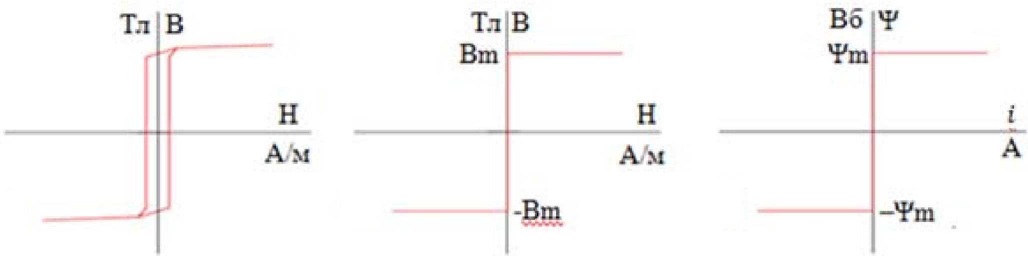
К РАСЧЕТУ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МЕТОДОМ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

А. М. Ходжалиев

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Беларусь

Научный руководитель В. В. Соленков

Известно, что для расчета электрических цепей, содержащих индуктивные катушки с сердечниками из высококачественных магнитомягких материалов, применяют метод кусочно-линейной аппроксимации [1]. При этом для облегчения расчета кривую намагничивания $B(H)$ и соответствующую веберамперную характеристику материала сердечника заменяют идеальной прямоугольной, линейные участки которой совпадают с осями координат (рис. 1, *а*–*в*).



а) *б*) *в*)

Рис. 1

В литературе приводятся примеры [1], [2], в которых перемагничивание сердечника с прямоугольной характеристикой происходит под воздействием синусоидального напряжения.

В настоящей работе рассмотрен случай, когда перемагничивание сердечника упомянутой выше катушки происходит под воздействием периодического напряжения, форма которого отличается от синусоидальной.

Для этого параллельно с катушкой индуктивности (рис. 2) необходимо включить нелинейное активное сопротивление с симметричной вольтамперной характеристикой, часть которой показана на рис. 3, *а*, и источник синусоидального тока $i = J_m \sin \omega t$ А.

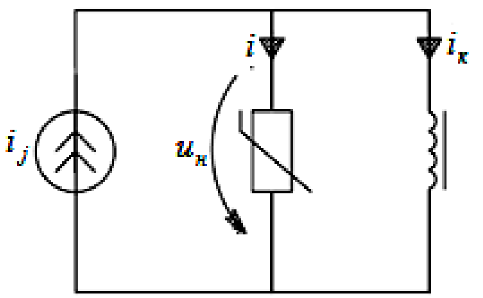
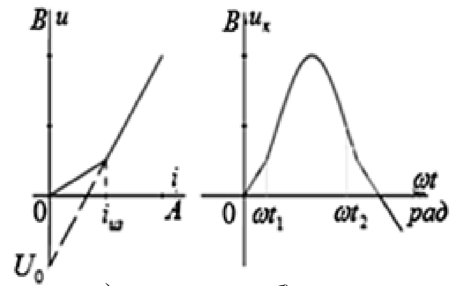


Рис. 2



а) *б*)

Рис. 3

В процессе перемагничивания сердечника от $-\Psi_m$ до $+\Psi_m$ согласно веберамперной характеристике (рис. 1, *в*) ток в катушке отсутствует, и напряжение на ней будет иметь вид, представленный на рис. 3, *б*. Аналитически это напряжение можно представить в виде:

$$\left.\begin{aligned} &u_1(\omega t) = U_{m1}\sin\omega t = r_{д1}J_m \sin\omega t \qquad \text{при} \quad 0 \le \omega t \le \omega t_1 \ \text{ и } \ \pi - \omega t_1 \le \omega t \le \pi; \\ &u_2(\omega t) = U_{m2}\sin\omega t - U_0 = r_{д2}J_m\sin\omega t - U_0 \qquad \text{при} \quad \omega t_1 \le \omega t \le \pi - \omega t_1, \end{aligned}\right\}, \tag{1}$$

где $r_{д1} = \Delta u_1 / \Delta i_1 -$ дифференциальное сопротивление нелинейного резистора на участках $0 \le \omega t \le \omega t_1$ и $\pi - \omega t_1 \le \omega t \le \pi$; $r_{д2} = \Delta u_2 / \Delta i_2$ – дифференциальное сопротивление нелинейного резистора на участке $\omega t_1 \le \omega t \le \pi - \omega t_1$; $\omega t_1 = \arcsin i_{из} / J_m -$ угол, соответствующий току $i_{из}$ в точке излома вольтамперной характеристики нелинейного резистора.

Пусть перемагничивание сердечника катушки заканчивается в момент времени, соответствующий углу ωt_2. Тогда в интервале $0 \le \omega t \le \omega t_2$ напряжение на катушке будет

$$u_к = \frac{d\Psi}{dt}, \tag{2}$$

откуда

$$\Psi(t) = \int_0^t u_к dt + \Psi_0, \tag{3}$$

где Ψ_0 – постоянная интегрирования, характеризующая состояние катушки в момент времени, когда $\omega t = 0$. Для определенности в дальнейшем будем считать, что $\Psi_0 = -\Psi_m$.

С учетом (1) выражение (3) можно преобразовать к виду:

$$\Psi(\omega t) = \frac{1}{\omega}\int_0^{\omega t_1} u_1(\omega t)d\omega t + \frac{1}{\omega}\int_{\omega t_1}^{\omega t} u_2(\omega t)d\omega t - \Psi_m =$$

$$= \frac{1}{\omega}\int_0^{\omega t_1} U_{m1}\sin\omega t d\omega t + \frac{1}{\omega}\int_{\omega t_1}^{\omega t}[U_{m2}\sin\omega t - U_0]d\omega t - \Psi_m =$$

$$= -\frac{U_{m1}}{\omega}[\cos\omega t_1 - 1] - \frac{U_{m2}}{\omega}[\cos\omega t - \cos\omega t_1] - \frac{U_0}{\omega}[\omega t - \omega t_1] - \Psi_m =$$

$$= -\frac{U_{m1}}{\omega}\cos\omega t_1 + \frac{U_{m1}}{\omega} - \frac{U_{m2}}{\omega}\cos\omega t + \frac{U_{m2}}{\omega}\cos\omega t_1 - U_0 t + U_0 t_1 - \Psi_m =$$

$$= -\frac{U_{m2}}{\omega}\cos\omega t - U_0 t + \Psi^*, \qquad (4)$$

где $\Psi^* = -\frac{U_{m1}}{\omega}\cos\omega t_1 + \frac{U_{m1}}{\omega} + \frac{U_{m2}}{\omega}\cos\omega t_1 + U_0 t_1 - \Psi_m$.

Для определения ωt_2 воспользуемся уравнением (4), учитывая, что при $\omega t = \omega t_2$ потокосцепление $\Psi = \Psi_m$. Получим

$$-\frac{U_{m2}}{\omega}\cos\omega t_2 - U_0 t_2 = \Psi_m - \Psi^*. \qquad (5)$$

Данное уравнение точного аналитического решения не имеет. Величина $\omega t_2(t_2)$ может быть определена численным методом.

В интервале $\omega t_2 \le \omega t \le \pi$ потокосцепление остается постоянным и равным Ψ_m; напряжение на катушке $u_к = d\Psi_m/dt = 0$. Ток в катушке $i_к(t) = i_J = J_m \sin\omega t$.

В качестве примера на рис. 4 приведены зависимости $\Psi(\omega t)$, $u_к(\omega t)$ и $i_к(\omega t)$ для случая, когда $\Psi_m = 0{,}15$ Вб, $i_J = 1\sin 500t$ А; $i_{из} = 0{,}5$ А; $r_{д1} = 50$ Ом; $r_{д2} = 150$ Ом.

Значение угла ωt_2 в результате расчета оказалось равным 137,4 º.

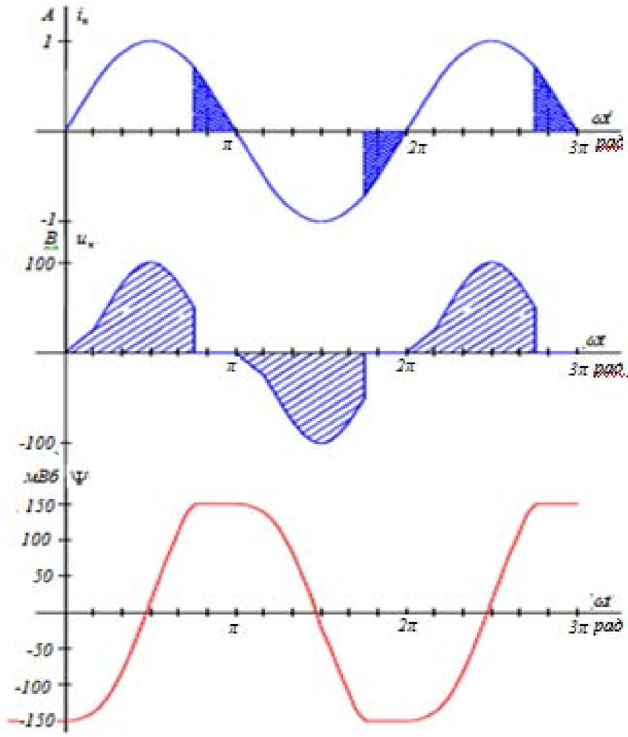


Рис. 4

В заключение отметим, что предложенный порядок расчета остается справедливым и в случае аппроксимации вольтамперной характеристики (рис. 3, *а*) бóльшим количеством линейных участков.

Литература

1. Бессонов, Л. А. ТОЭ. Электрические цепи : учеб. для электротехн., энергет., приборостроит. специальностей вузов / Л. А. Бессонов. – 9-е изд. – М. : Высш. шк., 1996. – 638 с.
2. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. – М. : Энергия, 1989. – 527 с.