Для зубчатого колеса с исходным контуром по ГОСТ 13754–81 и параметрами $\delta^* = 0$, $m = 3$ мм, $z = 15$, $\beta = 12°$, $x = 0$, $E_{HS} = 294$ мкм, $T_H = 98$ мкм, положение граничных точек характеризуется величинами: $d_{l\min} = 43{,}134$ мм, $d_{l\max} = 43{,}170$ мм, $\rho_l = 0{,}735$ мм. Согласно методике расчета $d_l = 43{,}132$ мм, $\rho_l = -0{,}581$ мм. Как видно, значение d_l находится за пределами интервала $[d_{l\min}, d_{l\max}]$; полученное отрицательное значение ρ_l противоречит истине, так как это длина касательной к основной окружности от граничной точки.

3. *Параметры модификации головки зуба прямой линией.*

Предварительно вычисляют:

$$\alpha_{tM} = \mathrm{arctg}(\mathrm{tg}\,\alpha_t + \frac{\Delta^*}{h_g^* \cdot \cos\beta});$$

$$d_{bM} = d \cdot \cos\alpha_{tM};$$

$$\psi_\Delta = \mathrm{inv}\,\alpha_{tM} - \mathrm{inv}\,\alpha_t + (h_a^* - h_g^* + x^*) \frac{2 \cdot \Delta^*}{z \cdot h_g^*};$$

$$\alpha_{aM} = \arccos(d_{bM} / d_a).$$

Номинальный диаметр d_g окружности, проходящей через точки G, является [5] положительным корнем уравнения:

$$\mathrm{inv}\arccos(d_{bM} / d_g) - \mathrm{inv}\arccos(d_b / d_g) - \psi_\Delta = 0. \quad (2)$$

Номинальная высота h_g и нормальная глубина $\Delta_{\alpha t}$ модификации торцового профиля головки зуба:

$$h_g = (d_a - d_g)/2;$$
$$\Delta_{\alpha t} = d_b\,[\mathrm{inv}\,\alpha_{aM} - \mathrm{inv}\arccos(d_b / d_a) - \psi_\Delta]/2.$$

Модуль предельных отклонений диаметра d_g :

$$\Delta d_g = \Delta x^* \frac{dd_g}{dx^*} = \frac{T_H}{2000 \cdot m} \frac{dd_g}{dx^*}. \tag{3}$$

Продифференцировав по x^* уравнение (2) и подставив полученный результат в формулу (3), получают:

$$\Delta d_g = \frac{T_H}{1000 \cdot m} \frac{\Delta^* \cdot d_g}{z \cdot h_g^* \, [\mathrm{tgarccos}(d_{bM} / d_g) - \mathrm{tgarccos}(d_b / d_g)]}.$$

Предельные диаметры окружности модификации головок зубьев:

$$d_{g\min} = d_g - \Delta d_g; \tag{4}$$

$$d_{g\max} = d_g + \Delta d_g. \tag{5}$$

Пример 2. Для зубчатого колеса с исходным контуром по ГОСТ 13754–81 и данными $h_g^* = 0{,}450$, $\Delta^* = 0{,}020$, $\delta^* = 0$, $m = 5{,}5$ мм, $z = 21$, $\beta = 9^\circ$, $x = 0{,}6$, $E_{HS} = 279$ мкм, $T_H = 163$ мкм параметры модификации имеют следующие значения: $d_{g\min} = 132{,}184$ мм, $d_{g\max} = 132{,}694$ мм, $h_g = 1{,}051$ мм, $\Delta_{\alpha t} = 0{,}028$ мм. По известным из литературы [1] формулам: $d_g = 134{,}059$ мм, $h_g = 0{,}240$ мм, $\Delta_{\alpha t} = 0{,}006$ мм. Из сопоставления вычисленных значений параметров модификации видно, что величина d_g значительно выходит за пределы [$d_{g\min}$, $d_{g\max}$], разница значений h_g в 4,4 раза, а значений $\Delta_{\alpha t}$ в 4,7 раза.

Следует отметить, что получение с высокой точностью величин h_g и $\Delta_{\alpha t}$ имеет большое значение при определении действительной нагрузочной способности передачи с учетом упругих деформаций зубьев и ошибок в зацеплении [2]. Известно, что при задании значения $\Delta_{\alpha t}$, близкого к суммарной упругой деформации зубьев с учетом ошибок изготовления и монтажа колес, в зацеплении участвует дополнительная часть зуба высотой близкой к h_g, вследствие чего увеличивается коэффициент торцового перекрытия и, следовательно, нагрузочная способность передачи [6]. Методика определения параметров модификации h_g^* и Δ^* на режущем инструменте, которые обеспечивают получение с заданной точностью желаемых величин h_g и $\Delta_{\alpha t}$, изложена в [7].

4. *Параметры модификации головки зуба дугой окружности.*

Предварительно определяют относительный радиус кривизны линии модификации головки нормального исходного контура [3]:

$$\rho_a^* = \frac{\sqrt{h_g^{*2} + (\Delta^* + h_g^* \cdot \mathrm{tg}\,\alpha)^2}}{2 \cdot \sin[\mathrm{arctg}(\Delta^* / h_g^* + \mathrm{tg}\,\alpha) - \pi \cdot \alpha / 180]}.$$

Далее вычисляют аргумент γ_{ag}, определяющий начальную точку модификации головки. Для вычисления γ_{ag} задаются рядом последовательно уменьшающихся неотрицательных значений независимого аргумента γ_a, начиная от $\pi(0{,}5-\alpha/180)$, и для каждого взятого его значения вычисляют функции аргумента γ_a:

$$x_{t0}=m\,[h_g^*-h_a^*-x^*+\rho_a^*\,(\sin\alpha-\cos\gamma_a)];$$

$$y_{t0}=\frac{m}{\cos\beta}\,[\frac{\pi}{4}-(h_a^*-h_g^*)\,\mathrm{tg}\,\alpha-\rho_a^*\,(\cos\alpha-\sin\gamma_a)];$$

$$\gamma=\mathrm{arctg}(\cos\beta\cdot\mathrm{tg}\,\gamma_a);$$

$$\varphi=(y_{t0}+x_{to}\cdot\mathrm{tg}\gamma)/r;$$

$$x_t(\gamma_a)=(r-x_{t0})\cos\varphi+x_{t0}\cdot\mathrm{tg}\,\gamma\cdot\sin\varphi;$$

$$y_t(\gamma_a)=(r-x_{t0})\sin\varphi-x_{t0}\cdot\mathrm{tg}\,\gamma\cdot\cos\varphi;$$

$$r_t(\gamma_a)=\sqrt{x_t^2+y_t^2};$$

$$\Delta\psi(\gamma_a)=\psi_b-\mathrm{inv}\arccos(r_b/r_t)-\mathrm{arctg}(y_t/x_t).$$

Значение $\gamma_a=\gamma_{aa}$, при котором $r_t=r_a$, определяет вершину модифицированного зуба; значение $\gamma_a=\gamma_{ag}$, при котором $\Delta\psi=0$, определяет начальную точку модификации головки зуба. Функции аргумента γ_a снабжают индексом «*a*» при $\gamma_a=\gamma_{aa}$, индексом «*g*» при $\gamma_a=\gamma_{ag}$.

Итак, номинальный диаметр окружности начала модификации головок

$$d_g=2\cdot r_g=2\cdot r_t(\gamma_{ag})=2\sqrt{x_{tg}^2+y_{tg}^2}. \qquad (6)$$

Номинальные высота h_g и нормальная глубина $\Delta_{\alpha t}$ модификации торцового профиля головки зуба:

$$h_g=(d_a-d_g)/2;$$

$$\Delta_{\alpha t}=d_b[\psi_b-\mathrm{arctg}(y_{ta}/x_{ta})-\mathrm{inv}\arccos(d_b/d_a)]/2.$$

Модуль предельных отклонений диаметра d_g определяют, используя формулу (3) и производную по x^* уравнения (6). После преобразований получают:

$$\Delta d_g=\frac{T_H}{1000}\,\frac{r-x_{t0g}/\cos^2\gamma_{ag}}{d_g}.$$

Предельные диаметры окружности модификации головок зубьев $d_{g\min}$ и $d_{g\max}$ вычисляют соответственно по формулам (4) и (5).

Пример 3. Для зубчатого колеса с исходными данными, приведенными в примере 2, за исключением h_g^* и Δ^*, которые в настоящем примере равны $h_g^*=0{,}476$ и $\Delta^*=0{,}049$, параметры модификации имеют следующие значения: $d_{g\min}=132{,}144$ мм, $d_{g\max}=132{,}677$ мм, $h_g=1{,}065$ мм, $\Delta_{\alpha t}=0{,}031$ мм.

Заключение

Предложенные алгоритмы расчета позволяют получить достоверные значения параметров граничной точки и точек начала модификации торцового профиля головок зубьев как прямой линией, так и дугой окружности. Последнее позволяет уточнить картину зубчатого зацепления и повысить качество передачи.

Литература

1. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления. Расчет геометрии : справ. пособие / И. А. Болотовский [и др.]. – Москва : Машиностроение, 1974. – 160 с.
2. Генкин, М. Д. Повышение надежности тяжелонагрузочных зубчатых передач / М. Д. Генкин, Н. М. Рыжов, М. А. Рыжов. – Москва : Машиностроение, 1981. – 232 с.
3. Андожский, В. Д. Модификация головки зубьев рейкой с линией модификации по дуге окружности / В. Д. Андожский // Вестн. машиностроения. – 1978. – № 8. – С. 26–29.
4. Андожский, В. Д. Теория определения размера по роликам / В. Д. Андожский, Н. И. Рогачевский ; Могилев. машиностр. ин-т. – Могилев, 1981. – 75 с. : ил. – Библиогр.: 6 назв. – Деп. в БелНИИНТИ 23.05.81, № 302.
5. Андожский, В. Д. Геометрический расчет модификации головок зубьев / В. Д. Андожский // Вестн. машиностроения. – 1976. – № 5. – С. 39–42 ; № 8. – С. 62.
6. Оников, В. В. Коэффициент перекрытия деформируемых зубчатых зацеплений / В. В. Оников, Н. И. Рогачевский // Изв. вузов. Машиностроение. – 1982. – № 8. – С. 20–24.
7. Андожский, В. Д. Модификация головок внешних зубьев эвольвентных зубчатых колес / В. Д. Андожский, Н. И. Рогачевский // Вестн. машиностроения. – 1985. – № 7. – С. 15–17.

Получено 24.07.2009 г.