

УДК 621.38

## ЗАВИСИМОСТЬ ГИСТЕРЕЗИСА ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ МАГНИТОВ ОТ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ

**В. А. КАРПОВ, А. В. КОВАЛЕВ, А. В. КАРПОВ***Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

### Введение

В современных пропорциональных гидравлических системах с электронным управлением ключевым элементом, связывающим электрический сигнал управления и расход рабочей жидкости через гидрораспределитель, является пропорциональный магнит (ПМ). В нем происходит преобразование электрической энергии в механическую, в виде осевого перемещения якоря ПМ, механически связанного с золотником гидроаппарата. Таким образом, при изменении значения тока через обмотку возбуждения ПМ изменяется положение золотника, ведущее к изменению площади проходного сечения и, как результат, к изменению расхода гидрожидкости через гидроаппаратуру. Естественно, что от качества ПМ во многом зависит качество функционирования пропорциональной гидросистемы.

В идеальном случае в ПМ должно соблюдаться соотношение

$$F = kI,$$

где  $F$  – сила, развиваемая ПМ при токе  $I$ , протекающего через обмотку возбуждения;  $k$  – коэффициент пропорциональности.

Так, для ПМ типа ПЭМ8 [1], при номинальном токе  $I_H = 1$  А, номинальное усилие, развиваемое ПМ,  $F_H = 70$  Н (7 кг). Соответственно

$$k = F_H / I_H = 70/1 = 70 \text{ Н/А.}$$

Такое соотношение соблюдается в области перемещений, называемой рабочим ходом якоря  $\Delta x$ . Для ПЭМ8  $\Delta x$  составляет 3 мм. На рис. 1, а схематично представлено устройство ПМ. На рис. 1, б представлены его характеристики при различных токах обмотки возбуждения.

Таким образом, при изменении тока  $I$  через обмотку ПМ в диапазоне рабочего хода  $\Delta x$  подпружиненного якоря, соблюдаются соотношения:

$$F = cx; \quad kI = cx; \quad x = \frac{k}{c}I,$$

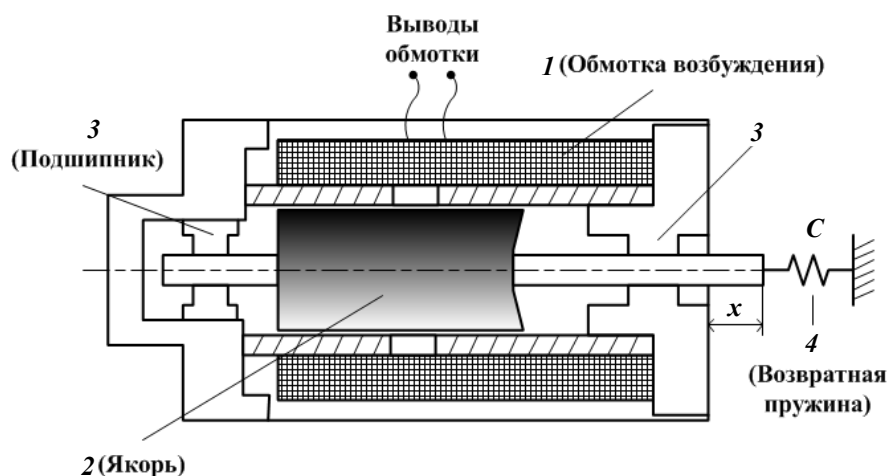
где  $c$  – жесткость пружины.

То есть перемещение  $x$  якоря пропорционально значению тока  $I$ , протекающего по обмотке ПМ. В действительности, за счет наличия осевых подшипников скольжения (позиция 3 на рис. 1, а) при движении якоря существует сила трения  $F_{тр}$ , зависящая от конструктивных особенностей и качества и изготовления магнита. Поскольку сила трения всегда направлена против движения якоря, то в характери-

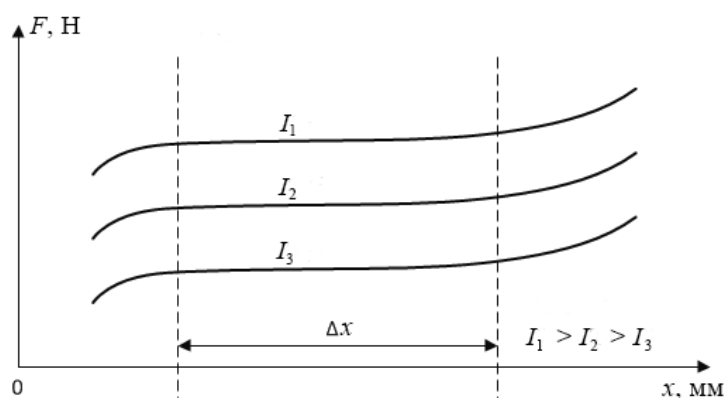
стике  $F(x)$  (при  $I = \text{const}$ ) ПМ присутствует гистерезис. При выдвигании якоря  $F_{\text{ТР}}$  складывается с силой упругости пружины, а при обратном ходе якорю сила трения вычитается из силы упругости пружины. В результате тяговая характеристика ПМ выглядит так, как это отображено на рис. 2, по которой можно определить гистерезис ПМ следующим образом:

$$\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta F}{(F_{11} + F_{12})} 100 \%,$$

где  $\Delta F$  – максимальная разность между силой, развиваемой при выдвигании  $F_{11}$  и втягивании  $F_{12}$ .



а)

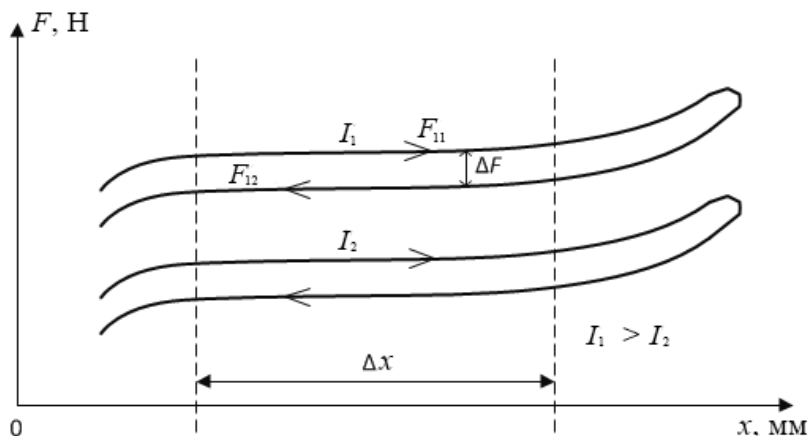


б)

Рис. 1. Устройство ПМ и его типовые характеристики

Например для ПЭМ8 значение  $\sigma$  составляет не более 7 % для обычного исполнения и не более 4 % для исполнения повышенной точности.

Для уменьшения гистерезиса кроме конструктивных мероприятий используют и схемные решения. В теории автоматического управления такой подход называется вибрационная линеаризация [2], сущность которой заключается в придании управляемому воздействию дополнительных колебаний, амплитуда которых соизмерима с силой трения. Конкретно для ПМ необходимо кроме составляющей – постоянного тока  $I$ , протекающей по обмотке возбуждения, иметь еще и составляющую  $\Delta I$ , периодически меняющую свой знак.

Рис. 2. Зависимость  $F(x)$  реального ПМ

В настоящее время ток через ПМ задают с использованием широтно-импульсной модуляции (ШИМ) питающего напряжения, причем период питающего ШИМ напряжения должен быть меньше постоянной времени обмотки возбуждения ПМ. Для существенного упрощения схемы формирования питающего напряжения силовой элемент должен работать в ключевом режиме. Такой подход позволяет получить наряду с постоянной составляющей тока через ПМ еще и переменную составляющую с частотой ШИМ.

Из многочисленных описаний блоков управления ПМ [3], [4] не ясно, как связаны средний ток, амплитуда переменной составляющей с параметрами обмотки возбуждения и в какой мере это влияет на величину гистерезиса ПМ.

Целью настоящей работы является нахождение соотношения между параметрами питающего напряжения и результирующим гистерезисом ПМ.

#### Методика нахождения зависимости гистерезиса пропорциональных магнитов от параметров управляющего напряжения

На рис. 3 представлены временные диаграммы установившегося режима изменения тока ПМ при питании его импульсами, в предположении, что его обмотка возбуждения представляет собой индуктивность  $L$  с последовательно соединенным сопротивлением «меди» —  $r$ .

На рис. 3 приняты следующие обозначения:  $T$ ,  $t_{и}$  — период и длительность импульса питающего напряжения;  $I_{п}$ ,  $I_0$ ,  $\Delta I$  — пиковое, начальное и пульсирующее значение тока.

Для нахождения этих значений в зависимости от  $T$ ,  $t_{и}$  и  $\tau = L/r$  рассмотрим интервал времени  $(0-t_{и})$ , на котором изменение тока выглядит следующим образом:

$$i(t) = I_0 + (I_m - I_0) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (1)$$

где  $I_m = U_m / r$  — максимальное значение тока. На интервале времени  $(t_{и}-T)$  справедливо выражение

$$i(t) = I_{п} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

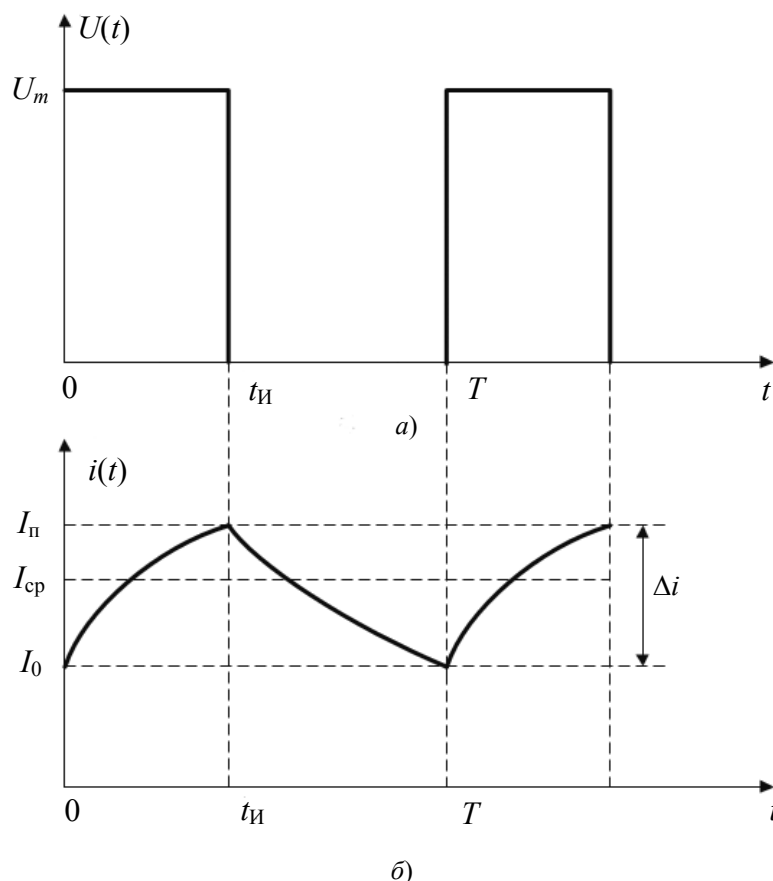


Рис. 3. Зависимость тока, протекающего через обмотку возбуждения ПМ (б) при питании его импульсным напряжением (а)

Поскольку рассматривается установившейся режим, то  $i(0) = i(T) = I_0$  или

$$I_0 = I_{\Pi} \cdot e^{-\frac{T-t_n}{\tau}} = \left[ I_0 + (I_m - I_0) \left( 1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}} \right) \right] e^{-\frac{T-t_n}{\tau}}.$$

Решая это уравнение относительно  $I_0$ , можно получить

$$I_0 = I_m \frac{e^{\frac{t_n}{\tau}} - 1}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1}. \quad (2)$$

Значение  $I_{\Pi}$  находится из (1) при  $t = t_n$  с учетом (2):

$$I_{\Pi} = I_m \frac{1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}. \quad (3)$$

Значение  $\Delta I$  находится как разность между (3) и (2):

$$\Delta I = I_{\Pi} - I_0 = I_m \frac{1 - e^{-\frac{t_n}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} - I_m \frac{e^{\frac{t_n}{\tau}} - 1}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1} = I_m \frac{e^{\frac{T}{\tau}} + 1 - e^{-\frac{T-t_n}{\tau}} - e^{\frac{t_n}{\tau}}}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1}. \quad (4)$$

Из (4) видно, что пульсация тока ПМ, или же пульсация усиления, зависит не только от электрических параметров обмотки возбуждения  $\tau$ , но и от длительности импульсов питающего напряжения  $t_{и}$ . Причем, как видно из (4), при  $t_{и}$ , стремящемся к 0 и  $T$ ,  $\Delta I$  также стремится к 0. Отыщем  $t_{и}$ , при котором  $\Delta I$  максимальна при заданных  $T$  и  $\tau$ . Для чего исследуем (4) на экстремум. Для нахождения  $t_{и}^*$ , при котором  $\Delta I(t_{и}^*) = \max$ , необходимо взять производную от  $\Delta I$  по  $t_{и}$  и, приравняв ее к нулю, найти  $t_{и}^*$ :

$$\frac{d\Delta I}{dt_{и}} = \left[ -e^{-\frac{T-t_{и}^*}{\tau}} \left( -\frac{1}{\tau} \right) - e^{-\frac{t_{и}^*}{\tau}} \left( \frac{1}{\tau} \right) \right] = 0, \text{ или } e^{-\frac{T-t_{и}^*}{\tau}} = e^{-\frac{t_{и}^*}{\tau}}, \quad (5)$$

следовательно  $t_{и}^* = T/2$ .

То есть пульсация  $\Delta I$  максимальна при длительности импульса, равной половине периода питающего напряжения, и не зависит от постоянной времени  $\tau$  и периода ШИМ.

$$\Delta I_m = \Delta I \left( t_{и} = \frac{T}{2} \right) = I_m \frac{e^{\frac{T}{\tau}} - 2e^{\frac{0,5T}{\tau}} + 1}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1}. \quad (6)$$

Среднее значение тока  $I_{ср}$ , протекающего через ПМ, можно найти как  $I_{ср} = I_0 + 0,5\Delta I$ . Из условия того, что постоянная времени магнита  $\tau$  много больше, чем период  $T$  питающего напряжения и с учетом (2) и (4), можно записать средний ток в следующем виде:

$$I_{ср} = I_m \frac{e^{\frac{T}{\tau}} - 1 + e^{-\frac{t_{и}}{\tau}} - e^{-\frac{T-t_{и}}{\tau}}}{2 \left( e^{\frac{T}{\tau}} - 1 \right)}. \quad (7)$$

Полученные выражения для токов  $I_0$ ,  $I_{п}$ ,  $\Delta I$  и  $I_{ср}$  позволяют вычислить значения средней силы и пульсаций средней силы через ПМ.

$$F_{ср} = kI_{ср}, \quad \Delta F = k\Delta I.$$

Из выражения (4) видно, что при увеличении периода  $T$ , при сохранении скважности  $t_{и/T} = \text{const}$   $\Delta I$  растет, т. е. растет и  $\Delta F$ . Это должно приводить к уменьшению влияния гистерезиса, обусловленного силами трения. Для экспериментальной проверки отмеченного были сняты тяговые характеристики магнита ПЭМ8 при различных частотах питающего напряжения. При измерении  $\sigma$  поддерживалось равенство  $t_{и} = 0,5T$ , обеспечивающее режим максимальной пульсации тока (силы). Данные эксперимента приведены в таблице. Результаты эксперимента представлены на рис. 4.

Максимальный ток магнита равен  $I_m = 1,1$  А, омическое сопротивление обмотки возбуждения ПМ  $r = 22,8$  Ом. Из полученных данных  $\sigma(f)$  видно, что гистерезис уменьшается с уменьшением частоты питающего напряжения ПМ. При этом с уменьшением частоты растет пульсация тока  $\Delta I$ . В первом приближении можно предполо-

жить, что величина гистерезиса обратно пропорциональна пульсации тока  $\Delta I$ . Для вычисления значения  $\Delta I$  по (4), (6) необходимо иметь значение постоянной времени обмотки возбуждения  $\tau$ . Однако этот параметр производитель ПМ не нормирует.

**Зависимости параметров ПМ от частоты ШИМ**

<b>f, Гц</b>	500	400	300	200	150	100	75
<b><math>\sigma</math>, %</b>	6,1	5,4	5,3	4,5	3,5	2,5	1,9
<b><math>\Delta I_{\text{эксп}}</math></b>	0,1	0,12	0,13	0,15	0,165	0,21	0,27
<b>F2, %</b>	6,1	5,1	4,7	4,1	3,7	2,9	2,3
<b>F1, %</b>	6,1	4,88	3,72	2,48	1,88	1,3	1,03
<b><math>\tau</math>, мс</b>	5,49	5,71	6,95	9,1	11,1	12,94	13,27

Найти  $\tau$  по  $I_m$  и измеренному  $\Delta I$  можно из (4) при условии, что  $t_{\text{и}} = 0,5T$ , следовательно, справедливо выражение

$$\Delta I = I_m \frac{e^{\frac{T}{\tau}} - 2e^{\frac{0,5T}{\tau}} + 1}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1},$$

обозначая  $e^{\frac{0,5T}{\tau}} = x$ ,  $e^{\frac{T}{\tau}} = x^2$ ,  $\frac{\Delta I}{I_m} = a$ , приходим к уравнению

$$(1 - a)x^2 - 2x + a + 1 = 0.$$

Решением этого уравнения является  $x_1 = \frac{(1+a)}{(1-a)}$ ,  $x_2 = 1$ . Второе решение не имеет физического смысла ( $\tau = \infty$ ). Тогда  $\tau$  можно записать в следующем виде:

$$\tau = \frac{T}{2 \ln \left( \frac{I_m + \Delta I}{I_m - \Delta I} \right)}. \tag{8}$$

По экспериментальным данным для частоты 500 Гц ( $T = 2$  мс),  $\Delta I = 0,1$  А,  $I_m = 1,1$  А из (8) находим  $\tau = 5,49$  с ( $L = 0,24$  Гн).

На рис. 4 дана зависимость  $F1(f) = \frac{b}{\Delta I}$ , где  $b$  – масштабный коэффициент, приведенный к точке  $f = 500$  Гц,  $\sigma = 6$  % в предположении, что  $\tau(f) = \text{const}$ .

**Заключение**

Из таблицы видно, что пульсации тока завышены по сравнению с экспериментальными. В результате график зависимости  $F1(f)$  значительно ниже  $\sigma(f)$ . Это объясняется тем, что эквивалентная постоянная времени  $\tau$  является функцией частоты. Пересчитывая  $\sigma$  для каждого значения частоты по измеренному  $\Delta I$ , можно получить зависимость  $\tau(f)$ . Откуда видно, что с уменьшением частоты реальная зависимость  $\tau(f)$  растет, т. е. увеличивается эквивалентная индуктивность. Зависимость  $F2(f) = \frac{b}{\Delta I_{\text{эксп}}}$  более приближена к зависимости  $\sigma(f)$ .

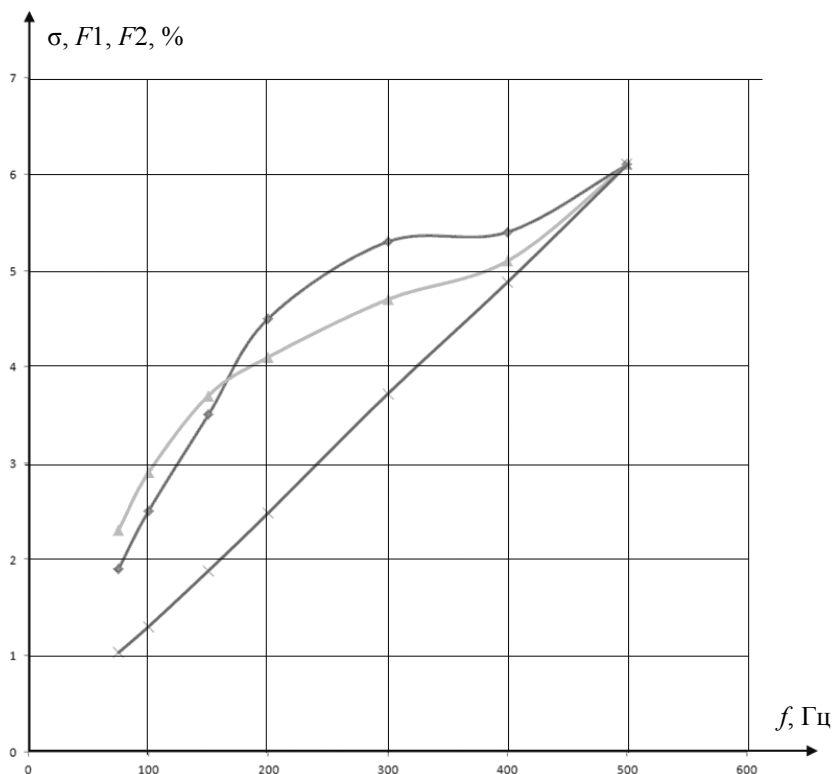


Рис. 4. Гистерезис ПМ в функции частоты питающего напряжения  $\sigma(f)$ ;  
 $F1(f)$  – обратно пропорциональная зависимость значению  $\Delta I_{\text{расч}}$ , при  $\tau(f) = \text{const}$ ;  
 $F2(f)$  – обратно пропорциональная зависимость значению  $\Delta I_{\text{эксп}}$ , при  $\tau(f) \neq \text{const}$ ;  
 —◆— —  $\sigma$ , %; —▲— —  $F2$ , %; —+— —  $F1$ , %

Из вышеизложенного следует, что пульсация тока в ПМ при питании его ШИМ напряжением выполняет роль вибрационной линеаризации. Причем чем ниже частота ШИМ, тем эффективней эта линеаризация. Кроме того, в работе представлены расчетные соотношения, позволяющие находить токи в ПМ и рассчитывать его постоянную времени по экспериментально снятым тяговым характеристикам. Показано, что эквивалентная постоянная времени  $\tau$  с уменьшением частоты питающего напряжения увеличивается.

### Литература

1. ТУ-053-1916–90. Технические условия. Пропорциональные электромагниты.
2. Теория автоматического управления : учеб. для вузов : в 2 ч. / под ред. А. В. Нетушила. – М. : Высш. шк., 1972. – Ч. II.
3. Наладка средств автоматизации и автоматических систем регулирования : справоч. пособие / А. С. Ключев [и др.] ; под ред. А. С. Ключева. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 386 с.
4. Иванов Г. М. Цифровая электрогидравлическая автоматика нового поколения / Г. М. Иванов, В. К. Свешников, И. В. Орлик // Гидравлика и пневматика. – 2006. – № 21. – С. 3–8.

Получено 11.03.2014 г.