

СЕКЦИЯ III ЭНЕРГЕТИКА

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ

К. В. Юранов

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Беларусь.

Научный руководитель Л. Г. Бычкова

Метод переменных состояния – это численный метод расчета дифференциальных уравнений, представленных в форме Коши, где вместо одного дифференциального уравнения порядка n формируется n уравнений первого порядка, решение которых в нелинейных цепях возможно только с помощью средств современной вычислительной техники. В нелинейных цепях удобно формировать уравнения переменных состояний, используя понятие дифференциальных параметров, что облегчает формирование системы уравнений в сложной схеме:

$$U_L = \frac{d\psi}{dt} \frac{di}{di} = \frac{d\psi}{di} \frac{di}{dt} = L_{\text{д}} \frac{di}{dt}; \quad (1)$$

$$i_C = \frac{dq}{dt} \frac{dU_C}{dU_C} = \frac{dq}{dU_C} \frac{dU_C}{dt} = C_{\text{д}} \frac{dU_C}{dt}. \quad (2)$$

Дифференциальные параметры должны быть представлены в аналитической форме, что требует аппроксимации нелинейной характеристики. В данной работе в качестве нелинейного элемента выбрана индуктивность с вебер-амперной характеристикой, представленной на рис. 1. Поскольку характеристика симметрична относительно начала координат, то наиболее точный результат получается при использовании гиперболического синуса:

$$i = \alpha \cdot \text{sh}(\beta\psi). \quad (3)$$

Расчет постоянные α и β выполнен методом выбранных точек: $\alpha = 0,011$ А, $\beta = 728,215$ Вб.

На рис. 2 для сравнения представлены графики аппроксимации (сплошная линия) и вебер-амперной характеристики (пунктирная линия). Кривые имеют хорошее совпадение.

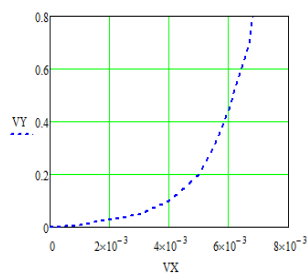


Рис. 1

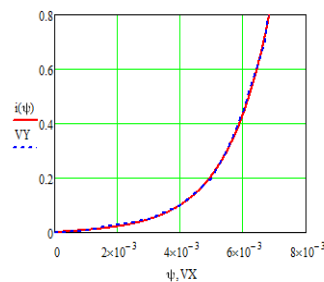


Рис. 2

Дифференциальная индуктивность катушки равна:

$$L_{\text{д}}(i) = \frac{d\psi}{di} = \frac{1}{\alpha\beta\sqrt{1 + \left(\frac{i}{\alpha}\right)^2}} \quad (4)$$

и представлена графически на рис. 3.

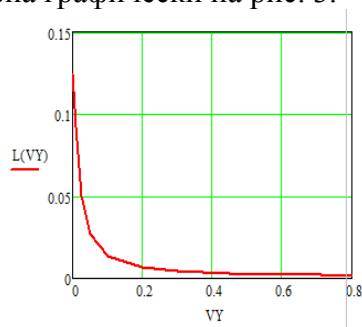


Рис. 3

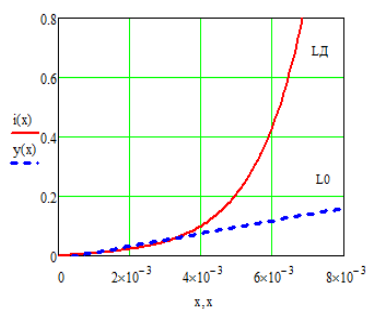


Рис. 4

В качестве тестовой задачи выбрана цепь R, L (рис. 5), для которой выполнен расчет и экспериментальное исследование при подаче на схему прямоугольного импульса напряжения. Значение линейной индуктивности соответствует начальной части вебер-амперной характеристики (рис. 4), что позволяет сравнить особенности перемагничивания индуктивности в линейном и нелинейном режимах, $L_{\text{Л}} = 50,5$ мГн, $R = 10$ Ом, $U = 7$ В, длительность импульса $T_{\text{И}} = 50$ мс, $T_{\text{д}} = 5$ мс, с нулевыми начальными условиями на промежутке $[0; \frac{T}{2}]$ и начальным значениям тока $i = 0,7$ А и входным напряжением $u = 0$ В на промежутке $[\frac{T}{2}; T]$.

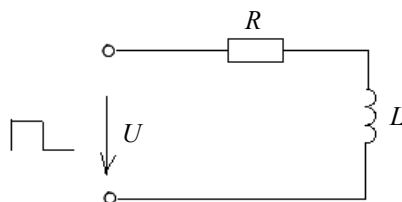


Рис. 5

Уравнение переменных состояния решено методом Рунге-Кутты в среде MathCad.

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L}(U - R_i). \quad (5)$$

На рис. 6 приведены график изменения тока в линейной индуктивности и осциллограмма тока, полученная в эксперименте; на рис. 7 – для нелинейной. Сравнение графиков показывает достаточно хорошее совпадение расчета и эксперимента, что позволяет сделать вывод о высокой точности и удобстве расчета переходных процессов в нелинейных цепях методом переменных состояния.

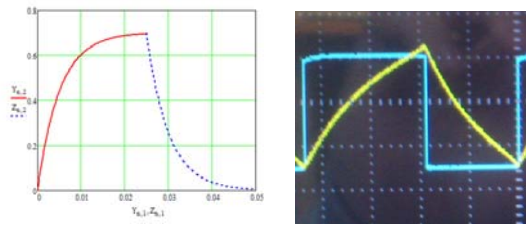


Рис. 6. Линейная цепь

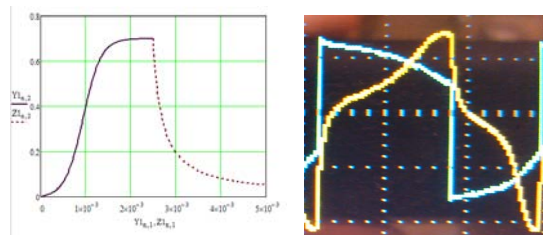


Рис. 7. Нелинейная цепь

Особенности переходного процесса в нелинейной цепи хорошо видны из сравнения кривых тока на рис. 8. Время переходного процесса в нелинейной цепи значительно уменьшается по сравнению с линейной, что объясняется тем, что постоянная времени цепи прямо пропорциональна индуктивности:

$$\tau = \frac{L_{\text{д}}}{R}, \quad (6)$$

которая в нелинейной катушке уменьшается с возрастанием тока.

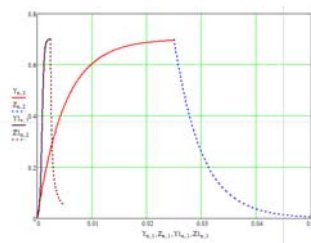


Рис. 8

Расчет переходного процесса методом переменных состояния в цепи второго порядка

Схема цепи показана на рис. 9. Схема включается под действие постоянного напряжения из нулевых начальных условий.

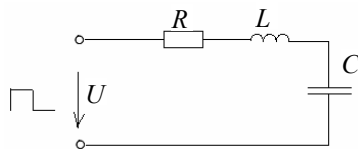


Рис. 9

В качестве расчетных величин выбраны ток через индуктивность и напряжение на емкости. Расчетная система уравнений получена по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} \frac{dU_C}{dt} = \frac{i}{C}; \\ \frac{di}{dC} = \frac{1}{L}(U - u_C - R \cdot i). \end{cases} \quad (7)$$

Рассмотрены два режима переходного процесса – колебательный и аperiodический.

Колебательный процесс. Значения линейной и нелинейной индуктивности соответствуют рис. 4, $C = 28,9$ нФ, $R = 300$ Ом, $U = 3$ В, $L_{Л} = 0,13$ Гн, с нулевыми начальными условиями.

Расчеты выполнены с помощью ЭВМ и выведены в виде графиков свободных составляющих напряжения на емкости (рис. 10) и тока через индуктивность (рис. 11). На одном графике для сравнения совмещены зависимости для нелинейной индуктивности (пунктир) и линейной (сплошная).

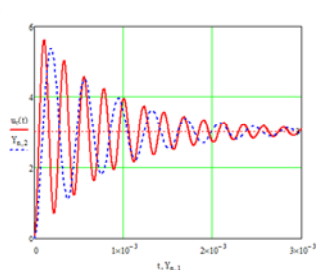


Рис. 10

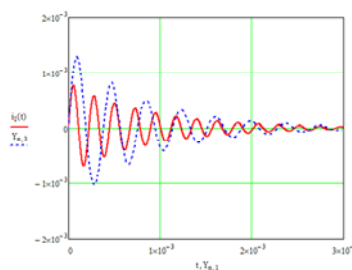


Рис. 11

При сравнении графиков можно сделать следующие выводы: 1) максимальная амплитуда тока в нелинейной цепи (рис. 11) в два раза выше максимальной амплитуды тока в линейной цепи; 2) переходной процесс протекает быстрее в нелинейной цепи.

Аperiodический процесс. Выбрано сопротивление $R = 4242$ Ом, остальные параметры соответствуют предыдущему случаю. Построим графики зависимости напряжения на емкости от времени (рис. 12) и тока через катушку (рис. 13).

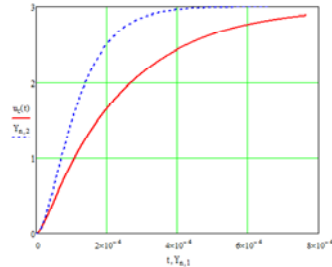


Рис. 12

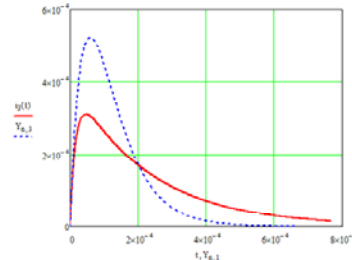


Рис. 13

На графике хорошо видно, что переходной процесс напряжения на емкости и тока через катушку протекает быстрее в нелинейной цепи. Кроме того, максимальное значение тока в нелинейной катушке больше, чем в линейной в 1,8 раза (рис. 13). Выполненная работа может быть использована в учебном процессе.

Л и т е р а т у р а

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М. : Высш. шк., 1996.
2. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. – М., 1989.
3. Бычкова, Л. Г. Нелинейные цепи переменного тока / Л. Г. Бычкова. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого.